

**АКАДЕМІЯ ЦИВІЛЬНОГО ЗАХИСТУ УКРАЇНИ**  
**КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МЕХАНІКИ**

**С.О. Вамболь, В.М. Халипа**

методичні вказівки  
до самостійного вивчення курсу

**“ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА”**

**Розділ “ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН”**

Харків 2005

Схвалено для використання у  
навчально-виховному процесі  
протокол від 18.02.2005 р., № 6

Рецензенти:- професор кафедри прикладної механіки АЦЗУ,  
доктор физ.-мат. наук, професор В.П. Ольшанський,  
- доцент кафедри теоретичної механіки та машинознавства,  
Національного аерокосмічного університету “ХАІ”,  
канд. техн. наук. В.М. Павленко

Методичні вказівки до самостійного вивчення курсу “Прикладна механіка”.  
Розділ “Теорія механізмів і машин”. / С.О. Вамболь, В.М. Халипа. – Харків: АЦЗУ,  
2005 – 72 с.

Викладено питання теорії механізмів і машин. Наведений теоретичний матеріал і приклади, які мають практичне значення. Посібник містить традиційний матеріал курсу теорії механізмів і машин.

Для курсантів, студентів та слухачів вищих навчальних закладів всіх форм навчання. Може бути корисним для самостійного вивчення курсу прикладної механіки, розділ “Теорія механізмів і машин”, для вирішування задач аналізу та синтезу різноманітних механізмів, а також при проектуванні окремих механічних систем.

Відповідальний за випуск С.О. Вамболь

## ВСТУП

У підготовці майбутніх фахівців технічного напрямку істотна роль належить таким дисциплінам як, “Прикладна механіка”, “Теорія механізмів і машин”. Вони знайомлять фахівців з основними методами розрахунків, синтезу та аналізу механізмів. Основне призначення посібника – допомогти курсантам, студентам та слухачам самостійно вирішувати задачі проектування та дослідження механізмів.

Сучасний розвиток науки і техніки нерозривно зв’язаний з створенням нових машин, які задовольняють вимогам високої продуктивності, надійності та довговічності. Вони частково або повністю замінюють труд людини. Машини і механізми - невідокремлено зв’язані з життєвою діяльністю людини. Побудовані на основних принципах механіки механізми і машини можуть керувати виробничими та технологічними процесами. Створені автоматичні системи досить оптимально виконують поставлені задачі. Окремо стоять машини які виконують інтелектуальний труд людини (електронообчислювальні, інформаційні машини). Крім того, у деяких випадках прилади та механізми можуть замінювати окремі органи людини. На загальних принципах механіки та законах теорії машин і механізмів побудовані всі існуючі робототехнічні та маніпуляторні системи.

Можна сказати, що сучасна техніка – складний комплекс машин та механізмів. Цілком зрозуміло що управління такою технікою, повністю використовувати її можливості може тільки досить підготовлена людина. Знання курсу “Теорія механізмів і машин” допоможуть зрозуміти основні принципи роботи різних механізмів та вивчати устрій агрегатів в цілому.

# 1. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ.

## 1.1 ВСТУП В ПРЕДМЕТ «ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН».

Машина – це пристрій, який виконує механічні рухи для перетворення енергії, матеріалів та інформації з метою полегшення фізичного та іншого труда чоловіка. Усі види машин (енергетичні, робочі, інформаційні, кібернетичні та інші) здійснюють свій робочий процес за рахунок закономірних механічних рухів. Носієм цих рухів є механізм.

Механізм – це система тіл, для перетворення руху одного або кількох твердих тіл на потрібний рух інших твердих тіл.

За функціональним призначенням механізми розподіляють на:

- а) механізми двигунів та генераторів;
- б) передаточні механізми;
- в) виконавчі механізми;
- г) механізми управління, контролю та регулювання;
- д) механізми транспортування.

Механізми двигунів – перетворюють різні види енергії в механічну роботу (ДВС у автомобілі). Механізми генераторів – перетворюють механічну роботу у різні види енергії (гідротурбіна).

Передаточні механізми – передача руху від двигуна до виконавчих механізмів, технологічним машинам (трансмсія автомобіля).

Виконавчі механізми – безпосередньо діють на об'єкт або обробляємо тіло (станки).

За конструктивними ознаками механізми можуть бути:

- важільні (механізми входять до конструкції роботів, маніпуляторів, систем управління);
- зубчасті (використовуються як редуктори або мультиплікатори);
- гвинтові (підйомники, домкрати);
- фрикційні (системи управління);
- кулачкові (системи управління ДВС).

## 1.2 КІНЕМАТИЧНІ ПАРИ. СТУПЕНЬ РУХОМОСТІ.

Кінематичною парою – називають з'єднання двох тіл, при якому можливий їх відносний рух.

Тіла, що входять до кінематичної пари називають – ланкою.

Кінематичні пари класифікують за різними ознаками:

За характером відносного руху:

- обертальні (точки ланцюгів у відносному русі здійснюють обертання);
- поступальні (точки ланцюгів у відносному русі рухаються поступово).

За характером контакту між ланцюгами:

- нижчі (контакт між ланцюгами по поверхні);
- вищі (контакт між ланцюгами по лінії або у точці).

За характером розташування:

- просторові (точки ланцюгів у відносному русі описують просторові криві);
- плоскі (точки ланцюгів у відносному русі описують плоскі криві).

За характером замкнення:

- геометричне замикання;
- силове замикання.

Кінематичні пари розподіляють за класами по кількості накладених на них в'язей.

1-го класу - 1 в'язь (шар на плоскій поверхні)

2-го класу - 2 в'язі (циліндр на плоскій поверхні)

3-го класу - 3 в'язі (сферичний шарнір)

4-го класу - 4 в'язі (циліндричний шарнір у просторі)

5-го класу - 5 в'язей (циліндричний шарнір або повзун у площині)

Ступень рухомості – параметр який визначає необхідне число ведучих ланцюгів для здійснення роботи механізму. Ступень рухомості плоского механізму визначається за формулою Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

$W$  - ступень рухомості;  $n$  - кількість рухомих ланцюгів;  $p_5$  - кількість кінематичних пар 5-го класу;  $p_4$  - кількість кінематичних пар 4-го класу

### 1.3 СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ.

Основною метою структурного аналізу є визначення ступеню рухомості, а також класу механізму. Клас механізму визначається за вищим класом структурних груп які входять до складу механізму.

Задача структурного синтезу – це зворотна задача. У цьому разі проектуючи механізм необхідно враховувати особливості механізму: кількість рухомих і ведучих ланцюгів, стояків, види кінематичних пар і їх розташування.

Основний механізм є найпростіші плоскі механізми з одним ступенем рухомості. Основний механізм складається з початкової ланки 1 і стояка 2 (рис. 1.3.1) з'єднаних кінематичною парою п'ятого класу.

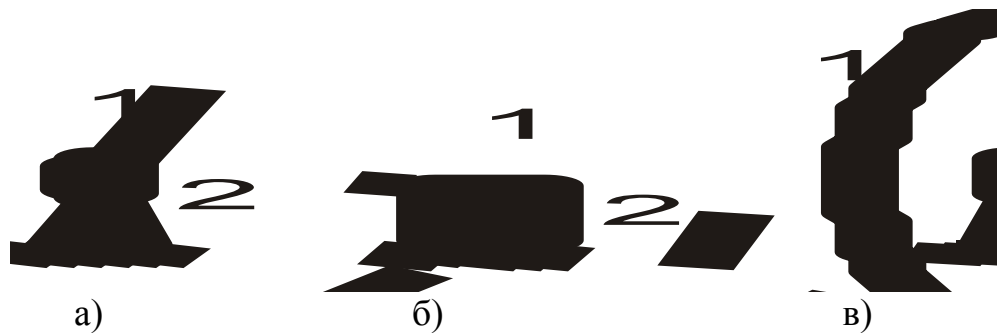


Рис. 1.3.1 Типові схеми основного механізму

Плоскі механізми з одним ступенем рухомості утворюються шляхом приєднання до основного механізму однієї або кількох структурних груп.

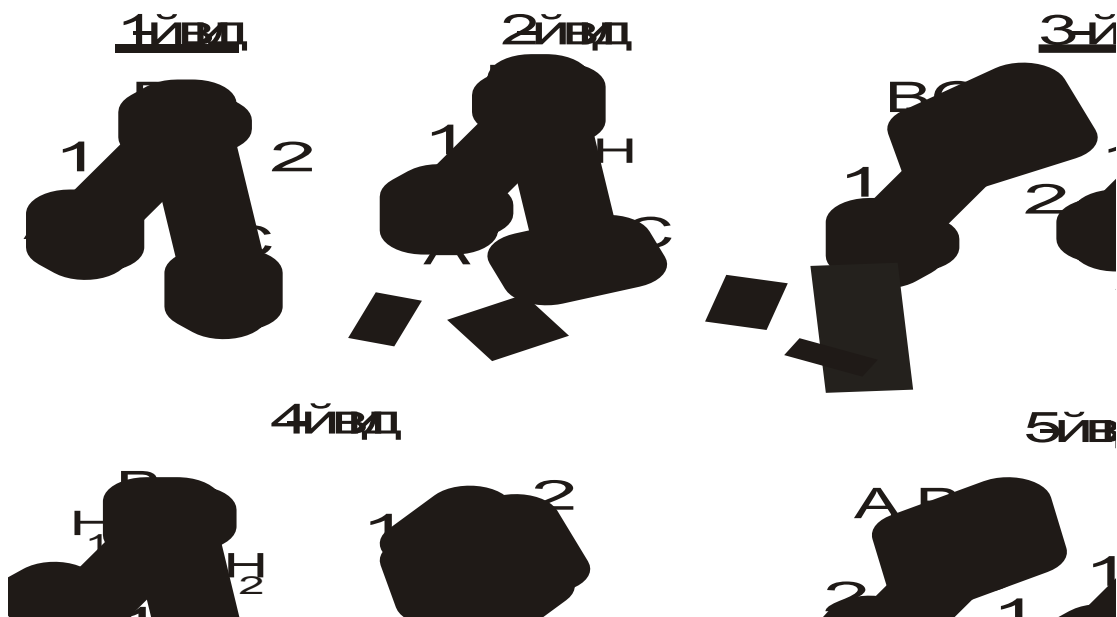


Рис. 1.3.2 Види структурних груп 2-го класу

Структурна група (група Асура) – це кінематична цеп, котра після приєднання її елементів зовнішніх КП до стійки має нульову ступень вільності. Формула структурної групи 5-го класу має вигляд:

$$W = 3n - 2p_5 = 0$$

Структурні групи що складаються з двох ланок і трьох КП 5-го класу відносять до груп другого класу. Вони розподіляються на види (рис. 1.3.2).

Кінематичну пару В, що утворена ланками групи 2-го класу називають внутрішньою, а КП А та С – зовнішніми. Кількість зовнішніх КП визначає порядок структурної групи. Всі структурні групи 2-го класу є групами другого порядку.

Приклади структурних груп третього класу першого та другого виду наведені на рис. 1.3.3.

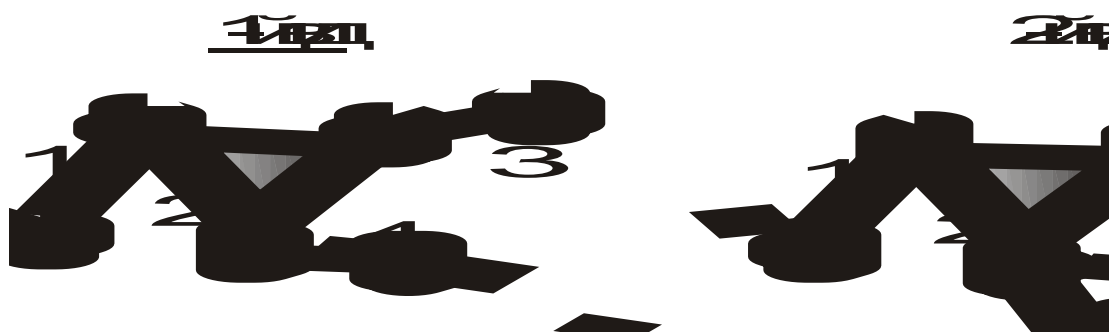


Рис. 1.3.3 Структурні групи 3-го класу

Розглянемо структурний алгоритм аналізу на прикладі структурного аналізу кулісного механізму (рис. 1.3.4).



Рис. 1.3.4 Схема кулісного механізму

Для визначення класу механізму розглянемо складові частки механізму. Механізм утворений за допомогою основного механізму (рис. 1.3.5а) та структурної групи (рис. 1.3.5б).

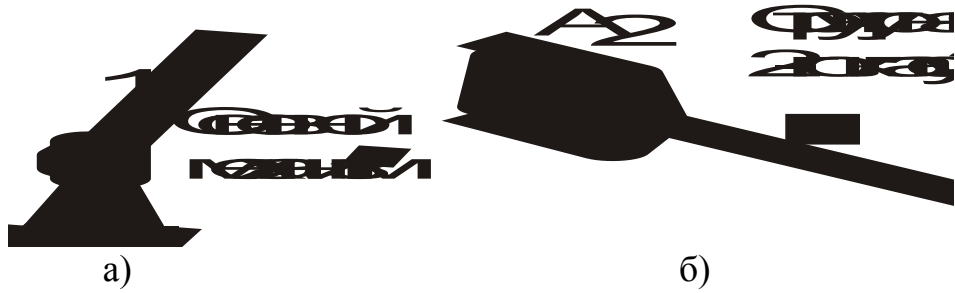


Рис. 1.3.5 Основні частки механізму

Основний механізм 0-1 складається з початкової ланки 1 і стояка 0 які з'єднані обертальною кінематичною парою п'ятого класу. Структурна група 2-3 згідно з класифікацією є 2-го класу, 2-го порядку, 3-го виду.

Таким чином маємо, що кулісний механізм – механізм другого класу.

Визначимо кількість рухомих ланцюгів, кінематичних пар та їх характеристики.

Механізм має три рухомі ланки (1,2,3)  $n=3$  та чотири кінематичні пари:

0-1 – нижча кінематична пара, 5-го класу, обертальна, плоска, геом. замкнута;

1-2 – нижча кінематична пара, 5-го класу, обертальна, плоска, геом. замкнута;

2-3 – нижча кінематична пара, 5-го класу, поступальна, плоска, геом. замкнута;

3-0 – нижча кінематична пара, 5-го класу, обертальна, плоска, геом. замкнута;

Таким чином маємо:  $p_5 = 4$ ,  $p_4 = 0$

Ступень рухомості визначимо за формулою Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 0 = 1$$

Тобто кулісний механізм – це механізм 2-го класу з одним ступенем рухомості.



## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.

1. Дати визначення поняттям машина, механізм.
2. Як розподіляють механізми за функціональним призначенням.
3. Які можуть бути механізми за конструктивними признаками.
4. Що називається кінематичною парою.
5. За якими ознаками класифікують кінематичні пари.
6. Як за класами розподіляють кінематичні пари. Навести приклад.
7. Що називається ступенем рухомості. Як визначається ступень рухомості для плоского механізму.
8. Основна ціль структурного аналізу.
9. Що є основним механізмом. Навести приклад.
10. Що є структурною групою. Навести приклад.
11. Як утворюється плоский механізм.
12. Як за видами розподіляються структурні групи 2-го класу. Навести приклад.
13. Навести приклади структурних групи 3-го класу.
14. Записати алгоритм виконання структурного аналізу плоского механізму.

## 2. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ

### 2.1 ЗАДАЧІ І МЕТОДИ КІНЕМАТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ.

Однією з найважливіших задач у Теорії механізмів і машин є задача кінематичного аналізу руху. Стосовно плоских механізмів необхідно вказати що при кінематичному аналізі вважаємо заданими:

- закони рухів ведучих ланок;
- кінематична схема механізму.

З курсу теоретичної механіки відомо – що рух будь якого тіла або точки вважається заданим, якщо для кожного часу можливо однозначно визначити положення та кінематичні параметри (швидкість та прискорення), а також і траєкторію руху. Якщо закон руху ведучих ланок задано, то для всіх інших ланок теж можна встановити закон руху.

Таким чином з цього витікають основні задачі кінематичного аналізу:

- 1) визначення положення ланок механізму та траєкторії руху точок;
- 2) визначення кутових швидкостей ланок та швидкостей точок;
- 3) визначення кутових прискорень ланок та прискорень точок;

Рух механізму періодично повторюється, тому достатньо проаналізувати його рух за один період.

Вирішення цих питань може здійснюватися за допомогою різних методів. Як правило використовують:

- аналітичний метод;
- графоаналітичний метод;
- графічний метод.

Кожен з цих методів має як свої переваги так і недоліки. З точки зору точності *аналітичний метод* має безумовно велику перевагу ніж всі інші. Ми маємо у аналітичному виді рівняння що до визначення кінематичних параметрів. Таким чином можна сказати, що виникнення похибок можливо тільки на етапі алгебраїчних визначень. Але, цей метод потребує значних затрат часу на виконання деяких математичних операцій.

Найбільш універсальним методом можна вважати *графоаналітичний метод*. Цей метод являє собою синтез аналітичних формул теоретичної механіки та графічного засобу рішення векторних рівнянь. На практиці дуже часто використовують цей підхід, але він має деякі суттєві недоліки. Насамперед необхідно дуже точно креслити схему механізму і тільки для цього положення можна визначити кінематичні параметри. Крім того, маємо не дуже велику точність при визначенні цих параметрів.

Іноді при проведенні аналізу механізмів маємо графічне представлення зміни будь якого кінематичного параметру ланки. У цьому разі використовують *графічний метод*. Для цього метода характерне використання засобів графічного інтегрування та диференціювання. Так, наприклад, при завданні графіку зміни кутової швидкості ланки, методом графічного диференціювання визначається кутове прискорення. На жаль, як для кожного метода що зв'язаний з кресленням, маємо не дуже велику точність.

## **2.2 АНАЛІТИЧНИЙ ЗАСІБ. (МЕТОД ЗАМКНУТИХ КОНТУРІВ (МЗК)).**

Формулювання аналітичних співвідношень завжди вважалось досить суттєвим при вирішенні будь якої задачі. Аналітичні методи привернули свою увагу теоретиків теорії механізмів і машин, що привело до розробки метода замкнутих контурів. Суть цього методу полягає у складанні замкнутого векторного рівняння і його подальшому перетворенню.

Ланки механізму в цілому замінюються на вектора, які являють собою замкнутий контур. Цим визначається положення ланок та точок механізму для заданого часу.

Використовуючи метод проєкцій на вісі та послідовне диференціювання рівнянь, знаходимо формули для кутової швидкості та прискорення, а крім того для швидкості та прискорення точок.

Класичним прикладом використання цього методу може стати кінематичне дослідження кулісного механізму (рис. 2.2.1). Розглянемо принципову схему рішення цієї задачі.

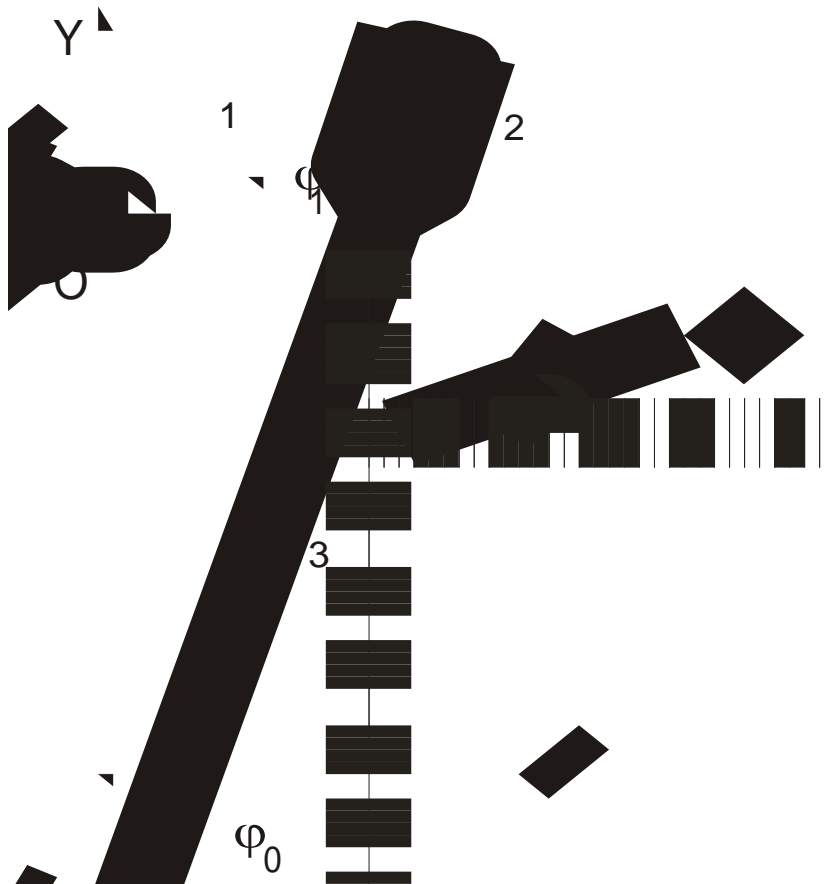


Рис. 2.2.1 Схема кулісного механізму



Рис. 2.2.2 Векторний контур

### 2.2.1 Складання векторного рівняння.

Для використання МЗК замінюємо ланки механізму векторами (рис. 2.2.2) та складаємо векторне рівняння замкнутості (2.1):

$$\vec{l}_0 + \vec{l}_1 = \vec{l}_3 \quad (2.2.1)$$

Для подальших математичних викладок необхідно використовувати деякі фізичні умови роботи механізму (2.2.2):

$$\begin{aligned} \vec{l}_0 = const, \quad \vec{l}_1 = const, \quad \vec{l}_3 = var, \\ \varphi_0 = \frac{\pi}{2} const, \quad \omega_1 = const \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Застосуємо для рівняння (2.2.1) метод проєкцій на вісі:

$$\begin{aligned} x: \quad l_0 \cos \varphi_0 + l_1 \cos \varphi_1 &= l_3 \cos \varphi_3 \\ y: \quad l_0 \sin \varphi_0 + l_1 \sin \varphi_1 &= l_3 \sin \varphi_3 \end{aligned}$$

Враховуючи умови (2.2.2) маємо:

$$x: \quad l_1 \cos \varphi_1 = l_3 \cos \varphi_3 \quad (2.2.3)$$

$$y: \quad l_0 + l_1 \sin \varphi_1 = l_3 \sin \varphi_3 \quad (2.2.4)$$

і далі з цих рівнянь визначимо значення необхідних параметрів  $\varphi_3, l_3$

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{l_0 + l_1 \sin \varphi_1}{l_1 \cos \varphi_1}, \quad (2.2.5)$$

$$l_3^2 = l_0^2 + l_1^2 - 2l_0l_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_1\right), \quad (2.2.6)$$

Таким чином, маємо рівняння для  $\varphi_3, l_3$  в залежності тільки від заданих параметрів.

### 2.2.2 Визначення швидкостей.

Для визначення кутової швидкості  $\omega_3$  можливо використання різних варіантів:

- диференціювання рівняння (2.2.5)
- диференціювання рівняння (2.2.4)

Розглянемо другий варіант.

Диференціюємо рівняння (2.2.4) за часом, маємо:

$$l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 = l_3 \omega_3 \cos \varphi_3 + \left(\frac{dl_3}{dt}\right) \sin \varphi_3 \quad (2.2.7)$$

Примітка:  $\left(\frac{dl_3}{dt}\right) = V_3^r$  - відносна швидкість т. А поршня 2 відносно циліндра 3

Виконаємо поворот системі координат за кутом  $\varphi_3$ , тоді:

$$l_1 \omega_1 \cos(\varphi_1 - \omega_3) = l_3 \omega_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_3) + \left(\frac{dl_3}{dt}\right) \sin(\varphi_3 - \varphi_3) \quad (2.2.8)$$

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{l_1}{l_3} \cos(\varphi_1 - \omega_3), \quad (2.2.9)$$

Для знаходження відносної швидкості  $V_3^r$  необхідно використати рівняння (2.2.7) та (2.2.9).

Таким чином, маємо рівняння для  $\omega_3, V_3^r$  в залежності тільки від заданих параметрів.

### 2.2.3 Визначення прискорень.

Для визначення кутового прискорення  $\varepsilon_3$  скористуємося рівнянням (2.2.7), диференціюємо його за часом:

$$-l_1\omega_1^2 \sin \varphi_1 = \dot{l}_3\omega_3 \cos\varphi_3 + l_3\varepsilon_3 \cos\varphi_3 - l_3\omega_3^2 \sin \varphi_3 + \ddot{l}_3 \sin \varphi_3 + \dot{l}_3\omega_3 \cos\varphi_3 \quad (2.2.10)$$

Примітка:

а)  $\ddot{l}_3 = W_3^r$  - відносне прискорення т. А поршня 2 відносно циліндра 3

б)  $2\dot{l}_3\omega_3 = W_3^{cor}$  - кориолісове прискорення т. А поршня 2 відносно циліндра 3

Виконаємо поворот системі координат за кутом  $\varphi_3$ , тоді:

$$\begin{aligned} -l_1\omega_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) &= 2\dot{l}_3\omega_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_3) + l_3\varepsilon_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_3) - l_3\omega_3^2 \sin(\varphi_3 - \varphi_3) + \ddot{l}_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_3) \\ -l_1\omega_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) &= 2\dot{l}_3\omega_3 + l_3\varepsilon_3, \\ \varepsilon_3 &= -\frac{l_1\omega_1^2 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + 2\dot{l}_3\omega_3}{l_3}, \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

Для знаходження прискорень  $W_3^r$  та  $W_3^{cor}$  необхідно скористатися рівняннями (2.2.9) та (2.2.10).

Таким чином, маємо рівняння для  $\varepsilon_3$ ,  $W_3^r$  та  $W_3^{cor}$  в залежності тільки від заданих параметрів.

## 2.3. ГРАФОАНАЛІТИЧНИЙ ЗАСІБ. (МЕТОД ПЛАНІВ ШВИДКОСТЕЙ ТА ПРИСКОРЕНЬ).

Цей метод оснований на графічному рішенні векторних рівнянь, тобто на кресленні планів швидкостей та прискорень механізму.

Планом швидкостей механізму називають креслення, на якому зображені у вигляді відрізків вектори, які по модулю та за напрямком дорівнюють швидкостям різних точок ланок механізму для заданого часу.

Креслення, на якому зображені у вигляді відрізків вектори, які по модулю та за напрямком дорівнюють прискоренням різних точок ланок механізму для заданого часу, називають планом прискорень механізму.

Використання методу досить цікаво розглянути на прикладі кінематичного дослідження кулісного механізму.

### 2.3.1 Креслення механізму

Вважаємо заданими:  $l_{OA} = \dots м$ ,  $l_{OB} = \dots м$ ,  $\varphi_1 = \dots$ ,  $\omega_1 = \dots = const$ . Для кінематичного аналізу необхідно накреслити механізм у заданому положенні (рис. 2.3.1), враховуючи масштабний коефіцієнт згідно ГОСТ на креслення.

Масштабний коефіцієнт визначаємо:

$$K_l = \frac{l_{OA}}{OA} = 0,001; 0,002; 0,0025; \dots \frac{м}{мм}$$

### 2.3.2 Визначення швидкостей. (План швидкостей)

#### 2.3.2.1 Векторне рівняння швидкостей механізму.

Для визначення швидкостей за допомогою плану швидкостей необхідно скористатися рівняннями теоретичної механіки які описують рух ланок механізму як при плоскому русі так і при складному.

$$\vec{V}_A = \vec{V}_{A_3}^e + \vec{V}_{AA_3}, \quad \Rightarrow \quad \vec{V}_{A_3}^e = \vec{V}_A - \vec{V}_{AA_3}, \quad \vec{V}_{A_3}^e = \vec{V}_A + \vec{V}_{A_3A}, \quad (2.3.1)$$

де  $\vec{V}_A$  - абсолютна швидкість точки А,

$\vec{V}_{A_3}^e$  - переносна швидкість точки А,

$\vec{V}_{A_3A}$  - відносна швидкість т. А 2-ої ланки відносно 3-ої ,

$\vec{V}_{AA_3}$  - відносна швидкість т. А 3-ої ланки відносно 2-ої ,

У векторному рівняння (2.3.1)  $\vec{V}_A$  - абсолютна швидкість відома за напрямком та модулем,  $\vec{V}_{A_3}^e$  - переносна швидкість відома за напрямком,  $\vec{V}_{A_3A}$  - відносна швидкість відома за напрямком (рис. 2.3.1).

