

**Кафедра прикладної механіки
факультету техногенно-екологічної безпеки
Національного університету цивільного захисту України**

ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА РІДИНИ І ГАЗУ

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ З ОРГАНІЗАЦІЇ
САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПРИ
ВИВЧЕННІ ДИСЦИПЛІНИ**

Харків 2016

Друкується за рішенням кафедри
прикладної механіки НУЦЗУ
Протокол від 30.05.2016 р. № 38

Укладачі: І.В.Міщенко, С.О.Вамболь, О.М.Кондратенко

Рецензенти: А.В.Бондаренко – доцент кафедри гідравлічних машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», кандидат технічних наук, доцент;

В.К.Мунтян - завідувач кафедри фізико-математичних дисциплін Національного університету цивільного захисту України, кандидат технічних наук, доцент.

Технічна механіка рідини і газу. Методичні вказівки з організації самостійної роботи студентів при вивченні дисципліни. Перевидання / Уклад. І.В.Міщенко, С.О.Вамболь, О.М.Кондратенко.- Х.: НУЦЗУ, 2016.-64 с.

Запропоновані типові задачі дисципліни «Технічна механіка рідини і газу», які входять до двох модульних розрахунково-графічних робіт. Викладено методику розв'язання наведених задач та проведено числові розрахунки.

Для курсантів, студентів і слухачів відповідно до програми вищої освіти у напрямках «Пожежна безпека», «Цивільний захист», «Охорона праці». Може бути корисним під час аудиторних занять та для самостійної роботи.

Відповідальний за випуск І.В.Міщенко

© Національний університет цивільного захисту України, 2016

ПЕРЕДМОВА

Методичні вказівки написані з метою надання допомоги у виконанні модульних розрахунково-графічних робіт з технічної механіки рідини і газу під час самостійної роботи курсантів, студентів і слухачів заочної форми навчання. Методичні вказівки містять розв'язання двадцяти однієї характерної задачі з вказаної дисципліни. Підбір задач зумовлений обсягом теоретичного матеріалу, який викладається під час проведення аудиторних занять і який наведено в конспекті лекцій з технічної механіки рідини і газу. Кожна задача відповідає певній частині курсу – перші три задачі пов'язані з вивченням основних властивостей рідин і газів, задачі 4 і 5 ілюструють основне рівняння гідростатики. Під час вирішення задач 6 і 7 проводяться розрахунки сили гідростатичного тиску на плоску поверхню, а задач 8 і 9 – на криволінійну (циліндричну) поверхню. Наступна задача присвячена застосуванню закону Архімеда та визначенню остійності тіл, що плавають. Задачі 11 і 12 пов'язані з дослідженням одновимірного потоку рідини за допомогою рівняння Бернуллі, а в задачах 13 і 14 розглядаються втрати напору на лінійних та місцевих опорах. Розрахунок рукавної лінії наведено в задачі 15, а в задачі 16 показано, до яких небезпечних наслідків призводить гідравлічний удар в трубопроводі. В задачах 17 і 18 вивчається спорожнення резервуарів певної форми, а останні три задачі присвячені розрахунку гідравлічних струменів: 19 і 20 – вертикальних із застосуванням формул Люгера і Фрімана, а 21 – нахилоного.

Запропоновані задачі входять до двох модульно-графічних робіт, передбачених тематичним планом, що відображено в певній блоковій структурі цих методичних вказівок. На початку кожного блоку містяться теоретичні відомості, визначення та формули, які використовуються під час вирішення задач. Нумерація формул є подвійною, причому, перша цифра (римська) вказує на номер модульно-графічної роботи, і, відповідно, на місце, де знаходиться певна формула. Кожна задача супроводжується роз'ясненням і загальним вирішенням, як приклад наводиться розв'язання задачі з певними числовими даними. За необхідності даються посилання на Таблиці з числовими даними, які розміщено в кінці видання в окремому Додатку.

ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ

Робота подається виконаною на форматі А4, титульний лист оформлюється згідно з загальними правилами Університету цивільного захисту України.

При виконанні завдань необхідно взяти з таблиці до кожної задачі дані відповідно до наданого викладачем цифрового шифру та трьох літер (А, Б, В). Цей шифр зберігається протягом виконання всіх задач і має бути вказаним на титульному листі. З кожної вертикальної колонки таблиці вихідних даних до задачі, означеною внизу певною літерою, треба взяти тільки одне значення, номер якого збігається з цифрою шифру літери. Наприклад, якщо шифр АБВ = 105, тобто А = 1, Б = 0, В = 5, відповідні вихідні дані з таблиці необхідно брати наступним чином:

Номер	Вихідні дані (1)	Вихідні дані (2)	Вихідні дані (3)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
0			
	А	Б	В

До задачі (за потреби) додається відповідний Рисунок з усіма умовними позначеннями. Розрахунок супроводжується необхідними поясненнями з наведенням основних формул в загальному вигляді та після підстановки числових даних. Обов'язково вказувати розмірність будь-якої величини.

При вирішенні кожної задачі необхідно приводити розмірності всіх величин до системи SI , для чого на наступній сторінці наведені розмірності основних фізичних величин, які використовуються в технічній механіці рідини і газу. В деяких випадках ця умова не є необхідною, але з метою запобігання певних непорозумінь кожного такого разу на цьому робиться окремий наголос.

РОЗМІРНОСТІ ТА ОДИНИЦІ ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В ТЕХНІЧНІЙ МЕХАНІЦІ РІДИНИ І ГАЗУ

Найменування величини, її позначення	Одиниця вимірювання (система <i>SI</i>)	Скорочене позначення одиниць вимірювання	Розмірність основних або похідних одиниць
Довжина, <i>l</i>	Метр	м	$[L]$, 1 м
Маса, <i>m</i>	Кілограм	кг	$[M]$, 1 кг
Час, <i>t</i>	Секунда	с	$[T]$, 1 с
Температура термодинамічна, <i>T</i>	Кельвін	К	$[K]$, 1 К
Діаметр, <i>d</i>	Метр	м	$[L]$, 1 м
Площа, ω	Квадратний метр	м ²	$[L^2]$, (1 м) ²
Об'єм, <i>W</i>	Кубічний метр	м ³	$[L^3]$, (1 м) ³
Густина, ρ	Кілограм на кубічний метр	кг/м ³	$[M] \cdot [L^{-3}]$, (1 кг):(1 м) ³
Швидкість, <i>V</i>	Метр за секунду	м/с	$[L] \cdot [T^{-1}]$, (1 м):(1 с)
Прискорення, <i>a</i>	Метр на секунду в квадраті	м/с ²	$[L] \cdot [T^{-2}]$, (1 м):(1 с) ²
Сила, <i>F</i> Вага, <i>G</i>	Ньютон	Н	$[M] \cdot [L] \cdot [T^{-2}]$ (1 кг):(1 м):(1 с) ²
Питома вага, γ	Ньютон на кубічний метр	Н/м ³	$[M] \cdot [L^{-2}] \cdot [T^{-2}]$ (1 кг):(1 м) ² :(1 с) ²
Тиск, <i>P</i>	Паскаль (Ньютон на квадратний метр)	Па (Н/м ²)	$[M] \cdot [L^{-1}] \cdot [T^{-2}]$ (1 кг):(1 м):(1 с) ²
Динамічна в'язкість, μ	Ньютон-секунда на квадратний метр	Па·с (Н·с/м ²)	$[M] \cdot [L^{-1}] \cdot [T^{-1}]$, (1 кг):(1 м):(1 с)
Кінематична в'язкість, ν	Квадратний метр на секунду	м ² /с	$[L^2] \cdot [T^{-1}]$, (1 м) ² :(1 с)
Напір, <i>H</i>	Метр вод. ст.	м	$[L]$, (1 м)
Об'ємні витрати, <i>Q</i>	Кубічний метр за секунду	м ³ /с	$[L^3] \cdot [T^{-1}]$, (1 м) ³ :(1 с)
Робота, енергія	Джоуль	Дж (Н·м)	$[M] \cdot [L^2] \cdot [T^{-2}]$, (1 кг):(1 м) ² :(1 с) ²
Коефіцієнт стисливості, β_w	Квадратний метр на ньютон	м ² /Н (1/Па)	$[M^{-1}] \cdot [L] \cdot [T^2]$, (1 м):(1 с) ² :(1 кг)

Модуль пружності, E	Паскаль (Ньютон на квадратний метр)	Па (Н/м ²)	$[M] \cdot [L^{-1}] \cdot [T^{-2}]$, (1 кг):(1 м):(1 с) ²
Коефіцієнт температурного розширення, β_t	Одиниця на градус	1/°C	$[K^{-1}]$, 1:(1 К)

НАЙМЕНУВАННЯ ПРИСТАВОК ДЛЯ КРАТНИХ ТА ЧАСТКОВИХ ОДИНИЦЬ ВИМІРЮВАНЬ (В ДІАПАЗОНІ $10^{-12} = 10^{12}$)

Найменування приставки (позначення)					Множник	Найменування множника
Українське		Російське		Лат		
тера	Т	тера	Т	Т	$10^{12} = 1000000000000$	трильйон
гіга	Г	гига	Г	G	$10^9 = 1000000000$	мільярд
мега	М	мега	М	М	$10^6 = 1000000$	мільйон
міріа	ма	мириа	ма	ma	$10^4 = 10000$	міріад
кіло	к	кило	к	k	$10^3 = 1000$	тисяча
гекто	г	гекто	г	h	$10^2 = 100$	сто
дека	да	дека	да	da	$10^1 = 10$	десять
					$10^0 = 1$	одиниця
деци	д	деци	д	d	$10^{-1} = 0,1$	одна десята
санти	с	санти	с	c	$10^{-2} = 0,01$	одна сота
мілі	м	милли	м	m	$10^{-3} = 0,001$	одна тисячна
міріо	мо	мирио	мо	mo	$10^{-4} = 0,0001$	одна міріадна
мікро	мк	микро	мк	μ	$10^{-6} = 0,000001$	одна мільйонна
нано	н	нано	н	n	$10^{-9} = 0,000000001$	одна мільярдна
піко	п	пико	п	p	$10^{-12} = 0,000000000001$	одна трильйонна

$R = 8,314472(15) \text{ Дж/(мол} \cdot \text{К)}$ – універсальна газова стала
 $g = 9,80665 \text{ м/с}^2 \approx 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння
 $\pi = 3,1415926356\dots$

МОДУЛЬНА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 1

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Густина рідини, або питома маса, ρ - це маса одиниці об'єму, визначається за формулою (m - маса, W - об'єм)

$$\rho = \frac{m}{W}, \quad (I.1)$$

Стисливість – це властивість рідин і газів змінювати свій об'єм при зміні тиску. Вона характеризується **коефіцієнтом стисливості (коефіцієнтом об'ємного стиснення)**

$$\beta_w = -\frac{\Delta W}{\Delta P \cdot W}, \quad (I.2)$$

де W - початковий об'єм рідини, ΔW - зміна об'єму W при збільшенні тиску на величину ΔP .

Модуль об'ємної пружності є величиною, зворотною до коефіцієнта стисливості, тому

$$E = \frac{1}{\beta_w}, \quad (I.3)$$

Температурне розширення рідини при зміні температури характеризується **коефіцієнтом температурного розширення**

$$\beta_t = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot W}, \quad (I.4)$$

де Δt - зміна температури, яка, як і температура, має розмірність $^{\circ}C$ - градус за Цельсієм (хоча в системі SI температура має розмірність K - Кельвін).

Рівняння Клапейрона для технічних розрахунків має вигляд:

$$P \cdot W = m \cdot R_m \cdot T, \quad (I.5)$$

де P - тиск, W - об'єм, m - маса, R_m - питома газова стала, яка в системі SI має розмірність $[Дж/(кг \cdot K)]$, T - температура, яка в наведеній формулі має розмірність $[K]$ (формула переводу градусів за Цельсієм у градуси Кельвіна має лінійний характер $K = ^{\circ}C + 273,15$).

Основне рівняння гідростатики (залежність абсолютного тиску P від глибини h занурення точки)

$$P = P_0 + \rho gh. \quad (I.6)$$

Гідростатичний тиск має три важливі властивості:

1. Гідростатичний тиск завжди діє по внутрішній нормалі до площини прикладення.
2. Гідростатичний тиск у будь-якій точці рідини діє однаково в усіх напрямках (закон Паскаля).
3. Гідростатичний тиск у точці залежить від її координат у просторі (від глибини занурення точки під рівень рідини).

Сила гідростатичного тиску, що діє на плоску прямокутну поверхню шириною b , нахилену до горизонту під кутом α , висота стінки a , глибина занурення верхньої точки поверхні h_0 (поверхневий тиск не враховується)

$$F = b \cdot \frac{1}{2} (\rho g H + \rho g h_0) \cdot a = \frac{\rho g b a}{2} (2H - a \sin \alpha) = \rho g b a \left(H - \frac{a}{2} \sin \alpha \right) \quad (I.7)$$

Сила тиску на плоску поверхню

$$F = (P_0 + \rho g H_0) \cdot \omega_{\Pi}, \quad (I.8)$$

ρ - густина рідини, H_0 - глибина занурення центру ваги змоченої частини площі плоскої поверхні, ω_{Π} - площа плоскої поверхні, P_0 - надлишковий тиск.

Сила тиску F на криволінійну поверхню визначається як рівнодійна горизонтальної і вертикальної складової. Її модуль

$$F = \sqrt{F_{\Gamma}^2 + F_{\text{В}}^2}. \quad (I.9)$$

Напрямок дії сили F визначається кутом φ її нахилу до горизонту

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_{\text{В}}}{F_{\Gamma}}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{F_{\text{В}}}{F_{\Gamma}}. \quad (I.10)$$

Вектор сили тиску повинен пройти через точку перетину її складових F_{Γ} (горизонтальної) і $F_{\text{В}}$ (вертикальної).

Горизонтальна складова дорівнює силі тиску на вертикальну проекцію криволінійної поверхні:

$$F_{\Gamma} = (P_O - P_{атм} + \rho g H_O) \omega_B, \quad (I.11)$$

де P_O - надлишковий (манометричний) тиск на вільну поверхню рідини, H_O - глибина занурення центра ваги вертикальної проекції криволінійної поверхні, ω_B - площа вертикальної проекції. Горизонтальна складова сили проходить через центр ваги епюри тиску.

Якщо манометричний тиск на вільній поверхні рідини дорівнює нулю, тобто $P_O = P_{атм}$, то

$$F_{\Gamma} = \rho g H_O \omega_B. \quad (I.12)$$

Вертикальна складова дорівнює сумі ваги рідини в об'ємі W «тіла тиску» і добутку манометричного тиску (на поверхню рідини) на площу горизонтальної проекції ω_{Γ} криволінійної поверхні («тіло тиску» розташовано між вертикальними площинами, які проходять через крайні утворюючі циліндричної поверхні, самою циліндричною поверхнею і вільною поверхнею рідини)

$$F_B = \rho g W + (P_O - P_{атм}) \omega_{\Gamma}. \quad (I.13)$$

Якщо $P_O = P_{атм}$, то $F_B = \rho g W$.

Виштовхувальна (**архімедова**) сила F_A , згідно з законом Архімеда дорівнює вазі рідини (чи газу), витисненої тілом, вона спрямована вертикально вгору та прикладена до центра ваги витисненої рідини

$$F_A = \rho g W, \quad (I.14)$$

де W - об'єм зануреної в рідину частини тіла. Зіставляючи вагу тіла G в повітрі та виштовхувальну силу F_A , виділяють три випадки:

якщо $G > F_A$, тіло тоне; якщо $G = F_A$, тіло перебуває у завислому стані; якщо $G < F_A$, тіло буде впливати доти, доки вага G не зрівняється з силою F_A .

ЗАДАЧА № 1. В повністю заповнений трубопровід (рідиною з густиною ρ) діаметром d та довжиною l при атмосферному тиску $P_0 = 1 \text{ атм} \approx 101,3 \text{ кПа}$ додатково закачується така ж сама рідина об'ємом ΔW при температурі t . Який надлишковий тиск P_1 виникає в трубопроводі, якщо стисливість рідини при відповідній температурі β_w ? Деформацією водопроводу знехтувати.

Номер	ρ , кг/м ³	t , °C	d , мм	l , м	ΔW , л
1	816	7,5	300	50	4,4
2	821	12,5	250	55	4,8
3	826	17,5	300	60	5,2
4	831	22,5	250	65	5,6
5	836	27,5	300	70	6,0
6	819	32,5	250	75	6,4
7	824	37,5	300	80	6,8
8	829	42,5	250	85	7,2
9	834	47,5	300	90	7,6
0	839	52,5	250	95	8,0
	В	Б	А	Б	В

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Для рідини з довідникових даних для певної густини та температури визначається її коефіцієнт стисливості β_w (по значеннях густини і температури, які знаходяться у відповідному діапазоні). Початковий об'єм рідини, який було закачано в трубопровід, складає

$W = \frac{\pi d^2}{4} \cdot l$. Використовуючи формулу (І.2), знаходимо залежність між зміною об'єму ΔW та зміною тиску ΔP в рідині

$\Delta W = \beta_w \cdot \Delta P \cdot W$. Оскільки за умов задачі $\Delta P = P_1$, остаточно маємо

$P_1 = \frac{\Delta W}{\beta_w \cdot W}$. Для визначеності в цій задачі вважаємо, що рідиною є нафта, тому довідникові дані необхідно брати з Таблиці 2.

