Кафедра прикладной механики
факультета техногенно-экологической безопасности
Национального университета гражданской защиты Украины

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Харьков 2014

Печатается по решению кафедры
прикладной механики НУГЗУ
Протокол от 30.05.2016 г. № 38

Составители: И.В.Мищенко, С.А.Вамболь, А.Н.Кондратенко

Рецензенты: А.В.Бондаренко – доцент кафедры гидравлических машин Национального технического университета «Харьковский политехнический институт», кандидат технических наук, доцент;

В.К.Мунтян - заведующий кафедрой физико-математических дисциплин Национального университета гражданской защиты Украины, кандидат технических наук, доцент.

Техническая механика жидкости и газа. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины / Состав. И.В.Мищенко, С.А.Вамболь, А.Н.Кондратенко.- Х.: НУГЗУ, 2016.-64 с.

Предложены типовые задачи дисциплины «Техническая механика жидкости и газа», которые включены в две модульные расчетно-графические работы. Изложена методика решения приведенных задач и проведены числовые расчеты.

Для курсантов, студентов и слушателей Республики Азербайджан в соответствии с программой высшего образования по направлениям «Пожарная безопасность», «Гражданская защита». Может быть полезным во время аудиторных занятий и для самостоятельной работы.

Ответственный за выпуск И.В.Мищенко

ПРЕДИСЛОВИЕ

Методические указания написаны с целью оказания помощи при выполнении модульных расчетно-графических работ по технической механике жидкости и газа во время самостоятельной работы курсантов, студентов и слушателей заочной формы обучения Республики Азербайджан и содержат решение двадцати одной характерной задачи по указанной дисциплине. Подбор задач обусловлен объемом теоретического материала, который излагается во время проведения аудиторных занятий и который приведен в конспекте лекций по технической механике жидкости и газа. Каждая задача соответствует определенной части курса: задачи 1-3 связаны с изучением основных свойств жидкостей и газов, 4-5 иллюстрируют основное уравнение гидростатики. Во время решения задач 6-7 проводятся расчеты силы гидростатического давления на плоскую поверхность, 8-9 – на криволинейную (цилиндрическую) поверхность. Следующая задача посвящена применению закона Архимеда. Задачи 11-12 связаны с исследованием одномерного потока жидкости при помощи уравнения Бернулли, а в 13-14 рассматриваются потери напора на линейных и местных сопротивлениях. Расчет рукавной линии приводится в задаче 15, а в 16 показано, к каким опасным последствиям приводит гидравлический удар в трубопроводе. В 17-18 изучается опорожнение резервуаров определенной формы, а последние три посвящены расчету гидравлических струй: 19 и 20 – вертикальных с применением формул Люгера и Фримана, а 21 – наклонного.

Учебным планом предусмотрено две модульные расчетно-графические работы, что отражено в определенной блоковой структуре этих методических указаний. В начале каждого блока содержатся теоретические сведения, определения и формулы, которые используются при решении задач. Нумерация формул двойная, первая цифра (римская) указывает на номер модульной работы, и, соответственно, на место, где находится определенная формула. Каждая задача сопровождается пояснением и решением в общем виде, в качестве примера приводится решение задачи с определенными числовыми данными. При необходимости даются ссылки на Таблицы с числовыми данными, которые расположены в конце издания в отдельном Приложении.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ МОДУЛЬНЫХ РАБОТ

Работа сдается выполненной на формате А4, титульная страница оформляется в соответствии с общими правилами Национального университета гражданской защиты Украины.

При выполнении заданий необходимо взять из таблицы для каждой задачи данные в соответствии с данным преподавателем цифровым шифром и трех букв (А, Б, В). Этот шифр сохраняется при выполнении всех задач и должен быть указан на титульной странице. Из каждой вертикальной колонке таблицы исходных данных к задаче, обозначенной внизу определенной буквой, надо взять только одно значение, номер которого совпадает с цифрой шифра буквы. Например, если шифр АБВ = 105, то есть А = 1, Б = 0, В = 5, соответствующие исходные данные из таблицы необходимо брать следующим образом:

Номер	Исходные данные (1)	Исходные данные (2)	Исходные данные (3)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
0			
	А	**Б**	**В**

К задаче (при необходимости) прилагается соответствующий Рисунок со всеми условными обозначениями. Расчет сопровождается необходимыми пояснениями с приведением основных формул в общем виде и после подстановки числовых данных. Обязательно указывать размерность всех величин. При решении каждой задачи необходимо приводить размерности всех величин к системе SI, для чего на следующей странице приводятся размерности основных физических величин, которые используются в технической механике жидкости и газа. В некоторых случаях это условие не является необходимым, но с целью предотвращения определенных недоразумений в каждом подобном случае это оговаривается отдельно.

РАЗМЕРНОСТИ И ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Наименование величины, ее обозначение	Единицы измерения (система SI)	Сокращенное обозначение единиц измерения	Размерность основных или производных единиц
Длина, l	Метр	м	$[L]$, 1 м
Масса, m	Килограмм	кг	$[M]$, 1 кг
Время, t	Секунда	с	$[T]$, 1 с
Температура термодинамическая, T	Кельвин	К	$[K]$, 1 К
Диаметр, d	Метр	м	$[L]$, 1 м
Площадь, ω	Квадратный метр	м^2	$[L^2]$, (1 м)^2
Объем, W	Кубический метр	м^3	$[L^3]$, (1 м)^3
Плотность, ρ	Килограмм на кубический метр	кг/м^3	$[M]\cdot[L^{-3}]$, (1 кг):(1 м)^3
Скорость, V	Метр за секунду	м/с	$[L]\cdot[T^{-1}]$, (1 м):(1 с)
Ускорение, a	Метр на секунду в квадрате	м/с^2	$[L]\cdot[T^{-2}]$, (1 м):(1 с)^2
Сила, F Вес, G	Ньютон	Н	$[M]\cdot[L]\cdot[T^{-2}]$ (1 кг)·(1 м):(1 с)^2
Удельный вес, γ	Ньютон на кубический метр	Н/м^3	$[M]\cdot[L^{-2}]\cdot[T^{-2}]$ (1 кг):(1 м)^2:(1 с)^2
Давление, P	Паскаль (Ньютон на квадратный метр)	Па (Н/м^2)	$[M]\cdot[L^{-1}]\cdot[T^{-2}]$ (1 кг):(1 м):(1 с)^2
Динамический коэффициент вязкости, μ	Ньютон-секунда на квадратный метр	Па·с (Н·с/м^2)	$[M]\cdot[L^{-1}]\cdot[T^{-1}]$, (1 кг):(1 м):(1 с)
Кинематический коэффициент вязкости, ν	Квадратный метр на секунду	м^2/с	$[L^2]\cdot[T^{-1}]$, (1 м)^2:(1 с)
Напор, H	Метр вод. ст.	м	$[L]$, (1 м)
Объемный расход, Q	Кубический метр за секунду	м^3/с	$[L^3]\cdot[T^{-1}]$, (1 м)^3:(1 с)
Работа, энергия	Джоуль	Дж (Н·м)	$[M]\cdot[L^2]\cdot[T^{-2}]$, (1 кг)·(1 м)^2:(1 с)^2

Коэффициент сжимаемости, β_W	Квадратный метр на ньютон	$м^2$/Н (1/Па)	$\left[M^{-1}\right]\cdot\left[L\right]\cdot\left[T^{2}\right]$, (1 м)·(1 с)^2:(1 кг)
Модуль упругости, E	Паскаль (Ньютон на квадратный метр)	Па (Н/$м^2$)	$\left[M\right]\cdot\left[L^{-1}\right]\cdot\left[T^{-2}\right]$, (1 кг):(1 м):(1 с)^2
Коэффициент температурного расширения, β_t	Единица на градус	$1/C^{\circ}$	$\left[K^{-1}\right]$, 1:(1 К)

НАИМЕНОВАНИЕ ПРИСТАВОК ДЛЯ КРАТНИХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЙ (В ДИАПАЗОНЕ 10^{-12} = 10^{12})

Наименование приставки (обозначение)			Множитель	**Наименование множителя**
Русское		**Лат**		
тера	Т	T	10^{12} =1000000000000	триллион
гига	Г	G	10^{9} =1000000000	миллиард
мега	М	M	10^{6} =1000000	миллион
кило	к	k	10^{3} =1000	тысяча
гекто	г	h	10^{2} =100	сто
дека	да	da	10^{1} =10	десять
			10^{0} =1	единица
деци	д	d	10^{-1} =0,1	одна десятая
санти	с	c	10^{-2} =0,01	одна сотая
милли	м	m	10^{-3} =0,001	одна тысячная
микро	мк	μ	10^{-6} =0,000001	одна миллионная
нано	н	n	10^{-9} =0,000000001	одна миллиардная
пико	п	p	10^{-12} =0,000000000001	одна триллионная

R = 8,314472(15) Дж/(мол·К) – универсальная газовая постоянная

g = 9,80665 м/$с^2$ $\approx$ 9,81 м/$с^2$ – ускорение свободного падения

π = 3,1415926356...

МОДУЛЬНАЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Плотность жидкости, или удельная масса, ρ - это масса единицы объема, определяется по формуле (m - масса, W - объем)

$$\rho = \frac{m}{W}, \tag{I.1}$$

Сжимаемость – это свойство жидкостей и газов изменять свой объем при изменении давления. Она характеризуется ***коэффициентом сжимаемости (коэффициентом объемного сжатия)***

$$\beta_W = -\frac{\Delta W}{\Delta P \cdot W}, \tag{I.2}$$

где W - начальный объем жидкости, ΔW - изменение объема W при увеличении давления на величину ΔP.

Модуль объемной упругости является величиной, обратной к коэффициенту сжимаемости, поэтому

$$E = \frac{1}{\beta_W}, \tag{I.3}$$

Температурное расширение жидкости при изменении температуры характеризуется ***коэффициентом температурного расширения***

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot W}, \tag{I.4}$$

где Δt - изменение температуры, которая, как и температура, имеет размерность $^{\circ}C$ - градус по Цельсию (хотя в системе SI температура имеет размерность K - Кельвин).

Уравнение Клапейрона для технических расчетов имеет вид:

$$P \cdot W = m \cdot R_m \cdot T, \tag{I.5}$$

где P - давление, W - объем, m - масса, R_m - удельная газовая постоянная, которая в системе SI имеет размерность [Дж/(кг·К)], T - температура, которая в приведенной формуле имеет размерность [К] (формула перевода градусов по Цельсию в градусы Кельвина имеет линейный характер $K = {}^{\circ}C + 273{,}15$).

Основное уравнение гидростатики (зависимость абсолютного давления P от глубины h погружения точки)

$$P = P_{O} + \rho g h. \qquad \text{(I.6)}$$

Гидростатическое давление имеет три важных свойства:

1. Гидростатическое давление всегда действует по внутренней нормали к плоскости приложения.
2. Гидростатическое давление в любой точке жидкости действует одинаково во всех направлениях (закон Паскаля).
3. Гидростатическое давление в точке зависит от ее координат в пространстве (от глубины погружения точки под уровень жидкости).

Сила гидростатического давления, действующая на плоскую прямоугольную поверхность шириною b, наклоненную к горизонту под углом α, при высоте стенки a, глубине погружения верхней точки поверхности h_{O} (поверхностное давление не учитывается), определяется как

$$F = b \cdot \frac{1}{2}\left(\rho g H + \rho g h_{O}\right) \cdot a = \frac{\rho g b a}{2}\left(2H - a\,sin\alpha\right) = \rho g b a\left(H - \frac{a}{2}sin\alpha\right) \qquad \text{(I.7)}$$

Сила давления на плоскую поверхность

$$F = \left(P_{O} + \rho g H_{O}\right) \cdot \omega_{П}, \qquad \text{(I.8)}$$

ρ - плотность жидкости, H_{O} - глубина погружения центра тяжести смоченной части площади плоской поверхности, $\omega_{П}$ - площадь плоской поверхности, P_{O} - избыточное давление.

Сила давления F на криволинейную поверхность определяется как равнодействующая горизонтальной и вертикальной составляющих. Ее модуль

$$F = \sqrt{F_{Г}^{2} + F_{В}^{2}}. \qquad \text{(I.9)}$$

Направление действия силы F определяется углом φ ее наклона к горизонту

$$tg\varphi = \frac{F_{В}}{F_{Г}}, \quad \varphi = arctg\frac{F_{В}}{F_{Г}}. \qquad \text{(I.10)}$$

Вектор силы давления должен пройти через точку пересечения ее составляющих $F_{Г}$ (горизонтальной) и $F_{В}$ (вертикальной).

Горизонтальная составляющая равняется силе давления на вертикальную проекцию криволинейной поверхности:

$$F_{\Gamma} = \left(P_{\mathrm{O}} - P_{атм} + \rho g H_{\mathrm{O}}\right)\omega_{\mathrm{B}}, \qquad (I.11)$$

где P_{O} - избыточное (манометрическое) давление на свободную поверхность жидкости, H_{O}- глубина погружения центра тяжести вертикальной проекции криволинейной поверхности, ω_{B} - площадь вертикальной проекции. Горизонтальная составляющая силы проходит через центр тяжести эпюры давления.

Если манометрическое давление на свободной поверхности жидкости равняется нулю, то есть $P_{\mathrm{O}} = P_{атм}$, то

$$F_{\Gamma} = \rho g H_{\mathrm{O}} \omega_{\mathrm{B}}. \qquad (I.12)$$

Вертикальная составляющая равняется сумме веса жидкости в объеме W «тела давления» и произведению манометрического давления (на поверхность жидкости) на площадь горизонтальной проекции ω_{Γ} криволинейной поверхности («тело давления» размещено между вертикальными площадями, которые проходят через крайние образующие цилиндрической поверхности, самой цилиндрической поверхностью и свободной поверхностью жидкости)

$$F_{\mathrm{B}} = \rho g W + \left(P_{\mathrm{O}} - P_{атм}\right)\omega_{\Gamma}. \qquad (I.13)$$

Если $P_{\mathrm{O}} = P_{атм}$, то $F_{B} = \rho g W$.

Выталкивающая (***архимедова***) сила F_{A} в соответствии с законом Архимеда равняется весу жидкости (или газа), вытесненной телом, она направлена вертикально вверх и приложена к центру тяжести вытесненной жидкости

$$F_{\mathrm{A}} = \rho g W, \qquad (I.14)$$

где W - объем погруженной в жидкость части тела. Сопоставляя вес тела G в воздухе и выталкивающую силу F_{A}, выделяют три случая:

если $G > F_{\mathrm{A}}$, тело тонет; если $G = F_{\mathrm{A}}$, тело плавает в жидкости или газе; если $G < F_{\mathrm{A}}$, тело будет всплывать до тех пор, пока вес G не сравняется с силой F_{A}, и тело не начнет плавать.

ЗАДАЧА № 1. В полностью заполненный трубопровод (жидкостью с плотностью ρ) диаметром d и длиной l при атмосферном давлении $P_О$ = 1 атм≈ 101,3 кПа дополнительно закачивается такая же жидкость объемом ΔW при температуре t. Какое избыточное давление P_1 возникает в трубопроводе, если β_W - сжимаемость жидкости при соответствующей температуре? Деформацией водопровода пренебречь.

Номер	ρ, кг/м^3	t, $^\circ C$	d, мм	l, м	ΔW, л
1	816	7,5	300	50	4,4
2	821	12,5	250	55	4,8
3	826	17,5	300	60	5,2
4	831	22,5	250	65	5,6
5	836	27,5	300	70	6,0
6	819	32,5	250	75	6,4
7	824	37,5	300	80	6,8
8	829	42,5	250	85	7,2
9	834	47,5	300	90	7,6
0	839	52,5	250	95	8,0
	В	Б	А	Б	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Для жидкости из справочных данных для определенной плотности и температуры определяется ее коэффициент сжимаемости β_W (по значениям плотности и температуры, которые находятся в соответствующем диапазоне). Начальный объем жидкости, который был закачан в трубопровод, равняется $W = \frac{\pi d^2}{4} \cdot l$. Используя формулу (I.2), находим зависимость между изменением объема ΔW и изменением давления ΔP в жидкости $\Delta W = \beta_W \cdot \Delta P \cdot W$. Поскольку по условию задачи $\Delta P = P_1$, окончательно имеем $P_1 = \frac{\Delta W}{\beta_W \cdot W}$.
Для определенности в этой задаче считаем, что жидкостью является нефть, поэтому справочные данные необходимо брать из Таблицы 2.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

<u>Числовые данные:</u> ρ = 827,5 кг/м^3, l = 45 м, d = 200 мм, ΔW = 4 л, t = 27,5 $^\circ C$.

<u>Решение:</u> Диапазон температур t = 25,00 – 29,99 $^\circ C$, диапазон плотностей ρ = 825 – 829,99 кг/м^3. Для жидкости из справочных данных для определенной плотности и температуры определяется ее коэффициент сжимаемости β_W =0,810·10^{-9} 1/Па. Начальный объем жидкости, который был закачан в трубопровод, составляет $W = \dfrac{3{,}1415 \cdot 0{,}2^2 \cdot 45}{4} \approx$ 1,414 м^3. Избыточное давление

$$P_1 = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{0{,}810 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}414}$$ = 3492412,7 Па ≈ 3,5 МПа.