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{OA} = \omega_1 \cdot OA \cdot K_l = 8 \text{ м/с}$$

#### 2.3.2.2 Креслення плану швидкостей.

Для креслення плану швидкостей необхідно визначити масштабний коефіцієнт:

$$K_v = \frac{V_A}{Pa} = \frac{8 \text{ м/с}}{80 \text{ мм}} = 0,1 \frac{м}{с \cdot мм}$$

За полюс вибираємо будь яку точку  $P$  на площині (рис. 2.3.2). Використовуємо праву частину рівняння (2.3.1). З полюса  $P$  проводимо відрізок  $Pa$  (аналог швидкості  $\vec{V}_A$ ), який у нашому випадку дорівнює 80 мм. Будуємо відрізок у напрямку швидкості  $\vec{V}_A$ . Далі з кінця цього відрізка проводимо лінію (аналог швидкості  $\vec{V}_{A_3A}$ ) паралельну швидкості  $\vec{V}_{A_3A}$ .

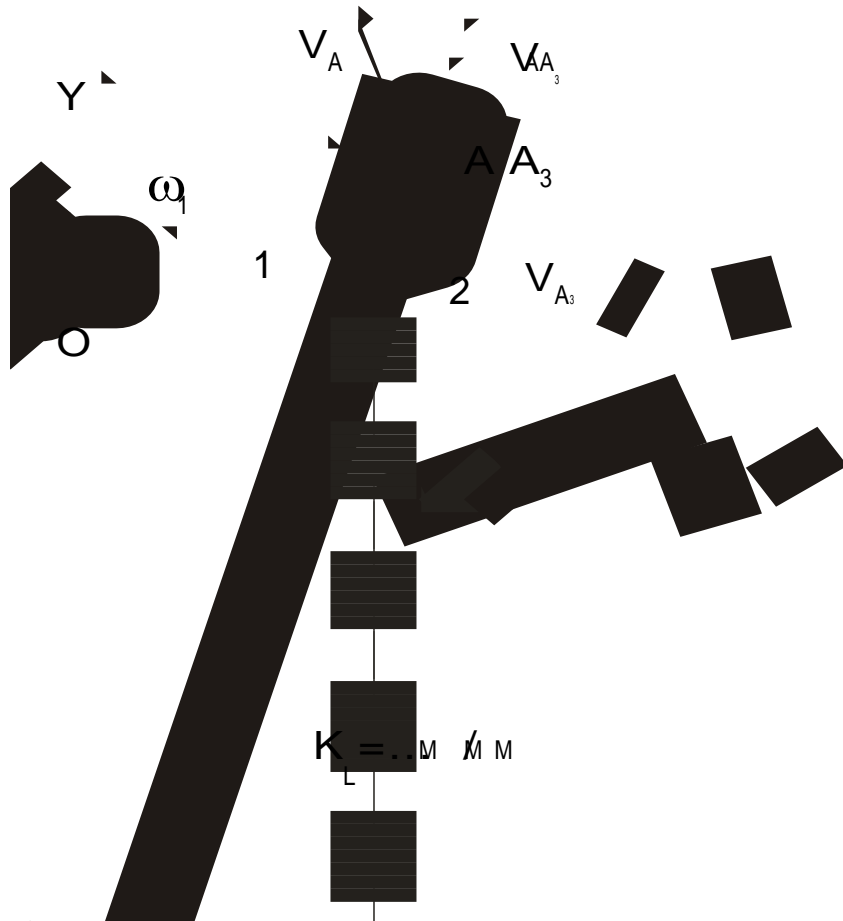


Рис. 2.3.1 Схема кулісного механізму



Рис. 2.3.2 План швидкостей механізму

Використовуємо ліву частину рівняння (2.3.1). З полюса  $P$  проводимо лінію (аналог швидкості  $\vec{V}_{A_3}^e$ ) паралельну швидкості  $\vec{V}_{A_3}$ .

Точку перетинання двох ліній позначимо як  $a_3$ . Маємо план швидкостей.

### 2.3.2.3 Визначення швидкостей.

Для визначення швидкостей точок за намальованим планом необхідно скористатися масштабним коефіцієнтом  $K_V$ . Враховуючи те, що відрізки  $Pa$ ,  $aa_3$ ,  $Pa_3$  - є аналогами швидкостей  $\vec{V}_A$ ,  $\vec{V}_{A_3A}$  та  $\vec{V}_{A_3A}^e$  маємо:



$$\vec{V}_{A_3}^e = K_V \cdot Pa_3 = 0,1 \frac{м}{с \cdot мм} \cdot 60 мм = 6 м/с, \quad \vec{V}_{A_3A} = K_V \cdot aa_3 = 0,1 \frac{м}{с \cdot мм} \cdot 48 мм = 4,8 м/с$$

$$\text{Кутова швидкість } \omega_3 \text{ визначиться як: } \omega_3 = \frac{\vec{V}_{A_3}^e}{l_{AB}} = \frac{K_V \cdot Pa_3}{K_l \cdot AB} = \frac{6 м/с}{6 м} = 1 \text{ рад/с}$$

### 2.3.3 Визначення прискорень. (План прискорень)

#### 2.3.3.1 Векторне рівняння прискорень механізму.

Як і для швидкостей, при визначенні прискорень будемо використовувати рівняння теоретичної механіки які описують рух ланок механізму як плоский рух так і складний.

Виходячи з основних співвідношень складного руху маємо:

$$\vec{W}_A = \vec{W}_{A_3} + \vec{W}_{AA_3}^r + \vec{W}_{AA_3}^{cor}, \quad \Rightarrow \quad \vec{W}_A^n = \vec{W}_{A_3} + \vec{W}_{AA_3}^r + \vec{W}_{AA_3}^{cor}$$

$$\vec{W}_{A_3} = \vec{W}_A^n + \vec{W}_{A_3A}^r + \vec{W}_{A_3A}^{cor}, \quad (2.3.2)$$

де  $\vec{W}_{A_3}$  - переносне прискорення точки А;

$\vec{W}_A = \vec{W}_A^n$  - абсолютне прискорення точки А, яке має тільки нормальну складову;

$\vec{W}_{A_3A}^r, \vec{W}_{A_3A}^{cor}$  - відносне та кориолісове прискорення т. А 2-ої ланки відносно 3-ої;

$\vec{W}_{AA_3}^r, \vec{W}_{AA_3}^{cor}$  - відносне та кориолісове прискорення т. А 3-ої ланки відносно 2-ої .

Виходячи з основних співвідношень плоского руху маємо:

$$\vec{W}_{A_3} = \vec{W}_B + \vec{W}_{A_3B}^{oc} + \vec{W}_{A_3B}^{BP}, \quad (2.3.3)$$

де  $\vec{W}_{A_3}$  - прискорення точки А;

$\vec{W}_B$  - прискорення полюсу точки В;

$\vec{W}_{A_3B}^{oc}, \vec{W}_{A_3B}^{BP}$  - центробіжне та обертальне прискорення при обертанні точки А

навколо полюсу.

Таким чином, використовуючи рівняння (2.3.2) і (2.3.3) маємо систему яка описує прискорення механізму:

$$\begin{cases} \vec{W}_{A_3} = \vec{W}_A^n + \vec{W}_{A_3A}^{cor} + \vec{W}_{A_3A}^r \\ \vec{W}_{A_3} = \vec{W}_B + \vec{W}_{A_3B}^{oc} + \vec{W}_{A_3B}^{BP} \end{cases} \quad (2.3.4)$$

Зробимо аналіз векторних рівнянь.

У векторному рівнянні (2.3.2)  $\vec{W}_A^n$  - нормальна складова абсолютного прискорення відома за напрямком та модулем,  $\vec{W}_{A_3A}^{cor}$  - кориолісове прискорення відомо за напрямком та модулем,  $\vec{W}_{A_3A}^r$  - відносне прискорення відоме за напрямком.

$$\vec{W}_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = \omega_1^2 \cdot OA \cdot K_l = 6,67 \text{ м/с}^2$$

$$\vec{W}_{A_3A}^{cor} = 2(\vec{\omega}_3 \times \vec{V}_{A_3A}) = 2\omega_3 \cdot V_{A_3A} = 2 \cdot 1 \cdot 4,8 = 9,6 \text{ м/с}^2$$

У векторному рівнянні (2.3.3)  $\vec{W}_B = 0$  (т. В – нерухома),  $\vec{W}_{A_3B}^{oc}$  - відомо за напрямком та модулем,  $\vec{W}_{A_3B}^{BP}$  - прискорення відоме за напрямком.

$$\vec{W}_{A_3B}^{oc} = \omega_3^2 \cdot l_{AB} = \omega_3^2 \cdot AB \cdot K_l = 6 \text{ м/с}^2$$

Напрямок та лінії дії векторів прискорення показано на рис. 2.3.3

### 2.3.3.2 Креслення плану прискорень.

Для креслення плану прискорень необхідно визначити масштабний коефіцієнт

$$K_w = \frac{W_{AA}^n}{P'a'} = \frac{6,67 \text{ м/с}^2}{66,7 \text{ мм}} = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{мм}}$$

За полюс вибираємо будь яку точку  $P'$  на площині (рис. 2.3.4). Далі графічним засобом сумісно вирішуємо векторні рівняння системи (2.3.4). Використовуємо праву частину *першого* рівняння. З полюса  $P'$  проводимо відрізок  $P'a'$  (аналог прискорення  $\vec{W}_A^n$ ), який у нашому випадку дорівнює 66,7 мм. Спрямований відрізок у напрямку прискорення  $\vec{W}_A^n$ . Згідно першого рівняння з кінця цього відрізка проводимо відрізок  $a'K' = \vec{W}_{A_3A}^{cor} \cdot K_w$  (аналог прискорення  $\vec{W}_{A_3A}^{cor}$ ), у напрямку прискорення  $\vec{W}_{A_3A}^{cor}$ . Далі з точки  $K'$  проводимо лінію (аналог прискорення  $\vec{W}_{A_3A}^r$ ) паралельну прискоренню  $\vec{W}_{A_3A}^r$ .

Використовуємо праву частину *другого* рівняння системи (2.3.4). З полюса  $P'$  проводимо відрізок  $P'n'_{3B} = \vec{W}_{A_3B}^{oc} \cdot K_w$  (аналог прискорення  $\vec{W}_{A_3B}^{oc}$ ), у напрямку прискорення  $\vec{W}_{A_3B}^{oc}$ . Далі з точки  $n'_{3B}$  проводимо лінію (аналог прискорення  $\vec{W}_{A_3B}^{BP}$ ) паралельну прискоренню  $\vec{W}_{A_3B}^{BP}$ .

Точку перетину двох ліній позначимо як  $a'_3$ . Відрізок  $P'a'_3$  - є аналогом прискорення  $\vec{W}_{A_3}$ . План прискорень побудован.

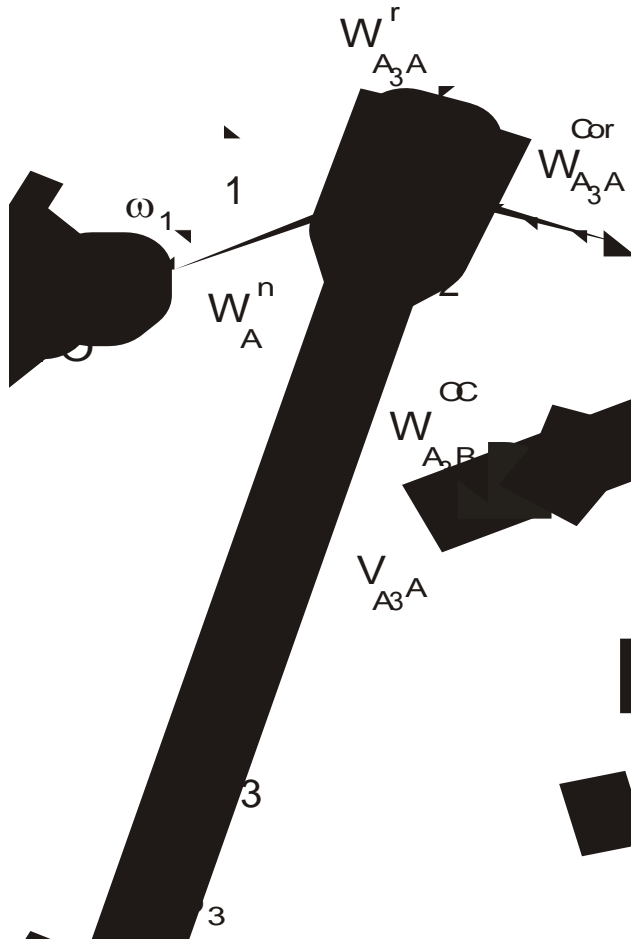


Рис. 2.3.3 Прискорення точок механізму

Рис. 2.3.4 План прискорень механізму

### 2.3.3.3 Визначення прискорень.

Для визначення прискорень точок за накресленим планом необхідно скористатися масштабним коефіцієнтом  $K_W$ . Враховуючи те що, відрізки  $K'a'_3$ ,  $n'_{3B}a'_3$ ,

$P'a'_3$  - є аналогами прискорень  $\vec{W}_{A_3A}^r$ ,  $\vec{W}_{A_3B}^{BP}$  та  $\vec{W}_{A_3}$  маємо:

$$\vec{W}_{A_3A}^r = K_W \cdot K'a'_3 = 0,1 \frac{M}{c^2 \cdot мм} \cdot 8мм = 0,8 \text{ м/с}^2$$

$$\vec{W}_{A_3B}^{BP} = K_W \cdot n'_{3B}a'_3 = 0,1 \frac{M}{c^2 \cdot мм} \cdot 54мм = 5,4 \text{ м/с}^2$$

$$\vec{W}_{A_3} = K_W \cdot P'a'_3 = 0,1 \frac{M}{c^2 \cdot мм} \cdot 82 = 8,2 \text{ м/с}^2$$

Кутове прискорення  $\varepsilon_3$  визначиться як:

$$\varepsilon_3 = \frac{\vec{W}_{A_3B}^{BP}}{l_{AB}} = \frac{K_W \cdot n'_{3B}a'_3}{K_l \cdot AB} = \frac{5,4 \text{ м/с}^2}{6 \text{ м}} = 0,9 \text{ рад/с}^2$$

## 2.4. ГРАФІЧНИЙ ЗАСІБ.

Графічне представлення будь якого параметру у вигляді діаграм може суттєво полегшити вирішення задачі кінематичного аналізу механізму. Виходячи з математичного визначення сенсу площі кривої та визначення кінематичних параметрів швидкості, прискорення методами графічного інтегрування та диференціювання можливо визначити інші кінематичні характеристики.

$$\varphi = \int \omega dt, \quad \omega = \int \varepsilon dt, \quad s = \int V dt, \quad V = \int W dt, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \quad W = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2},$$

Далі розглянемо алгоритми графічного диференціювання та інтегрування.