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $\rho = 827,5 \text{ кг/м}^3$, $l = 45 \text{ м}$, $d = 200 \text{ мм}$, $\Delta W = 4 \text{ л}$, $t = 27,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

Розв'язання: Діапазон температур $t = 25,00 - 29,99 \text{ }^\circ\text{C}$, діапазон густин $\rho = 825 - 829,99 \text{ кг/м}^3$. Для рідини з довідникових даних для певної густини та температури визначається її коефіцієнт стисливості $\beta_w = 0,810 \cdot 10^{-9} \text{ 1/Па}$. Початковий об'єм рідини, який було закачано в трубопровід, складає $W = \frac{3,1415 \cdot 0,2^2 \cdot 45}{4} \approx 1,414 \text{ м}^3$. Надлишковий

$$\text{тиск } P_1 = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{0,810 \cdot 10^{-9} \cdot 1,414} = 3492412,7 \text{ Па} \approx 3,5 \text{ МПа}.$$

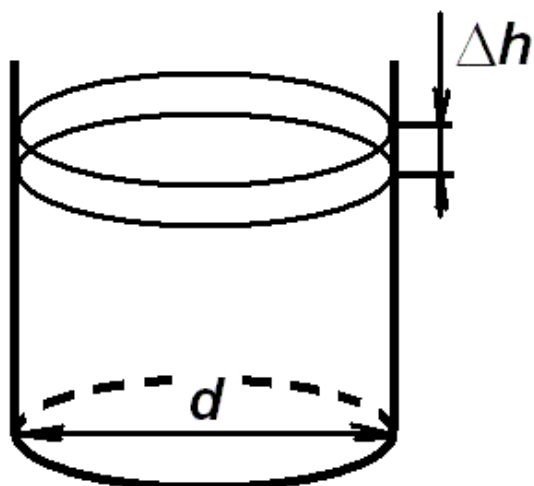
Відповідь. Тиск підвищується на $\Delta P = P_1 \approx 3,5 \text{ МПа}$.

ЗАДАЧА № 2. Визначити зміну рівня вільної поверхні нафти масою m , густиною ρ з об'ємним коефіцієнтом температурного розширення β_t в циліндричному резервуарі діаметром d під час підвищенні температури нафти від t_1 до t_2 .

Номер	ρ , кг/м ³	β_t , 1/°C	m , тонн	d , м	t_1 , °C	t_2 , °C
1	816	$0,914 \cdot 10^{-3}$	100	3,6	2	60
2	821	$0,903 \cdot 10^{-3}$	105	3,8	4	57
3	826	$0,892 \cdot 10^{-3}$	110	4,0	6	54
4	831	$0,882 \cdot 10^{-3}$	115	4,2	8	51
5	836	$0,871 \cdot 10^{-3}$	120	4,4	10	48
6	819	$0,914 \cdot 10^{-3}$	125	4,6	12	45
7	824	$0,903 \cdot 10^{-3}$	130	4,8	14	42
8	829	$0,892 \cdot 10^{-3}$	135	5,0	16	39
9	834	$0,882 \cdot 10^{-3}$	140	5,2	18	36
0	839	$0,871 \cdot 10^{-3}$	145	5,4	20	33
	В	В	А	Б	Б	В

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Зміною об'єму резервуару при вирішенні можна знехтувати. Зважаючи на те, що для нафти з густиною $\rho = 815 \dots 840 \text{ кг/м}^3$ в температурному діапазоні $t = 0^\circ\text{C} \dots 60^\circ\text{C}$ величина об'ємного коефіцієнту температурного розширення зменшується не більше ніж на 2,3 %, при вирішенні задачі зазначений коефіцієнт вважати постійним для вказаного температурного діапазону.



Для вирішення задачі треба розглянути геометричну та фізичну складові цієї задачі. Позначимо через ΔW зміну об'єму нафти (зі знаком «+» через підвищення температури), а через Δh - шукану зміну рівня вільної поверхні. Тоді з точки зору геометрії

$$\Delta W = \Delta h \cdot S = \Delta h \cdot \frac{\pi d^2}{4},$$

де S - площа перерізу резервуару.

Водночас, з фізичної точки зору зміна об'єму нафти залежно від температури $\Delta W = \beta_t \cdot (t_2 - t_1) \cdot W$ (І.4), де $W = \frac{m}{\rho}$ - початковий об'єм

нафти, m - маса нафти. З урахуванням обох виразів для ΔW остаточно отримаємо $\Delta h = \frac{\Delta W}{S} = \frac{\beta_t \cdot (t_2 - t_1) \cdot 4}{\pi d^2} \cdot \frac{m}{\rho}$.

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $m = 100 \text{ т}$, $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$, $d = 4 \text{ м}$, $t_1 = 0^\circ\text{C}$, $t_2 = 30^\circ\text{C}$, $\beta_t = 0,72 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{C}$.

Розв'язання: З урахуванням $m = 100 \text{ т} = 100 \cdot 10^3 \text{ кг}$

$$\Delta h = \frac{0,72 \cdot 10^{-3} \cdot (30 - 0) \cdot 4}{3,1415 \cdot 4^2} \cdot \frac{100 \cdot 10^3}{850} \approx 0,2 \text{ м.}$$

Відповідь. Зміна рівня вільної поверхні $\Delta h \approx 0,2 \text{ м}$.

ЗАДАЧА № 3. Обчислити мінімальний об'єм балона W для зберігання газу масою m при температурі t , якщо балон здатний витримати тиск P .

Номер	Газ	$t, ^\circ\text{C}$	$m, \text{кг}$	$P, \text{МПа}$
1	Азот	7,5	5,1	11,2
2	Аргон	10,5	5,3	10,8
3	Ацетилен	13,5	5,5	12,2
4	Бутан	16,5	5,7	11,8
5	Водень	19,5	5,9	13,2
6	Гелій	22,5	6,1	12,8
7	Етан	25,5	6,3	11,5
8	Етилен	28,5	6,5	12,5
9	Метан	31,5	6,7	10,5
0	Пропан	34,5	6,9	13,5
	В	Б	А	В

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

З рівняння (I.5) отримуємо $W = \frac{m \cdot R_m \cdot T}{P}$, де $T = t + 273,15$ - термодинамічна температура (в кельвінах). За довідниковими даними (Таблиця 3) для газу визначаємо його питому газову сталу R_m .

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: газ – кисень, $m = 6,4 \text{ кг}$, $t = 20^\circ\text{C}$, $P = 15,7 \text{ МПа}$.

Розв'язання: Для кисню $R_m = 259,8 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; $T = t + 273,15 = 293,15 \text{ К}$. Тому $W = \frac{6,4 \cdot 259,8 \cdot 293,15}{15,7 \cdot 10^6} = 3104610^{-6} \text{ м}^3 \approx 31,05 \text{ л}$.

Відповідь. Мінімальний об'єм балона $W \approx 31,05 \text{ л}$.

ЗАДАЧА № 4. Бак з розмірами l_1, l_2, H доверху заповнений рідиною густиною ρ_p . Побудувати епюри гідростатичного тиску та обчислити сили гідростатичного тиску, що діє на бокові стінки та на дно бака.

Номер	$\rho_p, \text{кг/м}^3$	$l_1, \text{м}$	$l_2, \text{м}$	$H, \text{м}$
1	700	4,0	2,0	3,6
2	720	4,2	2,2	3,8
3	740	4,4	2,4	4,0
4	760	4,6	2,6	4,2
5	780	4,8	2,8	4,4
6	800	5,0	3,0	4,6
7	820	5,2	3,2	4,8
8	840	5,4	3,4	5,0
9	860	5,6	3,6	5,2
0	880	5,8	3,8	5,4
	A	B	Б	B

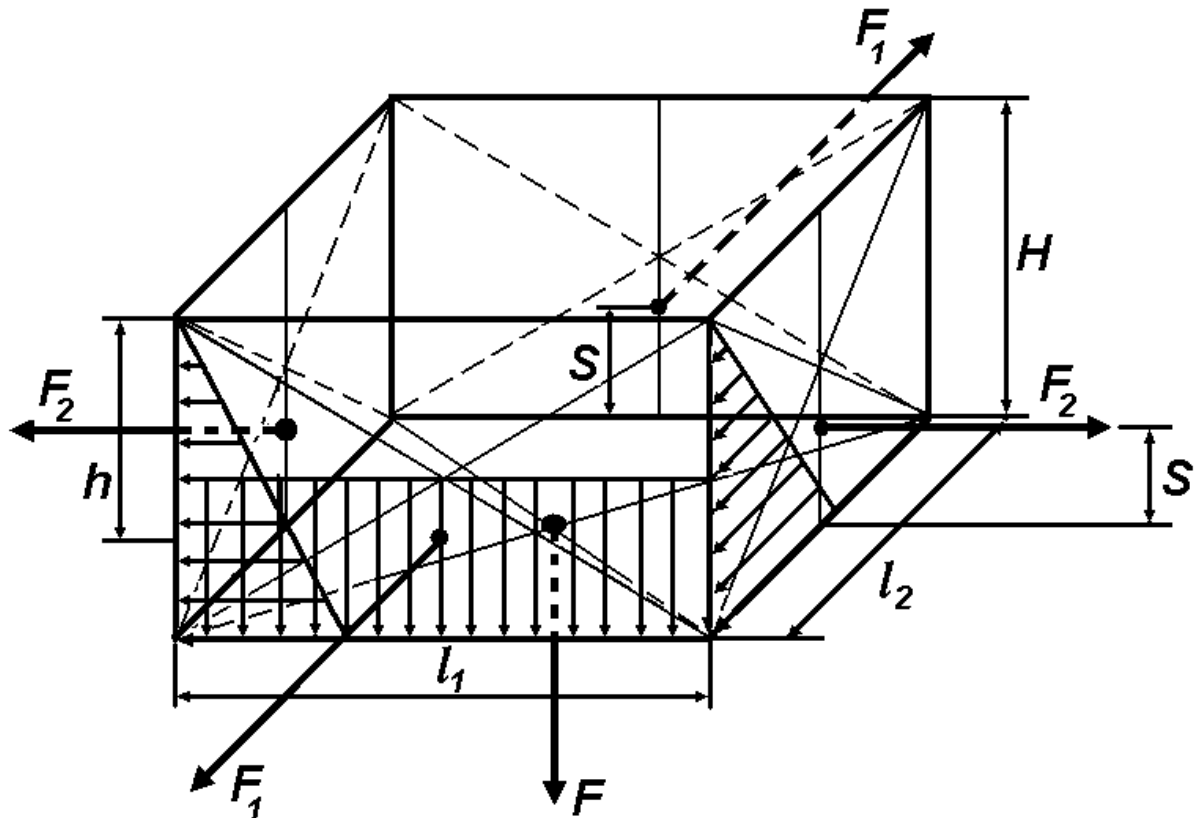
ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

За відсутністю надлишкового тиску ($P_0 = P_{\text{атм}}$) основне рівняння гідростатики (I.6) має вигляд $P = \rho gh$, де $0 \leq h \leq H$. Закон зміни тиску за глибиною занурення h є лінійним й епюри гідростатичного тиску на бокові стінки мають вигляд прямокутного трикутника, а на дно – прямокутника.

Сила гідростатичного тиску F_1 , що діє на бокову стінку довжиною l_1 , визначимо за формулою (I.7), в якій треба покласти $\alpha = 90^\circ$, $h = H$, $b = l_1$: $F_1 = \rho g l_1 H \left(H - \frac{H}{2} \right) = \frac{1}{2} \rho g l_1 H^2$. Сила гідростатичного тиску F_2 , що діє на бокову стінку довжиною l_2 , визначимо за формулою (I.7), в якій треба покласти $\alpha = 90^\circ$, $h = H$, $b = l_2$: $F_2 = \rho g l_2 H \left(H - \frac{H}{2} \right) = \frac{1}{2} \rho g l_2 H^2$. Сила гідростатичного тиску F , що

діє на дно бака, визначимо за формулою (I.7), в якій треба покласти $\alpha = 0^\circ$, $h = l_1$, $b = l_2$ $F = \rho g l_1 l_2 H$.

Точкою прикладення сили F є точка перетину діагоналей прямокутника, який є дном бака. Лінія дії сили F_1 , а також F_2 , знаходиться на відстані $S = \frac{H}{3}$ від дна бака.



ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $l_1 = 4$ м, $l_2 = 2$ м, $H = 3$ м, рідина (вода) з густиною $\rho_p = \rho_B = 10^3$ кг/м³.

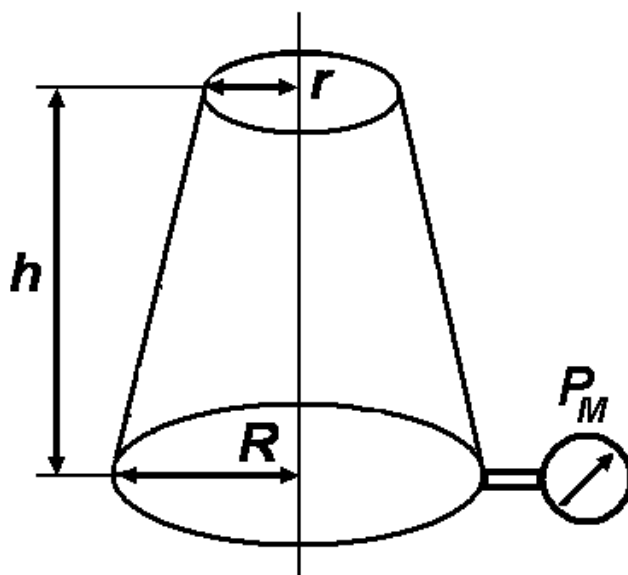
Розв'язання:

Сила гідростатичного тиску $F_1 = \frac{1}{2} 10^3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 3^2 = 176,58$ кН.

Сила гідростатичного тиску $F_2 = \frac{1}{2} 10^3 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 3^2 = 88,29$ кН. Сила гідростатичного тиску $F = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 = 235,44$ кН.

Точкою прикладення сили F є точка перетину діагоналей прямокутника, який є дном бака. Лінія дії сили F_1 , а також F_2 , знаходиться на відстані $S = \frac{3}{3} = 1$ м від дна бака.

Відповідь. Сила гідростатичного тиску $F_1 = 176,58$ кН, Сила гідростатичного тиску $F_2 = 88,29$ кН, сила гідростатичного тиску $F = 235,44$ кН.



ЗАДАЧА № 5. Зсічений конус, який має об'єм W , радіус нижньої основи R , повністю заповнений нафтою з густиною ρ_H . манометричний тиск на дні P_M . Визначити радіус верхньої основи r .

Номер	ρ_H , кг/м ³	W , м ³	R , м	P_M , ат
1	816	140	3,1	0,51
2	821	145	3,2	0,53
3	826	150	3,3	0,55
4	831	155	3,4	0,57
5	836	160	3,5	0,59
6	819	165	3,6	0,61
7	824	170	3,7	0,63
8	829	175	3,8	0,65
9	834	180	3,9	0,67
0	839	185	4,0	0,69
	А	В	Б	В

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Перетворюючи основне рівняння гідростатики (І.6), знаходимо висоту конуса $h = \frac{P_M}{\rho_H g}$. Використовуючи формулу для об'єму зсіченого конуса $W = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$, отримуємо квадратне рівняння відносно невідомого r $r^2 + Rr + R^2 = \frac{3W}{\pi h}$. Це рівняння має два корні - r_1 , r_2 , один з яких додатний ($r_1 > 0$), другий – від'ємний ($r_2 < 0$). Звичайно, від'ємний корінь відкидаємо, залишаючи тільки перший, тому остаточно радіус верхньої основи $r = r_1$.

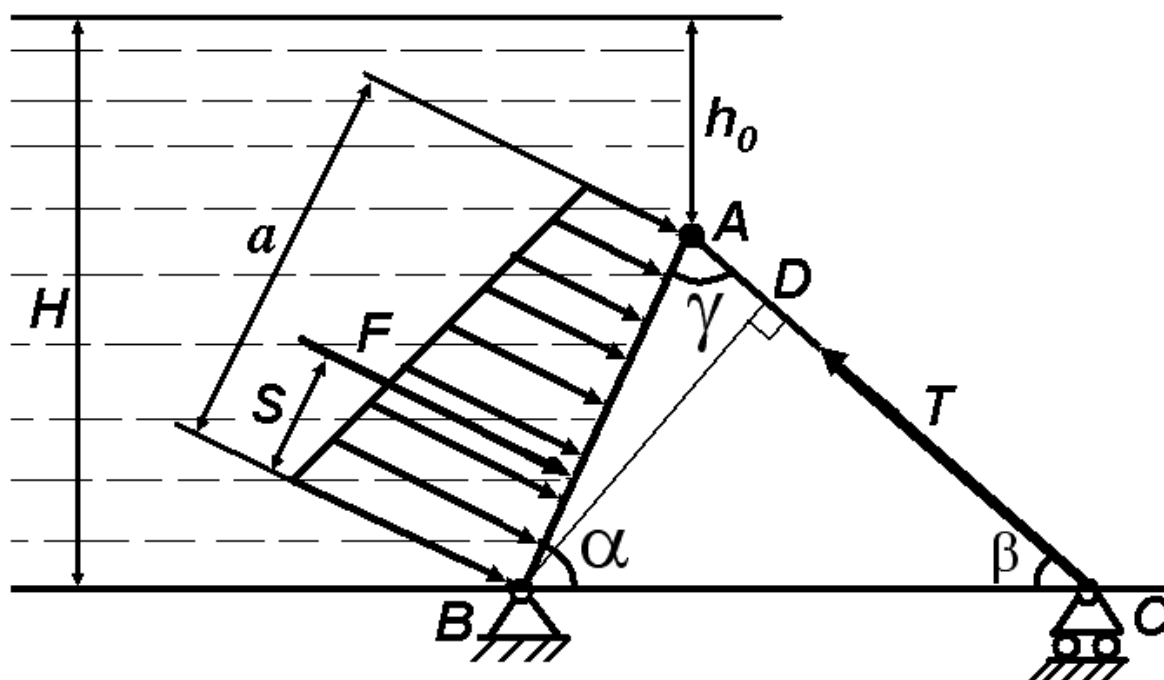
ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $W = 50 \text{ м}^3$, $R = 2,5 \text{ м}$, $\rho_H = 850 \text{ кг/м}^3$, $P_M = 0,5 \text{ ат}$.