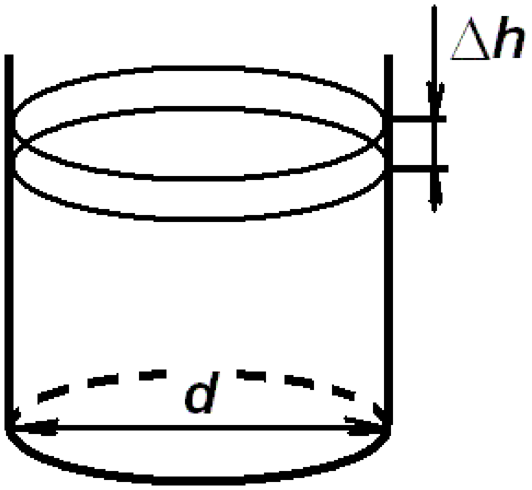
<u>Ответ</u>. Давление повышается на $\Delta P = P_1 \approx$ 3,5 МПа.

<u>ЗАДАЧА № 2.</u> Определить изменение уровня свободной поверхности нефти массой m, плотностью ρ с объемным коэффициентом температурного расширения β_t в цилиндрическом резервуаре диаметром d при повышении температуры нефти от t_1 до t_2.

Номер	ρ, кг/м^3	β_t, $1/^\circ C$	m, тонн	d, м	t_1, $^\circ C$	t_2, $^\circ C$
1	816	0,914·10^{-3}	100	3,6	2	60
2	821	0,903·10^{-3}	105	3,8	4	57
3	826	0,892·10^{-3}	110	4,0	6	54
4	831	0,882·10^{-3}	115	4,2	8	51
5	836	0,871·10^{-3}	120	4,4	10	48
6	819	0,914·10^{-3}	125	4,6	12	45
7	824	0,903·10^{-3}	130	4,8	14	42
8	829	0,892·10^{-3}	135	5,0	16	39
9	834	0,882·10^{-3}	140	5,2	18	36
0	839	0,871·10^{-3}	145	5,4	20	33
	В	В	А	Б	Б	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Изменением объема резервуара при решении можно пренебречь. С учетом того, что для нефти с плотностью ρ = 815...840 кг/м^3 в температурном диапазоне t = 0$^\circ C$...60$^\circ C$ величина объемного коэффициента температурного расширения уменьшается не более чем на 2,3 %, при решении задачи указанный коэффициент считать постоянным для определенного по условию задачи температурного диапазона. Для решения задачи необходимо рассмотреть геометрическую и физическую составляющие этой задачи.



Обозначим через ΔW изменение объема нефти (со знаком «+» вследствие повышения температуры), а через Δh - искомое изменение уровня свободной поверхности. Тогда с точки зрения геометрии

$$\Delta W = \Delta h \cdot \omega = \Delta h \cdot \frac{\pi d^2}{4},$$

где ω- площадь сечения резервуара.

В то же время, с физической точки зрения изменение объема нефти зависит от температуры: $\Delta W = \beta_t \cdot (t_2 - t_1) \cdot W$ (I.4), где $W = \frac{m}{\rho}$- начальный объем нефти, m - масса нефти. С учетом обоих выражений для ΔW окончательно получаем высоту

$$\Delta h = \frac{\Delta W}{\omega} = \frac{\beta_t \cdot (t_2 - t_1) \cdot 4}{\pi d^2} \cdot \frac{m}{\rho}.$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

<u>**Числовые данные:**</u> m= 100 т, ρ = 850 кг/м^3 , d = 4 м, t_1 = 0$^\circ C$, t_2 = 30$^\circ C$, β_t = 0,72·10^{-3} 1/$^\circ C$.

<u>**Решение:**</u> С учетом m= 100 т= 100·10^3 кг

$$\Delta h = \frac{0{,}72 \cdot 10^{-3} \cdot (30 - 0) \cdot 4}{3{,}1415 \cdot 4^2} \cdot \frac{100 \cdot 10^3}{850} \approx 0{,}2 \text{ м}.$$

<u>**Ответ**</u>**.** Изменение уровня свободной поверхности $\Delta h \approx$ 0,2 м.

ЗАДАЧА № 3. Определить минимальный объем баллона W для хранения газа массой m при температуре t, если баллон способен выдерживать давление P.

Номер	Газ	t, $^\circ C$	m, кг	P, МПа
1	Азот	7,5	5,1	11,2
2	Аргон	10,5	5,3	10,8
3	Ацетилен	13,5	5,5	12,2
4	Бутан	16,5	5,7	11,8
5	Водород	19,5	5,9	13,2
6	Гелий	22,5	6,1	12,8
7	Этан	25,5	6,3	11,5
8	Этилен	28,5	6,5	12,5
9	Метан	31,5	6,7	10,5
0	Пропан	34,5	6,9	13,5
	В	Б	А	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Из уравнения (I.5) получаем $W = \dfrac{m \cdot R_m \cdot T}{P}$, где $T = t + 273{,}15$- термодинамическая температура (в кельвинах). Из справочных данных (Таблица 3) для газа определяем его удельную газовую постоянную R_m.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: газ – кислород, m= 6,4 кг, t = 20$^\circ C$, P = 15,7 МПа.

Решение: Для кислорода R_m= 259,8 Дж/(кг·К); $T = t + 273{,}15$= 293,15 К. Поэтому $W = \dfrac{6{,}4 \cdot 259{,}8 \cdot 293{,}15}{15{,}7 \cdot 10^6}$ = 3104610^{-6} м^3≈ 31,05 л.

Ответ. Минимальный объем баллона W ≈ 31,05 л.

ЗАДАЧА № 4. Бак с размерами l_1, l_2, H доверху заполненный жидкостью плотностью $\rho_Р$. Построить эпюры гидростатического давления и вычислить силы гидростатического давления, действующие на боковые стенки и на дно бака.

Номер	$\rho_Р$, кг/м^3	l_1, м	l_2, м	H, м
1	700	4,0	2,0	3,6
2	720	4,2	2,2	3,8
3	740	4,4	2,4	4,0
4	760	4,6	2,6	4,2
5	780	4,8	2,8	4,4
6	800	5,0	3,0	4,6
7	820	5,2	3,2	4,8
8	840	5,4	3,4	5,0
9	860	5,6	3,6	5,2
0	880	5,8	3,8	5,4
	А	В	Б	В

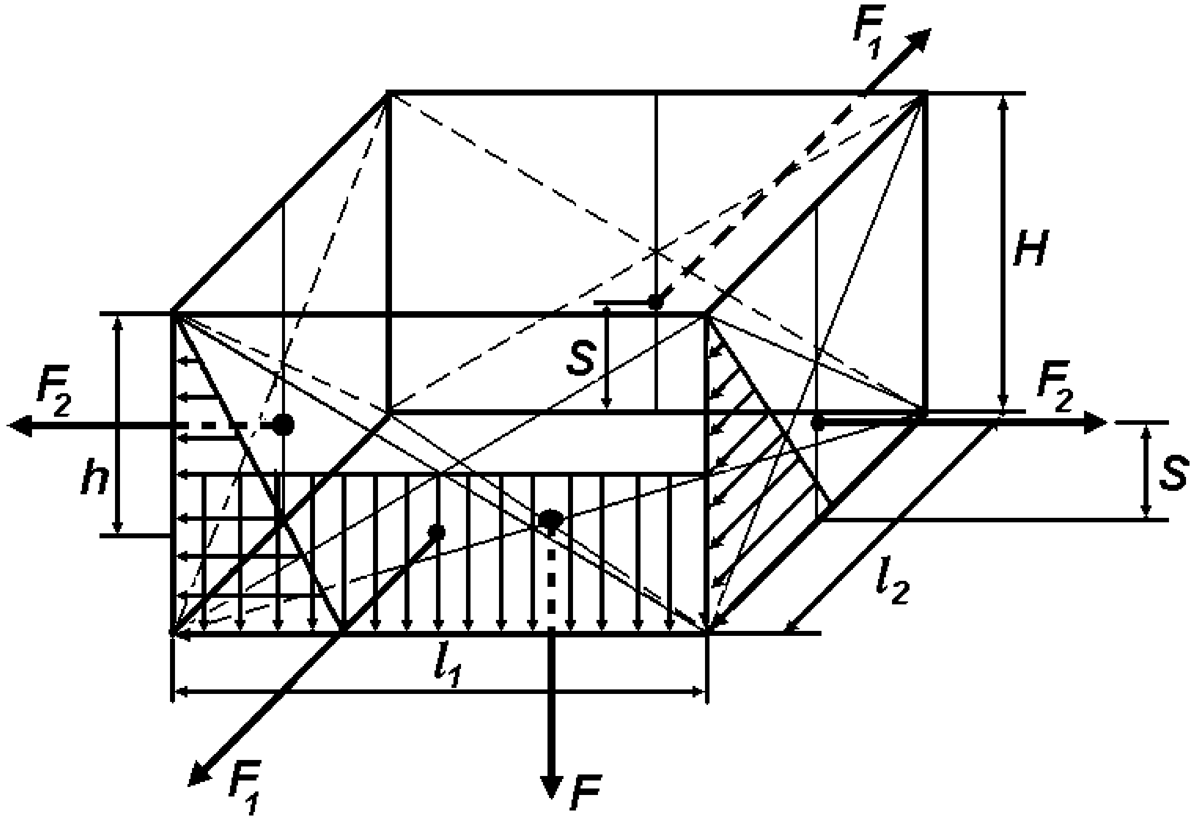
ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

При отсутствии избыточного давления ($P_О = P_{атм}$) основное уравнение гидростатики (I.6) имеет вид $P = \rho g h$, де $0 \le h \le H$. Закон изменения давления в зависимости от глубины погружения h линейный и эпюры гидростатического давления на боковые стенки имеют вид прямоугольного треугольника, а на дно – прямоугольника.

Сила гидростатического давления F_1, действующая на боковую стенку длиной l_1, определяется по формуле (I.7), в которой необходимо положить α=90°, $h = H$, $b = l_1$: $F_1 = \rho g l_1 H\left(H - \frac{H}{2}\right) = \frac{1}{2}\rho g l_1 H^2$. Сила гидростатического давления F_2, действующая на боковую стенку длиной l_2, определяется по формуле (I.7), в которой необходимо положить α=90°, $h = H$,

$b = l_2$: $F_2 = \rho g l_2 H\left(H - \dfrac{H}{2}\right) = \dfrac{1}{2}\rho g l_2 H^2$. Сила гидростатического давления F, действующая на дно бака, определяется по формуле (I.7), в которой необходимо положить α =0°, $h = l_1$, $b = l_2$ $F = \rho g l_1 l_2 H$.

Точкой приложения силы F является точка пересечения диагоналей прямоугольника, являющегося дном бака. Линия действия силы F_1, а также F_2, находится на расстоянии $S = \dfrac{H}{3}$ от дна бака.



ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

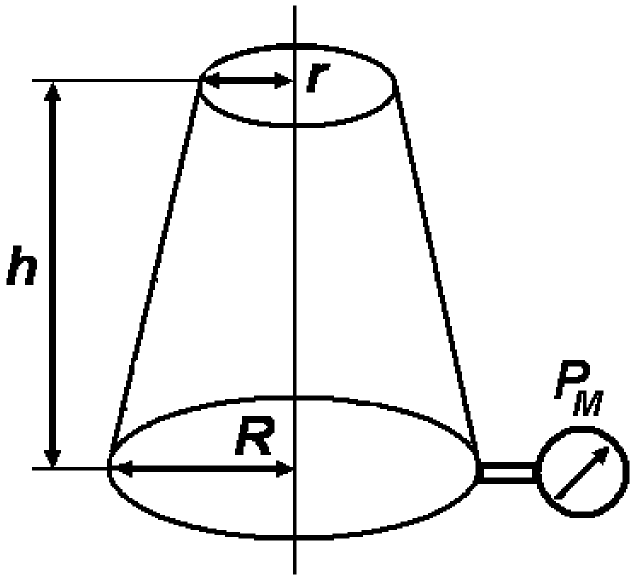
Числовые данные: l_1= 4 м, l_2= 2 м, H= 3 м, жидкость (вода) с плотностью $\rho_Р = \rho_В$ = 10^3 кг/м^3.

Решение:

Сила гидростатического давления $F_1 = \frac{1}{2} 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 4 \cdot 3^2 =$ 176,58 кН. Сила гидростатического давления $F_2 = \frac{1}{2} 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 3^2 =$ 88,29 кН. Сила гидростатического давления $F = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 =$ 235,44 кН.

Точкой приложения силы F является точка пересечения диагоналей прямоугольника, являющегося дном бака. Линия действия сил F_1 и F_2 находится на расстоянии $S = \frac{3}{3}$ = 1 м от дна бака.

Ответ. Сила гидростатического давления F_1 = 176,58 кН, сила гидростатического давления F_2 = 88,29 кН, сила гидростатического давления F = 235,44 кН.



ЗАДАЧА № 5. Усеченный конус, объем которого W, радиус нижнего основания R, полностью заполнен нефтью с плотностью $\rho_н$. манометрическое давление на дне $P_м$. Определить радиус верхнего основания r.

Номер	$\rho_н$, кг/м^3	W, м^3	R, м	$P_м$, ат
1	816	140	3,1	0,51
2	821	145	3,2	0,53
3	826	150	3,3	0,55
4	831	155	3,4	0,57
5	836	160	3,5	0,59
6	819	165	3,6	0,61

7	824	170	3,7	0,63
8	829	175	3,8	0,65
9	834	180	3,9	0,67
0	839	185	4,0	0,69
	А	В	Б	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Преобразовывая основное уравнение гидростатики (I.6), находим высоту конуса $h = \dfrac{P_{\text{М}}}{\rho_{\text{Н}} g}$. Используя формулу для объема усеченного конуса $W = \dfrac{1}{3}\pi h\left(R^2 + Rr + r^2\right)$, получаем квадратное уравнение относительно неизвестного r: $r^2 + Rr + R^2 = \dfrac{3W}{\pi h}$. Это уравнение имеет два корня - r_1, r_2, один из которых положительный ($r_1 > 0$), второй – отрицательный ($r_2 < 0$). Естественно, отрицательный корень отбрасываем (как не имеющий смысла с физической точки зрения), оставляя только первый, поэтому окончательно радиус верхнего основания $r = r_1$.

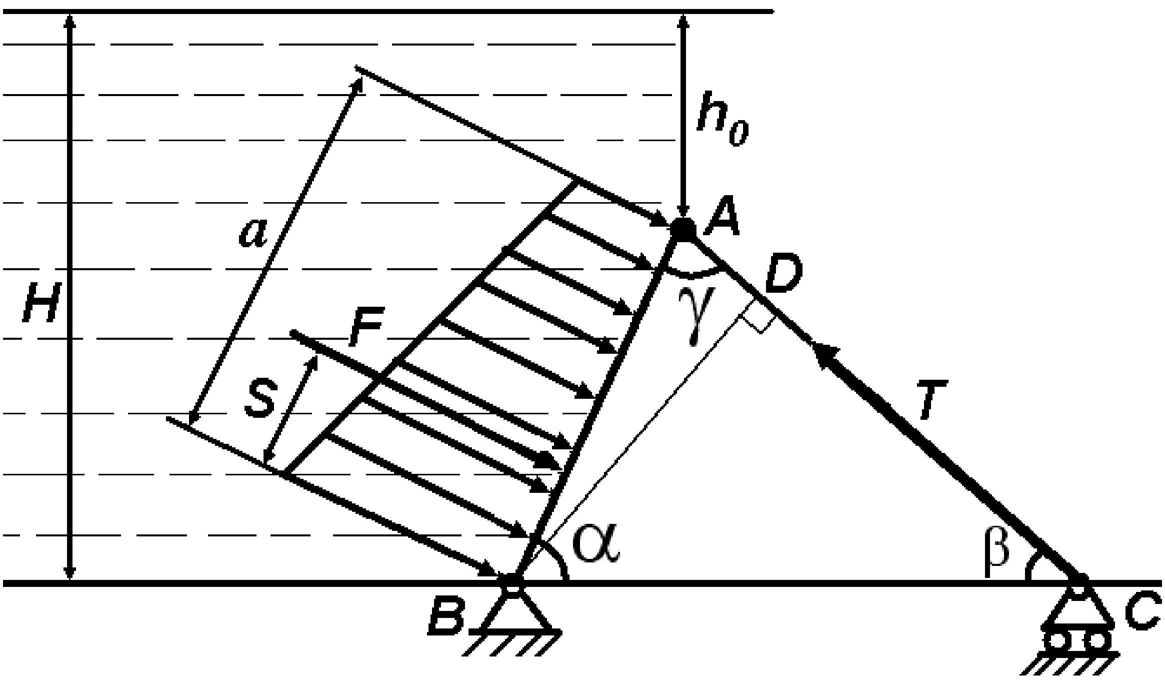
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: W = 50 м^3, R = 2,5 м, $\rho_{\text{Н}}$ = 850 кг/м^3, $P_{\text{М}}$ = 0,5 ат.