### 2.4.1 Графічне диференціювання. (Метод хорд)

На прикладі діаграми зміни положення точки тіла (рис. 2.4.1), як функції часу  $s = s(t)$ , визначимо діаграму швидкості цієї точки  $V = V(t)$ .

На першому етапі вісь  $Ot$  (рис. 2.4.1а) ділиться на рівні відрізки  $0, 1, \dots, 6$ . Через ці точки проводимо вертикальні лінії паралельні вісі  $OS$  до перетинання їх з кривою  $s = s(t)$ . Після цього на всіх частках кривої необхідно дуги замінити на відповідні хорди.

На другому етапі будуємо координатні вісі  $Ot$  та  $OV$  (рис. 2.4.1б) і на вісі абсцис вліво від початку координат відкладаємо відрізок  $OO_1$  довільної довжини  $K$ . З точки  $O_1$  проводимо лінії паралельні хордам рис. 2.4.1а до перетинання з віссю  $OV$ . Точки  $1^*, 2^*, \dots, 6^*$ , діаграми швидкості знаходяться на перетинанні горизонтальних ліній, які проходять через точки  $1'', 2'', \dots, 6''$  з лініями які паралельні  $OV$  и проведені через середину відрізків  $0-1, 1-2, \dots, 5-6$ . Масштабний коефіцієнт швидкості дорівнює:

$$K_v = \frac{K_s}{(K \cdot K_t)}$$

Крім метода хорд існує метод дотичних та інші З цими методами можна ознайомиться у літературі.

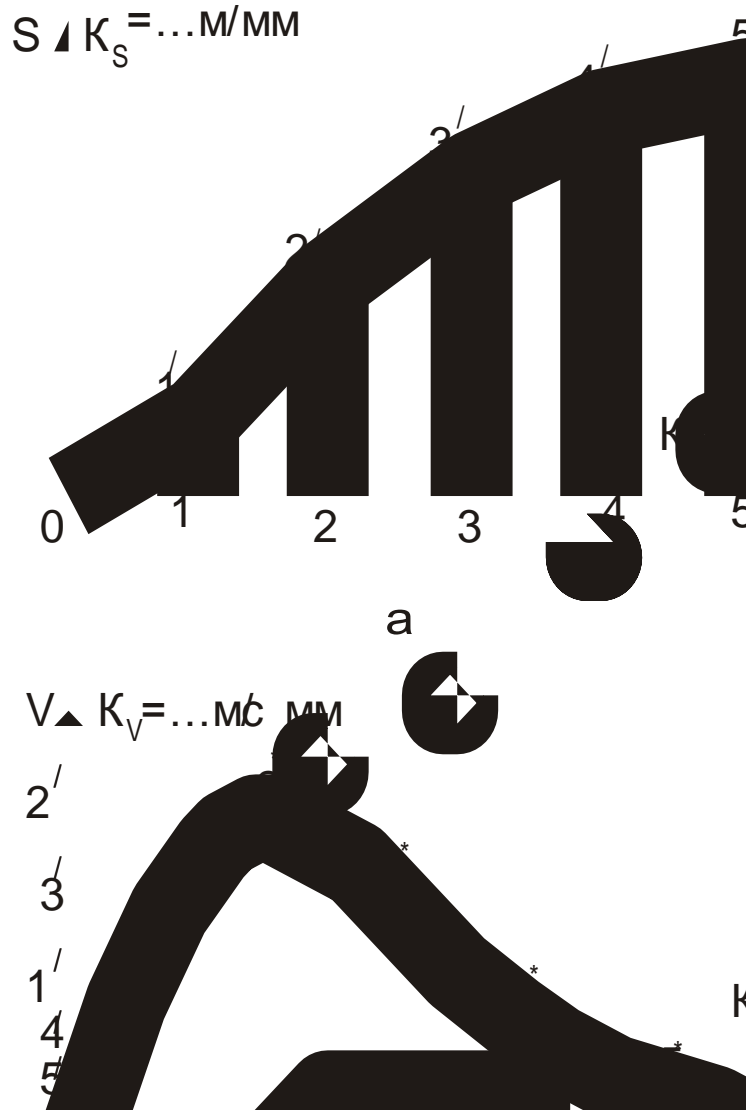


Рис. 2.4.1 Графічне диференціювання

### 2.4.2 Графічне інтегрування.

На прикладі діаграми зміни кутового прискорення точки тіла (рис. 2.4.2), як функції часу  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ , визначимо діаграму кутової швидкості цієї точки  $\omega = \omega(t)$ .

На першому етапі вісь  $Ot$  (рис. 2.4.2a) ділиться на рівні відрізки  $0, 1, \dots, 6$  і на всіх частках крива замінюється на ломану. В середині кожного відрізка визначаємо середнє прискорення. Для цього відзначаємо середину хорди і зносимо її на вісь  $O\varepsilon$ . Маємо точки  $1'', 2'', \dots, 6''$  і з'єднуємо їх лініями I, II,  $\dots$ , VI з полюсом  $O_1$ , який взятий на довільній відстані  $K$  від початку координат.

На другому етапі під діаграмою  $\varepsilon = \varepsilon(t)$  будемо координатні вісі  $Ot$  та  $O\omega$  (рис. 2.4.2б). З точки  $O$  – початку нової системи координат проводимо пряму паралельну лінії

I, до перетинання її з вертикаллю  $1-1''$ . З точки  $1''$  проводять пряму, паралельну лінії II, до перетинання з вертикаллю  $2-2''$ . Аналогічно проводимо інші відрізки, паралельні лініям III, ..., VI. Ломана лінія замінюється плавною кривою, яка є - кутова швидкість точки  $\omega = \omega(t)$ .

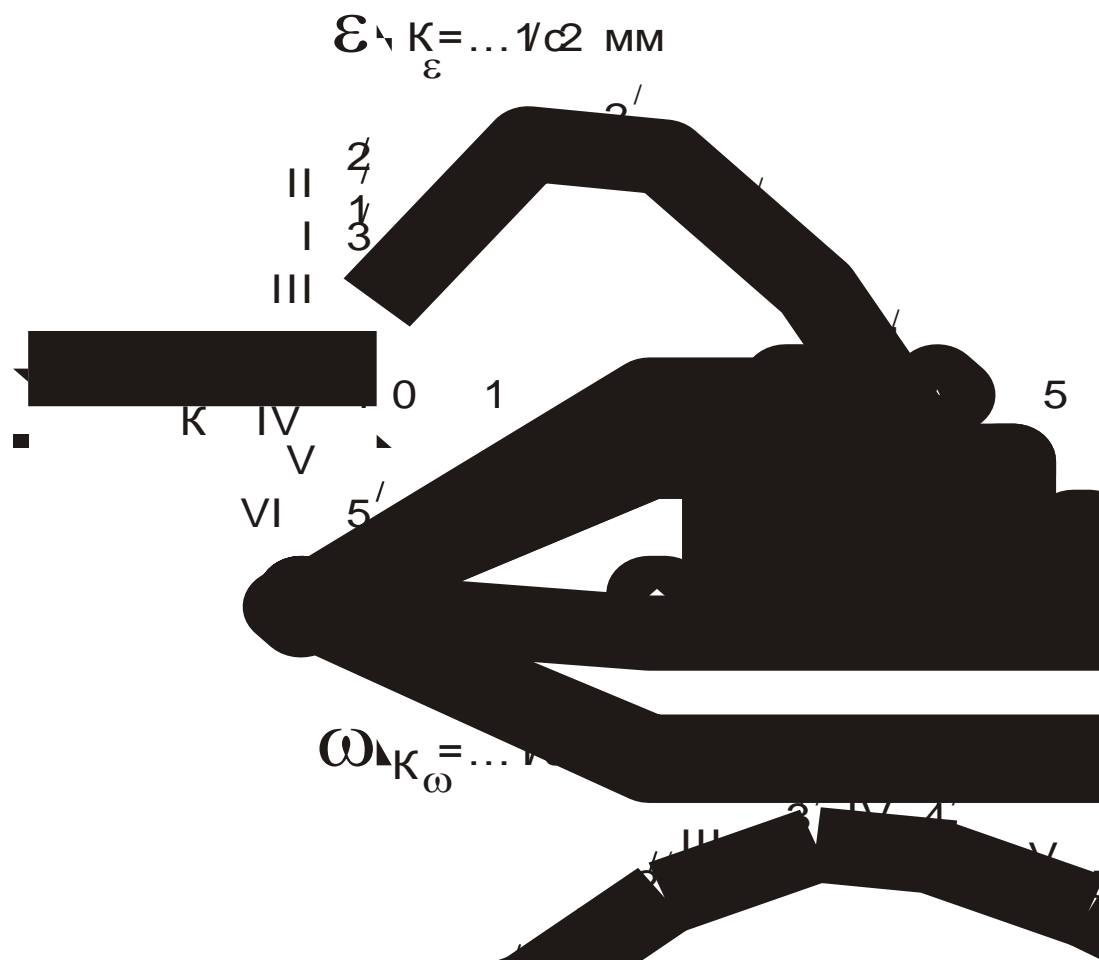


Рис. 2.4.2 Графічне інтегрування

Масштабний коефіцієнт швидкості дорівнює:

$$K_\omega = K \cdot K_t \cdot K_\epsilon$$

Для більш точної апроксимації кривої вписаної ломаної використовують метод рівних площ. З цим методом можна ознайомитися у літературі.

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.

1. Основні задачі кінематичного аналізу механізмів.
2. Які існують методи кінематичного аналізу механізмів.
3. Стисло дати характеристику аналітичному методу.
4. Стисло дати характеристику графоаналітичному методу.
5. Стисло дати характеристику графічному методу.
6. У чому полягає суть методу замкнутих контурів. Навести алгоритм застосування цього методу.
7. У чому полягає суть методу планів швидкостей. Навести алгоритм застосування цього методу.
8. У чому полягає суть методу планів прискорень. Навести алгоритм застосування цього методу.
9. На чому ґрунтується можливість застосування графічного методу.
10. Навести алгоритм методу графічного диференціювання.
11. Навести алгоритм методу графічного інтегрування.

### 3. СИНТЕЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ З НИЖЧИМИ ПАРАМИ.

#### 3.1. ЗАДАЧІ СИНТЕЗУ МЕХАНІЗМІВ.

Основною задачею синтезу механізмів є проектування такого механізму який би задовольняв усім вимогам технічного завдання. При проектуванні необхідно зробити вибір структурної схеми та розмірів ланок механізму. Складність цього завдання полягає в тому що слід задовольняти іноді дуже протилежним вимогам.

Проектування структурної схеми механізму – зображення механізму з використанням умовних позначень, які показують основну ланку, рухомі ланки, види кінематичних пар, взаємне розташування цих елементів та забезпечення заданих умов та властивостей механізму.

Проектування починається з вибору структурної схеми, яка повинна забезпечити необхідні види руху механізму. Після цього здійснюється розрахунок недостатніх розмірів ланок., які повинні задовольняти умовам заданого руху початкової ланки.

Початкова ланка – ланка яка задає координати руху механізму.

Вхідна ланка – ланка, якій задається рух, що потім перетворюється у рух інших ланок механізму.

Вихідна ланка – ланка, здійснює рух, для котрого потрібен механізм.

Ведуча ланка – ланка, для котрої елементарна робота всіх прикладених до неї сил позитивна.

Синтез плоских механізмів з одним ступенем руху ( $W=1$ ) здійснюється шляхом приєднання до основного механізму однієї або кількох структурних груп. Основний механізм – простий плоский механізм який утворений двома ланками: стійка та початкова ланка. Вони з'єднані між собою обертальною або поступальною кінематичною парою п'ятого класу.

При проектуванні важільних механізмів геометричні розміри ланок визначаються насамперед з умов передачі сил. Цей фактор оцінюється значенням кута тиску. Кут тиску  $\vartheta$  - це кут між вектором сили, прикладеної до відомої ланки та вектором швидкості точки прикладання сили. Кут тиску повинен бути мати значення:  $\vartheta \leq [\vartheta] = 20^\circ \dots 35^\circ$ .



Методи проектування механізмів бувають:

- аналітичні;
- графічні;
- графоаналітичні;
- експериментальні.

При проектуванні рекомендується застосовувати метод перебору різних варіантів проектування, а крім того доцільно виконувати розрахунки з використанням комп'ютерної техніки.

## 3.2. СИНТЕЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ.

### 3.2.1 Кривошипно - повзунний механізм.

При проектуванні кривошипно-повзунного механізму (рис. 3.2.1) розміри шатуна визначаються з врахуванням значення кута тиску. Найбільший кут тиску знаходять методом математичного аналізу функції  $\vartheta = \vartheta(\varphi_1)$  на екстремум (значення максимуму).

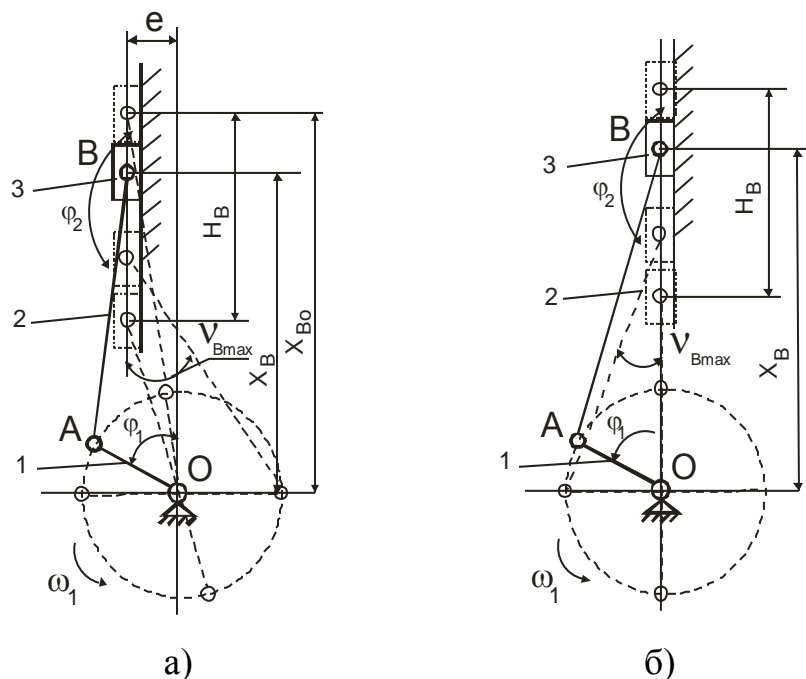


Рис. 3.2.1 Схема кривошипно-повзунного механізму

Для центрального механізму (рис. 3.2.1б) кут тиску має максимальне значення

при  $\varphi_1 = 90^\circ$  і  $\varphi_1 = 270^\circ$  ( $\vartheta_{\max} = \arcsin \frac{l_1}{l_2}$ ).