Розв'язання: За Таблицю 3 переводимо тиск P_M у розмірність системи SI , тоді висота конуса $h = \frac{0,5 \cdot 0,981 \cdot 10^5}{850 \cdot 9,81} = 5,88 \text{ м}$. Використовуючи формулу для об'єму зсіченого конуса, отримуємо квадратне рівняння відносно невідомого r $r^2 + 2,5r + 6,25 = \frac{3 \cdot 50}{3,1415 \cdot 5,88} = 8,12$. Остаточно $r^2 + 2,5r - 1,87 = 0$, звідки $r_{1,2} = -1,25 \pm 1,853 \text{ м}$. Звичайно, від'ємний корінь відкидаємо, залишаючи тільки значення $r = r_1 = 0,603 \text{ м}$.

Відповідь. Радіус верхньої основи $r = 0,603 \text{ м}$.

ЗАДАЧА № 6. На прямокутний щит висотою $AB = a$ і шириною b (у напрямі, перпендикулярному до площини Рисунок) діє гідростатичний тиск. Напір води H ; конструкція, що підтримує щит, в площині рисунку є трикутником зі сторонами AB , AC , BC . Побудувати епюру гідростатичного тиску на вказаний щит, визначити силу F гідростатичного тиску, вказати її напрям дії і точку прикладення, а також визначити зусилля T , що стискає стержень AC .



Номер	H , м	b , м	AB , м	AC , м	BC , м
1	6,0	2,55	4,1	6,0	5,2
2	5,9	2,65	4,2	5,9	5,7
3	5,8	2,75	4,3	5,8	5,4
4	5,7	2,85	4,4	5,7	5,8
5	5,6	2,95	4,5	5,6	5,1
6	5,5	3,05	4,6	5,5	6,0
7	5,4	3,15	4,7	5,4	5,5
8	5,3	3,25	4,8	5,3	5,9
9	5,2	3,35	4,9	5,2	5,6
0	5,1	3,45	5,0	5,1	5,3
	В	Б	А	Б	В

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Гідростатичний тиск спрямований за нормаллю до поверхні, на яку він діє, тому в геометричному сенсі його епюра є прямокутною трапецією. Верхня основа трапеції діє на рівні точки A і дорівнює $P_A = \rho g h_0$, нижня – на рівні точки B і дорівнює $P_B = \rho g H$. Сила гідростатичного тиску F дорівнює добутку величини гідростатичного тиску в центрі ваги прямокутного щита на його площу. Зважаючи на те, що шуканий центр ваги знаходиться на перетині діагоналей, тобто

визначається величиною $\frac{a}{2}$, проекція центру ваги на вертикаль

$\frac{a}{2} \sin \alpha$, то сила $F = \rho g \left(H - \frac{a}{2} \sin \alpha \right) \cdot ab$. Точка прикладення си-

ли F визначається відстанню $S = \frac{2h_0 + H}{3(h_0 + H)} a$, де

$h_0 = H - a \sin \alpha$ - глибина занурення точки A .

За умови рівноваги щита сума моментів діючих сил відносно точки B дорівнює нулю $\sum M_B(\vec{F}) = 0$. Діючими силами в даному випадку є сила F та сила T , що стискає стержень AC , тому $\sum M_B(\vec{F}) = -F \cdot S + T \cdot BD = 0$, звідки $T = \frac{F \cdot S}{BD}$.

З трикутника ABC визначаємо величину кута $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$, а з прямокутного трикутника ADB визначаємо $BD = AB \cdot \sin \gamma = a \sin \gamma$. За формулами приведення для тригонометричних функцій $\sin \gamma = \sin(180^\circ - (\alpha + \beta)) = \sin(\alpha + \beta)$, тому остаточно $BD = a \sin(\alpha + \beta)$. З урахуванням виразів для F , S , BD визначимо $T = \frac{F \cdot S}{a \sin(\alpha + \beta)}$.

За умов відомих довжин відрізків AB , AC , BC для визначення невідомих кутів α і β (кут $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$ є залежним від α і β) скористаємось теоремами синусів і косинусів

$$\frac{AC}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin \gamma}, \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \alpha. \quad 3$$

останнього виразу маємо $\alpha = \arccos\left(\frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC}\right)$, тоді

$$\beta = \arcsin\left(\frac{AB}{AC} \sin \alpha\right).$$

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $H = 5,0$ м, $b = 2,3$ м, $AB = 3,8$ м, $AC = 4,9$ м, $BC = 6,2$ м.

Розв'язання: Кут $\alpha = \arccos\left(\frac{3,8^2 + 6,2^2 - 4,9^2}{2 \cdot 3,8 \cdot 4,9}\right) \approx 39,17^\circ$. Кут

$\beta = \arcsin\left(\frac{3,8}{4,9} \sin 39,17^\circ\right) \approx 29,33^\circ$. За цими даними визначаємо кут

$\gamma = 180^\circ - (39,17^\circ + 29,33^\circ) = 111,5^\circ$. Глибина занурення точки A $h_0 = 5,0 - 3,8 \cdot \sin 39,17^\circ \approx 2,60$ м. Точка прикладення сили F ви-

значається відстанню $S = \frac{2 \cdot 2,60 + 5,0}{3(2,60 + 5,0)} \cdot 3,8 = 1,70$ м, а сама сила

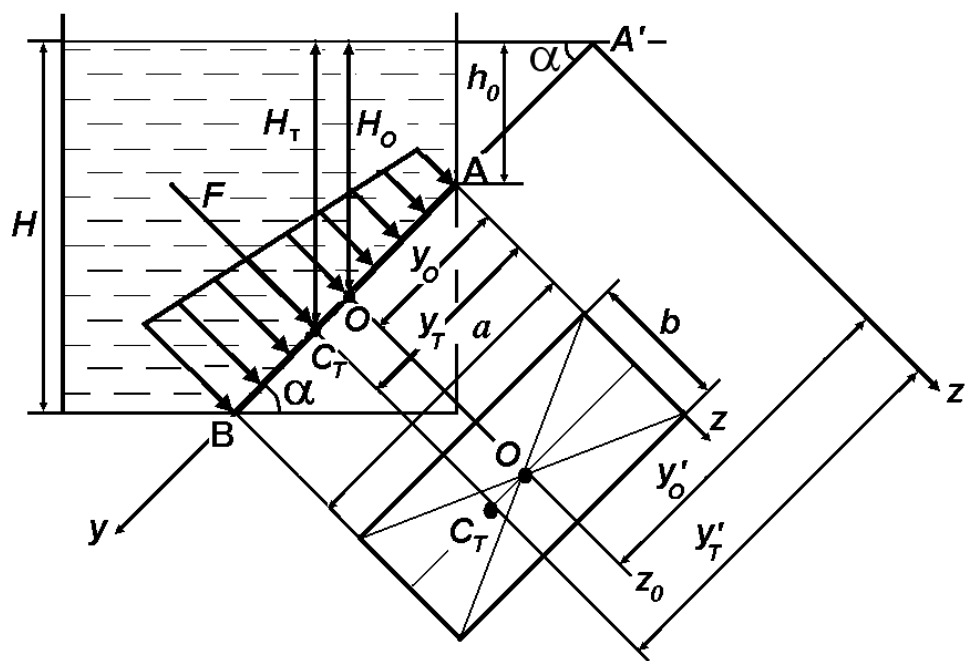
$$F = 10^3 \cdot 9,81 \cdot \left(5,0 - \frac{3,8}{2} \sin 39,17^\circ\right) \cdot 3,8 \cdot 2,3 \approx 325,8 \cdot 10^3 \text{ Н} = 325,8$$

кН. Сила T , що стискає стержень AC ,

$$T = \frac{325,8 \cdot 10^3 \cdot 1,70}{3,8 \cdot \sin(39,17^\circ + 29,33^\circ)} \approx 156,65 \cdot 10^3 \text{ Н} = 156,65 \text{ кН}.$$

Відповідь. Сила гідростатичного тиску $F = 325,8$ кН, точка її прикладення знаходиться на відстані $S = 1,70$ м догори від точки B на відрізьку AB , зусилля $T = 156,65$ кН.

ЗАДАЧА № 7. Обчислити силу тиску води F (без урахування поверхневого тиску) на пластину певної форми (затвор отвору), яка нахилена до горизонту під кутом α . Розміри пластини a і b , напір води H . Обчислити глибину занурення H_T та координату центру тиску y'_T .



Номер	Форма засувки	Співвідношення між a і b	b , м	H , м	α , °
1	Трикутник	$a = 2,4b$	1,92	4,4	60
2	Трапеція	$a = 1,5b$ ($b_1 = b$, $b_2 = 2b$)	1,94	4,5	57
3	Коло	$a = b$	1,96	4,6	54
4	Напівколо	$a = 0,5b$	1,98	4,7	51
5	Квадрат	$a = b$	2,0	4,8	48
6	Квадрат на ребрі	$a = b$	2,02	4,9	45
7	Ромб	$a = 2b$	2,04	5,0	42
8	Еліпс	$a = 2,5b$	2,06	5,1	39
9	Напівеліпс	$a = 1,5b$	2,08	5,2	36
0	Параболічний сегмент	$a = 1,5b$	2,10	5,3	33
	В	В	Б	А	В

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Розглянемо вирішення задачі (для визначеності на Рисунку наведена прямокутна пластинка). Для цього введемо дві системи координат: так звану місцеву zAy , яка пов'язана з площиною пластинки, і $z'A'y$, яка пов'язана з рівнем вільної поверхні. Вісь y проходить крізь площину пластини, осі z і z' є паралельними одна одній, а взагалі є перпендикулярними до площини рисунку, на якому показано розташування пластинки в указаних системах координат.

Для довільної пластинки існують верхній (визначається точкою A) та нижній (визначається точкою B) край. Для відомих величин H , a і α глибина занурення точки A дорівнює $h_0 = H - a \sin \alpha$. Гідростатичний тиск спрямований за нормаллю до поверхні, на яку він діє, тому в геометричному сенсі його епюра є прямокутною трапецією. Верхня основа трапеції діє на рівні точки A і дорівнює $P_A = \rho g h_0$, нижня – на рівні точки B і дорівнює $P_B = \rho g H$. Сила гідростатичного тиску F дорівнює добутку величини гідростатичного тиску $\rho g H_0$ в центрі ваги O пластинки на його площу ω . В Додатку наведені площа ω і координата y_0 центру ваги різних фігур для місцевої системи координат. Використовуючи ці дані, глибина занурення центру ваги $H_0 = H - (a - y_0) \sin \alpha$, тоді сила $F = \rho g (H - (a - y_0) \sin \alpha) \cdot \omega = \rho g H_0 \omega$. Ця сила проходить через центр тиску C_T , координата якого $y'_T = y'_0 + \frac{I_{z_0}}{\omega \cdot y'_0}$, де I_{z_0} - момент інерції фігури відносно осі z_0 , яка проходить через центр ваги фігури (див. Таблицю Додатку). Величина $y'_0 = y_0 + \frac{h_0}{\sin \alpha}$. Глибина занурення центру тиску фігури $H_T = y'_T \cdot \sin \alpha$.

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: форма засувки – прямокутник, $a = 3$ м, $b = 2$ м, $H = 4$ м, $\alpha = 60^\circ$.

Розв'язання: Для засувки певної форми за довідниковими даними (Таблиця 5) визначаємо площу перерізу ω , координату центру ваги y_o , момент інерції I_{z_o} . Для прямокутника $\omega = ab = 3 \cdot 2 = 6 \text{ м}^2$,

$$y_o = \frac{a}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ м}, \quad I_{z_o} = \frac{ba^3}{12} = \frac{2 \cdot 3^3}{12} = 4,5 \text{ м}^4.$$

Глибина занурення точки A $h_o = 4 - 3 \cdot \sin 60^\circ \approx 1,4 \text{ м}$. Глибина занурення центра ваги

$H_o = 4 - (3 - 1,5) \sin 60^\circ \approx 2,7 \text{ м}$, тоді сила гідростатичного тиску

$F = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 2,7 \cdot 6 = 158922 \text{ Н} \approx 159 \text{ кН}$. Визначаємо відносно осі

z' координату центра ваги засувки $y'_o = 1,5 + \frac{1,4}{\sin 60^\circ} \approx 3,12 \text{ м}$ і ко-

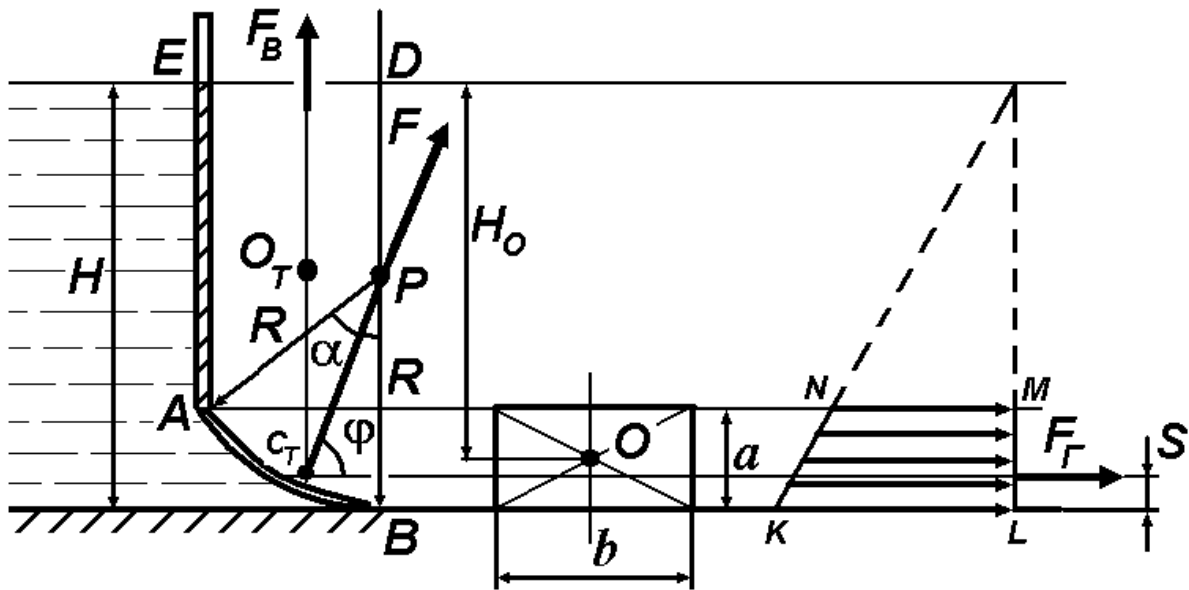
ординату центра тиску C_T $y'_T = 3,12 + \frac{4,5}{6 \cdot 3,12} \approx 3,36 \text{ м}$. Остаточно

глибина занурення центру тиску фігури $H_T = 3,36 \cdot \sin 60^\circ = 2,91 \text{ м}$.

Відповідь. Сила тиску води (без урахування поверхневого тиску) на прямокутну пластину $F = 158922 \text{ Н}$, глибина занурення центру тиску $H_T = 2,91 \text{ м}$, координата центру тиску $y'_T \approx 3,36 \text{ м}$.

ЗАДАЧА № 8. Визначити силу тиску F води на циліндричну поверхню AB (шириною b у напрямі перпендикулярному площині рисунку), яка перекриває отвір між камерами. Глибина H , радіус кривизни поверхні R , кут α .

Номер	$H, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$R, \text{ м}$	$\alpha, ^\circ$
1	6,0	2,55	1,1	25
2	5,9	2,65	1,2	28
3	5,8	2,75	1,3	31
4	5,7	2,85	1,4	34
5	5,6	2,95	1,5	37
6	5,5	3,05	1,6	40
7	5,4	3,15	1,7	43
8	5,3	3,25	1,8	46
9	5,2	3,35	1,9	49
0	5,1	3,45	2,0	52
	Б	А	Б	В



ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Горизонтальна складова сили тиску визначається за формулою (I.12). O - центр ваги проекції криволінійної поверхні на вертикальну площину (проекцією є прямокутник з висотою a і шириною b). У даному випадку $H_O = H - \frac{a}{2}$, $a = R(1 - \cos \alpha)$, $\omega_B = a \cdot b$.

Тоді $F_G = \rho g \left[H - \frac{1}{2} R(1 - \cos \alpha) \right] \cdot R(1 - \cos \alpha) \cdot b$. Лінія дії горизонтальної складової проходить на відстані $H - S$ від вільної поверхні води, де $S = \frac{2 \cdot NM + KL}{3(NM + KL)} a$. В свою чергу,

$NM = \rho g(H - a)$, $KL = \rho gH$. Після підстановки та скорочення на ρg знаходимо $S = \frac{[3H - 2R(1 - \cos \alpha)] \cdot R(1 - \cos \alpha)}{6H - 3R(1 - \cos \alpha)}$.