Решение: По Таблице 1 переводим давление $P_{\text{М}}$ в размерность системы SI, тогда высота конуса $h = \dfrac{0{,}5 \cdot 0{,}981 \cdot 10^5}{850 \cdot 9{,}81}$ = 5,88 м. Используя формулу для объема усеченного конуса, получаем квадратное уравнение относительно неизвестного r $r^2 + 2{,}5r + 6{,}25 = \dfrac{3 \cdot 50}{3{,}1415 \cdot 5{,}88} = 8{,}12$. Окончательно $r^2 + 2{,}5r - 1{,}87 = 0$, откуда $r_{1,2} = -1{,}25 \pm 1{,}853$ м. Естественно, отрицательный корень отбрасываем, оставляя только значение $r = r_1$ = 0,603 м.

<u>Ответ.</u> Радиус верхнего основания r = 0,603 м.

ЗАДАЧА № 6. На прямоугольный щит высотой $AB = a$ и шириной b (в направлении, перпендикулярном к плоскости Рисунка) действует гидростатическое давление. Напор воды H; конструкция, поддерживающая щит, в плоскости рисунка является треугольником со сторонами AB, AC, BC. Построить эпюру гидростатического давления на указанный щит, определить силу F гидростатического давления, указать ее направление действия и точку приложения, а также определить усилие T, сжимающее стержень AC.



Номер	H, м	b, м	AB, м	AC, м	BC, м
1	6,0	2,55	4,1	6,0	5,2
2	5,9	2,65	4,2	5,9	5,7
3	5,8	2,75	4,3	5,8	5,4
4	5,7	2,85	4,4	5,7	5,8
5	5,6	2,95	4,5	5,6	5,1
6	5,5	3,05	4,6	5,5	6,0
7	5,4	3,15	4,7	5,4	5,5
8	5,3	3,25	4,8	5,3	5,9
9	5,2	3,35	4,9	5,2	5,6
0	5,1	3,45	5,0	5,1	5,3
	В	Б	А	Б	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Гидростатическое давление направлено по нормали к поверхности, на которую оно действует, поэтому в геометрическом смысле его эпюрой является прямоугольная трапеция. Верхнее основание трапеции действует на уровне точки A и равняется $P_{А} = \rho g h_{О}$, нижнее – на уровне точки B и равняется $P_{В} = \rho g H$. Сила гидростатического давления F равняется произведению величины гидростатического давления в центре тяжести прямоугольного щита на его площадь. С учетом того, что искомый центр тяжести находится на пересечении диагоналей, то есть определяется величиной $\frac{a}{2}$, проекция центра тяжести на вертикаль равняется $\frac{a}{2} sin\alpha$, сила $F = \rho g \left(H - \frac{a}{2} sin\alpha \right) \cdot ab$. Точка приложения силы F определяется расстоянием $S = \frac{2h_{О} + H}{3(h_{О} + H)} a$, где $h_{О} = H - a\,sin\alpha$ - глубина погружения точки A.

При условии равновесия щита сумма моментов действующих сил относительно точки B равняется нулю $\sum M_{В}(\vec{F}) = 0$. Действующими силами в данном случае являются сила F и сила T, сжимающая стержень AC, поэтому $\sum M_{В}(\vec{F}) = -F \cdot S + T \cdot BD = 0$, откуда $T = \frac{F \cdot S}{BD}$.

Из треугольника ABC определяем угол $\gamma = 180^{\circ} - (\alpha + \beta)$, а из прямоугольного треугольника ADB определяем $BD = AB \cdot sin\gamma = a\,sin\gamma$. По формулам приведения для тригонометрических функций $sin\gamma = sin(180^{\circ} - (\alpha + \beta)) = sin(\alpha + \beta)$, поэтому окончательно $BD = a\,sin(\alpha + \beta)$. С учетом выражений для F, S, BD определим $T = \frac{F \cdot S}{a\,sin(\alpha + \beta)}$.

При условии известных длин отрезков AB, AC, BC для определения неизвестных углов α и β (угол $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$ зависит от α и β) воспользуемся теоремами синусов и косинусов $\frac{AC}{sin\alpha} = \frac{AB}{sin\beta} = \frac{BC}{sin\gamma}$, $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC\,cos\alpha$. Из последнего выражения имеем $\alpha = arccos\left(\frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC}\right)$, тогда $\beta = arcsin\left(\frac{AB}{AC} sin\alpha\right)$.

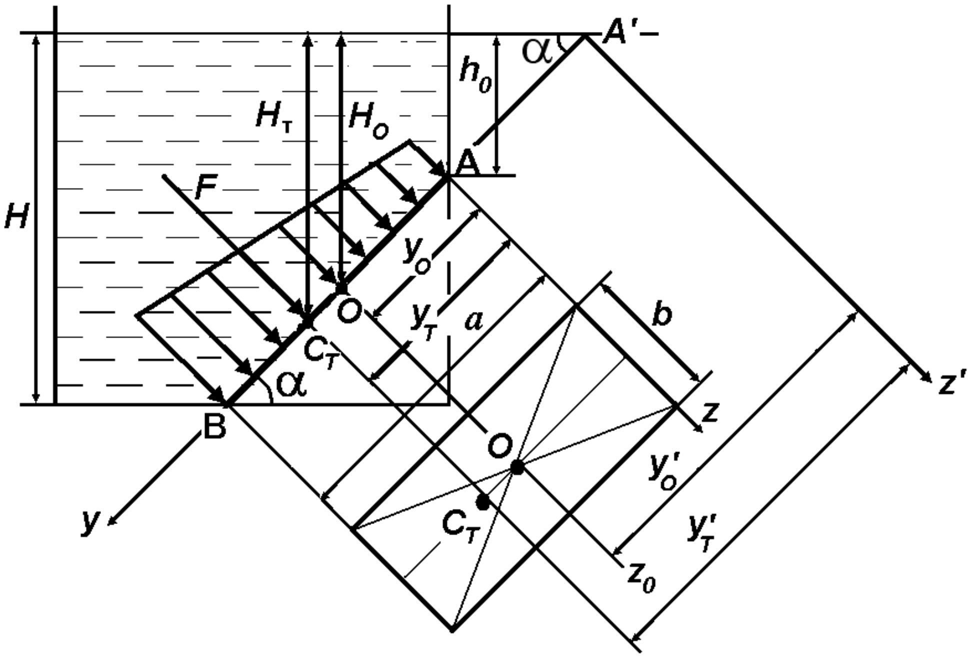
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: H = 5,0 м, b = 2,3 м, AB = 3,8 м, AC = 4,9 м, BC = 6,2 м.

Решение: Угол $\alpha = arccos\left(\frac{3{,}8^2 + 6{,}2^2 - 4{,}9^2}{2 \cdot 3{,}8 \cdot 4{,}9}\right) \approx$ 39,17°. Угол $\beta = arcsin\left(\frac{3{,}8}{4{,}9} sin 39{,}17^\circ\right) \approx$ 29,33°. По этим данным определяем угол $\gamma = 180^\circ - (39{,}17^\circ + 29{,}33^\circ)$= 111,5°. Глубина погружения точки A $h_O = 5{,}0 - 3{,}8 \cdot sin 39{,}17^\circ \approx$ 2,60 м. Точка приложения силы F определяется расстоянием $S = \frac{2 \cdot 2{,}60 + 5{,}0}{3(2{,}60 + 5{,}0)} \cdot 3{,}8$= 1,70 м, а сама сила $F = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot \left(5{,}0 - \frac{3{,}8}{2} sin 39{,}17^\circ\right) \cdot 3{,}8 \cdot 2{,}3 \approx$ 325,8·10^3 Н = 325,8 кН. Сила T, сжимающая стержень AC, $T = \frac{325{,}8 \cdot 10^3 \cdot 1{,}70}{3{,}8 \cdot sin(39{,}17^\circ + 29{,}33^\circ)} \approx$ 156,65·10^3 Н= 156,65 кН.

Ответ. Сила гидростатического давления F = 325,8 кН, точка ее приложения находится на расстоянии S = 1,70 м вверх от точки B на отрезке AB, усилие T = 156,65 кН.

ЗАДАЧА № 7. Определить силу давления воды F (без учета поверхностного давления) на пластину определенной формы (затвор отверстия), которая наклонена к горизонту под углом α. Размеры пластины a и b, напор воды H. Посчитать глубину погружения $H_{\text{т}}$ и координату центра давления $y'_{\text{т}}$.



Номер	Форма заслонки	Соотношения между a и b	b, м	H, м	α, °
1	Треугольник	a = 2,4b	1,92	4,4	60
2	Трапеция	a = 1,5b $(b_1 = b, \quad b_2 = 2b)$	1,94	4,5	57
3	Круг	a = b	1,96	4,6	54
4	Полукруг	a = 0,5b	1,98	4,7	51
5	Квадрат	a = b	2,0	4,8	48
6	Квадрат на ребре	a = b	2,02	4,9	45
7	Ромб	a = 2b	2,04	5,0	42
8	Эллипс	a = 2,5b	2,06	5,1	39
9	Полуэллипс	a = 1,5b	2,08	5,2	36
0	Параболический сегмент	a = 1,5b	2,10	5,3	33
	В	В	Б	А	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Рассмотрим решение задачи (на Рисунке показана прямоугольная пластинка). Введем две системы координат: так называемую местную zAy, которая связана с плоскостью пластинки, и $z'A'y$, которая связана с уровнем свободной поверхности. Ось y проходит через плоскость пластины, оси z и z' являются параллельными одна одной и перпендикулярны к плоскости рисунка, на котором показано размещение пластинки в указанных системах координат.

Для произвольной пластинки существуют верхний (определяется точкой A) и нижний (определяется точкой B) края. Для известных величин H, a и α глубина погружения точки A равняется $h_{\text{O}} = H - a\,sin\alpha$. Гидростатическое давление направлено по нормали к поверхности, на которую оно действует, поэтому в геометрическом смысле его эпюрой является прямоугольная трапеция. Верхнее основание трапеции действует на уровне точки A и равняется $P_{\text{A}} = \rho g h_{\text{O}}$, нижнее – на уровне точки B и равняется $P_{\text{B}} = \rho g H$. Сила гидростатического давления F равняется произведению величины гидростатического давления $\rho g H_{\text{O}}$ в центре тяжести O пластинки на ее площадь ω. В Приложении (Таблица 5) приводятся площадь ω и координата y_{O} центра тяжести различных фигур для местной системы координат. Используя эти данные, $H_{\text{O}} = H - \left(a - y_{\text{O}}\right)sin\alpha$ - глубина погружения центра тяжести, тогда сила $F = \rho g\left(H - \left(a - y_{\text{O}}\right)sin\alpha\right)\cdot\omega = \rho g H_{\text{O}}\omega$. Сила проходит через центр давления C_{T}, координата которого $y'_{\text{T}} = y'_{\text{O}} + \dfrac{I_{Z_{\text{O}}}}{\omega\cdot y'_{\text{O}}}$, где $I_{Z_{\text{O}}}$ - момент инерции фигуры относительно оси z_{O}, проходящей через центр тяжести фигуры. Величина $y'_{\text{O}} = y_{\text{O}} + \dfrac{h_{\text{O}}}{sin\alpha}$. Глубина погружения центра давления фигуры $H_{\text{T}} = y'_{\text{T}}\cdot sin\alpha$.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

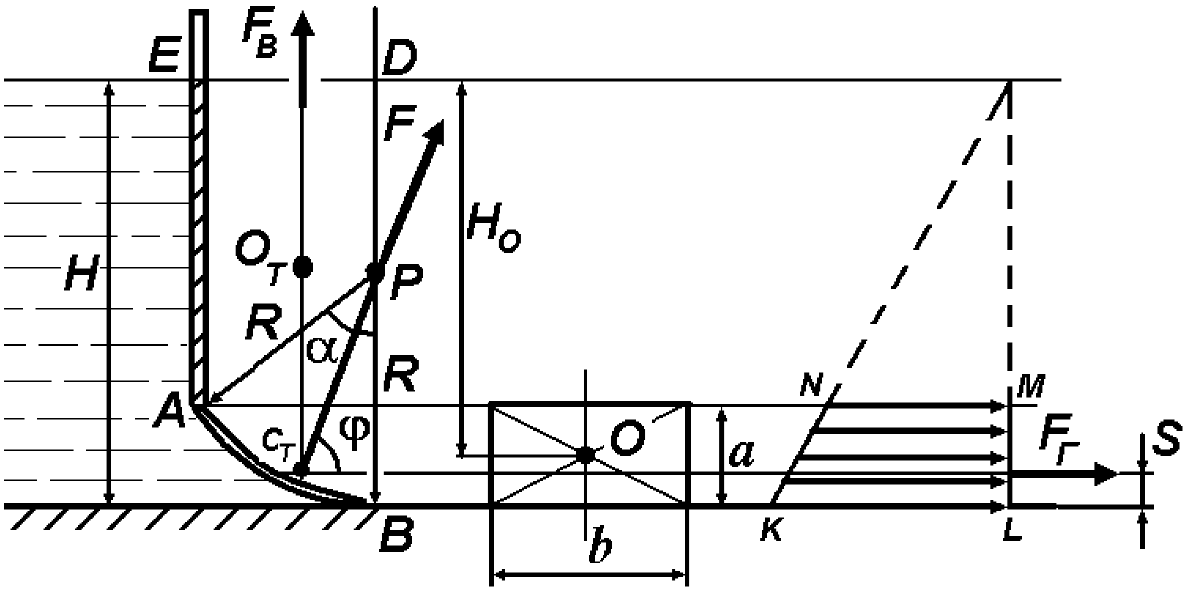
<u>Числовые данные:</u> форма заслонки – прямоугольник, a = 3 м, b = 2 м, H = 4 м, α =60°.

Решение: Для заслонки определенной формы по справочным данным (Таблица 5) определяем площадь сечения ω, координату центра тяжести y_{O}, момент инерции $I_{z_{\text{O}}}$. Для прямоугольника $\omega = ab = 3 \cdot 2 =$ 6 м^2, $y_{\text{O}} = \dfrac{a}{2} = \dfrac{3}{2} =$ 1,5 м, $I_{z_{\text{O}}} = \dfrac{ba^3}{12} = \dfrac{2 \cdot 3^3}{12} =$ 4,5 м^4. Глубина погружения точки A $h_{\text{O}} = 4 - 3 \cdot sin 60^{\circ} \approx$ 1,4 м. Глубина погружения центра тяжести $H_{\text{O}} = 4 - (3 - 1{,}5) sin 60^{\circ} \approx$ 2,7 м, тогда сила гидростатического давления $F = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}7 \cdot 6 =$ 158922 Н$\approx$ 159 кН. Определяем относительно оси z' координату центра тяжести заслонки $y'_{\text{O}} = 1{,}5 + \dfrac{1{,}4}{sin 60^{\circ}} \approx$ 3,12 м и координату центра давления C_{T} $y'_{\text{T}} = 3{,}12 + \dfrac{4{,}5}{6 \cdot 3{,}12} \approx$ 3,36 м. Окончательно глубина погружения центра давления фигуры $H_{\text{T}} = 3{,}36 \cdot sin 60^{\circ} =$ 2,91 м.

Ответ. Сила давления воды (без учета поверхностного давления) на прямоугольную пластину F =158922 Н, глубина погружения центра давления H_{T} =2,91 м, координата центра давления $y'_{\text{T}} \approx$ 3,36 м.

ЗАДАЧА № 8. Определить силу давления F воды на цилиндрическую поверхность AB (шириною b в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка), которая перекрывает отверстие между камерами. Глубина H, радиус кривизны поверхности R, угол α.

Номер	H, м	b, м	R, м	α, °
1	6,0	2,55	1,1	25
2	5,9	2,65	1,2	28
3	5,8	2,75	1,3	31
4	5,7	2,85	1,4	34
5	5,6	2,95	1,5	37
6	5,5	3,05	1,6	40
7	5,4	3,15	1,7	43
8	5,3	3,25	1,8	46
9	5,2	3,35	1,9	49
0	5,1	3,45	2,0	52
	Б	А	Б	В



ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Горизонтальная составляющая силы давления определяется по формуле (I.12). O - центр тяжести проекции криволинейной поверхности на вертикальную плоскость (проекцией является прямоугольник с высотой a и шириной b). В данном случае $H_{\text{О}} = H - \dfrac{a}{2}$, $a = R(1 - cos\,\alpha)$, $\omega_{\text{В}} = a \cdot b$. Тогда $F_{\Gamma} = \rho g\left[H - \dfrac{1}{2}R(1 - cos\,\alpha)\right] \cdot R(1 - cos\,\alpha) \cdot b$. Линия действия горизонтальной составляющей проходит на расстоянии $H - S$ от свободной поверхности воды, где $S = \dfrac{2 \cdot NM + KL}{3(NM + KL)}a$. В свою очередь, $NM = \rho g(H - a)$, $KL = \rho g H$. После подстановки и сокращения на ρg находим $S = \dfrac{[3H - 2R(1 - cos\,\alpha)] \cdot R(1 - cos\,\alpha)}{6H - 3R(1 - cos\,\alpha)}$.