Виходячи з цього, можна для зниження навантаження на ланки (а значить зростання ККД, зниження сили тертя та зменшення зносу) доцільно значення  $\lambda_2 = \frac{l_2}{l_1}$  вибирати 3...5. При цьому маємо значення кута тиску  $\vartheta_{32} = 19^\circ \dots 11^\circ$

Для дезаксіального механізму (рис. 3.2.1а) при  $\varphi_1 = 90^\circ$  і  $\varphi_1 = 270^\circ$

$$\sin \vartheta_{P_1 \max} = \frac{l_1 - e}{l_2} = \frac{1 - \lambda_e}{\lambda_2}, \quad \sin \vartheta_{B_1 \max} = \frac{l_1 + e}{l_2} = \frac{1 + \lambda_e}{\lambda_2}$$

В ці рівняння значення  $e$  або  $\lambda_e = \frac{e}{l_1}$  входять з врахуванням знаку. У нашому випадку  $e > 0$ . Кути тиску на початку  $\vartheta_0$  та в кінці  $\vartheta''$  прямого ходу визначаються:

$$\sin \vartheta_0 = \frac{-e}{l_1 + l_2} = -\frac{\lambda_e}{\lambda_2 + 1}, \quad \sin \vartheta'' = \frac{-e}{l_2 - l_1} = -\frac{\lambda_e}{\lambda_2 - 1}$$

Хід поршня: 
$$H_B = x_{BO} - x_B'' = l_1 \left[ \sqrt{(\lambda_2 + 1)^2 - \lambda_e^2} + \sqrt{(\lambda_2 - 1)^2 + \lambda_e^2} \right]$$

### 3.2.2 Повзунно–коромисловий механізм.

При проектуванні повзунно–коромислового механізму (рис. 3.2.2) розміри ланки 2 (поводок) визначаються теж з врахуванням значення кута тиску. Необхідно, щоб у крайньому положенні значення кута тиску було  $\vartheta \leq [\vartheta]$ .

Для нашого випадку найбільш вигідним за значенням кут тиску буде тоді, коли перпендикуляр до напрямку руху повзуна ділить кут  $\varphi_{3\max}$  на половину, тож

$$\varphi_{34H} = \frac{(\pi - \varphi_{3\max})}{2}$$

У такому разі розмір коромисла  $l_3$  визначиться:

$$l_3 = \frac{H_A}{2 \cdot \sin(\varphi_{3\max} / 2)}$$

Ексцентриситет  $e$  необхідно вибирати з умови, що траєкторія центру шарніру А ділить відрізок (СЕ) на половину:  $e = l_3 [1 + \cos(\varphi_{3\max} / 2)] / 2$

при цьому розмір повідка  $l_2$

$$l_2 \geq l_3 [1 - \cos(\varphi_{3\max} / 2)] / 2 \cdot \sin \vartheta$$

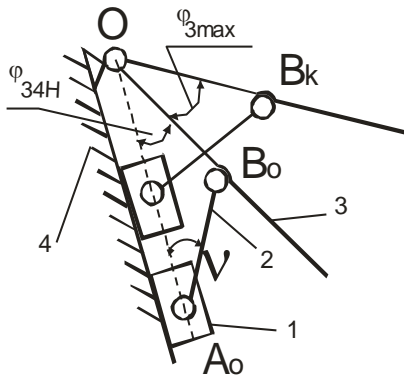


Рис. 3.2.2 Схема механізму повзунно-коромислового

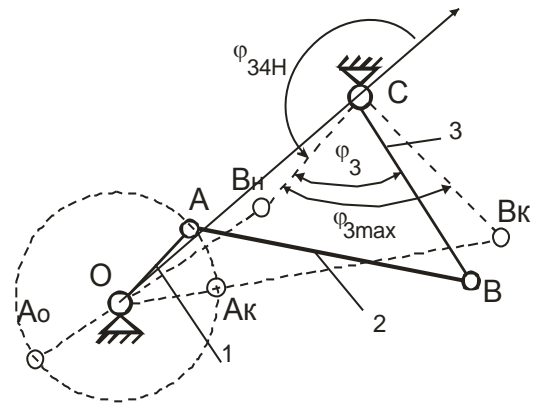


Рис. 3.2.3 Схема механізму кривошипно-коромислового

### 3.2.3 Кривошипно-коромисловий механізм.

Синтез кривошипно-коромислового механізму розглянемо на прикладі (рис. 3.2.3). Задані: розмір ланки  $l_3$  (коромисло), кут обертання  $\varphi_{3max}$  та кут  $\varphi_{34H}$  нахилу коромисла до вісі  $Ox$  в одному з крайніх положень, координати центра  $(x_c, y_c)$  КП (стійки та коромисла). Необхідно визначити розміри ланок.

При рішенні такої задачі необхідно намалювати механізм враховуючи задані параметри центру КП та інші. Виходячи з креслення можна записати:

$$l_4 = \sqrt{x_c^2 + y_c^2}; \quad l_{OB_H} = l_2 - l_1; \quad l_{OB_K} = l_2 + l_1$$

Таким чином

$$l_1 = \frac{1}{2}(l_{OB_K} - l_{OB_H}); \quad l_2 = \frac{1}{2}(l_{OB_K} + l_{OB_H})$$

Розміри відрізків  $l_{OB_H}$  та  $l_{OB_K}$  визначаємо за теоремою косинусів:

$$l_{OB_H} = \sqrt{[l_3^2 + l_4^2 - 2l_3l_4 \cos \varphi_{34H}]}; \quad l_{OB_K} = \sqrt{[l_3^2 + l_4^2 - 2l_3l_4 \cos(\varphi_{34H} + \varphi_{3max})]}$$

### 3.2.4 Кулісний механізм.

Однією з важливих властивостей кулісного механізму (рис. 3.2.4) є те, що передача зусилля від кривошипа на кулісу через повзун при нульовому куті тиску.

Тому при проектуванні роблять підбір параметрів гідроциліндру, а саме: задають значення тиску у його середині  $(P_M, P_L)$ ; відношення  $\alpha = d_{III} / d_{II}$  ( $d_{III}$  - діаметр штока,

$d_{II}$  - діаметр поршня). Діаметр поршня визначають за допомогою рівняння яким визначається максимальна сила:

$$F_{\max} = 0,25\pi d_{II}^2 [P_L \cdot (1 - \alpha^2) - P_M]$$

Що стосується ходу поршня то тут є відповідні рекомендації. Він не повинен бути завдовжки більш десяти діаметрів поршня. Розмір циліндра виходячи з технологічних вимог повинен задовольняти умові:  $L_{II} < 20 \cdot d_{II}$

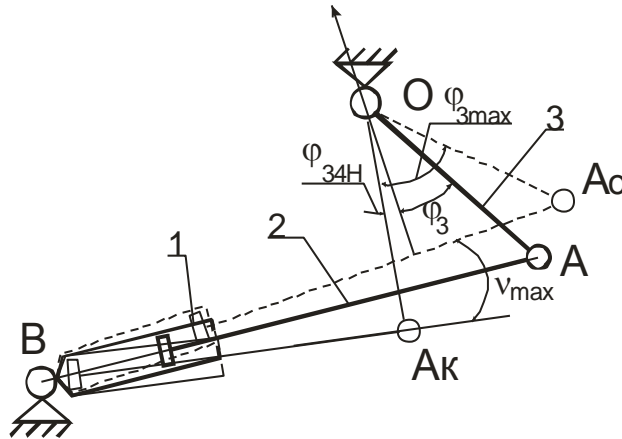


Рис. 3.2.4 Схема кулісного механізму

При проектуванні кулісного механізму з циліндром який коливається максимальне значення кута тиску  $\vartheta_{\max}$  може бути заданим. Геометричні параметри механізму забезпечують мінімальне значення кутів тиску, якщо центр КП розташований на лінії  $A_K A_O$ . У цьому разі значення кутів тиску визначаються:

$$\vartheta_{\max} = \vartheta_K = \vartheta_0 = 0,5\varphi_{3\max}$$

Враховуючи що  $l_{A_K A_O} = H$ , маємо:

$$H = 2 \cdot l_3 \cdot \sin(0,5\varphi_{3\max})$$

Розмір стійки визначиться за формулою:

$$l_4 = l_{OB} = \sqrt{l_{A_0B}^2 + l_3^2 + 2l_{A_0B}l_3 \sin(0,5\varphi_{3\max})}$$

$$l_{A_0B} = \lambda_{цн} \cdot H$$

## **КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.**

1. Основна задача синтезу механізмів.
2. Дати визначення проектування структурної схеми механізму
3. Які бувають ланки механізму.
4. Як виконується синтез плоских механізмів з одним ступенем руху.
5. Загальна умова проектування механізму.
6. Дати визначення кута тиску.
7. Які бувають методи проектування механізмів.
8. Особливості проектування кривошипно-повзунного механізму.
9. Особливості проектування повзунно–коромислового механізму.
10. Особливості проектування кривошипно–коромислового механізму.
11. Особливості проектування кулісного механізму.

## 4. КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ.

### 4.1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ТА КЛАСИФІКАЦІЯ.

Кулачкові механізми широко розповсюджені в техніці, наприклад ДВС ексцентрикові насоси, підйомно-транспортне обладнання.

Розглянемо механізм утворений за допомогою вищих та нижчих кінематичних пар (рис. 4.1.1). До конструкції входять кулачок 1, штовхач 2, стійка 0. Кулачок здійснює обертальний рух, штовхач – возвратно-поступальним. Ступень руху кулачкового механізму дорівнює одиниці.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad n = 2, \quad p_5 = 2, \quad p_4 = 1$$

Переваги цих механізмів:

- простота конструкції;
- можливість здійснювати практично любий рух штовхача за рахунок зміни закону руху та профілю кулачка.

Але є і недоліки:

- в місцях контакту кулачка і штовхача може виникнути значний питомий тиск, що є причиною швидкого зносу механізму;
- необхідність мати точний профіль кулачка;
- необхідність спеціального замкнення кінематичної пари – кулачок і штовхач.

Кулачкові механізми класифікуються за ознаками:

- по виду руху кулачка та штовхача;
- по типу спирання штовхача;
- по засобу замкнення кінематичної пари – кулачок і штовхач;

За характером руху механізми розподіляють на види:

а) механізми з обертальним рухом кулачка та поступовим рухом штовхача. Вони можуть бути:

- центральні (лінія руху штовхача проходить через вісь обертання кулачка) (рис. 4.1.1а);

- нецентральні (лінія руху штовхача зміщена від вісі обертання кулачка на ексцентриситет  $e$ ) (рис. 4.1.1б);

б) механізми з обертальним рухом кулачка та возвратно-обертальний рух штовхача (рис. 4.1.1в);

в) механізми з возвратно-поступальним рухом кулачка і возвратно-поступальним рухом штовхача (рис. 4.1.1г);

г) механізми з возвратно-поступальним рухом кулачка і возвратно-обертальним рухом штовхача (рис. 4.1.1д);

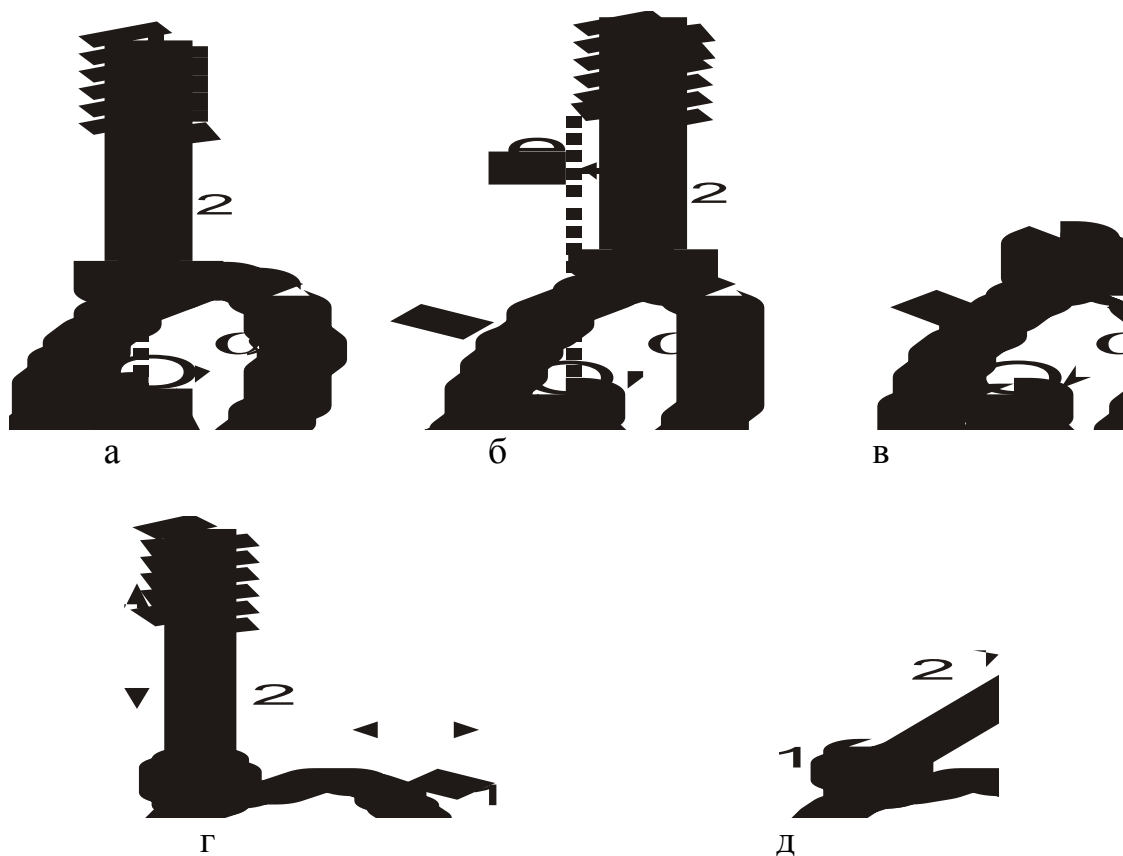


Рис. 4.1.1 Схеми кулачкових механізмів

За типом спірання штовхача на кулачок:

а) з гострокінцевим штовхачем (рис. 4.1.2а);

б) зі сферичним грибовидним штовхачем (рис. 4.1.2б);

в) з плоским штовхачем (рис. 4.1.2в);

г) з роликовим штовхачем (рис. 4.1.2г).