Вертикальна складова визначається за (I.13), де W - об'єм «тіла тиску», перерізом якого є фігура $ABDE$. Тому з урахуванням довжини b у напрямі, перпендикулярному до площини рисунку, запишемо $W = \left[\frac{1}{2} R^2 \pi \frac{\alpha}{180^\circ} + \frac{1}{2} (H - a + H - R) \cdot R \sin \alpha \right] b$. Зробимо

деякі пояснення до цієї формули. Площа перерізу $ABDE$ складається, по-перше, з площі колового сектору APD з центральним кутом

α (перший доданок), по-друге, з площі трапеції $APDE$ (другий доданок), а по-третє, при обчисленні площі колового сектора необхідно перевести градусну міру в радіани (наприклад, куту $\alpha = 30^\circ$ відповідає значення $\pi/6$ рад). Вертикальна складова проходить через точку C_T - центр ваги «тіла тиску» і спрямована вертикально вгору. Сила тиску за (1.9) дорівнює $F = \sqrt{F_\Gamma^2 + F_B^2}$. Ця сила проходить через точку O_T під кутом $\varphi = \arctg \frac{F_B}{F_\Gamma}$ (3.9) до горизонту. Точка перетину

лінії дії сили F з циліндричною поверхнею є точкою прикладення сили гідростатичного тиску до самої поверхні. Сама сила спрямована за нормаллю до поверхні.

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $b = 1$ м, $H = 4$ м, $R = 1$ м, $\alpha = 30^\circ$.

Розв'язання: Горизонтальна складова сили тиску $F_\Gamma = 10^3 \cdot 9,81 \cdot [4 - 0,5 \cdot (1 - 0,866)] \cdot 1 \cdot (1 - 0,866) \cdot 1 = 5,17$ кН, яка діє на відстані $S = \frac{[3 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot (1 - 0,866)] \cdot 1 \cdot (1 - 0,866)}{6 \cdot 4 - 3 \cdot 1 \cdot (1 - 0,866)} \approx 0,0667$ м

від дна.

Вертикальна складова сили тиску

$F_B = 10^3 \cdot 9,81 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 1^2 \cdot 3,1415 \cdot \frac{30}{180} + \frac{1}{2} \cdot (4 - 1 \cdot (1 - 0,866) + 4 - 1) \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \right] \cdot 1 =$
 $= 19,4$ кН. Сила тиску дорівнює $F = \sqrt{5,17^2 + 19,4^2} = 20,1$ кН. Ця сила проходить через точку O_T під кутом $\varphi = \arctg \frac{19,4 \cdot 10^3}{5,17 \cdot 10^3} \approx 75^\circ$

до горизонту. Точка перетину лінії дії сили F з циліндричною поверхнею є точкою прикладення сили гідростатичного тиску до самої поверхні. Сама сила спрямована за нормаллю до поверхні.

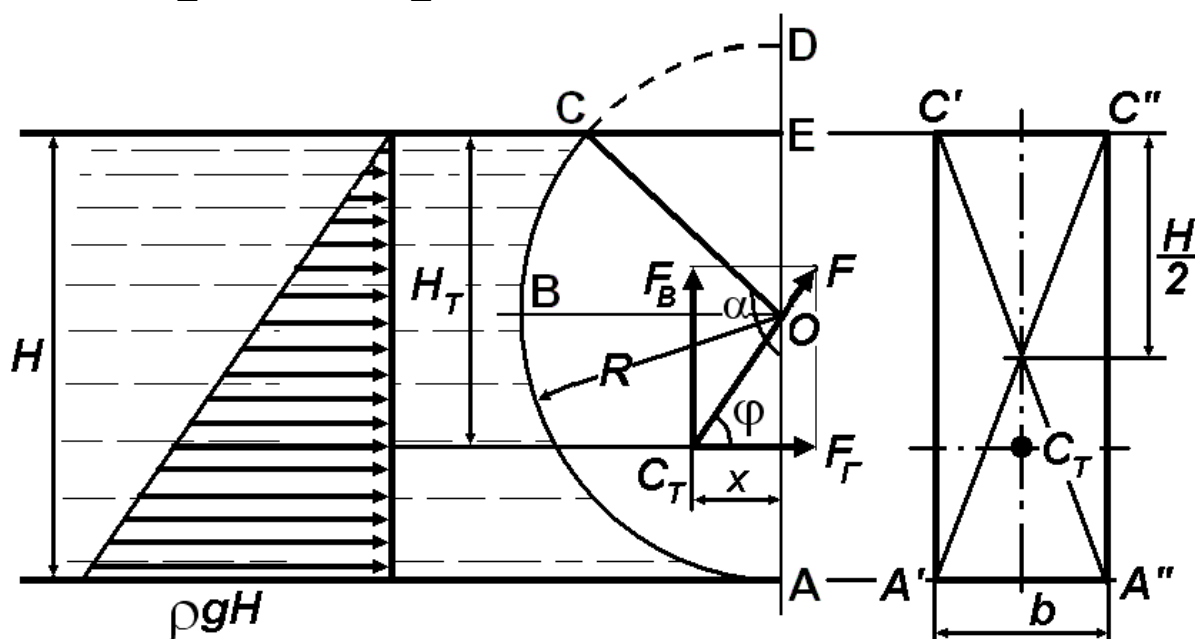
Відповідь. Сила тиску на циліндричну поверхню $F = 20,1$ кН.

ЗАДАЧА № 9. Визначити силу F гідростатичного тиску води на криволінійну циліндричну поверхню ABC з радіусом кривизни R , яка є дугою сектора AOC з кутом α . Ширина циліндричної поверхні в напрямі, перпендикулярному до площини рисунку b . Визначити координати точки C_T прикладення сили F та кут нахилу цієї сили до горизонту.

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

На криволінійну поверхню ABC діє стовп води H , тобто глибина занурення точки A дорівнює сумі відрізків AO і OE , або $H = R(1 + \sin(\alpha - 90^\circ)) = R(1 - \cos \alpha)$. Епюра гідростатичного тиску є прямокутним трикутником з вертикальною стороною H і горизонтальною стороною $\rho g H$. Проекцією криволінійної поверхні ABC на вертикальну площину є прямокутник $A'A''C''C'$, в якому $A'A'' = C'C'' = H$, а $A'C' = A''C'' = b$. Центр ваги цього прямокутника знаходиться на глибині $\frac{H}{2}$ від вільної поверхні, тому горизонтальна складова сили гідростатичного тиску дорівнює добутку тиску в центрі ваги на площу відповідного прямокутника (I.11)

$$F_r = \rho g \frac{H}{2} \cdot bH = \rho g \frac{b}{2} R^2 (1 - \cos \alpha)^2.$$



Вертикальна складова сили тиску спрямована догори та дорівнює вазі води в об'ємі фігури $ABCEA$ (I.13). Для визначення цього об'єму необхідно знайти площу фігури $ABCEA$, яка складається з сектора AOC і прямокутного трикутника OEC .

Площа сектора AOC дорівнює $\omega_{AOC} = \frac{1}{2} \pi R^2 \cdot \frac{\alpha}{180^\circ}$, де кут α вимірюється в градусах. Площа прямокутного трикутника OEC дорівнює $\omega_{OEC} = \frac{1}{2} R \cos(180^\circ - \alpha) \cdot R \sin(180^\circ - \alpha) = -\frac{R^2}{4} \sin 2\alpha$.

Стосовно останнього виразу необхідно зробити деякі пояснення. Для кута $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ фігура $ABCEA$ утворюється шляхом відрізання прямокутного трикутника OEC від сектора AOC . Зважаючи на те, що для $0^\circ < 2\alpha < 180^\circ$ значення $\sin 2\alpha$ є додатним, площа $\omega_{OEC} < 0$. Натомість, для кута $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ фігура $ABCEA$ утворюється шляхом додавання прямокутного трикутника OEC до сектора AOC , тому при $180^\circ < 2\alpha < 360^\circ$ значення $\sin 2\alpha$ є від'ємним, і площа $\omega_{OEC} > 0$. Таким чином, вертикальна складова си-

ли тиску $F_B = \rho g b \cdot (\omega_{OEC} + \omega_{AOC}) = \rho g b \cdot \frac{1}{4} R^2 \left(-\sin 2\alpha + 2\pi \frac{\alpha}{180^\circ} \right)$.

Рівнодіюча сил гідростатичного тиску визначається за формулою (I.9)

$F = \sqrt{F_G^2 + F_B^2}$. Ця сила проходить через точку C_T з координатами (x, H_T) . Вертикальна координата H_T визначається положенням центра ваги епюри гідростатичного тиску, який для прямокутного трикутника знаходиться на глибині $H_T = \frac{2}{3} H$ від вільної поверхні.

Для визначення відстані x (горизонтальна координата центра ваги фігури $ABCEA$) скористаємось правилом визначення координати центра ваги для складених фігур. Спрямуємо вісь X у позитивному напрямі вздовж відрізка OB , тоді для колового сектора

AOC проекція координати центра ваги дорівнює $x_{AOC} = 4R \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{3\pi \frac{\alpha}{180^\circ}}$,

а для прямокутного трикутника OEC проекція координати центра ваги дорівнює $x_{OEC} = \frac{1}{3}R \sin(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}R \sin \alpha$. Остаточно за

правилами визначення координат центра ваги складеної фігури

$$x = \frac{x_{AOC} \cdot \omega_{AOC} + x_{OEC} \cdot \omega_{OEC}}{\omega_{AOC} + \omega_{OEC}}, \text{ тому після підстановки усіх величин і}$$

проведення певних перетворень отримуємо

$$x = R \frac{8 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha}{3 \left(2\pi \frac{\alpha}{180^\circ} - \sin 2\alpha \right)}. \text{ Для двох окремих випадків маємо при}$$

$$\alpha = 90^\circ: x = \frac{4R}{3\pi}, \text{ при } \alpha = 180^\circ: x = \frac{4R}{3\pi} \text{ (відповідно для чверті та половини циліндра).}$$

Таким чином, координати точки C_T визначені. Зважаючи на те, що криволінійна поверхня ABC з радіусом кривизни R є циліндричною, і сили тиску в кожній точці поверхні спрямовані за нормаллю і збігаються з радіусами, то і рівнодіюча цих сил теж має проходити через точку O . Отже, положення двох точок - C_T і O , через які проходить сила гідростатичного тиску F , визначено. Кут φ нахилу сили

$$F \text{ до горизонту за (I.10) дорівнює } \varphi = \arctg \frac{F_B}{F_\Gamma}.$$

Номер	$R, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$\alpha, ^\circ$
1	3,1	2,15	55
2	3,3	2,35	65
3	3,5	2,55	75
4	3,7	2,75	85
5	3,9	2,95	95
6	4,1	3,15	105
7	4,3	3,35	115
8	4,5	3,55	125
9	4,7	3,75	135
0	4,9	3,95	145
	Б	А	В

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $R = 2$ м, $b = 2,5$ м, $\alpha = 160^\circ$.

Розв'язання: Глибина занурення точки A , або повний стовп води $H = 2 \cdot (1 - \cos 160^\circ) \approx 3,88$ м. Горизонтальна складова сили гідростатичного тиску $F_T = 10^3 \cdot 9,81 \cdot \frac{2,5}{2} \cdot 2^2 (1 - \cos 160^\circ) \approx 184,55 \cdot 10^3$

$N = 184,55$ кН. Вертикальна складова сили гідростатичного тиску $F_B = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 2,5 \cdot \frac{1}{4} 2^2 \left(-\sin(2 \cdot 160^\circ) + 2\pi \frac{160^\circ}{180^\circ} \right) \approx 152,74 \cdot 10^3$ $N = 152,74$

кН. Рівнодіюча сил гідростатичного тиску $F = \sqrt{184,55^2 + 152,74^2} \approx 239,56$ кН. Ця сила проходить через точку C_T з координатами (x, H_T) . Вертикальна координата $H_T = \frac{2}{3} \cdot 3,88 = 2,59$ м від вільної поверхні. Горизонтальна координата

$x = 2 \cdot \frac{8 \sin^2 \frac{160^\circ}{2} - \sin 160^\circ \cdot \sin(2 \cdot 160^\circ)}{3 \left(2\pi \frac{160^\circ}{180^\circ} - \sin(2 \cdot 160^\circ) \right)} \approx 0,854$ м. Кут φ нахилу сили F до горизонту дорівнює $\varphi = \arctg \frac{152,74}{184,55} \approx 39,66^\circ$.

$H_T = \frac{2}{3} \cdot 3,88 = 2,59$ м від вільної поверхні. Горизонтальна координата $x = 2 \cdot \frac{8 \sin^2 \frac{160^\circ}{2} - \sin 160^\circ \cdot \sin(2 \cdot 160^\circ)}{3 \left(2\pi \frac{160^\circ}{180^\circ} - \sin(2 \cdot 160^\circ) \right)} \approx 0,854$ м. Кут φ нахилу сили F до горизонту дорівнює $\varphi = \arctg \frac{152,74}{184,55} \approx 39,66^\circ$.

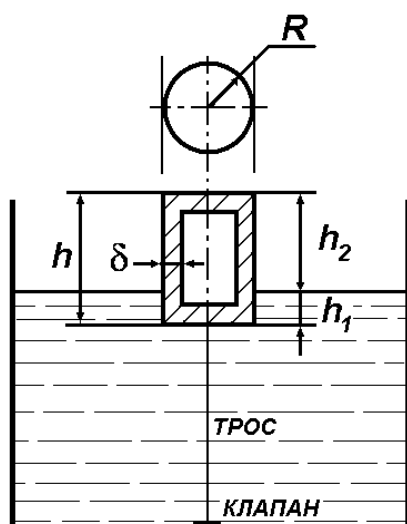
та $x = 2 \cdot \frac{8 \sin^2 \frac{160^\circ}{2} - \sin 160^\circ \cdot \sin(2 \cdot 160^\circ)}{3 \left(2\pi \frac{160^\circ}{180^\circ} - \sin(2 \cdot 160^\circ) \right)} \approx 0,854$ м. Кут φ нахилу сили F до горизонту дорівнює $\varphi = \arctg \frac{152,74}{184,55} \approx 39,66^\circ$.

лу сили F до горизонту дорівнює $\varphi = \arctg \frac{152,74}{184,55} \approx 39,66^\circ$.

Відповідь. Сила гідростатичного тиску $F \approx 239,56$ кН, координати точки C_T $H_T = 2,59$ м від вільної поверхні та $x \approx 0,854$ м, кут нахилу сили F до горизонту $\varphi \approx 39,66^\circ$.

ЗАДАЧА № 10. Циліндричний поплавок, вісь якого збігається з вертикаллю, повинен відкривати за допомогою троса клапан при підвищенні рівня води в резервуарі на h_2 . Зусилля відкривання клапана F . Знайти радіус R основи поплавка та його висоту h , якщо товщина стінки поплавка δ , густина матеріалу поплавка $\rho_{\Pi} = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, густина води $\rho_B = 10^3$ кг/м³.

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ



При нормальному рівні води в резервуарі поплавки плаває повільно, без натягу троса, який при підвищенні рівня води на h_2 досягає піднімальної сили відкриття клапану F_{A2} . Отже з рівняння (I.14) для виштовхувальної (архімедової) сили маємо

$$F_{A2} = \rho g W_2 = \rho g \pi R^2 h_2 = F$$

$$R = \sqrt{\frac{F}{\rho g \pi h_2}}.$$

Глибину занурення поплавка під дією власної ваги G знайдемо з рівняння $G = F_{A1}$ (I.14), з урахуванням незаповнення всього об'єму поплавка матеріалом з густиною ρ_{Π} ,

$$\left[\pi R^2 (h_1 + h_2) - \pi (R - \delta)^2 (h_1 + h_2 - 2\delta) \right] \rho_{\Pi} g = \pi R^2 h_1 \rho_B g.$$

Розв'язуємо це рівняння відносно h_1 і маємо

$$h_1 = \frac{\left[2R^2 + 2R(h_2 - \delta) - \delta(h - 2\delta) \right] \rho_{\Pi} \delta}{R^2 \rho_B - 2R\delta \rho_{\Pi} + \delta^2 \rho_{\Pi}}.$$

Отже, загальна висота поплавка $h = h_1 + h_2$.

Номер	F , Н	h_2 , см	δ , мм
1	11	4,1	2,0
2	12	4,2	1,9
3	13	4,3	1,8
4	14	4,4	1,7
5	15	4,5	1,6
6	16	4,6	1,5
7	17	4,7	1,4
8	18	4,8	1,3
9	19	4,9	1,2
0	20	5,0	1,1
	Б	А	В

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $F = 10 \text{ Н}$, $h_2 = 4 \text{ см}$, $\delta = 1 \text{ мм}$.

Розв'язання: Визначимо радіус основи поплавка, для якого маємо

$$R = \sqrt{\frac{10}{10^3 \cdot 9,81 \cdot 3,1415 \cdot 0,04}} = 0,09 \text{ м} = 9 \text{ см.}$$

$$h_1 = \frac{\text{плавка} \quad \text{під} \quad \text{дією} \quad \text{власної} \quad \text{ваги} \quad \left[2 \cdot 9^2 + 2 \cdot 9 \cdot (4 - 0,2) - 0,1 \cdot (4 - 0,2) \right] \cdot 7,8 \cdot 10^3 \cdot 0,1}{9^2 \cdot 10^3 - 2 \cdot 9 \cdot 0,1 \cdot 7,8 \cdot 10^3 + 0,1^2 \cdot 7,8 \cdot 10^3} = 2,68 \text{ см.}$$

Отже, загальна висота поплавка $h = h_1 + h_2 = 2,68 + 4 = 6,68 \text{ см}$.

Зважаючи на те, що у виразі для h_1 в чисельнику добуток густини на лінійний розмір у третьому ступені, а в знаменнику – добуток густини на лінійний розмір у другому ступені, не є необхідним переводити лінійні розміри до системи SI . Скорочення залишає висоту h_1 в розмірності, що була обрана для усіх лінійних величин в цьому виразі, тобто в даному випадку - сантиметр.

Відповідь. Радіус кола поплавка $R = 9 \text{ см}$, висота поплавка $h = 6,68 \text{ см}$.