Вертикальная составляющая определяется по формуле (I.13), где W - объем «тела давления», сечением которого является фигура $ABDE$. Поэтому с учетом длины b в направлении, перпендикулярном к плоскости рисунка, запишем $W = \left[\dfrac{1}{2}R^2\pi\dfrac{\alpha}{180^\circ} + \dfrac{1}{2}(H - a + H - R) \cdot R\,sin\alpha\right]b$. Сделаем некоторые пояснения к этой формуле. Площадь сечения $ABDE$ состоит, во-первых, из площади кругового сектора APB с центральным углом α (первое слагаемое), во-вторых, из площади трапеции $APDE$ (второе слагаемое), а в-третьих, при вычислении площади кругового сектора необходимо перевести градусную меру в радианы (например, углу $\alpha = 30^\circ$ соответствует значение $\pi/6$ рад). Вертикальная составляющая проходит через точку $C_т$ - центр тяжести «тела давления» и направлена вертикально вверх. Сила давления по формуле (I.9) равняется $F = \sqrt{F_г^2 + F_в^2}$. Эта сила проходит через точку $O_т$ под углом $\varphi = arctg\dfrac{F_в}{F_г}$ (I.10) к горизонту. Точка пересечения линии действия силы F с цилиндрической поверхностью является точкой приложения силы гидростатического давления к самой поверхности. Непосредственно сила направлена по нормали к поверхности.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

<u>Числовые данные:</u> b = 1 м, H = 4 м, R = 1 м, α = 30°.
<u>Решение:</u> Горизонтальная составляющая силы давления $F_г = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot [4 - 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}866)] \cdot 1 \cdot (1 - 0{,}866) \cdot 1$ = 5,17 кН, которая действует на расстоянии

$$S = \frac{[3 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot (1 - 0{,}866)] \cdot 1 \cdot (1 - 0{,}866)}{6 \cdot 4 - 3 \cdot 1 \cdot (1 - 0{,}866)}$$ ≈ 0,0667 м от дна.

Вертикальная составляющая силы давления

$$F_в = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot 3{,}1415 \cdot \frac{30}{180} + \frac{1}{2} \cdot (4 - 1 \cdot (1 - 0{,}866) + 4 - 1) \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}\right] \cdot 1 =$$

= 19,4 кН.

Сила давления равняется $F = \sqrt{5{,}17^2 + 19{,}4^2}$ = 20,1 кН. Эта сила проходит через точку $O_т$ под углом $\varphi = arctg\dfrac{19{,}4 \cdot 10^3}{5{,}17 \cdot 10^3}$ ≈ 75° к горизонту. Точка пересечения линии действия силы F с цилиндрической поверхностью является точкой приложения силы гидростатического давления к самой поверхности. Непосредственно сила направлена по нормали к поверхности.

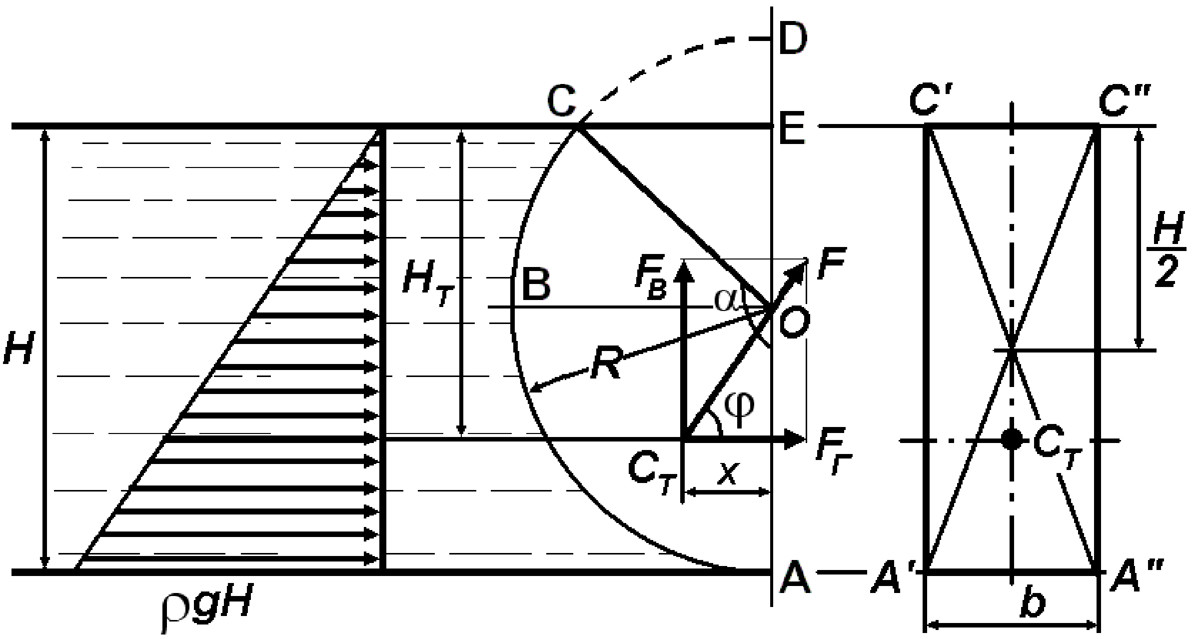
<u>Ответ.</u> Сила давления на цилиндрическую поверхность F = 20,1 кН.

ЗАДАЧА № 9. Определить силу F гидростатического давления воды на криволинейную цилиндрическую поверхность ABC с радиусом кривизны R, которая является дугой сектора AOC с углом α. Ширина цилиндрической поверхности в направлении, перпендикулярном к плоскости рисунка, b. Определить координаты точки $C_{\text{т}}$ приложения силы F и угол наклона этой силы к горизонту.

Номер	R, м	b, м	α, °
1	3,1	2,15	55
2	3,3	2,35	65
3	3,5	2,55	75
4	3,7	2,75	85
5	3,9	2,95	95
6	4,1	3,15	105
7	4,3	3,35	115
8	4,5	3,55	125
9	4,7	3,75	135
0	4,9	3,95	145
	Б	А	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

На криволинейную поверхность ABC действует столб воды H, то есть глубина погружения точки A равняется сумме отрезков AO и OE, или $H = R\left(1 + sin\left(\alpha - 90^{\circ}\right)\right) = R\left(1 - cos\,\alpha\right)$. Эпюра гидростатического давления - прямоугольный треугольник с вертикальной стороной H и горизонтальной стороной $\rho g H$. Проекцией криволинейной поверхности ABC на вертикальную плоскость - прямоугольник $A'A''C''C'$, в котором $A'A'' = C'C'' = H$, а $A'C' = A''C'' = b$. Центр тяжести этого прямоугольника находится на глубине $\frac{H}{2}$ от свободной поверхности, поэтому горизонтальная составляющая силы гидростатического давления равняется произведению давления в центре тяжести на площадь соответствующего прямоугольника (I.11) $F_{\text{Г}} = \rho g \frac{H}{2} \cdot bH = \rho g \frac{b}{2} R^2 \left(1 - cos\,\alpha\right)^2$.



Вертикальная составляющая силы давления направлена вверх и равняется весу воды в объеме фигуры $ABCEA$ (I.13). Для определения этого объема необходимо найти площадь фигуры $ABCEA$, которая состоит из сектора AOC и прямоугольного треугольника OEC.

Площадь сектора AOC равняется $\omega_{AOC} = \frac{1}{2}\pi R^2 \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$, где угол α измеряется в градусах. Площадь прямоугольного треугольника OEC равняется $\omega_{OEC} = \frac{1}{2} R\cos\left(180^\circ - \alpha\right) \cdot R\sin\left(180^\circ - \alpha\right) = -\frac{R^2}{4}\sin 2\alpha$. Касательно последнего выражения необходимо сделать некоторые пояснения. Для угла $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ фигура $ABCEA$ образуется путем отсечения прямоугольного треугольника OEC от сектора AOC. С учетом того, что для $0^\circ < 2\alpha < 180^\circ$ значение $\sin 2\alpha$ является положительным, площадь $\omega_{OEC} < 0$. В то же время, для угла $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ фигура $ABCEA$ образуется путем прибавления прямоугольного треугольника OEC к сектору AOC, поэтому при $180^\circ < 2\alpha < 360^\circ$ значение $\sin 2\alpha$ является отрицательным, и площадь $\omega_{OEC} > 0$. Таким образом, вертикальная составляющая силы давления

$F_{\text{В}} = \rho g b \cdot \left(\omega_{\text{OE}C} + \omega_{\text{AO}C}\right) = \rho g b \cdot \frac{1}{4} R^2 \left(- \sin 2\alpha + 2\pi \frac{\alpha}{180^\circ} \right)$. Равнодействующая сил гидростатического давления определяется по формуле (I.9) $F = \sqrt{F_{\Gamma}^2 + F_{\text{В}}^2}$. Эта сила проходит через точку $C_{\text{Т}}$ с координатами $\left(x, H_{\text{Т}}\right)$. Вертикальная координата $H_{\text{Т}}$ определяется положением центра тяжести эпюры гидростатического давления, который для прямоугольного треугольника находится на глубине $H_{\text{Т}} = \frac{2}{3} H$ от свободной поверхности.

Для определения расстояния x (горизонтальная координата центра тяжести фигуры $ABCEA$) воспользуемся правилом определения координаты центра тяжести для составных фигур. Направим ось X в положительном направлении вдоль отрезка OB, тогда для кругового сектора AOC проекция координаты центра тяжести равняется $x_{\text{AO}C} = 4R \dfrac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{3\pi \frac{\alpha}{180^\circ}}$, а для прямоугольного треугольника OEC проекция координаты центра тяжести равняется $x_{\text{OE}C} = \frac{1}{3} R \sin\left(180^\circ - \alpha\right) = \frac{1}{3} R \sin\alpha$. Окончательно по правилам определения координат центра тяжести составной фигуры $x = \dfrac{x_{\text{AO}C} \cdot \omega_{\text{AO}C} + x_{\text{OE}C} \cdot \omega_{\text{OE}C}}{\omega_{\text{AO}C} + \omega_{\text{OE}C}}$, поэтому после подстановки всех величин и проведения определенных преобразований получаем $x = R \dfrac{8 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \sin\alpha \cdot \sin 2\alpha}{3\left(2\pi \frac{\alpha}{180^\circ} - \sin 2\alpha \right)}$. Для двух отдельных случаев имеем при $\alpha = 90^\circ$: $x = \frac{4R}{3\pi}$, при $\alpha = 180^\circ$: $x = \frac{4R}{3\pi}$ (соответственно для четверти и половины цилиндра).

Таким образом, координаты точки $C_\text{т}$ определены. С учетом того, что криволинейная поверхность ABC с радиусом кривизны R является цилиндрической, и силы давления в каждой точке поверхности направлены по нормали и сходятся по радиусам, то и равнодействующая этих сил также должна проходить через точку O. Таким образом, положение двух точек - $C_\text{т}$ и O, через которые проходит сила гидростатического давления F, определено. Угол φ наклона силы F к горизонту по формуле (I.10) равняется $\varphi = arctg\dfrac{F_\text{в}}{F_\text{г}}$.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: R= 2 м, b= 2,5 м, α = 160°.

Решение: Глубина погружения точки A, или полный столб воды $H = 2\cdot\left(1 - cos160^\circ\right)$≈ 3,88 м.

Горизонтальная составляющая силы гидростатического давления $F_\text{г} = 10^3\cdot 9{,}81\cdot\dfrac{2{,}5}{2}\cdot 2^2\left(1 - cos160^\circ\right)^2$ ≈ 184,55⋅10³ Н= 184,55 кН.

Вертикальная составляющая силы гидростатического давления $F_\text{в} = 10^3\cdot 9{,}81\cdot 2{,}5\cdot\dfrac{1}{4}2^2\left(-sin\left(2\cdot 160^\circ\right) + 2\pi\dfrac{160^\circ}{180^\circ}\right)$≈ 152,74⋅10³ Н= 152,74 кН. Равнодействующая сил гидростатического давления $F = \sqrt{184{,}55^2 + 152{,}74^2}$ ≈ 239,56 кН. Эта сила проходит через точку $C_\text{т}$ с координатами $\left(x, H_\text{т}\right)$. Вертикальная координата $H_\text{т} = \dfrac{2}{3}\cdot 3{,}88$= 2,59 м от свободной поверхности. Горизонтальная координата $x = 2\cdot\dfrac{8\,sin^2\dfrac{160^\circ}{2} - sin160^\circ\cdot sin\left(2\cdot 160^\circ\right)}{3\left(2\pi\dfrac{160^\circ}{180^\circ} - sin\left(2\cdot 160^\circ\right)\right)}$≈ 0,854 м.

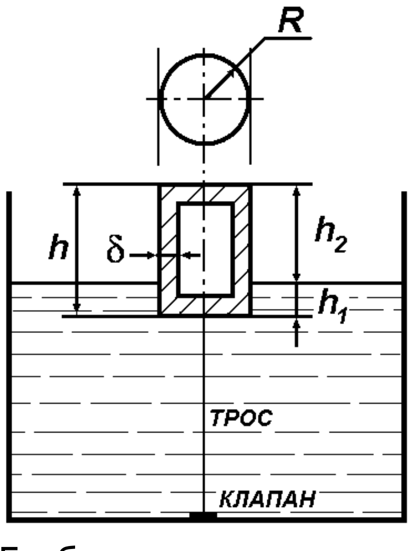
Угол φ наклона силы F к горизонту равняется $\varphi = arctg\dfrac{152{,}74}{184{,}55}$≈ 39,66°.

<u>Ответ.</u> Сила гидростатического давления $F \approx$ 239,56 кН, координаты точки $C_{\text{т}}$ $H_{\text{т}}$ = 2,59 м от свободной поверхности и $x \approx$ 0,854 м, угол наклона силы F к горизонту $\varphi \approx$ 39,66°.

ЗАДАЧА № 10. Цилиндрический поплавок, ось которого совпадает с вертикалью, должен открывать при помощи троса клапан при повышении уровня воды в резервуаре на высоту h_2. Усилие открытия клапана F. Найти радиус R основания поплавка и его высоту h, если толщина стенки поплавка δ, плотность материала поплавка $\rho_П$ = 7,8·10³ кг/м³, плотность воды $\rho_В$ = 10³ кг/м³.

Номер	F, Н	h_2, см	δ, мм
1	11	4,1	2,0
2	12	4,2	1,9
3	13	4,3	1,8
4	14	4,4	1,7
5	15	4,5	1,6
6	16	4,6	1,5
7	17	4,7	1,4
8	18	4,8	1,3
9	19	4,9	1,2
0	20	5,0	1,1
	Б	А	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ



При нормальном уровне воды в резервуаре поплавок плавает свободно, без натяжения троса, который при повышении уровня воды на h_2 достигает подъемной силы открытия клапана $F_{А2}$. Таким образом, из (I.14) для выталкивающей (архимедовой) силы $F_{А2} = \rho g W_2 = \rho g \pi R^2 h_2 = F$ имеем $R = \sqrt{\dfrac{F}{\rho g \pi h_2}}$.

Глубину погружения поплавка под действием собственного веса G найдем из уравнения $G = F_{А1}$ (I.14), с учетом незаполнения всего объема поплавка материалом с плотностью $\rho_П$,

$$\left[\pi R^2\left(h_1+h_2\right)-\pi(R-\delta)^2\left(h_1+h_2-2\delta\right)\right]\rho_П g=\pi R^2 h_1\rho_В g \, .$$

Решаем это уравнение относительно h_1 и имеем

$h_1=\dfrac{\left[2R^2+2R(h_2-\delta)-\delta(h-2\delta)\right]\rho_П\delta}{R^2\rho_В-2R\delta\rho_П+\delta^2\rho_П}$. Таким образом, общая высота поплавка $h=h_1+h_2$.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

<u>Числовые данные:</u> F = 10 Н, h_2 = 4 см, δ = 1 мм.

<u>Решение:</u> Определим радиус основания поплавка, для которого имеем $R=\sqrt{\dfrac{10}{10^3\cdot 9{,}81\cdot 3{,}1415\cdot 0{,}04}}$ = 0,09 м= 9 см. Глубина погружения поплавка под действием собственного веса $h_1=\dfrac{\left[2\cdot 9^2+2\cdot 9\cdot(4-0{,}2)-0{,}1\cdot(4-0{,}2)\right]\cdot 7{,}8\cdot 10^3\cdot 0{,}1}{9^2\cdot 10^3-2\cdot 9\cdot 0{,}1\cdot 7{,}8\cdot 10^3+0{,}1^2\cdot 7{,}8\cdot 10^3}$ = 2,68 см.

Таким образом, общая высота поплавка $h=h_1+h_2$ = 2,68+4= 6,68 см.

С учетом того, что в выражении для h_1 в числителе произведение плотности на линейный размер в третьей степени, а в знаменателе – произведение плотности на линейный размер во второй степени, нет необходимости переводить линейные размеры в размерность системы SI. Сокращение оставляет высоту h_1 в размерности, которая была выбрана для всех линейных величин в этом выражении, то есть в данном случае - сантиметр.

<u>Ответ.</u> Радиус основания поплавка R= 9 см, высота поплавка h= 6,68 см.

МОДУЛЬНАЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Расходом называется количество жидкости, которая протекает через плоскость живого сечения за единицу времени. Расход измеряется в единицах объема, в единицах массы, или весовых единицах, отнесенных к единице времени, в связи с чем различают объемный Q, массовый M и весовой G расход

$$Q = \frac{W}{t}, \tag{II.1}$$

где W - объем жидкости, t - время;

$$M = \frac{m}{t}, \tag{II.2}$$

где m - масса жидкости;

$$G = \frac{mg}{t}. \tag{II.3}$$

Средняя скорость V определяется объемным расходом, соотнесенным с единицей площади живого сечения,

$$V = \frac{Q}{\omega}. \tag{II.4}$$

Уравнение неразрывности потока или ***постоянства расхода***

$$V_1\omega_1 = V_2\omega_2 = const. \tag{II.5}$$

Число Рейнольдса Re - критерий режима движения

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \tag{II.6}$$

где V - средняя скорость движения жидкости по трубе, d - внутренний диаметр трубы, ν - кинематический коэффициент вязкости жидкости.