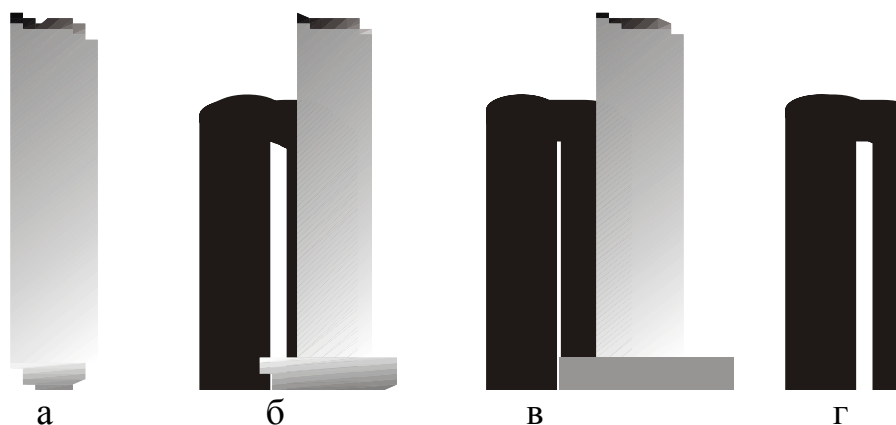


Рис. 4.1.2 Типи штовхачей

Гострокінцевий штовхач дуже простий за виготовленням, але має великий знос. Його використовують на невеликих кутових швидкостях кулачка та невеликих навантаженнях. Штовхачі грибовидної та плоскої форми забезпечують менший знос механізму. Роликовий штовхач теж забезпечує менший знос механізму але збільшує його розміри.

За засобом замкнення кінематичної пари механізми мають:

- силове замкнення (пружинне, пневматичне, гідравлічне);
- кінематичне замкнення (приклад ролик штовхача входить в паз кулачка).

## 4.2. АНАЛІЗ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ.

### 4.2.1 Аналіз роботи механізму

При роботі кулачкового механізму штовхач рухається за заданим законом, який повинен враховувати завдання технологічної операції та значення динамічних навантажень.

Переміщення штовхача  $s$  є функція часу  $t$  або кута обертання  $\varphi$  кулачка. Закон руху штовхача має вигляд функції  $s = f(\varphi)$  та похідних  $\dot{s} = f'(\varphi)$ ,  $\ddot{s} = f''(\varphi)$ . Рух ланок кулачкового механізму періодичний, тому достатньо проаналізувати рух за одне обертання кулачка.



При аналізі руху штовхача можна виділити чотири фази:

- 1) фаза віддалення (підйому) штовхача (рис. 4.2.1).
- 2) фаза верхнього стояння штовхача.
- 3) фаза наближення штовхача до початкового положення.
- 4) фаза нижнього стояння штовхача.

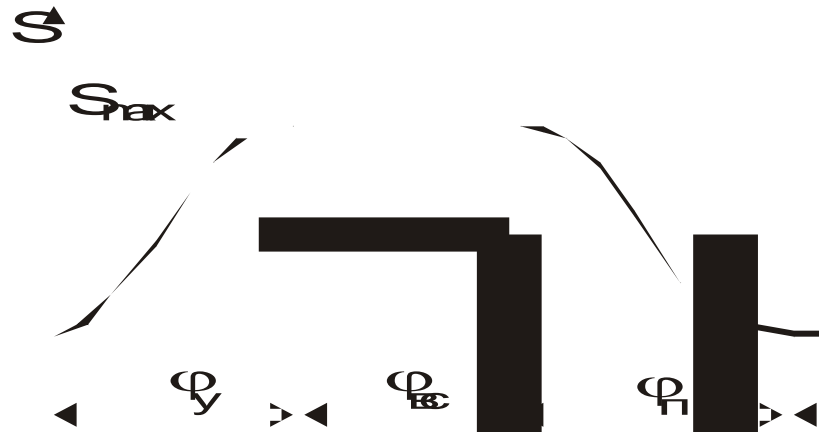


Рис. 4.2.1 Діаграма фаз роботи кулачкового механізму

Максимальний хід штовхача  $s_{max}$  та розмір фаз верхнього та нижнього стояння визначаються за технологічним часом операції. При розрахунку законів руху що до фаз віддалення та наближення необхідно враховувати безударну роботу механізму, тобто необхідно зменшувати прискорення.

#### 4.2.2 Кінематичний аналіз механізму

Ціллю кінематичного аналізу кулачкового механізму є визначення траєкторії руху характерних точок механізму та їх кінематичних параметрів. Для цього необхідно визначити функції  $s = f(\varphi)$ ,  $\dot{s} = f(\varphi)$ ,  $\ddot{s} = f(\varphi)$ .

На першому етапі знаходиться функція  $s = f(\varphi)$ . Для цього використовується графічний метод зворотного руху. Для цього механізму задається кутова швидкість  $-\dot{\varphi}_1$ . Кулачок стає рухомим, а штовхач разом з стійкою обертається навколо кулачка з кутовою швидкістю  $\omega$  у сторону, протилежну обертанню кулачка.

Розглянемо деякі схеми кулачкових механізмів:

#### 4.2.2.1. Центральний кулачковий механізм з гострокінцевим штовхачем.

З центру  $O$  кулачка (рис. 4.2.2) проводимо коло радіусом, що дорівнює мінімальній відстані до робочої поверхні кулачка (0-6). Коло розбиваємо на рівні сектори сторони яких перетинаються з профільною часткою кулачка. Вимірюють відрізки  $1-1', 2-2'$ , та інші. Розмір цих відрізків у вибраному масштабі дорівнює переміщенню штовхача  $s_1$ . Далі можна побудувати графік функції  $s_1 = f(\varphi)$ .

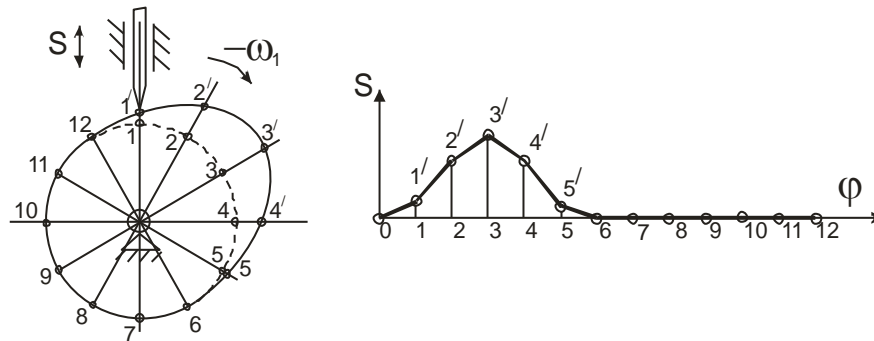


Рис. 4.2.2 Схема центрального кулачкового механізму з гострокінцевим штовхачем

#### 4.2.2.2. Центральний кулачковий механізм з плоским штовхачем (рис. 4.2.3).

Маємо аналогічний алгоритм визначення функції  $s_1 = f(\varphi)$ . Креслимо аналогічне коло з радіус-векторами. Опорна поверхня плоского штовхача розташовується перпендикулярно радіус вектору та дотичної до кулачка. Відрізки  $2-2', 3-3', 4-4'$  - дорівнюють переміщенню штовхача  $s_1$ . Далі креслимо графік функції  $s_1 = f(\varphi)$ .

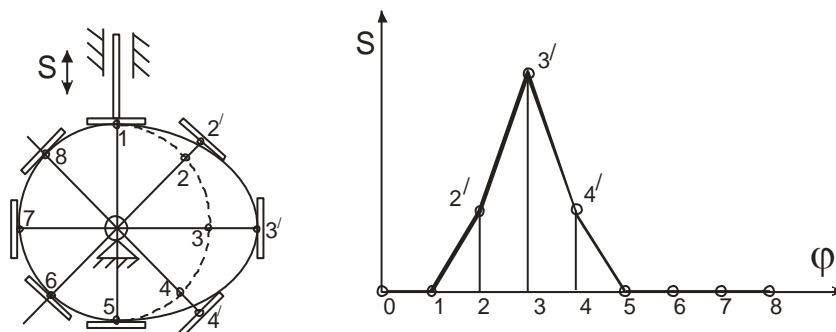


Рис. 4.2.3 Схема центрального кулачкового механізму з плоским штовхачем

#### 4.2.2.3. Нецентральний кулачковий механізм з плоским штовхачем (рис. 4.2.4).

Проводимо коло радіусом  $r=e$ . Коло ділимо на рівне число часток. Точки розподілення  $B_1, B_2, \dots, B_8$  з'єднуємо з центром  $O$  кулачкового механізму. До

окружності у точках розподілення проводять дотичні, до перетинання з опорною по верхньою кулачка  $A_1, A_2, \dots, A_8$ .

Переміщення штовхача  $s_1$  визначиться відрізками  $A'_1 - A_1, A'_2 - A_2, A'_3 - A_3$ . Далі строїмо графік функції  $s_1 = f(\varphi)$ .

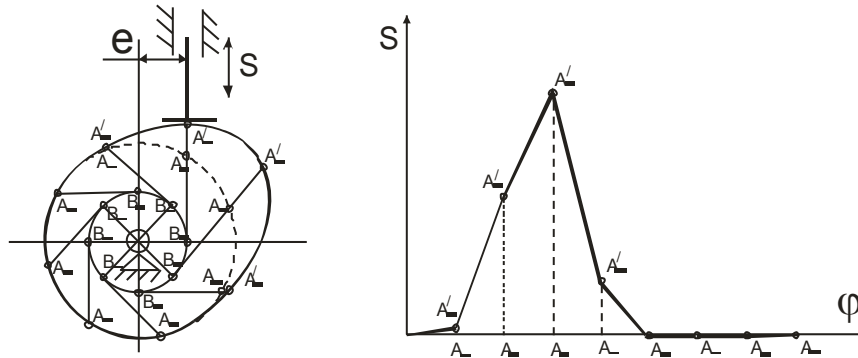


Рис. 4.2.4 Схема нецентрального кулачкового механізму з плоским штовхачем

Функції швидкості та прискорення  $\dot{s} = f_2(\varphi)$ ,  $\ddot{s} = f_3(\varphi)$  можна визначити за допомогою методів графічного диференціювання.

### 4.3. СИНТЕЗ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ.

Синтез кулачкового механізму - це профілювання кулачка по заданій функції  $s = f(\varphi)$  або  $s = f(t)$ . Задача синтезу – зворотна задача кінематичного аналізу кулачкового механізму.

Розглянемо процес проектування кулачка на прикладі центрального кулачкового механізму з гострокінцевим штовхачем (рис. 4.3.1).

Профіль кулачка креслимо за етапами:

1. Визначаємо мінімальний радіус опірної поверхні кулачка  $r_{\min}$ . Вибір здійснюють залежно від особливостей конструкції.

2. З центру обертання кулачка проводимо коло радіусом  $r_{\min}$ .

3. Згідно з кутовими значеннями  $\varphi$  на діаграмі  $s = f(\varphi)$  відкладаємо, у напрямку протилежному обертання кулачка, всі значення  $\varphi_i$  від лінії 0-0 та проводимо через вісь обертання кулачка лінії 0-1, 0-2 та інші.

4. На цих лініях відкладаємо відрізки  $1-1', 2-2', 3-3'$  та інші, що дорівнюють переміщенням штовхача.

5. З'єднуємо накреслені точки  $1', 2', 3'$  та інші плавною кривою. Накреслена лінія і є профіль кулачка.

6. Сектор кута верхнього та нижнього положення штовхача окреслюється дугами окружності, які проведені з центру обертання кулачка радіусами  $r(0-10), r(0-3')$

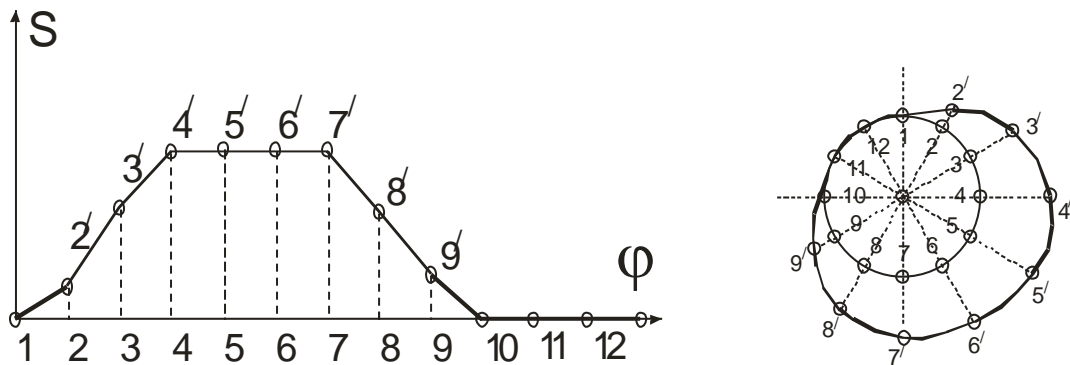


Рис. 4.3.1 Синтез центрального кулачкового механізму з гострокінцевим штовхачем

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.