МОДУЛЬНА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Витратами називається кількість рідини, яка протікає через площину живого перерізу за одиницю часу. Витрати вимірюються в одиницях об'єму, в одиницях маси, або вагових одиницях, віднесених до одиниці часу, у зв'язку з чим витрати поділяють на об'ємні Q , масові M і вагові G

$$Q = \frac{W}{t}, \quad (\text{II.1})$$

де W - об'єм рідини, t - час;

$$M = \frac{m}{t}, \quad (\text{II.2})$$

де m - маса рідини;

$$G = \frac{mg}{t}. \quad (\text{II.3})$$

Середня швидкість V визначається об'ємними витратами через одиницю площини живого перерізу

$$V = \frac{Q}{\omega}. \quad (\text{II.4})$$

Рівняння нерозривності потоку або **постійності витрат**

$$V_1 \omega_1 = V_2 \omega_2 = \text{const}. \quad (\text{II.5})$$

Число Рейнольдса Re - критерій режиму руху

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \quad (\text{II.6})$$

де V - середня швидкість руху рідини по трубі, d - внутрішній діаметр труби, ν - кінематична в'язкість рідини.

Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}. \quad (\text{II.7})$$

показує зв'язок між координатою частинки z , тиском P і швидкістю V в різних перерізах струменя ідеальної рідини.

Загальні втрати напору h_{1-2} для ділянки трубопроводу, прокладеного між двома перерізами

$$h_{1-2} = z_1 - z_2 + \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}. \quad (\text{II.8})$$

Втрати напору по довжині труби h_λ

$$h_\lambda = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad (\text{II.9})$$

λ - коефіцієнт гідравлічного тертя (коефіцієнт Дарсі); l - довжина труби, d - її внутрішній діаметр; V - середня швидкість руху рідини.

Місцеві втрати напору

$$h_m = \zeta \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad (\text{II.10})$$

ζ - безрозмірний коефіцієнт, який називається коефіцієнтом місцевого опору.

Втрати напору в рукавній лінії, що складається з послідовно з'єднаних n рукавів

$$h = n S'_p Q^2. \quad (\text{II.11})$$

Швидкість поширення ударної хвилі

$$a = \sqrt{\frac{E_p}{\rho}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{E_p \cdot d}{E_T \cdot \delta}}}, \quad (\text{II.12})$$

E_p - модуль пружності рідини; ρ - густина рідини, d - внутрішній діаметр труби, E_T - модуль пружності матеріалу труби, δ - товщина стінок труби.

Фаза гідравлічного удару, тобто за час подвійного пробігу ударної хвилі вздовж трубопроводу довжиною l

$$t_{\text{фаз}} = \frac{2l}{a}. \quad (\text{II.13})$$

Формула М.Є.Жуковського (для прямого гідравлічного удару, коли час закриття $t_{зак}$ крану або засувки менший за $t_{фаз}$)

$$\Delta P = \rho a V. \quad (II.14)$$

Формула М.З.Френкеля (для непрямого гідравлічного удару, при $t_{зак} > t_{фаз}$)

$$\Delta P = \rho a V \cdot \frac{t_{фаз}}{t_{зак}}. \quad (II.15)$$

Ступінь стиснення струменя визначається **коефіцієнтом стиснення**

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega}, \quad (II.16)$$

де ω - площа перерізу отвору, ω_c - площа перерізу стисненого струменя.

Коефіцієнт швидкості φ (ζ_o - коефіцієнт опору отвору)

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_o}}. \quad (II.17)$$

Коефіцієнт витрати μ

$$\mu = \varepsilon \cdot \varphi. \quad (II.18)$$

Час повного спорожнення резервуару висотою H_{max} до рівня $H = 0$

$$t = - \int_{H_{max}}^0 \frac{\omega(H)}{\omega_o \mu \sqrt{2gH}} dH = \frac{1}{\omega_o \mu \sqrt{2g}} \int_0^{H_{max}} \frac{\omega(H)}{\sqrt{H}} dH. \quad (II.19)$$

Інтеграл в (10.1) можна обчислити за умов відомого закону залежності площі перерізу від висоти $\omega(H)$.

Формула Люгера (залежність висоти вертикального струменя від напору на виході з насадки)

$$S_B = \frac{H}{1 + \eta H}, \quad \eta = \frac{0,00025}{D_o (1 + 1000 D_o^2)}. \quad (II.20)$$

Формула Фрімана (залежність висоти вертикального струменя від напору на виході з насадки)

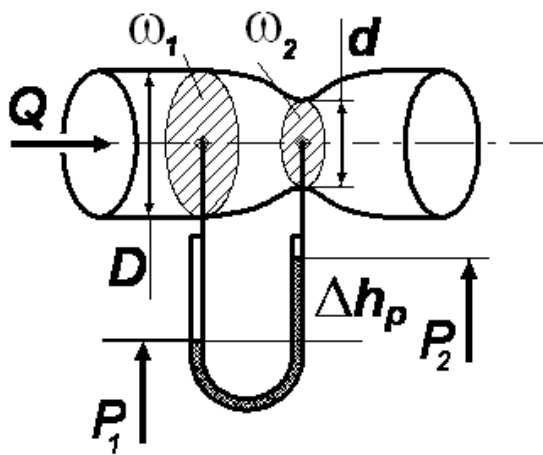
$$S_B = H - \frac{0,000113}{D_o} H^2 = H \left(1 - \frac{0,000113}{D_o} H \right). \quad (\text{II.21})$$

Радіус R_K дії компактної частини нахилоного струменя (для ручних пожежних стволів, у яких $D_o \leq 25$ мм), α - коефіцієнт, що залежить від величини S_K

$$R_K \approx S_K = \frac{S_B}{\alpha}, \quad \alpha \approx 1,19 + 80(0,01 \cdot S_K)^4. \quad (\text{II.22})$$

Радіусом R_p дії роздробленої частини нахилоного струменя (для ручних пожежних стволів, у яких $D_o \leq 25$ мм), δ залежить від кута γ нахилу ствола до горизонту

$$R_p = \delta \cdot S_B. \quad (\text{II.23})$$



ЗАДАЧА № 11. Площі перерізів витратоміра складають ω_1, ω_2 , манометричні тиски в перерізах відповідно дорівнюють P_1, P_2 . Визначити різницю Δh_{PT} в ртутному диференціальному манометрі, приймаючи $\rho_{PT} = 13,52 \cdot 10^3$ кг/м³. Визначити об'ємні витрати рідини Q у трубопроводі, густина рідини ρ_p .

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Скористаємось рівнянням Бернуллі (I.21). В даному випадку $z_1 = z_2 = 0$, що спрощує це рівняння $\frac{P_1}{\rho_p g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho_p g} + \frac{V_2^2}{2g}$, де ρ_p

- густина рідини. Застосуємо рівняння нерозривності потоку (II.5), з якого $V_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} V_1$ та $V_2^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 V_1^2$. Після підстановки останнього ви-

разу в рівняння Бернуллі маємо $\frac{1}{\rho_p g} (P_1 - P_2) = \frac{V_1^2}{2g} \left(\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1 \right)$, тому

$$\text{для швидкості } V_1 \text{ остаточно } V_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (P_1 - P_2)}{\rho_p \cdot \left[\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 - 1 \right]}}.$$

Об'ємні витрати за рівнянням (II.5) $Q = \omega_1 V_1$. Висота ртутного стовпа $\Delta h_{\text{рт}}$ визначається зі співвідношення $P_1 = P_2 + \rho_{\text{рт}} g \cdot \Delta h_{\text{рт}}$, звідки $\Delta h_{\text{рт}} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{\text{рт}} g}$.

Номер	$\rho_p, \text{ кг/м}^3$	$\omega_1, \text{ см}^2$	$\omega_2, \text{ см}^2$	$P_1, \text{ кПа}$	$P_2, \text{ кПа}$
1	740	110	45	20,5	6,5
2	760	120	50	21,0	7,0
3	780	130	55	21,5	7,5
4	800	140	60	22,0	8,0
5	820	150	65	22,5	8,5
6	840	160	70	23,0	9,0
7	860	170	75	23,5	9,5
8	880	180	80	24,0	10,0
9	900	190	85	24,5	10,5
0	1000	200	90	25,5	11,0
	А	В	Б	В	Б

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $\omega_1 = 120 \text{ см}^2$, $\omega_2 = 70 \text{ см}^2$, $P_1 = 20 \text{ кПа}$, $P_2 = 7 \text{ кПа}$, $\rho_p = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

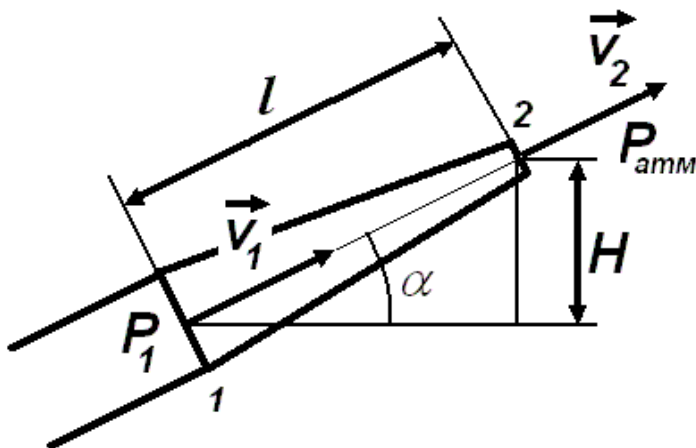
Розв'язання: Для швидкості $V_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (2 \cdot 10^4 - 0,7 \cdot 10^4)}{10^3 \cdot \left[\left(\frac{0,012}{0,007} \right)^2 - 1 \right]}} \approx 3,66 \text{ м/с.}$

Об'ємні витрати $Q = 0,012 \cdot 3,66 = 43,92 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 43,92 \text{ л/с.}$

Висота ртутного стовпа $\Delta h_{\text{рт}} = \frac{2 \cdot 10^4 - 0,7 \cdot 10^4}{13,52 \cdot 10^3 \cdot 9,81} = 0,098 \text{ м.}$

Відповідь. Різниця $\Delta h_{\text{рт}} = 0,098 \text{ м}$, об'ємні витрати води $Q = 43,92 \text{ л/с.}$

ЗАДАЧА № 12.



Знайти швидкість V_2 витікання води через конічну насадку без урахування втрат напору, якщо відомі : тиск P_1 , швидкість V_1 , кут нахилу насадки α , довжина l , тиск $P_2 = P_{\text{атм.}}$

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Скористаємось рівнянням Бернуллі (II.7). В даному випадку $z_1 = 0$, $z_2 = H = l \cdot \sin \alpha$. Для визначення швидкості V_2 вказане рівняння перепишемо у вигляді $\frac{V_2^2}{2g} = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{1}{\rho g} (P_1 - P_2) + z_1 - z_2$, звідки

$$V_2 = \sqrt{V_1^2 + \frac{2 \cdot (P_1 - P_2)}{\rho} - 2g \cdot l \sin \alpha}.$$

Номер	P_1 , атм	V_1 , км/годину	l , см	α , °
1	5,9	4,55	25	15
2	5,8	4,65	30	18
3	5,7	4,75	25	21
4	5,6	4,85	30	24
5	5,5	4,95	25	27
6	5,4	5,05	30	30
7	5,3	5,15	25	33
8	5,2	5,25	30	36
9	5,1	5,35	25	39
0	5,0	5,45	30	42
	Б	В	А	В

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $P_1 = 6$ атм, $V_1 = 6$ км/годину, $\alpha = 60^\circ$, $l = 30$ см, $P_2 = P_{атм}$.

Розв'язання: Передусім, необхідно привести розмірності всіх величин до системи SI : $V_1 = \frac{6000}{3600} \approx 1,67$ м/с, $P_1 = 6$ атм = $6 \cdot 1,01325 \cdot 10^5$

Па, $P_2 = P_{атм} = 1 \cdot 1,01325 \cdot 10^5$ Па (згідно з Таблицею 1), $l = 30$ см = $0,3$ м, після чого остаточно:

$$V_2 = \sqrt{1,67^2 + \frac{2 \cdot (6-1) \cdot 1,01325 \cdot 10^5}{10^3} - 2 \cdot 9,81 \cdot 0,3 \cdot 0,866} \approx 31,8 \text{ м/с.}$$

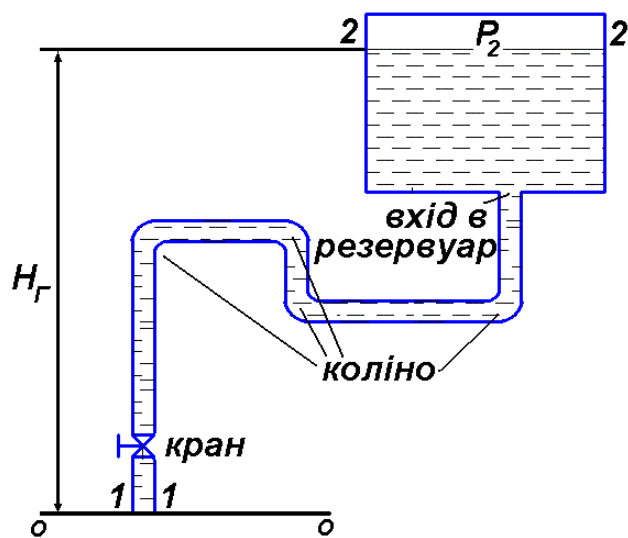
Відповідь. Швидкість витікання води через конічну насадку $V_2 \approx 31,8$ м/с.

ЗАДАЧА № 13. Визначити напір H_{Π} і відповідний до нього тиск P_1 , який потрібно створити на початку трубопроводу для подачі в бак води з кінематичною в'язкістю ν . Довжина трубопроводу l , його діаметр d , об'ємні витрати води Q , висота H_{Γ} , тиск в баку P_2 . Коефі-

цієнт опору крана ζ_1 , коліна ζ_2 , входу в резервуар $\zeta_3 = 1$, шорсткість стінок труб Δ .

Номер	$l, \text{ м}$	$d, \text{ мм}$	$\Delta, \text{ мм}$	$Q, \text{ л/с}$	$v, \text{ см}^2/\text{с}$	ζ_1	ζ_2	$H_{\Gamma}, \text{ м}$	$P_2, \text{ кПа}$
1	70	125	0,20	15	0,0157	0,131	3,9	14,2	170
2	73	150	0,21	17	0,0152	0,138	3,4	14,4	175
3	76	175	0,22	19	0,0147	0,158	2,7	14,6	180
4	79	200	0,23	21	0,0143	0,206	2,5	14,8	185
5	82	225	0,24	23	0,0139	0,294	5,0	15,0	190
6	85	125	0,25	25	0,0135	0,440	3,9	15,2	195
7	88	150	0,26	27	0,0131	0,661	3,4	15,4	200
8	91	175	0,27	29	0,0127	0,977	2,7	15,6	205
9	94	200	0,28	31	0,0124	1,408	2,5	15,8	210
0	97	225	0,29	33	0,0121	1,978	5,0	16,0	215
	Б	А	Б	В	Б	В	Б	А	В

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ



Вибравши перерізи 1-1, 2-2, а також положення горизонтальної площини, робимо аналіз рівняння Бернуллі (II.7) для умов даної задачі: P_1 - тиск невідомий, $V_1 = V_T = V$ - швидкість в перерізі 1-1 дорівнює швидкості в трубах і позначається V , $z_1 = 0$, $z_2 = H_{\Gamma}$ (рівень горизонтальної поверхні в перерізі 2-2), $V_2 = 0$ (оскільки бак має велику площу перерізу у порівнянні з площею перерізу труби).

Визначаємо втрати напору, які складаються з лінійних втрат і місцевих втрат (кран, чотири коліна, вхід в бак)

$$\sum h_{1-2} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \zeta_1 + 4\zeta_2 + \zeta_3 \right) \cdot \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4}. \quad \text{Потрібний напір}$$

$$H_{\Pi} = \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + H_{\Gamma} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \zeta_1 + 4\zeta_2 + \zeta_3 \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4}. \text{ В цьому}$$

виразі всі величини, окрім λ відомі, для визначення якого необхідно знайти число Рейнольдса (II.6) з урахуванням (II.5)

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu}. \text{ У випадку ламінарного режиму руху рідини}$$

($Re < 2320$) для визначення коефіцієнта λ необхідно скористатися

формулою Пуазейля $\lambda = \frac{64}{Re}$, а для турбулентного ($Re > 2320$) –

формулою А.Д.Альтшуля $\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}$, де Δ - абсолютна

шорсткість для певних труб. Тепер остаточно визначаємо потрібний напір H_{Π} . Після цього необхідний тиск в перерізі 1-1 визначається як

$$P_1 = \rho g H_{\Pi}.$$

Як завжди, наголошуємо, що під час вирішення задачі необхідно привести розмірності всіх величин відповідно до системи SI , за одним винятком. В формулі для визначення λ присутній доданок Δ/d , в якому обидві величини є лінійними розмірами. Тому саме тут за рахунок скорочення можна ці величини брати в будь-якій лінійній розмірності, але обов'язково однаковій.

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $\nu = 8 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$, $l = 80 \text{ м}$, $d = 100 \text{ мм}$, $Q = 15 \text{ л/с}$, $H_{\Gamma} = 15 \text{ м}$, $P_2 = 200 \text{ кПа}$, $\zeta_1 = 5$, $\zeta_2 = 0,8$, $\zeta_3 = 1$, $\Delta = 0,04 \text{ мм}$.