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}. \tag{II.7}$$

показывает связь между координатой частички z, давлением P и скоростью V в различных сечениях струи идеальной жидкости.

Общие потери напора h_{1-2} для участка трубопровода, проложенного между двумя сечениями,

$$h_{1-2} = z_1 - z_2 + \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}. \qquad \text{(II.8)}$$

Потери напора по длине трубы, или ***линейные потери,*** h_Λ

$$h_\Lambda = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}, \qquad \text{(II.9)}$$

λ - коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси); l - длина трубы, d - ее внутренний диаметр; V - средняя скорость движения жидкости.

Местные потери напора (при изменении направления и (или) величины потока)

$$h_\text{М} = \zeta \cdot \frac{V^2}{2g}, \qquad \text{(II.10)}$$

ζ - безразмерный коэффициент, который называется коэффициентом местного сопротивления.

Потери напора в рукавной линии, которая состоит из последовательно соединенных n рукавов,

$$h = nS'_P Q^2. \qquad \text{(II.11)}$$

Скорость распространения ударной волны

$$a = \sqrt{\frac{E_\text{Р}}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{E_\text{Р} \cdot d}{E_\text{Т} \cdot \delta}}}, \qquad \text{(II.12)}$$

$E_\text{Р}$ - модуль упругости жидкости; ρ - плотность жидкости, d - внутренний диаметр трубы, $E_\text{Т}$ - модуль упругости материала трубы, δ - толщина стенок трубы.

Фаза гидравлического удара, то есть время двойного пробега ударной волны вдоль трубопровода длиной l

$$t_{фаз} = \frac{2l}{a}. \qquad \text{(II.13)}$$

Формула Н.Е.Жуковского (для прямого гидравлического удара, когда время закрытия $t_{зак}$ крана или заслонки меньше времени $t_{фаз}$)

$$\Delta P = \rho a V. \tag{II.14}$$

Формула Н.З.Френкеля (для непрямого гидравлического удара, при $t_{зак} > t_{фаз}$)

$$\Delta P = \rho a V \cdot \frac{t_{фаз}}{t_{зак}}. \tag{II.15}$$

Степень сжатия струи определяется ***коэффициентом сжатия***

$$\varepsilon = \frac{\omega_C}{\omega}, \tag{II.16}$$

где ω - площадь сечения отверстия, ω_C - площадь сечения сжатой струи.

Коэффициент скорости φ ($\zeta_О$ - коэффициент сопротивления отверстия)

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\varsigma_О}}. \tag{II.17}$$

Коэффициент расхода μ

$$\mu = \varepsilon \cdot \varphi. \tag{II.18}$$

Время полного опорожнения резервуара высотой H_{max} до уровня H =0

$$t = -\int_{H_{max}}^{0} \frac{\omega(H)}{\omega_О \mu \sqrt{2gH}} dH = \frac{1}{\omega_О \mu \sqrt{2g}} \int_{0}^{H_{max}} \frac{\omega(H)}{\sqrt{H}} dH. \tag{II.19}$$

Интеграл в (II.19) можно посчитать при условии известного закона зависимости изменения площади сечения от высоты $\omega(H)$.

Формула Люгера (зависимость высоты вертикальной струи от напора на выходе из насадки)

$$S_В = \frac{H}{1+\eta H}, \quad \eta = \frac{0,00025}{D_О\left(1+1000 D_О^2\right)}. \tag{II.20}$$

Формула Фримана (зависимость высоты вертикальной струи от напора на выходе из насадки)

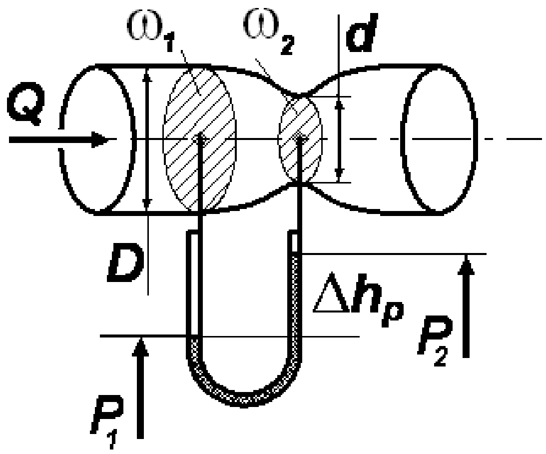
$$S_{\text{В}} = H - \frac{0{,}000113}{D_{\text{О}}} H^2 = H\left(1 - \frac{0{,}000113}{D_{\text{О}}} H\right). \quad \text{(II.21)}$$

Радиус $R_{\text{К}}$ ***действия компактной части*** наклонной струи (для ручных пожарных стволов, у которых $D_{\text{О}} \leq$ 25 мм), α - коэффициент, зависящий от величины $S_{\text{К}}$

$$R_{\text{К}} \approx S_{\text{К}} = \frac{S_{\text{В}}}{\alpha}, \ \alpha \approx 1{,}19 + 80\left(0{,}01 \cdot S_{\text{К}}\right)^4. \quad \text{(II.22)}$$

Радиусом $R_{\text{Р}}$ ***действия раздробленной части*** наклонной струи (для ручных пожарных стволов, у которых $D_{\text{О}} \leq$ 25 мм), δ зависит от угла γ наклона ствола к горизонту

$$R_{\text{Р}} = \delta \cdot S_{\text{В}}. \quad \text{(II.23)}$$



ЗАДАЧА № 11. Площади сечений расходомера составляют ω_1, ω_2, манометрические давления в сечениях соответственно равняются P_1, P_2. Определить разность $\Delta h_{\text{РТ}}$ в ртутном дифференциальном манометре, принимая $\rho_{\text{РТ}} =$ 13,52·10^3 кг/м^3. Определить объемный расход жидкости Q в трубопроводе, плотность жидкости $\rho_{\text{Р}}$.

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Воспользуемся уравнением Бернулли (I.21). В данном случае $z_1 = z_2 = 0$, что упрощает это уравнение $\dfrac{P_1}{\rho_{\text{Р}} g} + \dfrac{V_1^2}{2g} = \dfrac{P_2}{\rho_{\text{Р}} g} + \dfrac{V_2^2}{2g}$, где ρ_P - плотность жидкости. Применим уравнение неразрывности потока (II.5), из которого $V_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} V_1$ и $V_2^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 V_1^2$. После подстановки последнего выражения в уравнение Бернулли имеем $\frac{1}{\rho_P g}(P_1 - P_2) = \frac{V_1^2}{2g}\left(\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1\right)$, поэтому для скорости V_1 окончательно получим $V_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (P_1 - P_2)}{\rho_P \cdot \left[\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1\right]}}$.

Объемный расход по уравнению (II.5) $Q = \omega_1 V_1$. Высота ртутного столба $\Delta h_{РТ}$ определяется из соотношения $P_1 = P_2 + \rho_{РТ} g \cdot \Delta h_{РТ}$, откуда $\Delta h_{РТ} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{РТ} g}$.

Номер	ρ_P, кг/м^3	ω_1, см^2	ω_2, см^2	P_1, кПа	P_2, кПа
1	740	110	45	20,5	6,5
2	760	120	50	21,0	7,0
3	780	130	55	21,5	7,5
4	800	140	60	22,0	8,0
5	820	150	65	22,5	8,5
6	840	160	70	23,0	9,0
7	860	170	75	23,5	9,5
8	880	180	80	24,0	10,0
9	900	190	85	24,5	10,5
0	1000	200	90	25,5	11,0
	А	В	Б	В	Б

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: ω_1 = 120 см^2, ω_2 = 70 см^2, P_1 = 20 кПа, P_2 = 7 кПа, ρ_P = 10^3 кг/м^3.

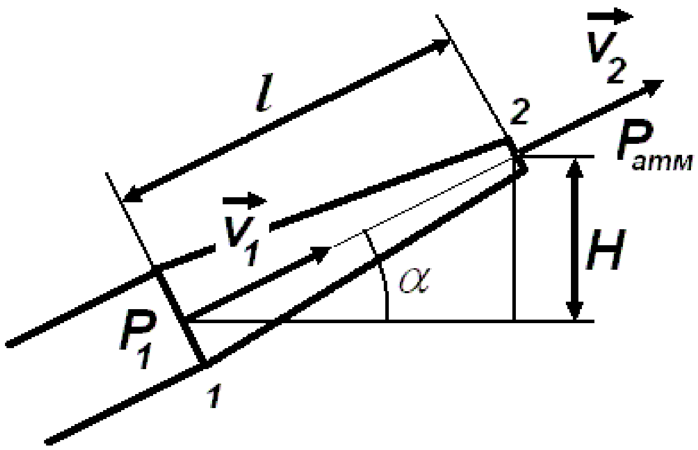
Решение: Для скорости $V_1 = \sqrt{\dfrac{2\cdot\left(2\cdot10^4 - 0{,}7\cdot10^4\right)}{10^3\cdot\left[\left(\dfrac{0{,}012}{0{,}007}\right)^2 - 1\right]}}$ ≈ 3,66 м/с.

Объемный расход $Q = 0{,}012\cdot 3{,}66$ = 43,92·10^{-3} м^3/с= 43,92 л/с.

Высота ртутного столба $\Delta h_{\text{РТ}} = \dfrac{2\cdot10^4 - 0{,}7\cdot10^4}{13{,}52\cdot10^3\cdot9{,}81}$ = 0,098 м.

Ответ. Разность $\Delta h_{\text{РТ}}$ = 0,098 м, объемный расход воды Q = 43,92 л/с.

ЗАДАЧА № 12.



Найти скорость V_2 вытекания воды через коническую насадку без учета потерь напора, если известны: давление P_1, скорость V_1, угол наклона насадки α, длина l, давление P_2 = $P_{атм}$.

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Воспользуемся уравнением Бернулли (II.7). В данном случае $z_1 = 0$, $z_2 = H = l\cdot sin\alpha$. Для определения скорости V_2 указанное уравнение перепишем в виде $\dfrac{V_2^2}{2g} = \dfrac{V_1^2}{2g} + \dfrac{1}{\rho g}\left(P_1 - P_2\right) + z_1 - z_2$, откуда $V_2 = \sqrt{V_1^2 + \dfrac{2\cdot\left(P_1 - P_2\right)}{\rho} - 2g\cdot l\,sin\alpha}$.

Номер	P_1, атм	V_1, км/час	l, см	α, °
1	5,9	4,55	25	15
2	5,8	4,65	30	18
3	5,7	4,75	25	21
4	5,6	4,85	30	24
5	5,5	4,95	25	27
6	5,4	5,05	30	30
7	5,3	5,15	25	33
8	5,2	5,25	30	36
9	5,1	5,35	25	39
0	5,0	5,45	30	42
	Б	В	А	В

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: P_1= 6 атм, V_1 = 6 км/час, α = 60^0, l = 30 см, P_2 = $P_{атм}$.

Решение: Прежде всего, необходимо привести размерности всех величин к системе SI : $V_1 = \dfrac{6000}{3600} \approx$ 1,67 м/с, P_1= 6 атм= $6 \cdot 1{,}01325 \cdot 10^5$ Па, P_2 = $P_{атм}$= $1 \cdot 1{,}01325 \cdot 10^5$ Па (в соответствии с Таблицей 1), l= 30 см= 0,3 м, после чего окончательно:

$$V_2 = \sqrt{1{,}67^2 + \frac{2 \cdot (6-1) \cdot 1{,}01325 \cdot 10^5}{10^3} - 2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}866} \approx 31{,}8 \text{ м/с.}$$

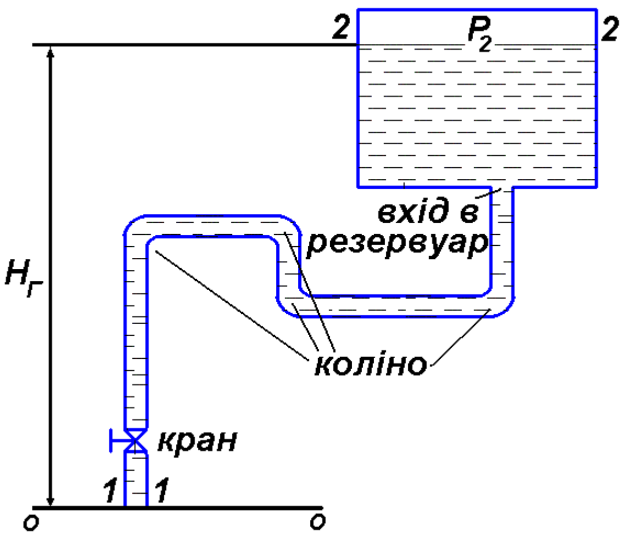
Ответ. Скорость вытекания воды через коническую насадку $V_2 \approx$ 31,8 м/с.

ЗАДАЧА № 13. Определить напор $H_{П}$ и соответствующее ему давление P_1, который необходимо создать в начале трубопровода для подачи в бак воды с кинематическим коэффициентом вязкости ν. Длина трубопровода l, его диаметр d, объемный расход воды Q, высота $H_{Г}$, давление в баке P_2. Коэффициент сопротивления крана

ζ_1, колена ζ_2, входа в резервуар $\zeta_3 = 1$, шероховатость стенок труб Δ.

Номер	l, м	d, мм	Δ, мм	Q, л/с	ν, см^2/с	ζ_1	ζ_2	$H_Г$, м	P_2, кПа
1	70	125	0,20	15	0,0157	0,131	3,9	14,2	170
2	73	150	0,21	17	0,0152	0,138	3,4	14,4	175
3	76	175	0,22	19	0,0147	0,158	2,7	14,6	180
4	79	200	0,23	21	0,0143	0,206	2,5	14,8	185
5	82	225	0,24	23	0,0139	0,294	5,0	15,0	190
6	85	125	0,25	25	0,0135	0,440	3,9	15,2	195
7	88	150	0,26	27	0,0131	0,661	3,4	15,4	200
8	91	175	0,27	29	0,0127	0,977	2,7	15,6	205
9	94	200	0,28	31	0,0124	1,408	2,5	15,8	210
0	97	225	0,29	33	0,0121	1,978	5,0	16,0	215
	Б	А	Б	В	Б	В	Б	А	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ



Выбрав сечения 1-1, 2-2, а также положение горизонтальной плоскости, проводим анализ уравнения Бернулли (II.7) для условий данной задачи: P_1 - давление неизвестно, $V_1 = V_Т = V$ - скорость в сечении 1-1 равняется скорости в трубах и обозначается V, z_1=0, $z_2 = H_Г$ (уровень горизонтальной поверхности в сечении 2-2), V_2=0 (поскольку бак имеет большую площадь сечения в сравнении с площадью сечения трубы).

Определяем потери напора, которые состоят из линейных потерь и местных потерь (кран, четыре колена, вход в бак) $\sum h_{1-2} = \left(\lambda \dfrac{l}{d} + \zeta_1 + 4\zeta_2 + \zeta_3\right) \cdot \dfrac{8Q^2}{\pi^2 g d^4}$. Необходимый напор

$H_{\Pi} = \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + H_{\Gamma} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \zeta_1 + 4\zeta_2 + \zeta_3 \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4}$. В этом выражении все величины, кроме λ, известны, для определения которого необходимо найти число Рейнольдса (II.6) с учетом (II.5) $Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu}$. В случае ламинарного режима движения жидкости ($Re < 2320$) для определения коэффициента λ необходимо воспользоваться формулой Пуазейля $\lambda = \frac{64}{Re}$, а для турбулентного ($Re > 2320$) – формулой А.Д.Альтшуля $\lambda = 0{,}11\left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0{,}25}$, где Δ - абсолютная шероховатость для определенных труб. Теперь окончательно определяем необходимый напор H_{Π}. После этого необходимое давление в сечении 1-1 определяется как $P_1 = \rho g H_{\Pi}$.

Как всегда, обращаем внимание, что во время решения задачи необходимо привести размерности всех величин в соответствии системе SI, при одном исключении. В формуле для определения λ присутствует слагаемое Δ/d, в котором обе величины являются линейными размерами. Поэтому именно здесь за счет сокращения можно эти величины подставлять в любой линейной размерности, но обязательно одинаковой.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

<u>Числовые данные</u>: ν = $8 \cdot 10^{-3}$ см^2/с, l=80 м, d=100 мм, Q=15 л/с, H_{Γ}=15 м, P_2=200 кПа, ζ_1= 5, ζ_2= 0,8, ζ_3= 1, Δ=0,04 мм.