1. За якими ознаками класифікуються кулачкові механізми.
2. Які бувають кулачкові механізми за характером руху.
3. Перелічити типи спирання штовхача.
4. Назвіть основні фази роботи кулачкового механізму.
5. Що є ціллю кінематичного аналізу кулачкового механізму.
6. Який використовується метод для кінематичного аналізу кулачкового механізму.
7. Навести алгоритм кінематичного аналізу центрального кулачкового механізму з гострокінцевим штовхачем.
8. Навести алгоритм кінематичного аналізу центрального кулачкового механізму з плоским штовхачем.
9. Навести алгоритм кінематичного аналізу нецентрального кулачкового механізму з плоским штовхачем.
10. В чому полягає задача синтезу кулачкового механізму.
11. Навести алгоритм профілювання кулачкового механізму.

## 5. ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ

### 5.1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ЗУБЧАСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ.

Зубчасті передачі – передачі в яких обертання передається за рахунок силової дії зуба одного колеса на зуб другого.

Такі передачі мають переваги перед іншими:

- менші габаритні розміри при передачі потужності;
- висока надійність;
- високий коефіцієнт корисної дії;
- можливість використання передач у дуже великих діапазонах, швидкостей, потужностей та передаточних відношень.

Але є і недоліки:

- необхідно мати велику точність при виготовленні передач;
- великий шум при роботі.

Вимоги до зубчатих передач:

- забезпечення заданого кінематичного закону руху;
- велика міцність та мінімальний знос;
- простота виготовлення;
- безшумність при роботі;
- легкість ремонту.

У нашому курсі будемо розглядати тільки плоскі циліндричні прямозубі зубчасті передачі прямозубі. В цих передачах вісі зубчастих коліс паралельні один одному. Вони можуть бути зовнішнього (рис. 5.1.1а) або внутрішнього (рис. 5.1.1б) зачеплення.

Передаточне відношення – це відношення кутових швидкостей зубчастих коліс:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

$\omega_1, \omega_2$  - кутові швидкості ведучого та відомого колеса.

$z_1, z_2$  - кількість зубів ведучого та відомого колеса.

Зубчасті колеса та передачі характеризуються геометричними параметрами, більшість котрих стандартизована.

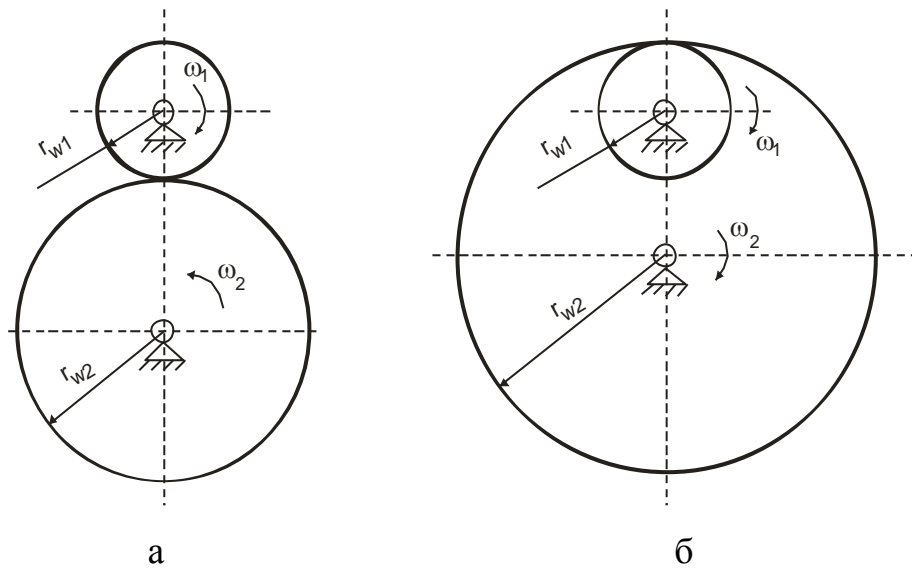


Рис. 5.1.1 Зубчасті передачі

Деякі з цих параметрів (рис. 5.1.2):

- 1) Початкове коло Н-Н діаметру  $d$
- 2) Коло головок зубів діаметру  $d_a$  - проходить через вершини зубів;
- 3) Коло впадин зубів діаметру  $d_f$  - проходить через нижні точки впадин;
- 4) Висота головки  $h_a$ , висота ніжки  $h_f$ , висота зуба  $h = h_a + h_f$ . Коло впадин зубів діаметру  $d_f$  - проходить через нижні точки впадин;
- 5) Крок колеса  $p$  (зацеплення) – відстань по дузі між однаковими точками сусідніх зубів.
- 6) Кількість зубів зубчастого колеса -  $z$
- 7) Модуль зубчастого колеса (модуль зацеплення)  $m$  - відношення кроку зацеплення до числа  $\pi = 3.1415926$ . Зв'язок діаметра зацеплення з кількістю зубів визначається за формулою:  $d = z \cdot m$

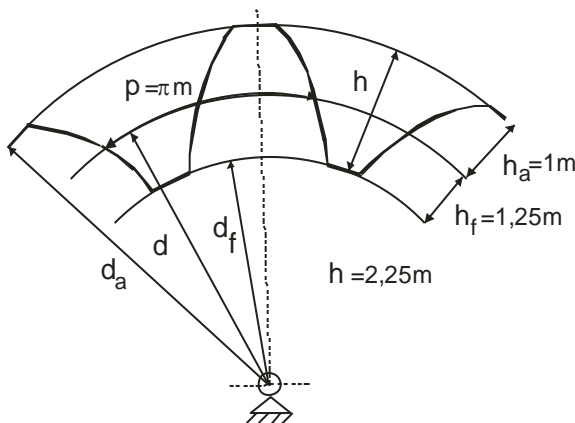


Рис. 5.1.2 Геометричні параметри зацеплення

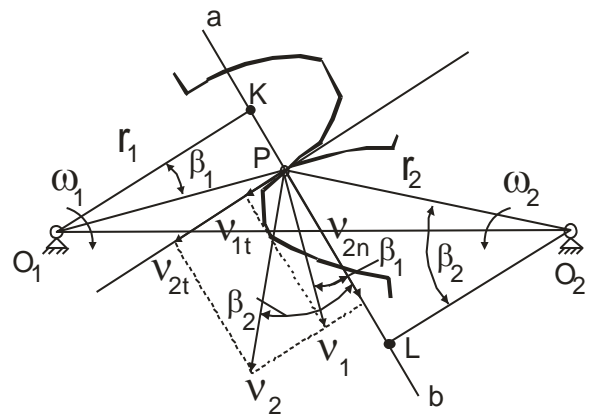


Рис. 5.2.1 Евольвентне зацеплення

## 5.2. ЕВОЛЬВЕНТНЕ ЗАЧЕПЛЕННЯ.

Одна з основних вимог зубчастого зачеплення – постійність передаточного відношення  $U$ . Це може бути виконано тільки за рахунок застосування спеціальної форми зуба. У теорії проектування зачеплення існує **основна теорема зачеплення**:

Сумісна нормаль в точці дотику ланок вищої кінематичної пари ділить міжосьову відстань на відрізки, пропорційні кутовим швидкостям.

З цієї теореми витікає **слідство**:

Для забезпечення постійного передаточного відношення  $U = const$  для любого моменту часу необхідно так спрофілювати робочі частки зубів, щоб сумісна нормаль до них для будь якої точки дотику проходила через одну і ту же точку Р (полус зачеплення). Ця точка повинна бути розташована на лінії центрів і розподілять цю лінію у зворотній пропорції що до відносин кутових швидкостей. Профілі зубів які задовольняють цим вимогам є евольвенти.

Евольвента – крива, яку описує люба точка прямої лінії, дотичній до коло, без ковзання. Коло по який котиться пряма – основна.

Сформулюємо основні особливості кінематики евольвентного зачеплення.

Лінія зачеплення - геометричне місце точок дотику пари зубів. Лінія є нормальною до евольвент у точці дотику.

Кут зачеплення  $\alpha_{\omega}$  - кут на котрий лінія зачеплення відхилена від дотичної до початкових кіл в полюсі Р. Стандартне значення кута зачеплення  $\alpha_{\omega} = 20^{\circ}$ .

Робочий дільниця – дільниця лінії зачеплення  $ab$ , на котрій пара зубів торкається один одного.

Максимальна дільниця зачеплення - дільниця лінії зачеплення  $KL$ , на котрій можливо евольвентне зачеплення пари зубів.

Кут перекриття – кут на який повертається зубчасте колесо за час зачеплення однієї пари зубців.

Дуга перекриття – дуга початкового кола, яка відповідає куту перекриття.

Коефіцієнт торцевого перекриття  $\varepsilon$  – відношення дуги перекриття до кроку. Він характеризує скільки відсотків часу знаходяться в зачепленні дві пари зубців.



Наприклад:  $\varepsilon = 1.27$ , 27% часу знаходяться в зачепленні дві пари зубців. Цей параметр дуже впливає на плавність ходу, зносостійкість передачі та інше.

### 5.3. РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ.

При проведенні кінематичного синтезу зубчастих механізмів насамперед необхідно встановити геометричні розміри, які відповідають вхідним параметрам синтезу, та геометричній формі елементів зубчастих пар, що забезпечують потрібний характер відносного руху.

Геометричний коефіцієнт питомого тиску  $\nu$  характеризує вплив геометричних параметрів на контактну міцність зубів. Геометричний коефіцієнт питомого тиску – відношення модуля зачеплення до зведеного радіуса кривини профілів зубів у точці їх контакту:

$$\nu = \frac{m}{\rho_{36}} = \frac{m(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_1 \cdot \rho_2}$$

де  $\rho_1, \rho_2$  - радіуси кривини спряжених профілів.

У полюсі зачеплення  $\nu$  обчислюється за формулою:  $\nu = \frac{m}{\rho_{36}} = \frac{2(z_1 + z_2)}{z_1 \cdot z_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_w \cos \alpha}$

Мінімальне значення  $\nu$  має у середині теоретичної частини лінії зачеплення  $a_0 b_0$

(рис. 5.3.1):

$$\nu_{\min} = \frac{m}{\rho_{36}} = \frac{8}{(z_1 + z_2) \cdot \operatorname{tg} \alpha_w \cos \alpha}$$

Питоме ковзання  $\mathcal{G}$  характеризує знос зубів за рахунок високих питомих навантажень – схильність до заїдання.

Питоме ковзання – це відношення швидкості ковзання профілів до дотичної складової швидкості точки контакту:

$$\mathcal{G}_1 = \frac{\mathcal{G}_{\text{ковз}}}{\mathcal{G}_1^r} = 1 - \frac{\rho_2 z_1}{\rho_1 z_2}, \quad \mathcal{G}_2 = \frac{\mathcal{G}_{\text{ковз}}}{\mathcal{G}_2^r} = 1 - \frac{\rho_1 z_2}{\rho_2 z_1}$$

У полюсі зачеплення  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_2 = 0$  (рис. 5.3.2).

Коефіцієнтом питомого ковзання прийнято називати питоме ковзання  $\mathcal{G}' = \mathcal{G}_1$  та відношення питомого ковзання  $\mathcal{G}_2$  до абсолютної величини передаточного відношення:

$$\mathcal{G}'_2 = \frac{\mathcal{G}_2}{U_{12}}$$

Коефіцієнти ковзання враховують кількість зачеплень зубів шестерні  $z_1$  та колеса  $z_2$  за однаковий час

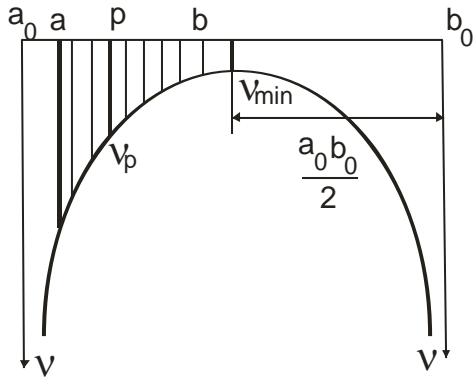


Рис. 5.3.1 Графік геометричного коефіцієнта питомого тиску.

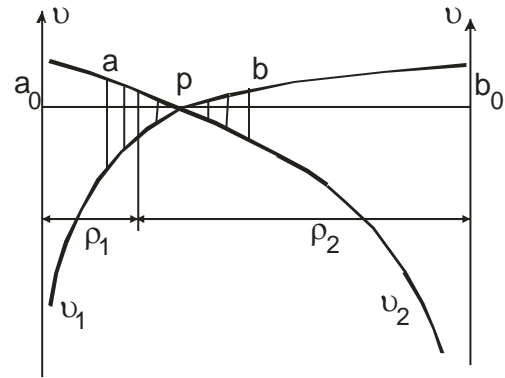


Рис. 5.3.2 Графік питомого ковзання.

Коефіцієнт торцевого перекриття  $\varepsilon$  аналітично визначається:

$$\varepsilon = \frac{z_1}{2\pi} (\operatorname{tg}\alpha_{a_1} - \operatorname{tg}\alpha_w) + \frac{z_2}{2\pi} (\operatorname{tg}\alpha_{a_2} - \operatorname{tg}\alpha_w), \text{ де } \alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a}$$

$\alpha$  - кут початкового контуру різального інструменту.

Інваріанта кута (евольвентна функція)  $\operatorname{inv}\alpha = \operatorname{tg}\alpha - \alpha$

Інваріанта кута зачеплення  $\operatorname{inv}\alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{inv}\alpha$

Радіус ділильного кола  $r_i = \frac{mz_i}{2}$

Радіус основного кола  $r_{bi} = r_i \cdot \cos\alpha$

Радіуси початкових кіл  $r_{wi} = r_i \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$

Міжосьова відстань  $a_{wi} = r_{w1} + r_{w2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w}$

Коефіцієнт сприймального зміщення  $y = \frac{a_w - a}{m}$  де  $a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$

Коефіцієнт вирівнюючого зміщення  $\Delta y = x_2 - y$ , де  $x_2 = x_1 + z_2$

Радіуси кіл западин  $r_{fi} = r_i - h_a^* \cdot m - c^* \cdot m + x_i \cdot m$ , де  $h_a^*$  - коефіцієнт висоти головки зуба,  $c^*$  - коефіцієнт радіальної щілини.