Розв'язання:

$$\text{Число Рейнольдса } Re = \frac{4 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{3,1415 \cdot 100 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-7}} \approx 238732.$$

Отже, режим руху турбулентний ($Re > 2320$) і тому коефіцієнт гідравлічного опору знаходимо за формулою А.Д.Альтшуля

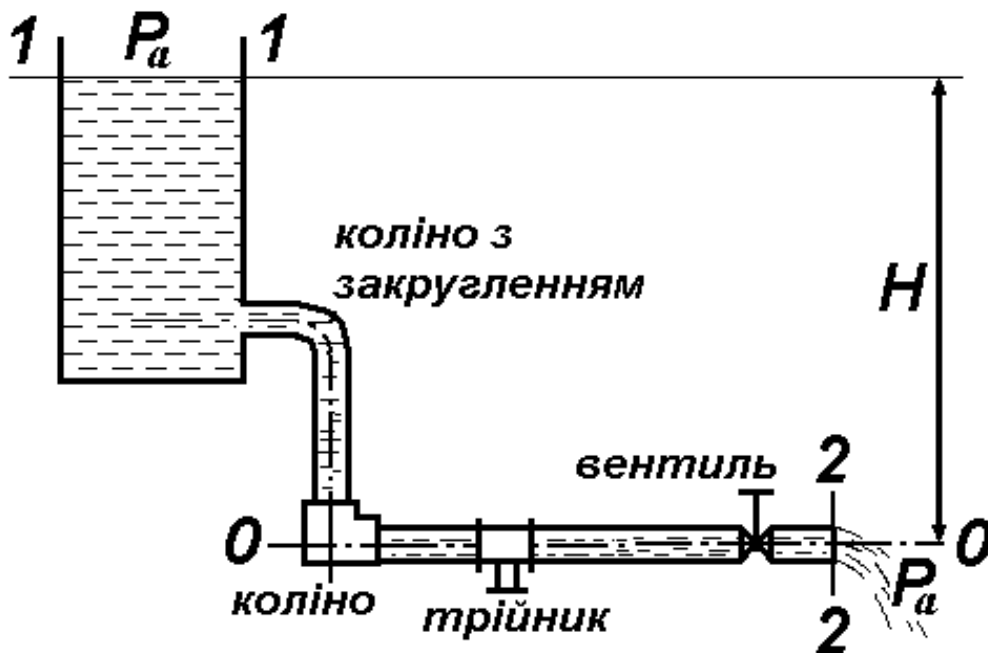
$$\lambda = 0,11^4 \sqrt{\frac{68}{238732} + \frac{0,04}{100}} = 0,0178. \text{ Тепер остаточно визначаємо потрібний напір}$$

$$H_{\Pi} = \frac{200 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9,81} + 15 + \left(0,0178 \frac{80}{0,1} + 5 + 4 \cdot 0,8 + 1 \right) \cdot \frac{8 \cdot 0,015^2}{3,1415^2 \cdot 9,81 \cdot 0,1^4}$$

$$= 39,7 \text{ м вод. ст.}$$
 Після цього необхідний тиск $P_1 = 10^3 \cdot 9,81 \cdot 39,7 = 389,46 \cdot 10^3 \text{ Па} \approx 0,39 \text{ МПа}$. Під час розрахунку Δ/d для цих лінійних величин обраною розмірністю є міліметр.

Відповідь. Потрібний напір $H_{\Pi} = 39,7 \text{ м вод. ст.}$, необхідний тиск $P_1 \approx 0,39 \text{ МПа}$.

ЗАДАЧА № 14.



Визначити напір H_{Π} , необхідний для пропуску об'ємних витрат води Q по старому сталевому трубопроводу з абсолютною шорсткістю Δ . Загальна довжина трубопроводу l , його діаметр d , кінематична в'язкість води ν . Для системи прийняти наступні величини місцевих опорів: $\zeta_{\text{ВХ}} = 0,5$ при гострих кромках вхідного отвору, $\zeta_{\text{КОЛ}2} = 1,7$ для коліна без закруглення, $\zeta_{\text{ТР}} = 3,8$ для трійника; величини $\zeta_{\text{КОЛ}1}$ для коліна з закругленням і $\zeta_{\text{ВЕНТ}}$ для вентилля визначаються окремо з таблиці даних.

Номер	$l, \text{ м}$	$d, \text{ мм}$	$\Delta, \text{ мм}$	$Q, \text{ л/с}$	$v, \text{ см}^2/\text{с}$	$\zeta_{\text{КОЛ1}}$	$\zeta_{\text{ВЕНТ}}$
1	200	125	0,50	15	0,0157	0,131	3,9
2	220	150	0,65	17	0,0147	0,138	3,4
3	240	175	0,80	19	0,0139	0,158	2,7
4	260	200	0,95	21	0,0131	0,206	2,5
5	280	225	1,10	23	0,0124	0,294	5,0
6	300	125	1,25	25	0,0117	0,440	3,9
7	320	150	1,40	27	0,0112	0,661	3,4
8	340	175	1,55	29	0,0106	0,977	2,7
9	360	200	1,70	31	0,0101	1,408	2,5
0	380	225	1,85	33	0,0081	1,978	5,0
	Б	А	В	В	Б	В	Б

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Знайдемо швидкість руху води $V = \frac{4Q}{\pi d^2}$ за формулою (II.4)

(з урахуванням площі круглого перерізу $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$) і режим руху – за формулою (II.6), де Q і d – відомі. Розмірність величин у виразі для визначення числа Рейнольдса: V – см/с, d – см, ν – см²/с.

Складемо рівняння Бернуллі для перерізів 1-1 і 2-2 відносно площини 0-0. Нехтуючи швидкісним напором в першому перерізі, враховуючи, що манометричний тиск в обох перерізах дорівнює нулю (атмосферний тиск не враховується), отримуємо

$$H = H_{\Pi} = z_2 - z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + h_{1-2}.$$

Діаметр трубопроводу по всій довжині постійний, тому $V_2 = V$, а втрати напору дорівнюють

$$h_{1-2} = h_{\Lambda} + \sum h_{\text{м}} = \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{\text{ВХ}} + \zeta_{\text{КОЛ1}} + \zeta_{\text{КОЛ2}} + \zeta_{\text{ТР}} + \zeta_{\text{ВЕНТ}}.$$

Потрібний напір $H_{\Pi} = \left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{\text{ВХ}} + \zeta_{\text{КОЛ1}} + \zeta_{\text{КОЛ2}} + \zeta_{\text{ТР}} + \zeta_{\text{ВЕНТ}} \right) \cdot \frac{V^2}{2g}.$

У випадку ламінарного режиму руху рідини ($Re < 2320$) для визначення коефіцієнта λ необхідно скористаємось формулою Пуазейля $\lambda = \frac{64}{Re}$, а для турбулентного ($Re > 2320$) – формулою

А.Д.Альтшуля $\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}$, де Δ - абсолютна шорсткість для певних труб (з урахуванням матеріалу та часу експлуатації).

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $l = 200$ м, $d = 100$ мм, $\Delta = 2$ мм, $Q = 12$ л/с, $\nu = 0,0131$ см²/с, $\zeta_{\text{КОЛ1}} = 0,4$, $\zeta_{\text{ВЕНТ}} = 2,5$.

Розв'язання: Швидкість руху води та режим руху відповідно $V = \frac{4 \cdot 0,012}{3,1415 \cdot 0,1^2} = 1,53$ м/с; $Re = \frac{153 \cdot 10}{0,0131} = 116000$, де $Q = 0,012$ м³/с, $d = 0,1$ м (переводимо до розмірності системи SI). Розмірність величин у виразі для визначення числа Рейнольдса: V - см/с, d - см, ν - см²/с.

Режим руху – турбулентний ($Re > 2320$), тому

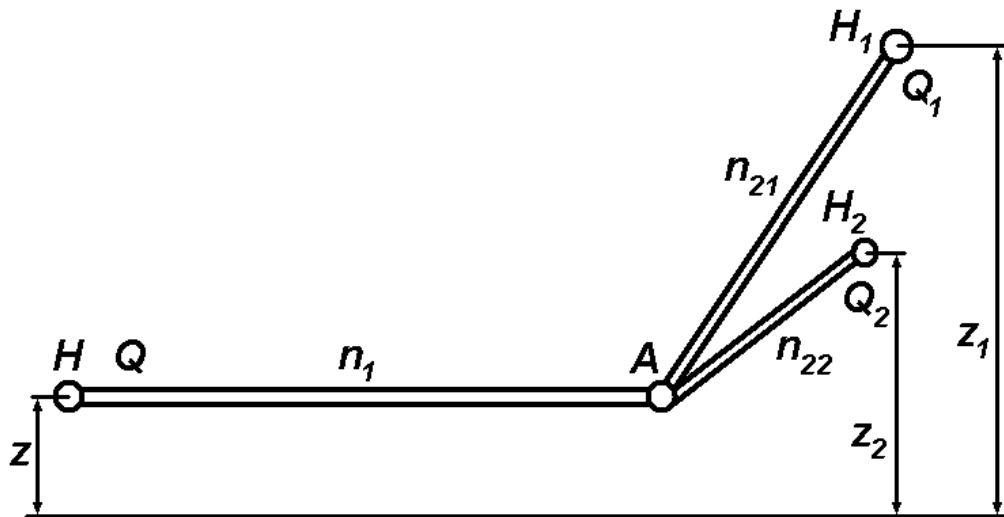
$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{116000} + \frac{2}{100} \right)^{0,25} = 0,0417 \approx 0,042. \text{ Остаточню}$$

$$H_{\Pi} = \left(1 + 0,042 \cdot \frac{200}{0,1} + 0,5 + 0,4 + 1,7 + 3,8 + 2,5 \right) \cdot \frac{1,53^2}{2 \cdot 9,81} = 11,2 \text{ м вод. ст.}$$

Відповідь. Потрібний напір $H_{\Pi} = 11,2$ м вод. ст.

ЗАДАЧА № 15. Рукавна лінія має на висоті Z горизонтальну ділянку з n_1 послідовно з'єднаних прогумованих рукавів діаметром d_1 , яка переходить у два розгалуження. Перше утворюють n_{21} , а друге – n_{22} непрогумовані рукава діаметром d_2 . Кінець першого розгалужен-

ня знаходиться на висоті z_1 , а другого - z_2 . Напір на вході в рукавну лінію H , а об'ємні витрати Q . Обчислити напори H_1 , H_2 та об'ємні витрати Q_1 , Q_2 на кінцях розгалужень, якщо різниця напорів $H_2 - H_1$ відома.



Номер	d_1 , мм	n_1	d_2 , мм	n_{21}	n_{22}	Z , м	z_1 , м	z_2 , м	H , м	Q , л/с	$H_2 - H_1$, м вод. ст.
1	51	1	51	1	1	1,0	8,0	3,0	70	8,0	4,0
2	66	2	66	2	2	1,2	8,2	3,2	73	8,1	4,2
3	77	3	77	3	3	1,4	8,4	3,4	76	8,2	4,4
4	51	4	51	4	4	1,6	8,6	3,6	79	8,3	4,6
5	66	5	66	5	5	1,8	8,8	3,8	82	8,4	4,8
6	77	1	77	1	1	2,0	9,0	4,0	85	8,5	5,0
7	51	2	51	2	2	2,2	9,2	4,2	88	8,6	5,2
8	66	3	66	3	3	2,4	9,4	4,4	91	8,7	5,4
9	77	4	77	4	4	2,6	9,6	4,6	94	8,8	5,6
0	89	5	51	5	5	2,8	9,8	4,8	97	8,9	5,8
	Б	В	В	Б	В	А	Б	В	Б	В	А

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Обчислимо опори окремих ділянок. При цьому скористаємось довідниковими даними (Таблиця 4). Для першого типу рукавів S'_{p1} ,

для другого S'_{p2} . Втрати напору на окремих ділянках визначаються за формулою (II.11) $h = nS'_p Q^2$. Опір на горизонтальній ділянці $S = n_1 \cdot S'_{p1}$, на першому розгалуженні $S_1 = n_{21} \cdot S'_{p2}$, на другому розгалуженні $S_2 = n_{22} \cdot S'_{p2}$. З рівності напорів у спільній точці розгалужень (точка А) одержимо з урахуванням втрат напору $H_2 + S_2 \cdot Q_2^2 + (z_2 - z) = H_1 + S_1 \cdot Q_1^2 + (z_1 - z)$. Використовуючи співвідношення для об'ємних витрат рідини у випадку двох паралельно з'єднаних труб $Q = Q_1 + Q_2$, запишемо $Q_2 = Q - Q_1$ (об'ємні витрати на другому розгалуженні) і підставимо в наведений вираз, розв'язуючи відносно Q_1 (об'ємні витрати на першому розгалуженні)

$$Q_1 = \sqrt{\left(\frac{S_2 \cdot Q}{S_1 - S_2}\right)^2 + \frac{S_2 \cdot Q^2 + H_2 - H_1 + z_2 - z_1}{S_1 - S_2}} - \frac{S_2 \cdot Q}{S_1 - S_2}, \quad \text{звідки}$$

остаточно отримуємо величину $Q_2 = Q - Q_1$. Аналізуючи рукавну лінію, запишемо $H - H_1 = S \cdot Q^2 + S_1 \cdot Q_1^2 + (z_1 - z)$,

$$H - H_2 = S \cdot Q^2 + S_2 \cdot Q_2^2 + (z_2 - z) \text{ та визначимо відповідні напори}$$

$$H_1 = H - S \cdot Q^2 - S_1 \cdot Q_1^2 - (z_1 - z),$$

$$H_2 = H - S \cdot Q^2 - S_2 \cdot Q_2^2 - (z_2 - z).$$

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $z = 1$ м, $n_1 = 4$, $d_1 = 77$ мм, $n_{21} = 2$, $n_{22} = 1$, $d_2 = 51$ мм, $z_1 = 8$ м, $z_2 = 3$ м, $H = 70$ м, $Q = 9$ л/с, $H_2 - H_1 = 4$ м.

Розв'язання: Для першого типу рукавів $S'_{p1} = 0,015$ (м·с²/л²), для другого $S'_{p2} = 0,24$ (м·с²/л²). Опір на горизонтальній ділянці $S = 4 \cdot S'_{p1} = 4 \cdot 0,015 = 0,06$ (м·с²/л²), на першому розгалуженні $S_1 = 2 \cdot S'_{p2} = 2 \cdot 0,24 = 0,48$ (м·с²/л²), на другому розгалуженні $S_2 = 1 \cdot S'_{p2} = 1 \cdot 0,24 = 0,24$ (м·с²/л²). Об'ємні витрати на першому розгалуженні

$$Q_1 = \sqrt{\left(\frac{0,24 \cdot 9}{0,48 - 0,24}\right)^2 + \frac{0,24 \cdot 9^2 + 4 + 3 - 8}{0,48 - 0,24}} - \frac{0,24 \cdot 9}{0,48 - 0,24} = 3,563 \text{ л/с,}$$

звідки $Q_2 = Q - Q_1 = 9 - 3,563 = 5,437 \text{ л/с}$ (об'ємні витрати на другому розгалуженні).

Визначимо відповідні напори H_1 і H_2 :

$$H_1 = 70 - 0,06 \cdot 9^2 - 0,48 \cdot 3,563^2 - 7 = 52,046 \text{ м вод. ст.,}$$

$$H_2 = 70 - 0,06 \cdot 9^2 - 0,24 \cdot 5,437^2 - 2 = 56,046 \text{ м. вод. ст.}$$

Відповідь. На кінцях розгалужень напори $H_1 = 52,046 \text{ м}$, $H_2 = 56,046 \text{ м}$ та об'ємні витрати $Q_1 = 3,563 \text{ л/с}$, $Q_2 = 5,437 \text{ л/с}$.

ЗАДАЧА № 16. По трубопроводу, виготовленому з певного матеріалу, діаметром d і довжиною l м подається вода з об'ємними витратами Q . Співвідношення між діаметром трубопроводу d та товщиною стінок δ - d/δ . Визначити: 1) тривалість фази гідравлічного удару $t_{\text{фаз}}$; 2) підвищення тиску ΔP , якщо час закриття засувки $t_{\text{зак}} = K_{\text{фаз}} \cdot t_{\text{фаз}}$, де $K_{\text{фаз}}$ - числовий коефіцієнт.

Номер	Матеріал труби	d , мм	l , м	d/δ	Q , м ³ /годину	$K_{\text{фаз}}$
1	Сталь	100	500	10	150	0,1
2	Чавун	125	600	12	160	0,3
3	Бетон	150	700	14	170	0,5
4	Дерево	175	800	16	180	0,7
5	Вініпласт	200	900	18	190	0,9
6	Сталь	225	1000	20	200	1,5
7	Чавун	250	1100	22	210	2,0
8	Бетон	275	1200	24	220	2,5
9	Дерево	300	1300	26	230	3,0
0	Вініпласт	325	1400	28	240	3,5
	Б	А	В	В	Б	В

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

За формулою (II.12) знаходимо швидкість поширення ударної хвилі a , підставляючи для води її модуль пружності $E_p \approx 2 \cdot 10^3$ МПа, для певного матеріалу труби зі своїм модулем пружності E_T величину E_p/E_T (Таблиця 6).

За формулою (II.13) знайдемо фазу гідравлічного удару $t_{\text{фаз}}$. Середня швидкість води в трубі, використовуючи рівняння нерозривності потоку (4.7), для круглого перерізу визначається наступним чином $V = \frac{4Q}{\pi d^2}$. Якщо $t_{\text{зак}} < t_{\text{фаз}}$, тобто коефіцієнт $K_{\text{фаз}} < 1$, гідравлічний удар є прямий, для визначення ΔP застосовуємо формулу Жуковського (II.14). Якщо $t_{\text{зак}} > t_{\text{фаз}}$, тобто коефіцієнт $K_{\text{фаз}} > 1$, гідравлічний удар є непрямым, для визначення ΔP застосовуємо формулу Френкеля (II.15).