<u>Решение:</u>

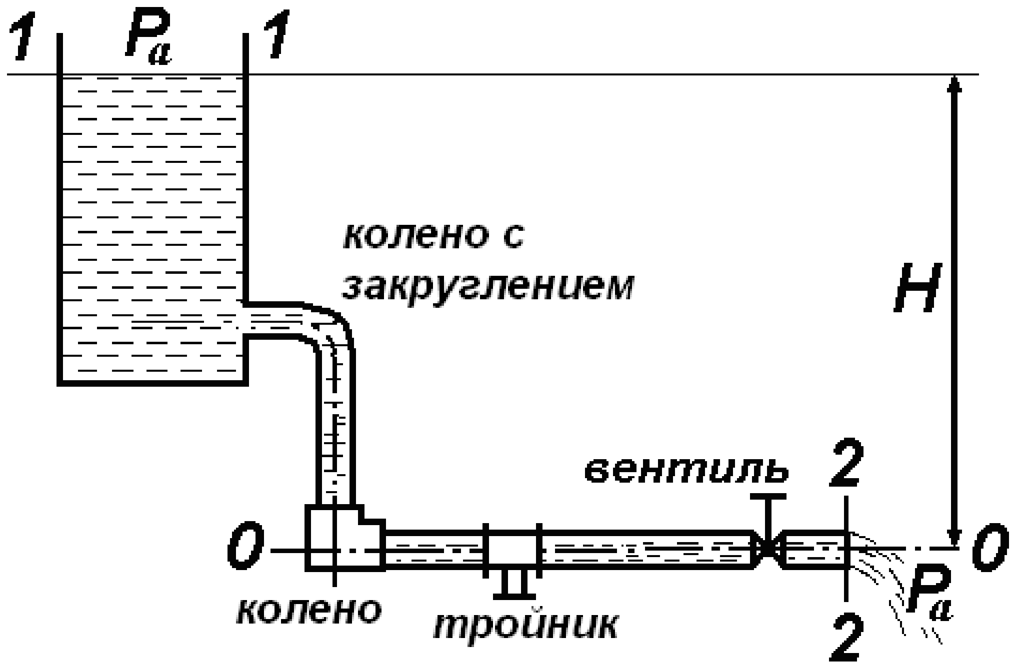
Число Рейнольдса $Re = \frac{4 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{3{,}1415 \cdot 100 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-7}} \approx 238732$. Таким образом, режим движения турбулентный ($Re > 2320$) и поэтому коэффициент гидравлического сопротивления находим по формуле А.Д.Альтшуля $\lambda = 0{,}11\sqrt[4]{\frac{68}{238732} + \frac{0{,}04}{100}} = 0{,}0178$. Теперь окончательно определяем необходимый напор

$$H_{\Pi} = \frac{200 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9{,}81} + 15 + \left(0{,}0178\frac{80}{0{,}1} + 5 + 4 \cdot 0{,}8 + 1\right) \cdot \frac{8 \cdot 0{,}015^2}{3{,}1415^2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1^4}$$

= 39,7 м вод. ст. После этого необходимое давление $P_1 = 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 39{,}7$= 389,46$\cdot 10^3$ Па$\approx$ 0,39 МПа. Во время расчета Δ/d для этих линейных величин выбранной размерностью является миллиметр.

Ответ. Необходимый напор H_{Π} =39,7 м вод. ст., необходимое давление $P_1 \approx$ 0,39 МПа.

ЗАДАЧА № 14.



Определить напор H_{Π}, необходимый для пропуска объемного расхода воды Q по старому стальному трубопроводу с абсолютной шероховатостью Δ. Общая длина трубопровода l, его диаметр d, кинематический коэффициент вязкости воды ν. Для системы принять следующие величины местных сопротивлений: $\zeta_{\text{ВХ}}$= 0,5 при острых кромках входного отверстия, $\zeta_{\text{КОЛ 2}}$= 1,7 для колена без закругления, $\zeta_{\text{ТР}}$ = 3,8 для тройника; величины $\zeta_{\text{КОЛ 1}}$ для колена с закруглением и $\zeta_{\text{ВЕНТ}}$ для вентиля определяются отдельно из таблицы данных.

Номер	l, м	d, мм	Δ, мм	Q, л/с	ν, см^2/с	$\zeta_{\text{кол 1}}$	$\zeta_{\text{вент}}$
1	200	125	0,50	15	0,0157	0,131	3,9
2	220	150	0,65	17	0,0147	0,138	3,4
3	240	175	0,80	19	0,0139	0,158	2,7
4	260	200	0,95	21	0,0131	0,206	2,5
5	280	225	1,10	23	0,0124	0,294	5,0
6	300	125	1,25	25	0,0117	0,440	3,9
7	320	150	1,40	27	0,0112	0,661	3,4
8	340	175	1,55	29	0,0106	0,977	2,7
9	360	200	1,70	31	0,0101	1,408	2,5
0	380	225	1,85	33	0,0081	1,978	5,0
	Б	А	В	В	Б	В	Б

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Найдем скорость движения воды $V = \dfrac{4Q}{\pi d^2}$ по формуле (II.4) (с учетом площади круглого сечения $\omega = \dfrac{\pi d^2}{4}$) и режим движения – по формуле (II.6), где Q и d - известны. Размерность величин в выражении для определения числа Рейнольдса: V - см/с, d - см, ν - см^2/с.

Составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 относительно плоскости 0-0. Пренебрегая скоростным напором в первом сечении, учитывая, что манометрическое давление в обоих сечениях равняется нулю (атмосферное давление не учитывается), получаем

$$H = H_{\text{П}} = z_2 - z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + h_{1-2}.$$

Диаметр трубопровода по всей длине постоянный, поэтому $V_2 = V$, а потери напора равняются

$h_{1-2} = h_{\text{Л}} + \sum h_{\text{М}} = \lambda \dfrac{l}{d} + \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{кол 1}} + \zeta_{\text{кол 2}} + \zeta_{\text{тр}} + \zeta_{\text{вент}}$. Необходимый напор $H_{\text{П}} = \left(1 + \lambda \dfrac{l}{d} + \zeta_{\text{вх}} + \zeta_{\text{кол 1}} + \zeta_{\text{кол 2}} + \zeta_{\text{тр}} + \zeta_{\text{вент}}\right) \cdot \dfrac{V^2}{2g}$.

В случае ламинарного режима движения жидкости ($Re < 2320$) для определения коэффициента λ необходимо воспользоваться формулой Пуазейля $\lambda = \dfrac{64}{Re}$, а для турбулентного ($Re > 2320$) – формулой А.Д.Альтшуля $\lambda = 0{,}11\left(\dfrac{68}{Re} + \dfrac{\Delta}{d}\right)^{0{,}25}$, где Δ - абсолютная шероховатость для определенных труб (с учетом материала и времени эксплуатации).

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

<u>Числовые данные:</u> l= 200 м, d= 100 мм, Δ= 2 мм, Q= 12 л/с, ν= 0,0131 см^2/с, $\zeta_{КОЛ1}$= 0,4, $\zeta_{ВЕНТ}$= 2,5.

<u>Решение:</u> Скорость движения воды и режим движения соответственно $V = \dfrac{4 \cdot 0{,}012}{3{,}1415 \cdot 0{,}1^2}$= 1,53 м/с; $Re = \dfrac{153 \cdot 10}{0{,}0131}$= 116000, где Q=0,012 м^3/с, d=0,1 м (переводим в размерность системы SI). Размерность величин в выражении для определения числа Рейнольдса: V - см/с, d - см, ν - см^2/с.

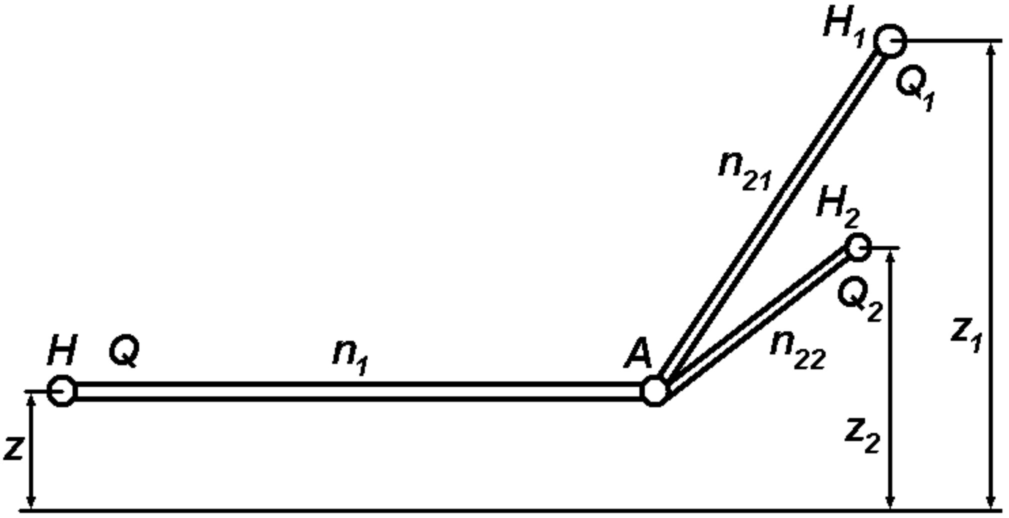
Режим движения – турбулентный ($Re > 2320$), поэтому

$\lambda = 0{,}11\left(\dfrac{68}{116000} + \dfrac{2}{100}\right)^{0{,}25}$ = 0,0417≈ 0,042. Окончательно

$$H_П = \left(1 + 0{,}042 \cdot \frac{200}{0{,}1} + 0{,}5 + 0{,}4 + 1{,}7 + 3{,}8 + 2{,}5\right) \cdot \frac{1{,}53^2}{2 \cdot 9{,}81}$$ = 11,2 м вод. ст.

<u>Ответ.</u> Необходимый напор $H_П$=11,2 м вод. ст.

<u>ЗАДАЧА № 15.</u> Рукавная линия имеет на высоте z горизонтальный участок из n_1 последовательно соединенных прорезиненных рукавов диаметром d_1, которая переходит в два разветвления. Первое состоит из n_{21}, а второе – из n_{22} непрорезиненных рукавов диаметром d_2. Конец первого разветвления находится на высоте z_1, а второго - z_2. Напор на входе в рукавную линию H, а объемный расход Q. Определить напоры H_1, H_2 и объемный расход Q_1, Q_2 на концах разветвлений, если разница напоров $H_2 - H_1$ известна.



Номер	d_1, мм	n_1	d_2, мм	n_{21}	n_{22}	Z, м	z_1, м	z_2, м	H, м	Q, л/с	$H_2 - H_1$, м вод. ст.
1	51	1	51	1	1	1,0	8,0	3,0	70	8,0	4,0
2	66	2	66	2	2	1,2	8,2	3,2	73	8,1	4,2
3	77	3	77	3	3	1,4	8,4	3,4	76	8,2	4,4
4	51	4	51	4	4	1,6	8,6	3,6	79	8,3	4,6
5	66	5	66	5	5	1,8	8,8	3,8	82	8,4	4,8
6	77	1	77	1	1	2,0	9,0	4,0	85	8,5	5,0
7	51	2	51	2	2	2,2	9,2	4,2	88	8,6	5,2
8	66	3	66	3	3	2,4	9,4	4,4	91	8,7	5,4
9	77	4	77	4	4	2,6	9,6	4,6	94	8,8	5,6
0	89	5	51	5	5	2,8	9,8	4,8	97	8,9	5,8
	Б	В	В	Б	В	А	Б	В	Б	В	А

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Вычислим сопротивления отдельных участков. При этом воспользуемся справочными данными (Таблица 4). Для первого типа рукавов $S'_{\text{Р}1}$, для второго $S'_{\text{Р}2}$. Потери напора на отдельных участках определяются по формуле (II.11) $h = nS'_P Q^2$. Сопротивление на горизонтальном участке $S = n_1 \cdot S'_{\text{Р}1}$, на первом разветвлении $S_1 = n_{21} \cdot S'_{\text{Р}2}$, на втором разветвлении $S_2 = n_{22} \cdot S'_{\text{Р}2}$. Из равенства напоров в общей точке разветвлений (точка A) получим с учетом потерь напора $H_2 + S_2 \cdot Q_2^2 + (z_2 - z) = H_1 + S_1 \cdot Q_1^2 + (z_1 - z)$. Используя соотношения для объемного расхода жидкости в случае двух параллельно соединенных труб $Q = Q_1 + Q_2$, запишем $Q_2 = Q - Q_1$ (объемный расход на втором разветвлении) и подставим в приведенное выражение, разрешая относительно Q_1 (объемный расход на первом разветвлении)

$$Q_1 = \sqrt{\left(\frac{S_2 \cdot Q}{S_1 - S_2}\right)^2 + \frac{S_2 \cdot Q^2 + H_2 - H_1 + z_2 - z_1}{S_1 - S_2}} - \frac{S_2 \cdot Q}{S_1 - S_2},$$

откуда окончательно получаем величину $Q_2 = Q - Q_1$. Анализируя рукавную линию, запишем $H - H_1 = S \cdot Q^2 + S_1 \cdot Q_1^2 + (z_1 - z)$, $H - H_2 = S \cdot Q^2 + S_2 \cdot Q_2^2 + (z_2 - z)$ и определим соответствующие напоры $H_1 = H - S \cdot Q^2 - S_1 \cdot Q_1^2 - (z_1 - z)$,
$H_2 = H - S \cdot Q^2 - S_2 \cdot Q_2^2 - (z_2 - z)$.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: z = 1 м, n_1 = 4, d_1 = 77 мм, n_{21} = 2, n_{22} = 1, d_2 = 51 мм, z_1 = 8 м, z_2 = 3 м, H = 70 м, Q = 9 л/с, $H_2 - H_1$ = 4 м.

Решение: Для первого типа рукавов $S'_{\text{Р}1}$ = 0,015 (м·с^2/л^2), для второго $S'_{\text{Р}2}$ = 0,24 (м·с^2/л^2). Сопротивление на горизонтальном участке $S = 4 \cdot S'_{\text{Р}1} = 4 \cdot 0{,}015 =$ 0,06 (м·с^2/л^2), на первом разветвлении $S_1 = 2 \cdot S'_{\text{Р}2} = 2 \cdot 0{,}24 =$ 0,48 (м·с^2/л^2), на втором разветвлении $S_2 = 1 \cdot S'_{\text{Р}2} = 1 \cdot 0{,}24 =$ 0,24 (м·с^2/л^2). Объемный расход на первом разветвлении

$$Q_1 = \sqrt{\left(\frac{0{,}24\cdot 9}{0{,}48-0{,}24}\right)^2 + \frac{0{,}24\cdot 9^2+4+3-8}{0{,}48-0{,}24}} - \frac{0{,}24\cdot 9}{0{,}48-0{,}24}$$ = 3,563 л/с,

откуда $Q_2 = Q - Q_1 = 9 - 3{,}563$= 5,437 л/с (объемный расход на втором разветвлении).

Определим соответствующие напоры H_1 и H_2:

$H_1 = 70 - 0{,}06\cdot 9^2 - 0{,}48\cdot 3{,}563^2 - 7$= 52,046 м вод. ст.,

$H_2 = 70 - 0{,}06\cdot 9^2 - 0{,}24\cdot 5{,}437^2 - 2$= 56,046 м. вод. ст.

Ответ. На концах разветвлений напоры H_1= 52,046 м, H_2= 56,046 м и объемный расход Q_1= 3,563 л/с, Q_2= 5,437 л/с.

ЗАДАЧА № 16. По трубопроводу, изготовленному из определенного материала, диаметром d и длиной l подается вода с объемным расходом Q. Соотношения между диаметром трубопровода d и толщиной стенок δ - d/δ. Определить: 1) длительность фазы гидравлического удара $t_{фаз}$; 2) повышение давления ΔP, если время закрытия заслонки $t_{зак} = K_{фаз}\cdot t_{фаз}$, где $K_{фаз}$ - числовой коэффициент.

Номер	Материал трубы	d, мм	l, м	d/δ	Q, м^3/час	$K_{фаз}$
1	Сталь	100	500	10	150	0,1
2	Чугун	125	600	12	160	0,3
3	Бетон	150	700	14	170	0,5
4	Дерево	175	800	16	180	0,7
5	Винипласт	200	900	18	190	0,9
6	Сталь	225	1000	20	200	1,5
7	Чугун	250	1100	22	210	2,0
8	Бетон	275	1200	24	220	2,5
9	Дерево	300	1300	26	230	3,0
0	Винипласт	325	1400	28	240	3,5
	Б	А	В	В	Б	В

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

По формуле (II.12) находим скорость распространения ударной волны a, подставляя для воды ее модуль упругости $E_{Р} \approx 2{\cdot}10^3$ МПа, для определенного материала трубы со своим модулем упругости $E_{Т}$ величину $E_{Р}/E_{Т}$ (Таблица 6).

По формуле (II.13) найдем фазу гидравлического удара $t_{фаз}$. Средняя скорость воды в трубе, используя уравнение неразрывности потока (II.5), для круглого сечения определяется следующим образом $V = \dfrac{4Q}{\pi d^2}$. Если $t_{зак} < t_{фаз}$, то есть коэффициент $K_{фаз} < 1$, гидравлический удар прямой, для определения ΔP используем формулу Жуковского (II.14). Если $t_{зак} > t_{фаз}$, то есть коэффициент $K_{фаз} > 1$, гидравлический удар непрямой, для определения ΔP используем формулу Френкеля (II.15).

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: материал трубопровода - сталь, d=200 мм, l=100 м, Q=200 м^3/годину, d/δ= 20, $K_{фаз}$= 6,5.

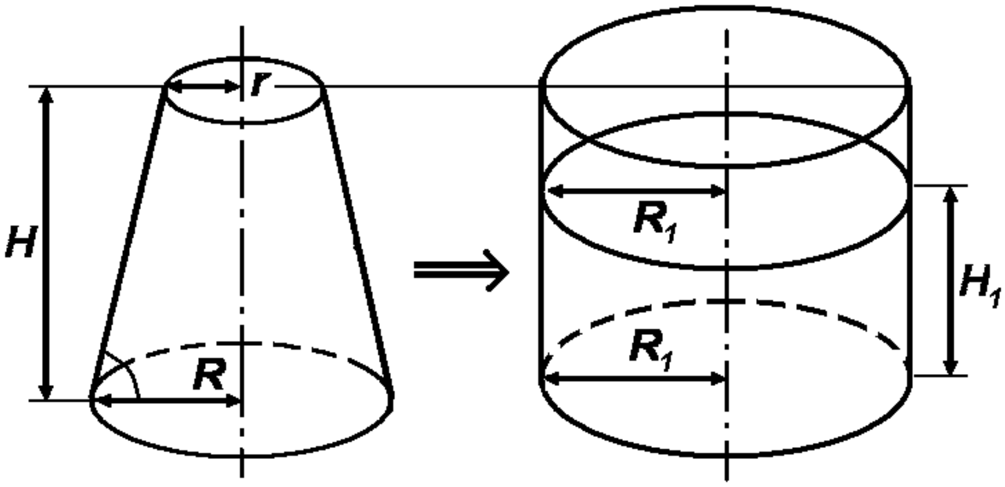
Решение: Для стали соотношения $E_{Р}/E_{Т}$ = 0,01. Скорость распространения ударной волны (для воды ρ=1000 кг/м^3) $a = \sqrt{\dfrac{2\cdot10^9}{10^3}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1+0{,}01\cdot20}}$ = 1300 м/с.

По формуле (II.2) найдем фазу гидравлического удара $t_{фаз} = \dfrac{2\cdot100}{1300}$ = 0,154 с. Средняя скорость воды в трубе определяется следующим образом $V = \dfrac{Q}{3600}\cdot\dfrac{4}{\pi d^2} = \dfrac{200\cdot4}{3600\cdot3{,}1415\cdot\left(200\cdot10^{-3}\right)^2}$ = 1,77 м/с. Следует отметить, что объемный расход воды должен быть переведен в размерность системы SI .

Для коэффициента $K_{фаз}$=6,5 время закрытия $t_{зак} = K_{фаз} \cdot t_{фаз} => t_{фаз}$ (1>0,154), отсюда удар непрямой, для определения ΔP используем формулу Френкеля (II.15) $\Delta P = 10^3 \cdot 1{,}77 \cdot 1300 \cdot \frac{1}{6{,}5}$= 354000 Па = 0,354 МПа. Заметим, для прямого удара, когда $t_{зак} < t_{фаз}$, для определения ΔP используем формулу Жуковского (II.3) $\Delta P = 10^3 \cdot 1{,}77 \cdot 1300$ = 2302134 Па≈ 2,3 МПа.

Ответ. Длительность фазы гидравлического удара $t_{фаз}$ = 0,154 с, повышение давления при непрямом ударе ΔP = 0,354 МПа.

ЗАДАЧА № 17.



Из резервуара в форме усеченного конуса с размерами R, r, H жидкость перекачали в вертикально расположенный цилиндрический резервуар с высотой H и радиусом R_1. Для предотвращения вытекания жидкости через край жидкость должна быть расположена на уровне H_1, который не превосходит H. Найти время опорожнения цилиндрического резервуара при вытекании жидкости через малое донное отверстие диаметром $d_{о}$, коэффициент расхода отверстия μ.

Номер	R, м	r, м	H, м	R_1, м	$d_О$, см	μ
1	2,1	0,75	1,75	2,5	5,0	0,56
2	2,2	0,85	1,85	2,6	5,5	0,57
3	2,3	0,95	1,95	2,7	6,0	0,58
4	2,4	1,05	2,05	2,8	6,5	0,59
5	2,5	1,15	2,15	2,9	7,0	0,60
6	2,6	1,25	2,25	3,0	7,5	0,61
7	2,7	1,35	2,35	3,1	8,0	0,62
8	2,8	1,45	2,45	3,2	8,5	0,63
9	2,9	1,55	2,55	3,3	9,0	0,64
0	3,0	1,65	2,65	3,4	9,5	0,65
	Б	А	В	В	А	Б

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Объем усеченного конуса с жидкостью равняется $W_{КОН} = \frac{1}{3}\pi H\left(R^2 + Rr + r^2\right)$, объем цилиндра с жидкостью $W_{цил} = \pi R_1^2 H_1$, естественно, $W_{цил} = W_{КОН}$. Необходимо проверить, хватит ли запаса по высоте при перекачивании жидкости из усеченного конуса в цилиндр, то есть должно выполняться следующее условие $H_1 < H$. Определяя $H_1 = \frac{W_{КОН}}{\pi R_1^2}$, проводим сравнение. Скорость вытекания жидкости $V = \mu\sqrt{2gH_1}$ из отверстия диаметром $d_О$ и коэффициентом расхода отверстия μ, тогда объемный расход Q при начальном напоре H_1 $Q = V\omega_О = \frac{\pi d_О^2}{4}\cdot\mu\sqrt{2gH_1}$. По формуле для времени опорожнения цилиндрического резервуара определяем $t = \frac{2W}{Q}$.

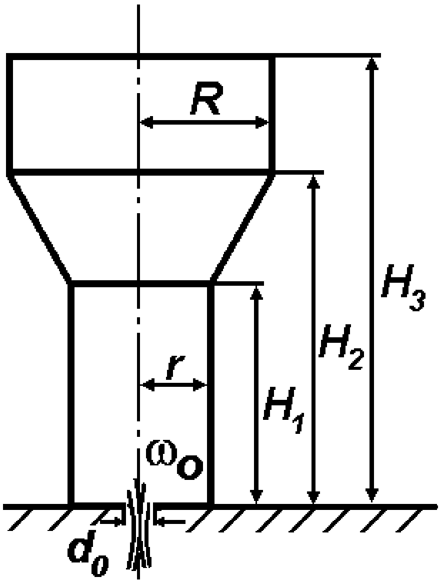
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

__Числовые данные:__ R = 1 м, r = 0,8 м, H = 2 м, R_1 = 1,5 м, $d_О$ = 5 см, μ = 0,6.

Решение: Объем усеченного конуса с жидкостью равняется $W_{\text{КОН}} = \frac{1}{3} \cdot 3{,}1415 \cdot 2 \cdot \left(1^2 + 1 \cdot 0{,}8 + 0{,}8^2\right)$= 5,11 м^3, высота цилиндра $H_1 = \frac{5{,}11}{3{,}1415 \cdot 1{,}5^2}$= 0,723 м, то есть условие $H_1 < H$ выполняется.

Объемный расход $Q = \frac{3{,}1415 \cdot 0{,}05^2}{4} \cdot 0{,}6 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}723}$= 4,44$\cdot$10^{-3} м^3/с. Окончательно $t = \frac{2 \cdot 5{,}11}{4{,}44 \cdot 10^{-3}}$ = 2303 с.

Ответ: Время опорожнения резервуара t = 2303 с.



ЗАДАЧА № 18. Определить время t полного опорожнения водонапорной башни с размерами R (радиус верхнего основания), r (радиус нижнего основания), H_1, H_2, H_3 через малое донное отверстие диаметром $d_{\text{О}}$, коэффициент расхода отверстия μ = 0,8.

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Водонапорная башня является составным резервуаром, который содержит два цилиндра с диаметрами оснований R и r, соединенные усеченным конусом. Используя формулы для определения времени опорожнения при переменном напоре для цилиндрического резервуара и резервуара в виде усеченного конуса (на основе формулы II.19), запишем окончательно выражение для определения времени t полного опорожнения водонапорной башни

$$t = \frac{2\pi}{\omega_о \mu \sqrt{2g}} \bullet$$

$$\bullet \left\{ R^2\left(\sqrt{H_3} - \sqrt{H_2}\right) + \left[r^2\left(\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1}\right) + \frac{2}{3} r \frac{R-r}{H_2 - H_1}\left(H_2\sqrt{H_2} - H_1\sqrt{H_1}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{5}\left(\frac{R-r}{H_2 - H_1}\right)^2 \left(H_2^2\sqrt{H_2} - H_1^2\sqrt{H_1}\right)\right] + r^2\sqrt{H_1} \right\},$$ в которой $\omega_о = \frac{\pi d_о^2}{4}$ - площадь сечения донного отверстия.

Номер	R, м	r, м	H_1, м	H_2, м	H_3, м	$d_О$, см
1	2,50	1,75	8,1	10,1	13,1	6
2	2,55	1,80	8,2	10,2	13,2	7
3	2,60	1,85	8,3	10,3	13,3	8
4	2,65	1,90	8,4	10,4	13,4	9
5	2,70	1,95	8,5	10,5	13,5	10
6	2,75	2,00	8,6	10,6	13,6	11
7	2,80	2,05	8,7	10,7	13,7	12
8	2,85	2,15	8,8	10,8	13,8	13
9	2,90	2,20	8,9	10,9	13,9	14
0	2,95	2,25	9,0	11,0	14,0	15
	Б	А	А	Б	В	В

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

<u>**Числовые данные:**</u> R = 2 м, r = 1 м, H_1 = 8 м, H_2 = 10 м, H_3 = 13 м, $d_О$ = 5 см, μ = 0,8.

<u>**Решение:**</u>. площадь сечения донного отверстия $\omega_о = \frac{3{,}1415 \cdot 0{,}05^2}{4}$ = 0,001963 м^2. Окончательно

$$t = \frac{2 \cdot 3{,}1415}{1{,}963 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}8 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81}} \bullet$$

$$\bullet \left\{ 2^2\left(\sqrt{13} - \sqrt{10}\right) + \left[1^2\left(\sqrt{10} - \sqrt{8}\right) + \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{2-1}{10-8} \cdot \left(10\sqrt{10} - 8\sqrt{8}\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{5}\left(\frac{2-1}{10-8}\right)^2 \left(10^2\sqrt{10} - 8^2\sqrt{8}\right) \right] + 1^2\sqrt{8} \right\} = 903{,}258 \cdot \left(1{,}776 + 11{,}876 + 2{,}828\right)$$

= 14876 с≈ 4 часа 8 мин.

Ответ. Время полного опорожнения водонапорной башни t = 14876 с≈ 4 часа 8 мин.

ЗАДАЧА № 19. Определить высоту вертикальной струи $S_\text{В}$ при напоре H и диаметре насадки $D_\text{О}$.

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Во-первых, определим высоту вертикальной струи по формуле Люгера (II.20), где $\eta = \frac{0{,}00025}{D_\text{О}\left(1 + 1000 D_\text{О}^2\right)}$, ($D_\text{О}$, м). Окончательно $S_\text{В} = \frac{H}{1 + \eta H}$. Во-вторых, для сравнения вычислим высоту вертикальной струи по формуле Фримана (II.21) $S_\text{В} = H\left(1 - \frac{0{,}000113}{D_\text{О}} H\right)$, ($D_\text{О}$, м). Числовые данные необходимо взять в Таблице исходных данных для двух задач, которая находится после Задачи № 19.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: H = 30 м вод. ст., $D_\text{О}$ = 19 мм.

Решение: Для определения высоты вертикальной струи по формуле Люгера $\eta = \frac{0{,}00025}{0{,}019 \cdot \left(1 + 1000 \cdot 0{,}019^2\right)} \approx 0{,}00967$, поэтому $S_\text{В} = \frac{30}{1 + 0{,}00967 \cdot 30}$ = 23,26 м. По формуле Фримана $S_\text{В} = 30 \cdot \left(1 - \frac{0{,}000113}{0{,}019} \cdot 30\right)$ = 24,65 м.

Ответ. Высота вертикальной струи, вычисленная по формуле Люгера $S_\text{В}$ = 23,26 м, а по формуле Фримана $S_\text{В}$ = 24,65 м.

ЗАДАЧА № 20. Определить напор H, необходимый для получения вертикальной струи высотой $S_\text{В}$ при диаметре насадки $D_\text{О}$.

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Воспользуемся формулой Люгера (II.20), откуда $H = \frac{S_\text{В}}{1 - \eta S_\text{В}}$,

де $\eta = \frac{0{,}00025}{D_\text{О}\left(1 + 1000 D_\text{О}^2\right)}$ ($D_\text{О}$, м).

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: $S_\text{В}$ = 20 м, $D_\text{О}$ = 16 мм.

Решение: $\eta = \frac{0{,}00025}{0{,}016 \cdot \left(1 + 1000 \cdot 0{,}016^2\right)} \approx 0{,}01244$. Необходимый напор $H = \frac{20}{1 - 0{,}01244 \cdot 20} =$ 26,63 м вод. ст.

Ответ. Необходимый напор H = 26,63 м вод. ст.

Номер	Исходные данные к Задаче № 19		Исходные данные к Задаче № 20	
	H, м	$D_О$, мм	$S_В$, м	$D_О$, мм
1	30	13	15	13
2	33	16	18	16
3	36	19	21	19
4	39	22	24	22
5	42	25	27	25
6	45	28	30	28
7	48	32	33	32
8	51	38	36	38
9	54	50	39	50
0	57	63	42	63
	Б	В	Б	В

ЗАДАЧА № 21. Определить напор H, необходимый для создания струи, действующей под углом наклона γ с радиусом $R_Р$ раздробленной части, если диаметр насадки $D_О$.

ПОЯСНЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ

Воспользуемся соотношением для наклонных струй $R_Р = \delta \cdot S_В$ (II.23), откуда $S_В = \dfrac{R_Р}{\delta}$, где $S_В$ - высота подъема вертикальной гидравлической струи, δ- коэффициент, зависящий от угла γ, определяется по справочным данным (Таблица 7). По формуле Люгера (II.20) $S_В = \dfrac{H}{1+\eta H}$, $\eta = \dfrac{0{,}00025}{D_О\left(1+1000 D_О^2\right)}$, тогда необходимый напор определяется из соотношения $\dfrac{H}{1+\eta H}=\dfrac{R_{\text{Р}}}{\delta}$. После преобразований окончательно $H=\dfrac{R_{\text{Р}}}{\delta-R_{\text{Р}}\cdot\eta}$.

Номер	$R_{\text{Р}}$, м	$D_{\text{О}}$, мм	γ, °
1	20	13	15
2	22	16	30
3	24	19	45
4	26	22	60
5	28	25	75
6	30	28	15
7	32	32	30
8	34	38	45
9	36	50	60
0	38	63	75
	А	В	Б

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Числовые данные: $R_{\text{Р}}$ = 25 м, $D_{\text{О}}$ = 22 мм, γ = 15°.

Решение: Определим δ = 1,30. Для насадки $D_{\text{О}}$ = 22 мм = 0,022 м коэффициент $\eta=\dfrac{0{,}00025}{0{,}022\cdot\left(1+1000\cdot0{,}022^{2}\right)}\approx$ 0,0077. Окончательно

$$H=\frac{25}{1{,}30-25\cdot0{,}0077}\approx 22{,}55 \text{ м вод. ст.}$$

Ответ. Необходимый напор $H\approx$ 22,55 м вод. ст.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1.

Единица давления	Па	бар	атм	ат	psi	м вод. ст.	мм рт. ст.
Па	**1**	**10^{-5}**	**$9{,}869 \cdot 10^{-6}$**	**$1{,}0197 \cdot 10^{-5}$**	**$1{,}45038 \cdot 10^{-4}$**	**$1{,}0197 \cdot 10^{-4}$**	**$7{,}50062 \cdot 10^{-3}$**
бар	**10^{5}**	**1**	**0,9869**	**1,0197**	**14,5038**	**10,1972**	**750,062**
атм	**101325**	**1,0133**	**1**	**1,0333**	**14,6959**	**10,3323**	**760**
ат	**98066,5**	**0,9807**	**0,9678**	**1**	**14,2233**	**10,0**	**735,559**
psi	**6894,77**	**0,0689**	**0,06805**	**0,0703**	**1**	**0,7031**	**51,7152**
м вод. ст.	**9806,65**	**0,0981**	**0,09678**	**0,1**	**1,42233**	**1**	**73,5559**
мм рт. ст.	**133,323**	**$133{,}323 \cdot 10^{-5}$**	**$1{,}3158 \cdot 10^{-6}$**	**$1{,}3595 \cdot 10^{-3}$**	**0,01934**	**0,0136**	**1**

Таблица 2.