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: матеріалу трубопроводу - сталь, $d = 200$ мм, $l = 100$ м, $Q = 200$ м³/годину, $d/\delta = 20$, $K_{\text{фаз}} = 6,5$.

Розв'язання: Для сталі співвідношення $E_p/E_T = 0,01$. Швидкість поширення ударної хвилі (для води $\rho = 1000$ кг/м³)

$$a = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^9}{10^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 0,01 \cdot 20}}} = 1300 \text{ м/с.}$$

За формулою (II.2) знайдемо фазу гідравлічного удару $t_{\text{фаз}} = \frac{2 \cdot 100}{1300} = 0,154$ с. Середня швидкість води в трубі визначається наступним чином $V = \frac{Q}{3600} \cdot \frac{4}{\pi d^2} = \frac{200 \cdot 4}{3600 \cdot 3,1415 \cdot (200 \cdot 10^{-3})^2} =$

1,77 м/с. Слід зазначити, що об'ємні витрати води мають бути переведеними до розмірності системи SI .

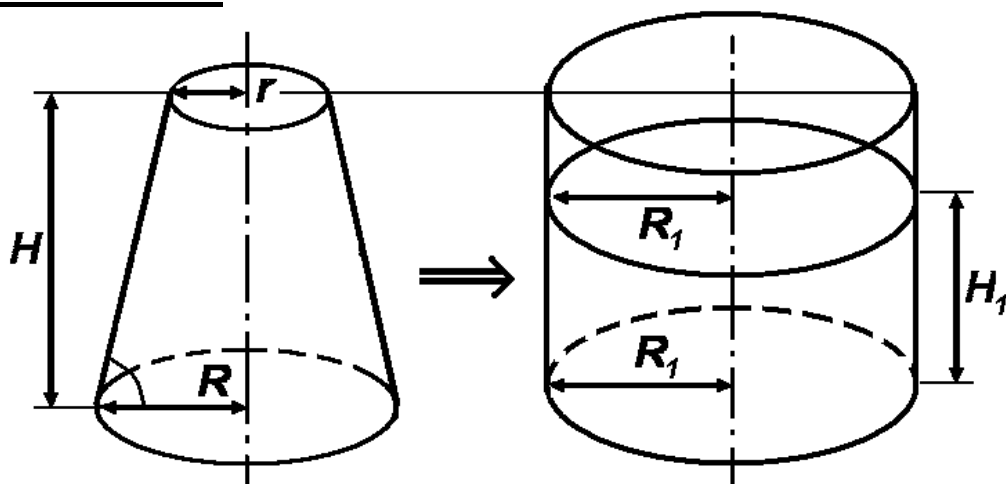
Для коефіцієнту $K_{\text{фаз}} = 6,5$ час закриття $t_{\text{зак}} = K_{\text{фаз}} \cdot t_{\text{фаз}} \Rightarrow t_{\text{фаз}} (1 > 0,154)$, отже удар непрямий, для визначення ΔP застосовуємо формулу Френкеля (II.15)

$$\Delta P = 10^3 \cdot 1,77 \cdot 1300 \cdot \frac{1}{6,5} = 354000 \text{ Па} = 0,354 \text{ МПа.}$$

До речі, для прямого удару, коли $t_{\text{зак}} < t_{\text{фаз}}$, для визначення ΔP застосовуємо формулу Жуковського (II.3) $\Delta P = 10^3 \cdot 1,77 \cdot 1300 = 2302134 \text{ Па} \approx 2,3 \text{ МПа.}$

Відповідь. Тривалість фази гідравлічного удару $t_{\text{фаз}} = 0,154 \text{ с}$, підвищення тиску при непрямому ударі $\Delta P = 0,354 \text{ МПа}$.

ЗАДАЧА № 17.



Із резервуара у формі зсіченого конуса з розмірами R, r, H рідину перекачали у вертикально розташований циліндричний резервуар з висотою H і радіусом R_1 . Щоб запобігти витіканню рідини через край, рідина має бути розташована на рівні H_1 , який не перевищує H . Знайти час спорожнення циліндричного резервуару при витіканні рідини через малий донний отвір діаметром d_0 , коефіцієнт витрати отвору μ .

Номер	$R, \text{ м}$	$r, \text{ м}$	$H, \text{ м}$	$R_1, \text{ м}$	$d_o, \text{ см}$	μ
1	2,1	0,75	1,75	2,5	5,0	0,56
2	2,2	0,85	1,85	2,6	5,5	0,57
3	2,3	0,95	1,95	2,7	6,0	0,58
4	2,4	1,05	2,05	2,8	6,5	0,59
5	2,5	1,15	2,15	2,9	7,0	0,60
6	2,6	1,25	2,25	3,0	7,5	0,61
7	2,7	1,35	2,35	3,1	8,0	0,62
8	2,8	1,45	2,45	3,2	8,5	0,63
9	2,9	1,55	2,55	3,3	9,0	0,64
0	3,0	1,65	2,65	3,4	9,5	0,65
	Б	А	В	В	А	Б

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Об'єм зсіченого конусу з рідиною дорівнює
 $W_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2),$ об'єм циліндру з рідиною

$W_{\text{цил}} = \pi R_1^2 H_1,$ звідси, $W_{\text{цил}} = W_{\text{кон}}.$ Необхідно перевірити, чи вистачить запасу по висоті при перекачуванні рідини зі зсіченого конусу в циліндр, тобто має виконуватися наступне $H_1 < H.$ Тому, визна-

чаючи $H_1 = \frac{W_{\text{кон}}}{\pi R_1^2},$ треба зробити цю перевірку. Швидкість витікання

рідини $V = \mu \sqrt{2gH_1}$ з отвору діаметром d_o і коефіцієнтом витрати отвору $\mu,$ тоді об'ємні витрати Q при початковому напорі H_1

$Q = V\omega_o = \frac{\pi d_o^2}{4} \cdot \mu \sqrt{2gH_1}.$ За формулою для часу спорожнення ци-

ліндричного резервуару визначаємо $t = \frac{2W}{Q}.$

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $R = 1 \text{ м}, r = 0,8 \text{ м}, H = 2 \text{ м}, R_1 = 1,5 \text{ м}, d_o = 5 \text{ см}, \mu = 0,6.$

Розв'язання: Об'єм зсіченого конусу з рідиною дорівнює

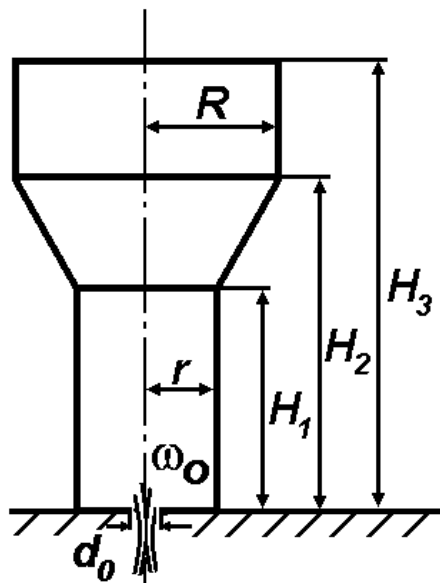
$$W_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \cdot 3,1415 \cdot 2 \cdot (1^2 + 1 \cdot 0,8 + 0,8^2) = 5,11 \text{ м}^3, \text{ висота циліндру}$$

$$H_1 = \frac{5,11}{3,1415 \cdot 1,5^2} = 0,723 \text{ м, тобто умова } H_1 < H \text{ виконується.}$$

$$\text{Об'ємні витрати } Q = \frac{3,1415 \cdot 0,05^2}{4} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,723} = 4,44 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{м}^3/\text{с. Остаточнo } t = \frac{2 \cdot 5,11}{4,44 \cdot 10^{-3}} = 2303 \text{ с.}$$

Відповідь: час спорожнення резервуару $t = 2303 \text{ с.}$



ЗАДАЧА № 18. Визначити час t повного спорожнення водонапірної вежі з розмірами R (радіус верхньої основи), r (радіус нижньої основи), H_1 , H_2 , H_3 через малий донний отвір діаметром d_0 , коефіцієнт витрати отвору $\mu = 0,8$.

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Водонапірна вежа є складеним резервуаром, який містить два циліндра з діаметрами R і r , що з'єднуються зсіченим конусом. Використовуючи формули для визначення часу спорожнення при змінному напорі для циліндричного резервуару та резервуару у вигляді зсіченого конусу (на основі формули II.19), запишемо остаточно вираз для визначення часу t повного спорожнення водонапірної вежі

$$t = \frac{2\pi}{\omega_o \mu \sqrt{2g}} \bullet$$

$$\bullet \left\{ R^2 (\sqrt{H_3} - \sqrt{H_2}) + \left[r^2 (\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1}) + \frac{2}{3} r \frac{R-r}{H_2 - H_1} (H_2 \sqrt{H_2} - H_1 \sqrt{H_1}) + \frac{1}{5} \left(\frac{R-r}{H_2 - H_1} \right)^2 (H_2^2 \sqrt{H_2} - H_1^2 \sqrt{H_1}) \right] + r^2 \sqrt{H_1} \right\}, \text{ в якій } \omega_o = \frac{\pi d_o^2}{4} - \text{пло-}$$

ща перерізу донного отвору.

Номер	$R, \text{ м}$	$r, \text{ м}$	$H_1, \text{ м}$	$H_2, \text{ м}$	$H_3, \text{ м}$	$d_o, \text{ см}$
1	2,50	1,75	8,1	10,1	13,1	6
2	2,55	1,80	8,2	10,2	13,2	7
3	2,60	1,85	8,3	10,3	13,3	8
4	2,65	1,90	8,4	10,4	13,4	9
5	2,70	1,95	8,5	10,5	13,5	10
6	2,75	2,00	8,6	10,6	13,6	11
7	2,80	2,05	8,7	10,7	13,7	12
8	2,85	2,15	8,8	10,8	13,8	13
9	2,90	2,20	8,9	10,9	13,9	14
0	2,95	2,25	9,0	11,0	14,0	15
	Б	А	А	Б	В	В

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $R = 2 \text{ м}$, $r = 1 \text{ м}$, $H_1 = 8 \text{ м}$, $H_2 = 10 \text{ м}$, $H_3 = 13 \text{ м}$, $d_o = 5 \text{ см}$, $\mu = 0,8$.

Розв'язання: площа перерізу донного отвору $\omega_o = \frac{3,1415 \cdot 0,05^2}{4} = 0,001963 \text{ м}^2$. Остаточно

$$t = \frac{2 \cdot 3,1415}{1,963 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}} \cdot \left\{ 2^2 (\sqrt{13} - \sqrt{10}) + \left[1^2 (\sqrt{10} - \sqrt{8}) + \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{2-1}{10-8} \cdot (10\sqrt{10} - 8\sqrt{8}) + \frac{1}{5} \left(\frac{2-1}{10-8} \right)^2 (10^2 \sqrt{10} - 8^2 \sqrt{8}) \right] + 1^2 \sqrt{8} \right\} = 903,258 \cdot (1,776 + 11,876 + 2,828) = 14876 \text{ с} \approx 4 \text{ години } 8 \text{ хв.}$$

Відповідь. Час повного спорожнення водонапірної вежі $t = 14876 \text{ с} \approx 4 \text{ години } 8 \text{ хв.}$

ЗАДАЧА № 19. Визначити висоту вертикального струменя S_B при напорі H і діаметрі насадки D_o .

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

По-перше, визначимо висоту вертикального струменя за формулою Люгера (II.20), де $\eta = \frac{0,00025}{D_o(1+1000D_o^2)}$, (D_o , м). Остаточного

$S_B = \frac{H}{1 + \eta H}$. По-друге, для порівняння обчислимо висоту вертикального струменя за формулою Фрімана (II.21)

$S_B = H \left(1 - \frac{0,000113}{D_o} H \right)$, (D_o , м). Числові дані необхідно брати в

Таблиці вихідних даних для двох задач, яка розміщена після Задачі № 19.

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $H = 30 \text{ м вод. ст.}$, $D_o = 19 \text{ мм.}$

Розв'язання: Для визначення висоти вертикального струменя за формулою Люгера $\eta = \frac{0,00025}{0,019 \cdot (1 + 1000 \cdot 0,019^2)} \approx 0,00967$, тому

$$S_B = \frac{30}{1 + 0,00967 \cdot 30} = 23,26 \text{ м.}$$
 За формулою Фрімана

$$S_B = 30 \cdot \left(1 - \frac{0,000113}{0,019} \cdot 30 \right) = 24,65 \text{ м.}$$

Відповідь. Висота вертикального струменя, обчислена за формулою Люгера $S_B = 23,26$ м, а за формулою Фрімана $S_B = 24,65$ м.

ЗАДАЧА № 20. Визначити напір H , необхідний для одержання вертикального струменя висотою S_B при діаметрі насадки D_o .

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Скористаємось формулою Люгера (II.20), звідки $H = \frac{S_B}{1 - \eta S_B}$,

де $\eta = \frac{0,00025}{D_o (1 + 1000 D_o^2)} (D_o, \text{ м}).$

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $S_B = 20$ м, $D_o = 16$ мм.

Розв'язання: $\eta = \frac{0,00025}{0,016 \cdot (1 + 1000 \cdot 0,016^2)} \approx 0,01244$. Потрібний

напір $H = \frac{20}{1 - 0,01244 \cdot 20} = 26,63$ м вод. ст.

Відповідь. Потрібний напір $H = 26,63$ м вод. ст.

Номер	Вихідні дані до Задачі № 19		Вихідні дані до Задачі № 20	
	$H, \text{ м}$	$D_o, \text{ мм}$	$S_B, \text{ м}$	$D_o, \text{ мм}$
1	30	13	15	13
2	33	16	18	16
3	36	19	21	19
4	39	22	24	22
5	42	25	27	25
6	45	28	30	28
7	48	32	33	32
8	51	38	36	38
9	54	50	39	50
0	57	63	42	63
	Б	В	Б	В

ЗАДАЧА № 21. Визначити напір H , необхідний для створення струменя, що діє під кутом нахилу γ з радіусом R_p роздробленої частини, якщо діаметр насадки D_o .

ПОЯСНЕННЯ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Скористаємось співвідношенням для нахилених струменів $R_p = \delta \cdot S_B$ (II.23), звідки $S_B = \frac{R_p}{\delta}$, де S_B - висота підйому вертикального гідравлічного струменя, δ - коефіцієнт, що залежить від кута γ , визначається за довідниковими даними (Таблиця 7). За формулою Люгера (II.20) $S_B = \frac{H}{1 + \eta H}$, $\eta = \frac{0,00025}{D_o(1 + 1000D_o^2)}$, тоді необхід-

ний напір визначається зі співвідношення $\frac{H}{1 + \eta H} = \frac{R_p}{\delta}$. Після перетворень остаточно $H = \frac{R_p}{\delta - R_p \cdot \eta}$.

Номер	R_p , м	D_o , мм	γ , °
1	20	13	15
2	22	16	30
3	24	19	45
4	26	22	60
5	28	25	75
6	30	28	15
7	32	32	30
8	34	38	45
9	36	50	60
0	38	63	75
	A	B	Б

ПРИКЛАД ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Числові дані: $R_p = 25$ м, $D_o = 22$ мм, $\gamma = 15^\circ$.

Розв'язання: Визначимо $\delta = 1,30$. Для насадки $D_o = 22$ мм = 0,022 м коефіцієнт $\eta = \frac{0,00025}{0,022 \cdot (1 + 1000 \cdot 0,022^2)} \approx 0,0077$. Остаточно

$$H = \frac{25}{1,30 - 25 \cdot 0,0077} \approx 22,55 \text{ м вод. ст.}$$

Відповідь. Потрібний напір $H \approx 22,55$ м вод. ст.

ДОДАТОК

Таблиця 1.

Одиниця тиску	Па	бар	атм	ат	psi	м вод. ст.	мм рт. ст.
Па	1	10^{-5}	$9,869 \cdot 10^{-6}$	$1,0197 \cdot 10^{-5}$	$1,45038 \cdot 10^{-4}$	$1,0197 \cdot 10^{-4}$	$7,50062 \cdot 10^{-3}$
бар	10^5	1	0,9869	1,0197	14,5038	10,1972	750,062
атм	101325	1,0133	1	1,0333	14,6959	10,3323	760
ат	98066,5	0,9807	0,9678	1	14,2233	10,0	735,559
psi	6894,77	0,0689	0,06805	0,0703	1	0,7031	51,7152
м вод. ст.	9806,65	0,0981	0,09678	0,1	1,42233	1	73,5559
мм рт. ст.	133,323	$133,323 \cdot 10^{-5}$	$1,3158 \cdot 10^{-6}$	$1,3595 \cdot 10^{-3}$	0,01934	0,0136	1

Таблиця 2.