Значения коэффициентов сжимаемости нефти β_W, 1/Па в зависимости от температуры и плотности
(по ГОСТ 8.610-2004. ПЛОТНОСТЬ НЕФТИ)

		Плотность нефти ρ, кг/м^3				
		815,00-819,99	820,00-824,99	825,00-829,99	830,00-834,99	835,00-839,99
Температура нефти , С°	0,00-4,99	$0{,}767 \cdot 10^{-9}$	$0{,}754 \cdot 10^{-9}$	$0{,}742 \cdot 10^{-9}$	$0{,}730 \cdot 10^{-9}$	$0{,}718 \cdot 10^{-9}$
	5,00-9,99	$0{,}781 \cdot 10^{-9}$	$0{,}768 \cdot 10^{-9}$	$0{,}755 \cdot 10^{-9}$	$0{,}743 \cdot 10^{-9}$	$0{,}732 \cdot 10^{-9}$
	10,00-14,99	$0{,}795 \cdot 10^{-9}$	$0{,}782 \cdot 10^{-9}$	$0{,}769 \cdot 10^{-9}$	$0{,}757 \cdot 10^{-9}$	$0{,}745 \cdot 10^{-9}$
	15,00-19,99	$0{,}810 \cdot 10^{-9}$	$0{,}796 \cdot 10^{-9}$	$0{,}783 \cdot 10^{-9}$	$0{,}770 \cdot 10^{-9}$	$0{,}75810^{-9}$
	20,00-24,99	$0{,}824 \cdot 10^{-9}$	$0{,}810 \cdot 10^{-9}$	$0{,}797 \cdot 10^{-9}$	$0{,}784 \cdot 10^{-9}$	$0{,}771 \cdot 10^{-9}$
	25,00-29,99	$0{,}838 \cdot 10^{-9}$	$0{,}824 \cdot 10^{-9}$	$0{,}810 \cdot 10^{-9}$	$0{,}797 \cdot 10^{-9}$	$0{,}784 \cdot 10^{-9}$
	30,00-34,99	$0{,}852 \cdot 10^{-9}$	$0{,}838 \cdot 10^{-9}$	$0{,}824 \cdot 10^{-9}$	$0{,}810 \cdot 10^{-9}$	$0{,}797 \cdot 10^{-9}$
	35,00-39,99	$0{,}866 \cdot 10^{-9}$	$0{,}852 \cdot 10^{-9}$	$0{,}837 \cdot 10^{-9}$	$0{,}823 \cdot 10^{-9}$	$0{,}810 \cdot 10^{-9}$
	40,00-44,99	$0{,}880 \cdot 10^{-9}$	$0{,}865 \cdot 10^{-9}$	$0{,}851 \cdot 10^{-9}$	$0{,}837 \cdot 10^{-9}$	$0{,}823 \cdot 10^{-9}$
	45,00-49,99	$0{,}894 \cdot 10^{-9}$	$0{,}879 \cdot 10^{-9}$	$0{,}864 \cdot 10^{-9}$	$0{,}850 \cdot 10^{-9}$	$0{,}836 \cdot 10^{-9}$
	50,00-54,99	$0{,}908 \cdot 10^{-9}$	$0{,}892 \cdot 10^{-9}$	$0{,}877 \cdot 10^{-9}$	$0{,}863 \cdot 10^{-9}$	$0{,}849 \cdot 10^{-9}$
	55,00-59,99	$0{,}922 \cdot 10^{-9}$	$0{,}906 \cdot 10^{-9}$	$0{,}890 \cdot 10^{-9}$	$0{,}876 \cdot 10^{-9}$	$0{,}861 \cdot 10^{-9}$

Таблица 3. Величины молярной массы M и соответствующей удельной газовой постоянной R_m для некоторых газов

Вещество	Химическая формула	Молярная масса M, кг	Удельная газовая постоянная R_m, Дж/(кг·К)
Воздух	Смесь газов	≈0,029	286,7
Азот	N_2	≈0,028	296,9
Аргон	Ar	≈0,040	207,9
Ацетилен	C_2H_2	≈0,026	319,8
Бутан	C_4H_{10}	≈0,058	143,4
Водород	H_2	≈0,002	4157,2
Гелий	He	≈0,004	2078,6
Этан	C_2H_6	≈0,030	277,2
Этилен	C_2H_4	≈0,028	296,9
Кислород	O_2	≈0,032	259,8
Метан	CH_4	≈0,016	519,6
Пропан	C_3H_8	≈0,044	189,0

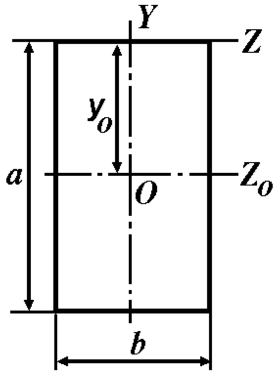
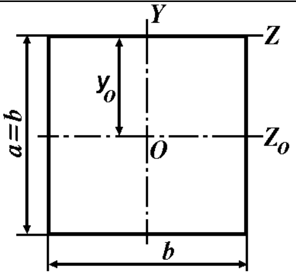
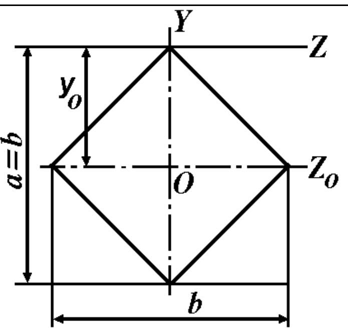
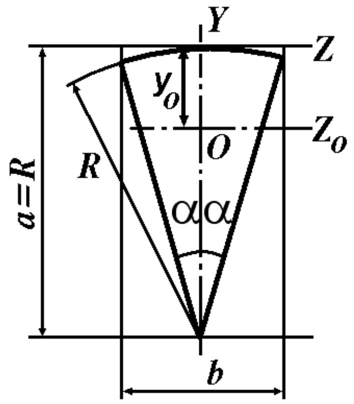
Таблица 4.

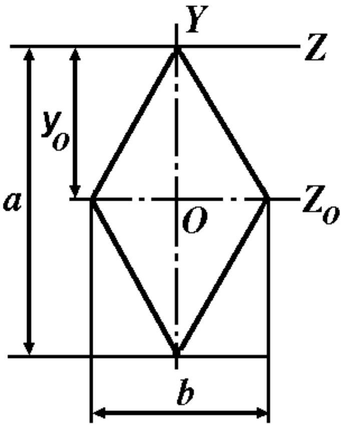
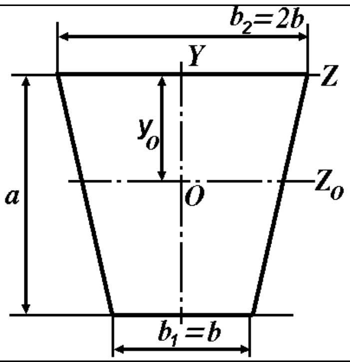
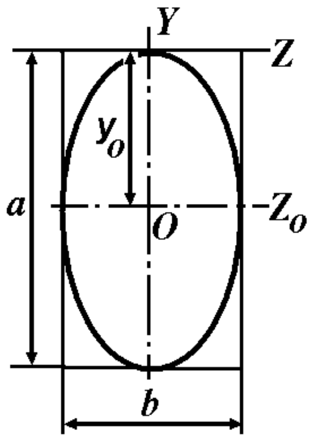
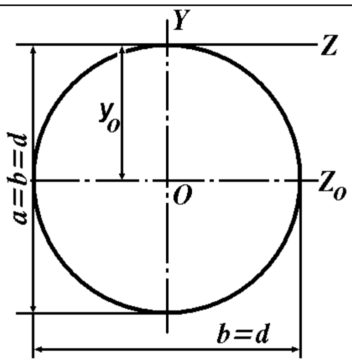
Удельное сопротивление для пожарных рукавов

Диаметр рукава d, мм	Прорезиненные рукава		Непрорезиненные рукава	
	$S'_р$, м·л²/с²	A, л²/с²	$S'_р$, м·л²/с²	A, л²/с²
51	0,13	0,0065	0,24	0,012
66	0,034	0,0017	0,077	0,00385
77	0,015	0,00075	0,030	0,0015
89	0,007	0,00035	—	—
110	0,0022	0,00011	—	—
150	0,0004	0,00002	—	—

Таблица 5

Площадь, координата центра тяжести, осевой момент инерции для некоторых плоских сечений

ФОРМА СЕЧЕНИЯ	ПЛОЩАДЬ СЕЧЕНИЯ ω, КООРДИНАТА ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ y_{O}, МОМЕНТ ИНЕРЦИИ I_{Z_O}		
ПРЯМОУГОЛЬНИК 	$\omega = ab$	$y_{O} = \frac{a}{2}$	$I_{Z_O} = \frac{ba^3}{12}$
КВАДРАТ 	$\omega = ab = b^2$	$y_{O} = \frac{b}{2}$	$I_{Z_O} = \frac{b^4}{12}$
КВАДРАТ НА РЕБРЕ 	$\omega = \frac{ab}{2} = \frac{b^2}{2}$	$y_{O} = \frac{b}{2}$	$I_{Z_O} = \frac{b^4}{48}$
КРУГОВОЙ СЕКТОР 	$\omega = \alpha R^2,\ \alpha = \frac{\pi\alpha^\circ}{180^\circ}$, $y_{O} = R\left(1 - \frac{2\sin\alpha}{3\alpha}\right)$, $I_{Z_O} = \frac{R^4}{8}\left(2\alpha + \sin 2\alpha - \frac{32\sin^3\alpha}{9\alpha}\right)$		

ФОРМА СЕЧЕНИЯ	ПЛОЩАДЬ СЕЧЕНИЯ ω, КООРДИНАТА ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ $y_{О}$, МОМЕНТ ИНЕРЦИИ $I_{Z_{О}}$		
РОМБ 	$\omega = \dfrac{ab}{2}$	$y_{О} = \dfrac{a}{2}$	$I_{Z_{О}} = \dfrac{ba^3}{48}$
ТРАПЕЦИЯ 	$\omega = \dfrac{1}{2}(b_1+b_2)a$, $y_{О} = \dfrac{a}{3} \cdot \dfrac{b_1+2b_2}{b_1+b_2}$, $I_{Z_{О}} = \dfrac{a^3}{36} \cdot \dfrac{b_1^2+4b_1b_2+b_2^2}{b_1+b_2}$		
ЭЛЛИПС 	$\omega = \pi\dfrac{ab}{4}$	$y_{О} = \dfrac{a}{2}$	$I_{Z_{О}} = \pi\dfrac{a^3b}{64}$
КРУГ 	$\omega = \pi\dfrac{d^2}{4}$	$y_{О} = \dfrac{d}{2}$	$I_{Z_{О}} = \pi\dfrac{d^4}{64}$

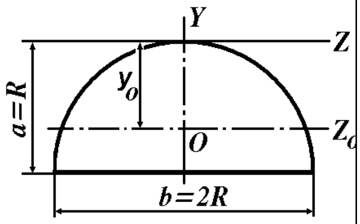
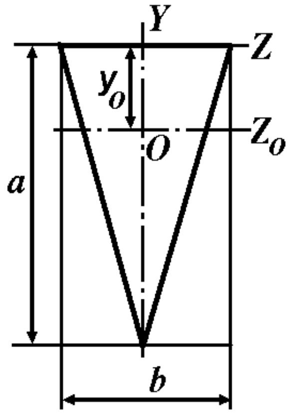
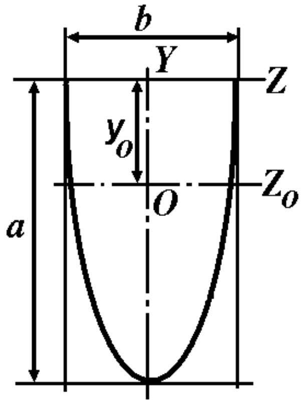
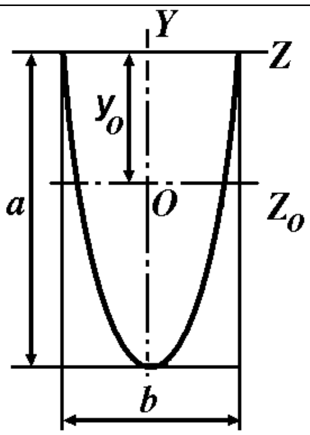
<table>
<tr><th colspan="2">ФОРМА СЕЧЕНИЯ</th><th colspan="3">ПЛОЩАДЬ СЕЧЕНИЯ ω, КООРДИНАТА ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ y_{O}, МОМЕНТ ИНЕРЦИИ $I_{Z_{\mathrm{O}}}$</th></tr>
<tr><td>ПОЛУКРУГ</td><td>
</td><td colspan="3">$$\omega = \pi\frac{R^2}{2},\ y_{\mathrm{O}} = R\left(1-\frac{4}{3\pi}\right),$$ $$I_{Z_{\mathrm{O}}} = \frac{R^4}{256}\left(\frac{\pi}{8}-\frac{8}{9\pi}\right)$$</td></tr>
<tr><td>ТРЕУГОЛЬНИК</td><td>
</td><td>$$\omega = \frac{1}{2}ab$$</td><td>$$y_{\mathrm{O}} = \frac{a}{3}$$</td><td>$$I_{Z_{\mathrm{O}}} = \frac{ba^3}{36}$$</td></tr>
<tr><td>ПОЛУЭЛЛИПС</td><td>
</td><td colspan="3">$$\omega = \pi\frac{ab}{4},\ y_{\mathrm{O}} = \frac{4}{3\pi}a,$$ $$I_{Z_{\mathrm{O}}} = \frac{ba^3}{2}\left(\frac{\pi}{8}-\frac{8}{9\pi}\right)$$</td></tr>
<tr><td>ПАРАБОЛИЧЕСКИЙ СЕГМЕНТ</td><td>
</td><td colspan="3">$$\omega = \frac{2}{3}ab,\ y_{\mathrm{O}} = \frac{2}{5}a,$$ $$I_{Z_{\mathrm{O}}} = \frac{8}{175}ba^3$$</td></tr>
</table>

Таблица 6.

Материал трубы	Соотношения $E_{\text{Р}}/E_{\text{Т}}$ (жидкость – вода)
Сталь	0,01
Чугун	0,02
Бетон	0,10
Асбоцемент	0,11
Дерево	0,2
Винипласт	0,68...0,73
Полиэтилен	1,00...1,45

Таблица 7.

γ, °	0	15	30	45	60	75	90
δ	1,40	1,30	1,20	1,12	1,07	1,03	1,00

Таблица 8.

Греческий алфавит.

Малые буквы	Большие буквы	Название букв		Малые буквы	Большие буквы	Название букв
α	A	альфа		ν	N	ню
β	B	бета		ξ	Ξ	кси
γ	Γ	гамма		o	O	омикрон
δ	Δ	дельта		π	Π	пи
ε	E	эпсилон		ρ	P	ро
ζ	Z	дзета		σ	Σ	сигма
η	H	эта		τ	T	тау
θ	Θ	тета		υ	Υ	ипсилон
ι	I	йота		φ	Φ	фи
κ	K	каппа		χ	X	хи
λ	Λ	лямбда		ψ	Ψ	пси
μ	M	мю		ω	Ω	омега

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альтшуль А.Д. Гидравлика и аэродинамика / А.Д.Альтшуль, П.Т.Киселев.-М.: Стройиздат, 1965.-274 с.
2. Лаврівський З.В. Технічна механіка рідин та газів. Навчальний посібник / З.В.Лаврівський, В.І.Мандрус.-Львів: Видавництво «СПОЛОМ», 2004.-198 с.
3. Латышенков А.М. Гидравлика / А.М.Латышенков, В.Г.Лобачев.-М.: Гос. издательство по строительству и архитектуре, 1956.-408 с.
4. Левицький Б.Ф. Гідравліка. Загальний курс / Б.Ф.Левицький, Н.П.Лещій.-Львів: Світ, 1994.-264 с.
5. Ольшанский В.П. Приближенные методы расчета гидравлических пожарных струй / В.П.Ольшанский, В.М.Халыпа, О.А.Дубовик.-Харьков: Митець, 2004.-115 с.
6. Рабинович Е.З. Гидравлика / Е.З.Рабинович.-М.: Физматгиз, 1963.-408 с.
7. Розрахунок пожежних гідравлічних струменів. Навчальний посібник / С.А.Єременко, В.П.Ольшанський, В.М.Халипа, О.О.Дубовик.-К.: 2005.-124 с.
8. Смислов В.В. Гідравліка і аеродинаміка / В.В.Смислов.-К.: Вища школа, 1971.-348 с.
9. Тарасов-Агалаков Н.А. Практическая гидравлика в пожарном деле / Н.А.Тарасов-Агалаков.-М.: Изд-во Министерства коммунального хозяйства РСФСР, 1959.- 262 с.
10. Угинчус А.А. Гидравлика и гидравлические машины / А.А.Угинчус.-Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1960.-360 с.
11. Ходаков В.Ф. Гидравлика в пожарном деле / В.Ф.Ходаков.-М.: Высшая школа МООП РСФСР, 1965.-204 с.
12. Технічна механіка рідини і газу. Курс лекцій. Друге видання, виправлене та доповнене / Уклад. В.М.Халипа, С.О.Вамболь, І.В.Міщенко, О.В.Прокопов.-Х.: НУЦЗУ, 2012.-218 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Составители: **Мищенко** Игорь Викторович
Вамболь Сергей Александрович
Кондратенко Александр Николаевич

Техническая механика жидкости и газа

Методические указания по организации самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины

Ответственный за выпуск И.В.Мищенко

Подп. к печати. Формат 60х84 1/16
Бум. 80 г/см^2. Печать ризограф. Усл.-печ. листов 4,0
Тираж экз. Изд. № Зак. № /

Сектор редакционно-издательской деятельности
Национального университета гражданской защиты Украины
61023, Харьков, ул. Чернышевская, 94