Значення коефіцієнтів стисливості нафти β_w , 1/Па залежно від температури та густини (за ГОСТ 8.610-2004. ПЛОТНОСТЬ НЕФТИ)

		Густина нафти ρ , кг/м ³				
		815,00-819,99	820,00-824,99	825,00-829,99	830,00-834,99	835,00-839,99
Температура нафти, С°	0,00-4,99	$0,767 \cdot 10^{-9}$	$0,754 \cdot 10^{-9}$	$0,742 \cdot 10^{-9}$	$0,730 \cdot 10^{-9}$	$0,718 \cdot 10^{-9}$
	5,00-9,99	$0,781 \cdot 10^{-9}$	$0,768 \cdot 10^{-9}$	$0,755 \cdot 10^{-9}$	$0,743 \cdot 10^{-9}$	$0,732 \cdot 10^{-9}$
	10,00-14,99	$0,795 \cdot 10^{-9}$	$0,782 \cdot 10^{-9}$	$0,769 \cdot 10^{-9}$	$0,757 \cdot 10^{-9}$	$0,745 \cdot 10^{-9}$
	15,00-19,99	$0,810 \cdot 10^{-9}$	$0,796 \cdot 10^{-9}$	$0,783 \cdot 10^{-9}$	$0,770 \cdot 10^{-9}$	$0,758 \cdot 10^{-9}$
	20,00-24,99	$0,824 \cdot 10^{-9}$	$0,810 \cdot 10^{-9}$	$0,797 \cdot 10^{-9}$	$0,784 \cdot 10^{-9}$	$0,771 \cdot 10^{-9}$
	25,00-29,99	$0,838 \cdot 10^{-9}$	$0,824 \cdot 10^{-9}$	$0,810 \cdot 10^{-9}$	$0,797 \cdot 10^{-9}$	$0,784 \cdot 10^{-9}$
	30,00-34,99	$0,852 \cdot 10^{-9}$	$0,838 \cdot 10^{-9}$	$0,824 \cdot 10^{-9}$	$0,810 \cdot 10^{-9}$	$0,797 \cdot 10^{-9}$
	35,00-39,99	$0,866 \cdot 10^{-9}$	$0,852 \cdot 10^{-9}$	$0,837 \cdot 10^{-9}$	$0,823 \cdot 10^{-9}$	$0,810 \cdot 10^{-9}$
	40,00-44,99	$0,880 \cdot 10^{-9}$	$0,865 \cdot 10^{-9}$	$0,851 \cdot 10^{-9}$	$0,837 \cdot 10^{-9}$	$0,823 \cdot 10^{-9}$
	45,00-49,99	$0,894 \cdot 10^{-9}$	$0,879 \cdot 10^{-9}$	$0,864 \cdot 10^{-9}$	$0,850 \cdot 10^{-9}$	$0,836 \cdot 10^{-9}$
	50,00-54,99	$0,908 \cdot 10^{-9}$	$0,892 \cdot 10^{-9}$	$0,877 \cdot 10^{-9}$	$0,863 \cdot 10^{-9}$	$0,849 \cdot 10^{-9}$
	55,00-59,99	$0,922 \cdot 10^{-9}$	$0,906 \cdot 10^{-9}$	$0,890 \cdot 10^{-9}$	$0,876 \cdot 10^{-9}$	$0,861 \cdot 10^{-9}$

Таблиця 3.

Величини молярної маси M та відповідної питомої газової сталої R_m
для деяких газів

Речовина	Хімічна формула	Молярна маса M , кг	Питома газова стала R_m , Дж/(кг·К)
Повітря	Суміш газів	$\approx 0,029$	286,7
Азот	N_2	$\approx 0,028$	296,9
Аргон	Ar	$\approx 0,040$	207,9
Ацетилен	C_2H_2	$\approx 0,026$	319,8
Бутан	C_4H_{10}	$\approx 0,058$	143,4
Водень	H_2	$\approx 0,002$	4157,2
Гелій	He	$\approx 0,004$	2078,6
Етан	C_2H_6	$\approx 0,030$	277,2
Етилен	C_2H_4	$\approx 0,028$	296,9
Кисень	O_2	$\approx 0,032$	259,8
Метан	CH_4	$\approx 0,016$	519,6
Пропан	C_3H_8	$\approx 0,044$	189,0

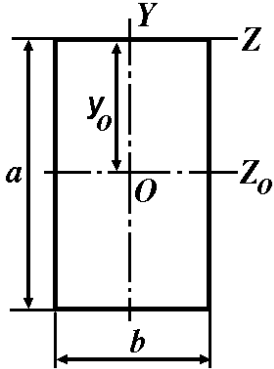
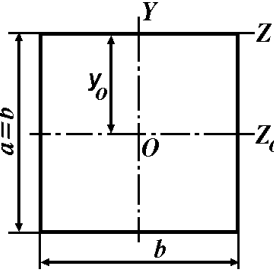
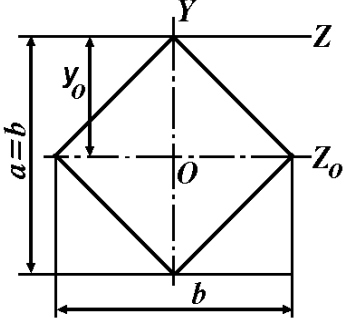
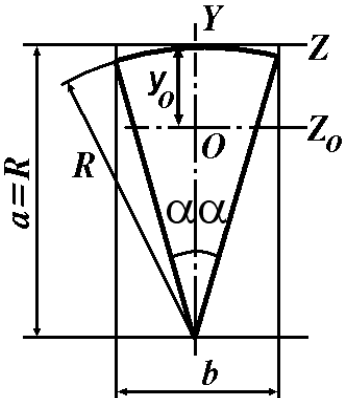
Таблиця 4.

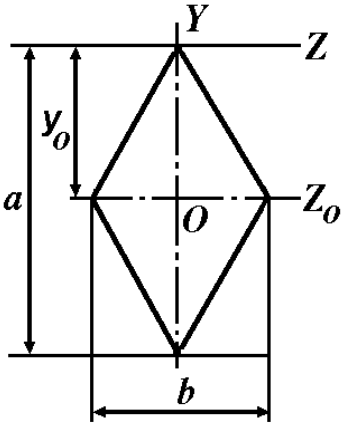
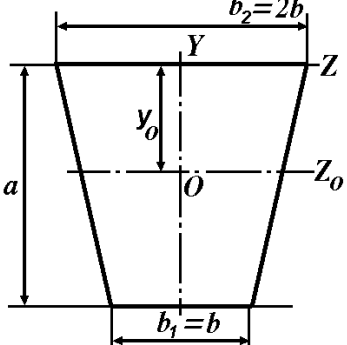
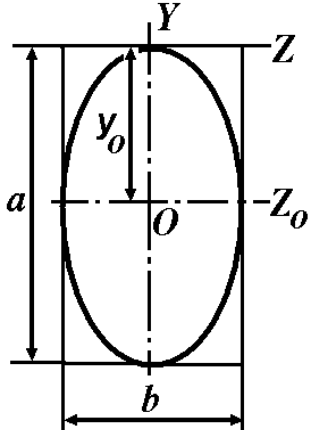
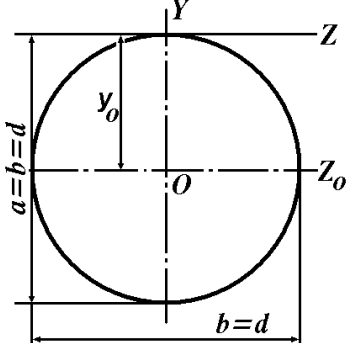
Питомий опір для пожежних рукавів

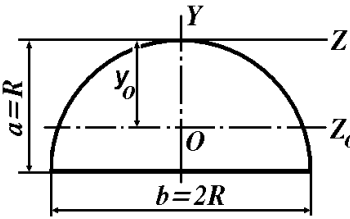
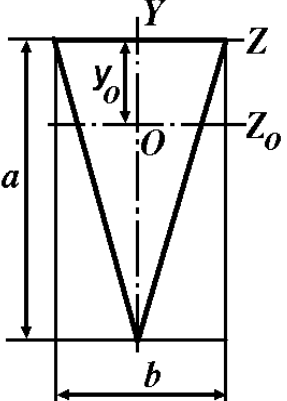
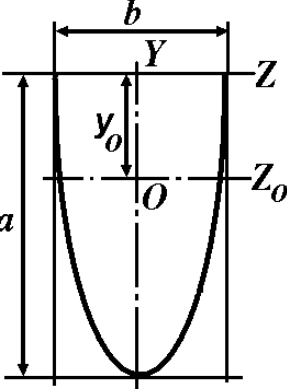
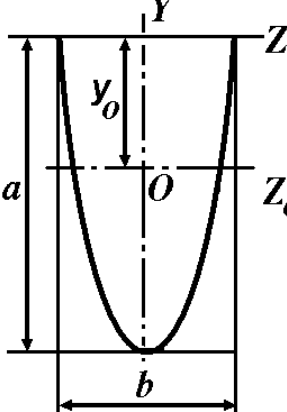
Діаметр рукава d , мм	Прогумовані рукава		Непрогумовані рукава	
	S'_p , м·л ² /с ²	A , л ² /с ²	S'_p , м·л ² /с ²	A , л ² /с ²
51	0,13	0,0065	0,24	0,012
66	0,034	0,0017	0,077	0,00385
77	0,015	0,00075	0,030	0,0015
89	0,007	0,00035	—	—
110	0,0022	0,00011	—	—
150	0,0004	0,00002	—	—

Таблиця 5

Площа, координата центру ваги, осьовий момент інерції для деяких плоских перерізів.

ФОРМА ПЕРЕРІЗУ	ПЛОЩА ПЕРЕРІЗУ ω , КООРДИНАТА ЦЕНТРУ ВАГИ y_o , МОМЕНТ ІНЕРЦІЇ I_{z_o}		
ПРЯМОКУТНИК		$\omega = ab$	$y_o = \frac{a}{2}$ $I_{z_o} = \frac{ba^3}{12}$
КВАДРАТ		$\omega = ab = b^2$	$y_o = \frac{b}{2}$ $I_{z_o} = \frac{b^4}{12}$
КВАДРАТ НА РЕБРІ		$\omega = \frac{ab}{2} = \frac{b^2}{2}$	$y_o = \frac{b}{2}$ $I_{z_o} = \frac{b^4}{48}$
КРУГОВИЙ СЕКТОР		$\omega = \alpha R^2, \alpha = \frac{\pi \alpha^\circ}{180^\circ},$ $y_o = R \left(1 - \frac{2 \sin \alpha}{3\alpha} \right),$ $I_{z_o} = \frac{R^4}{8} \left(2\alpha + \sin 2\alpha - \frac{32 \sin^3 \alpha}{9\alpha} \right)$	

ФОРМА ПЕРЕРІЗУ	ПЛОЩА ПЕРЕРІЗУ ω , КООРДИНАТА ЦЕНТРУ ВАГИ y_o , МОМЕНТ ІНЕРЦІЇ I_{z_o}		
РОМБ 	$\omega = \frac{ab}{2}$	$y_o = \frac{a}{2}$	$I_{z_o} = \frac{ba^3}{48}$
ТРАПЕЦІЯ 	$\omega = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)a, \quad y_o = \frac{a}{3} \cdot \frac{b_1 + 2b_2}{b_1 + b_2},$ $I_{z_o} = \frac{a^3}{36} \cdot \frac{b_1^2 + 4b_1b_2 + b_2^2}{b_1 + b_2}$		
ЕЛІПС 	$\omega = \pi \frac{ab}{4}$	$y_o = \frac{a}{2}$	$I_{z_o} = \pi \frac{a^3b}{64}$
КОЛО 	$\omega = \pi \frac{d^2}{4}$	$y_o = \frac{d}{2}$	$I_{z_o} = \pi \frac{d^4}{64}$

ФОРМА ПЕРЕРІЗУ	ПЛОЩА ПЕРЕРІЗУ ω , КООРДИНАТА ЦЕНТРУ ВАГИ y_o , МОМЕНТ ІНЕРЦІЇ I_{z_o}		
НАПІВКОЛО 	$\omega = \pi \frac{R^2}{2}, \quad y_o = R \left(1 - \frac{4}{3\pi} \right),$ $I_{z_o} = \frac{R^4}{256} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right)$		
ТРИКУТНИК 	$\omega = \frac{1}{2} ab$	$y_o = \frac{a}{3}$	$I_{z_o} = \frac{ba^3}{36}$
НАПІВЕЛІПС 	$\omega = \pi \frac{ab}{4}, \quad y_o = \frac{4}{3\pi} a,$ $I_{z_o} = \frac{ba^3}{2} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right)$		
ПАРАБОЛІЧНИЙ СЕГМЕНТ 	$\omega = \frac{2}{3} ab, \quad y_o = \frac{2}{5} a,$ $I_{z_o} = \frac{8}{175} ba^3$		

Таблиця 6.

Матеріал труби	Співвідношення E_p/E_T (рідина – вода)
Сталь	0,01
Чавун	0,02
Бетон	0,10
Азбоцемент	0,11
Дерево	0,2
Вініпласт	0,68...0,73
Поліетилен	1,00...1,45

Таблиця 7.

$\gamma, ^\circ$	0	15	30	45	60	75	90
δ	1,40	1,30	1,20	1,12	1,07	1,03	1,00

Таблиця 8.

Грецький алфавіт.

Малі букви	Великі букви	Назва букв		Малі букви	Великі букви	Назва букв
α	A	альфа		ν	N	ню
β	B	бета		ξ	Ξ	ксі
γ	Γ	гамма		ο	Ο	омікрон
δ	Δ	дельта		π	Π	пі
ϵ	E	епсилон		ρ	Ρ	ро
ζ	Z	дзета		σ	Σ	сігма
η	H	ета		τ	T	тау
θ	Θ	тета		υ	Υ	іпсилон
ι	I	йота		φ	Φ	фі
κ	K	каппа		χ	Χ	хі
λ	Λ	лямбда		ψ	Ψ	псі
μ	M	мю		ω	Ω	омега

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Альтшуль А.Д. Гидравлика и аэродинамика / А.Д.Альтшуль, П.Т.Киселев.-М.: Стройиздат, 1965.-274 с.
2. Лаврівський З.В. Технічна механіка рідин та газів. Навчальний посібник / З.В.Лаврівський, В.І.Мандрус.-Львів: Видавництво «СПОЛОМ», 2004.-198 с.
3. Латышенков А.М. Гидравлика / А.М.Латышенков, В.Г.Лобачев.-М.: Гос. издательство по строительству и архитектуре, 1956.-408 с.
4. Левицький Б.Ф. Гідравліка. Загальний курс / Б.Ф.Левицький, Н.П.Лещій.-Львів: Світ, 1994.-264 с.
5. Ольшанский В.П. Приближенные методы расчета гидравлических пожарных струй / В.П.Ольшанский, В.М.Халыпа, О.А.Дубовик.-Харьков: Митець, 2004.-115 с.
6. Рабинович Е.З. Гидравлика / Е.З.Рабинович.-М.: Физматгиз, 1963.-408 с.
7. Розрахунок пожежних гідравлічних струменів. Навчальний посібник / С.А.Єременко, В.П.Ольшанський, В.М.Халипа, О.О.Дубовик.-К.: 2005.-124 с.
8. Смыслов В.В. Гідравліка і аеродинаміка / В.В.Смыслов.-К.: Вища школа, 1971.-348 с.
9. Тарасов-Агалаков Н.А. Практическая гидравлика в пожарном деле / Н.А.Тарасов-Агалаков.-М.: Изд-во Министерства коммунального хозяйства РСФСР, 1959.- 262 с.
10. Угинчус А.А. Гидравлика и гидравлические машины / А.А.Угинчус.-Харьков: Изд-во Харьковского университета, 1960.-360 с.
11. Ходаков В.Ф. Гидравлика в пожарном деле / В.Ф.Ходаков.-М.: Высшая школа МООП РСФСР, 1965.-204 с.
12. Технічна механіка рідини і газу. Курс лекцій. Друге видання, виправлене та доповнене / Уклад. В.М.Халипа, С.О.Вамболь, І.В.Міщенко, О.В.Прокопов.-Х.: НУЦЗУ, 2012.-218 с.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	3
ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВИХ РОБІТ.....	4
РОЗМІРНОСТІ ТА ОДИНИЦІ ВИМІРЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В ТЕХНІЧНІЙ МЕХАНІЦІ РІДИНИ І ГАЗУ.....	5
НАЙМЕНУВАННЯ ПРИСТАВОК ДЛЯ КРАТНИХ ТА ЧАСТКОВИХ ОДИНИЦЬ ВИМІРЮВАНЬ (В ДІАПАЗОНІ $10^{-12} = 10^{12}$).....	6
МОДУЛЬНА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 1.....	7
ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ВИЗНАЧЕННЯ.....	7
ЗАДАЧА № 1.....	10
ЗАДАЧА № 2.....	11
ЗАДАЧА № 3.....	13
ЗАДАЧА № 4.....	14
ЗАДАЧА № 5.....	16
ЗАДАЧА № 6.....	18
ЗАДАЧА № 7.....	21
ЗАДАЧА № 8.....	23
ЗАДАЧА № 9.....	26
ЗАДАЧА № 10.....	29
МОДУЛЬНА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 2.....	32
ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ВИЗНАЧЕННЯ.....	32
ЗАДАЧА № 11.....	35
ЗАДАЧА № 12.....	37
ЗАДАЧА № 13.....	38
ЗАДАЧА № 14.....	41
ЗАДАЧА № 15.....	43
ЗАДАЧА № 16.....	46
ЗАДАЧА № 17.....	48
ЗАДАЧА № 18.....	50
ЗАДАЧА № 19.....	52
ЗАДАЧА № 20.....	53
ЗАДАЧА № 21.....	54
ДОДАТОК.....	56
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	62

Навчальне видання

Укладачі: **Міщенко** Ігор Вікторович
Вамболь Сергій Олександрович
Кондратенко Олександр Миколайович

Технічна механіка рідини і газу

Методичні вказівки з організації самостійної роботи
студентів при вивченні дисципліни

Відповідальний за випуск І.В.Міщенко

Підп. до друку. Формат 60x84 1/16
Папір 80 г/см². Друк ризограф. Умовн.-друк. арк. 4,0
Тираж прим. Вид № Зам №

**Сектор редакційно-видавничої діяльності
Національного університету цивільного захисту України
61023, Харків, вул. Чернишевська, 94**