Радіуси кіл вершин  $r_{ai} = r_i + m(h_a^* + x_i - \Delta y)$

Висота зуба  $h = 2 \cdot m \cdot h_a^* + c^* \cdot m - \Delta y \cdot m$

Товщина зубів за дугою ділительного кола  $S_i = \frac{\pi m}{2} + 2x_i \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha$

Товщина зубів за дугою радіуса вершин  $S_{ai} = 2r_{ai} \left( \frac{m}{2z_i} + \frac{2x_i \cdot \operatorname{tg} \alpha}{z_i} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right)$

## 5.4. СИНТЕЗ ПЛОСКИХ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ.

### 5.4.1 Типові схеми планетарних механізмів

Зубчасті механізми, які мають зубчасті колеса з рухомими осями (сателіти), називаються планетарними. Такі механізми мають ряд суттєвих переваг, тому дуже широко використовуються у техніці та машинобудівництві. Використовуючи різні схеми та їх комбінації можна проектувати компактні механізми з великим передаточним числом, зносостійкістю та інше.

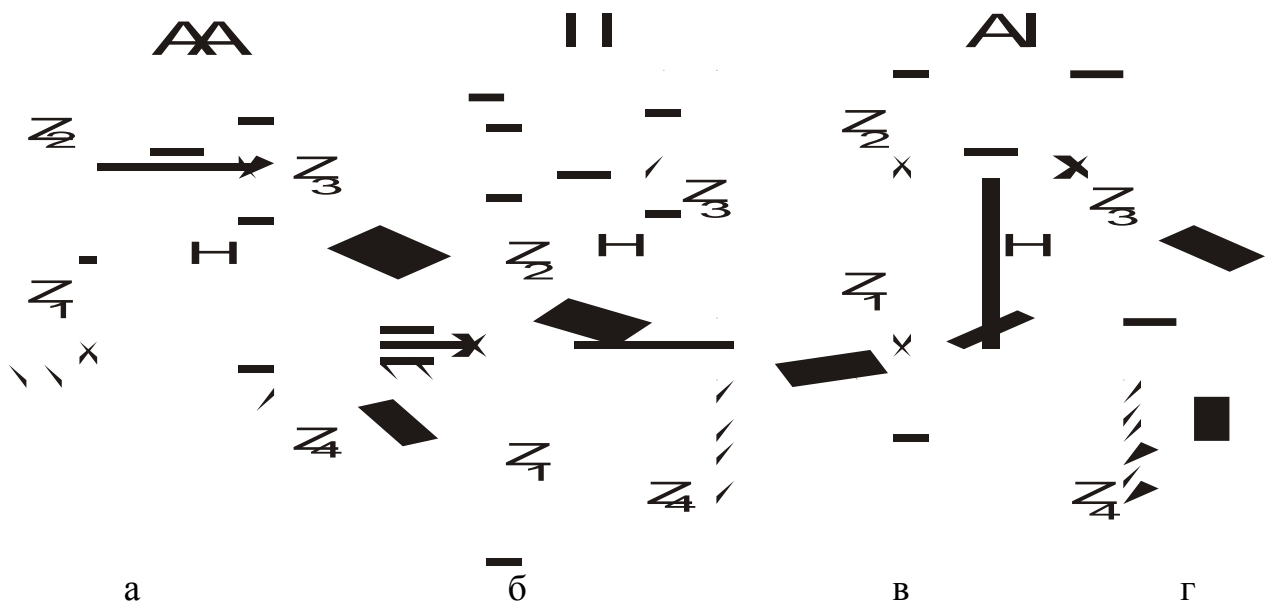


Рис. 5.4.1 Типові схеми простих планетарних механізмів

Планетарні механізми у більшості випадків багато сателітні. Це накладає певні умови на їх проектування: вибір кількості зубців, сусідство, складання і т.д.

Проектування починають з вибору схеми, оскільки одне й теж передаточне відношення можна забезпечити різними схемами механізмів, що відрізняються за ККД, габаритами, вагою і т.д.

Схеми вибирають шляхом детального порівняння різних варіантів, але деякі загальні питання можуть бути зазначені при розгляді чотирьох типових схем простих планетарних механізмів (рис. 5.4.1).

Позначення планетарних механізмів прийнято на основі класифікації їх за видами зачеплень (А – зовнішнє, І – внутрішнє). Для схем АА та ІІ передаточне відношення зведеного механізму додатне:  $U_{1H}^{(H)} > 0$ . Для схем АІ та  $\overline{AI}$   $U_{14}^{(H)} < 0$ .

При дослідженні планетарних механізмів використовують метод Вілліса. Планетарному механізму умовно задають обертання з кутовою швидкістю  $(-\omega_H)$ . Тоді водило зупиняється, а відношення кутових швидкостей запишемо у вигляді:

$$U_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = \pm \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \quad (*)$$

Знак “-” відноситься до схем а і б.

Враховуючи що  $\omega_4 = 0$ , з формули (\*) запишемо передаточного відношення:

$$U_{1H}^{(4)} = 1 \pm \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}, \quad U_{H1}^{(4)} = \left( 1 \pm \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \right)^{-1}$$

На практиці механізми АА та ІІ переважно використовуються при ведучому водилі як знижувальні передачі (редуктори) у тих випадках, коли виробничі навантаження невеликі. Планетарні механізми АІ та  $\overline{AI}$  мають невеликі передаточні відношення але високий ККД. При ведучому першому колесі планетарні механізми АІ та  $\overline{AI}$  використовуються як силові редуктори.

Таким чином маємо сказати що для кожного типу планетарного механізму існує своя границя можливих передаточних відношень та застосування. Для орієнтованого вибору передаточного відношення можна використовувати спеціальні графіки, побудовані для механізмів з ведучим колесом  $z_1$ , та кількості сателітів  $k$ , та параметрів

$$x = \frac{z_2}{z_3}, \quad \lambda = \frac{m_{12}}{m_{34}}, \quad x\lambda = \frac{d_2}{d_4}.$$

### 5.4.2 Вибір чисел зубців планетарних механізмів.

При виборі чисел зубців для вибраної схеми планетарного механізму необхідно задовольнити задане передаточне відношення, високий ККД механізму, умови: співвісності, складання, сусідства сателітів, відсутність підрізу та інтерференції зубців.

Звичайно обмежуються розв'язанням рівнянь передаточного відношення, умов співвісності  $(z_1 \pm z_2) \cdot m_{12} = (z_4 \pm z_3) \cdot m_{34}$  (знак “-” відноситься до внутрішнього зачеплення) та складання  $\frac{z_1 \cdot z_3 + z_2 \cdot z_4}{k \cdot del} = N$  ( $N$  - ціле число,  $del$  - найбільший сумісний дільник). Результати розв'язання цих рівнянь для кожної з розглянутих схем:

$$\text{Схема AA: } z_1 = k \frac{P - Qx}{U_{1H}^{(4)}}, \quad z_2 = z_1 \frac{1 - x\lambda - U_{1H}^{(4)}}{x\lambda - 1}, \quad z_3 = \frac{z_2}{x}, \quad z_4 = z_1 \frac{1 - U_{1H}^{(4)}}{x}$$

$$\text{Схема II: } z_1 = k \frac{P - Qx}{U_{1H}^{(4)}}, \quad z_2 = z_1 \frac{x\lambda + U_{1H}^{(4)} - 1}{x\lambda - 1}, \quad z_3 = \frac{z_2}{x}, \quad z_4 = z_1 \frac{1 - U_{1H}^{(4)}}{x}$$

$$\text{Схема AI: } z_1 = k \frac{P + Qx}{U_{1H}^{(4)}}, \quad z_2 = z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - x\lambda - 1}{x\lambda + 1}, \quad z_3 = \frac{z_2}{x}, \quad z_4 = z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{x}$$

$$\text{Схема } \overline{AI}: z_1 = k \frac{P}{U_{1H}^{(4)}}, \quad z_2 = z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - 2}{2}, \quad z_4 = z_1 \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{x}$$

де  $P, Q$  - цілі числа.

Інші умови перевіряють додатково.

Умови сусідства сателітів задовольняють таким рівнянням:

$$\lambda(z_1 \pm z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z_3 + 2, \text{ при } x\lambda < 1$$

$$(z_1 \pm z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z_3 + 2, \text{ при } x\lambda > 1$$

знак “-” належить до внутрішнього зачеплення.

Для запобігання інтерференції зубців у нульовому внутрішньому зачепленні необхідно, щоб при стандартному початковому контурі виконувались умови:

$$z_{\min BH} \geq 85, \quad z_{\min 3OBH} \geq 20, \quad z_{\min BH} - z_{\min 3OBH} \geq 8$$

Коефіцієнт корисної дії визначають за формулою:

Схема AI,  $\overline{AI}$  та для схем AA та II при  $U_{1H}^{(4)} < 0$ :

$$\text{- ведуча ланка } z_1: \eta_{1H}^{(4)} = 1 - \left( \frac{U_{1H}^{(4)} - 1}{U_{1H}^{(4)}} \right) \psi^H$$

$$\text{- ведуча ланка } H: \eta_{H1}^{(4)} = \frac{1 - \psi^H}{1 - U_{1H}^{(4)} \psi^H}$$

Схема AA та II для  $U_{1H}^{(4)} > 0$

$$\text{- ведуча ланка } z_1: \eta_{1H}^{(4)} = \frac{U_{1H}^{(4)} - \psi^H}{U_{1H}^{(4)} (1 - \psi^H)}$$

- ведуча ланка  $H$ :  $\eta_{H1}^{(4)} = \frac{1}{1 + (U_{1H}^{(4)} - 1)\psi^H}$

Параметр  $\psi^H = 1 - \psi_{14}^{(H)}$  - коефіцієнт втрат на тертя для зведеного механізму.

для механізмів  $AA$ ,  $II$  та  $AI$ :  $\psi_{14}^{(H)} = \psi_{12}^{(H)} + \psi_{34}^{(H)}$

для механізмів  $\overline{AI}$ :  $\psi_{14}^{(H)} = \psi_{12}^{(H)} + \psi_{24}^{(H)}$

$$\psi_{12}^{(H)} = 2,3f \left( \frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right), \quad \psi_{34}^{(H)} = 2,3f \left( \frac{1}{z_3} \pm \frac{1}{z_4} \right), \quad \psi_{24}^{(H)} = 2,3f \left( \frac{1}{z_2} \pm \frac{1}{z_4} \right)$$

$f=0,008-0,12$  – коефіцієнт тертя у змазаній зубчастій парі; знак “-” відноситься до внутрішнього зачеплення.

## 5.5. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ.

Розглянемо кінематичне дослідження планетарного механізму графічним методом. Схема механізму представлена на рис 5.5.1. На *першому етапі* необхідно накреслити механізм (рис. 5.5.1), враховуючи масштабний коефіцієнт згідно ГОСТ на креслення.

Визначаємо масштабний коефіцієнт:  $K_l = \frac{R_1}{OA} = 0,001; 0,002; 0,0025; \dots \frac{м}{мм}$

Наносимо характерні точки цього механізму А, В, С. Далі праворуч від схеми проводимо вертикальну лінію майбутнього плану швидкостей. Знаходимо проєкції точок А, В, С на цю лінію маємо точки а, в, с,.

На *другому етапі* виконують креслення плану швидкостей. Для знаходження закону лінійних швидкостей точок першого колеса визначають відомі швидкості двох точок О та А:  $V_O = 0, \quad V_A = \omega_1 \cdot R_1 = 0,5 \cdot m \cdot z_1 \cdot \omega_1$

Визначаємо масштабний коефіцієнт для креслення плану швидкостей:

$$K_v = \frac{V_A}{aa'} = \frac{8 \text{ м/с}}{80 \text{ мм}} = 0,1 \frac{м}{с \cdot мм}$$

Будуємо аналог швидкості точки. Для цього з точки а проводимо праворуч горизонтальний відрізок  $aa'$ . З'єднуємо точки О і  $a'$ . Відрізок  $Oa'$  - закону лінійних швидкостей точок першого колеса.

Далі, колеса 2 та 3 обертаються з однією кутовою швидкістю, тому що мають одну вісь обертання. Значить колеса 2 та 3 мають однакові закони лінійних

швидкостей точок. Маємо: швидкість точки С дорівнює нулю, швидкість точки А - відома. З'єднуємо на плані швидкостей точки  $a'$  та  $c$ . Відрізок  $ca'$  - закону лінійних швидкостей точок 2 та 3 колеса.

Для знаходження закону лінійних швидкостей точок водили необхідно знати швидкість точки В, яка є одночасно центром вісі коліс 2 та 3 і точкою водили. Для цього з точки  $b$  проводимо горизонтальну лінію до перетинання з лінією  $ca'$ , маємо точку перетинання  $b'$ . Відрізок  $bb'$  - є аналог швидкості точки В. З'єднуємо на плані швидкостей точки  $b'$  та О. Відрізок  $Ob'$  - закону лінійних швидкостей точок водили.

Маємо план швидкостей механізму.

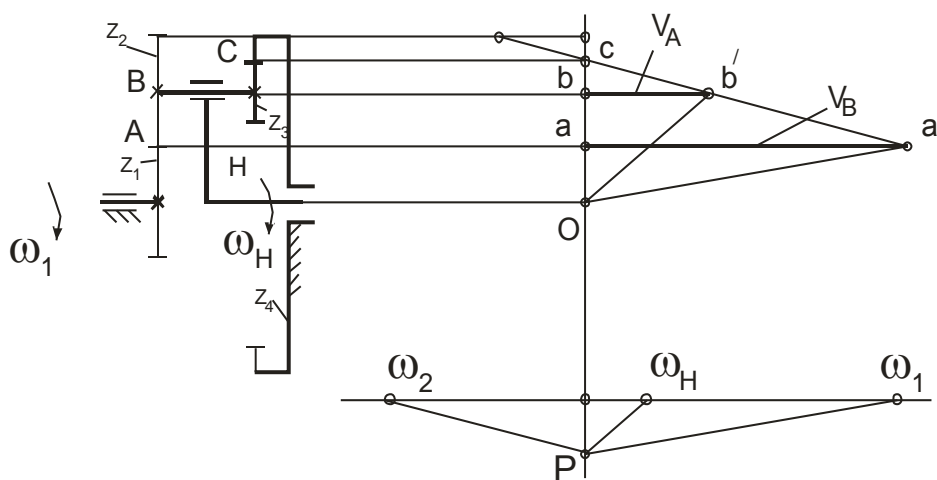


Рис. 5.5.1 Схема планетарного механізму

На третьому етапі креслимо план кутових швидкостей. Використовуючи план швидкостей будуємо на довільному катеті  $PO$  прямокутні трикутники  $PO\omega_1$ ,  $PO\omega_2$ ,  $PO\omega_H$  з гострими кутами  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_H$ . Відрізок  $O\omega_1$  - аналог кутової швидкості першого колеса. Відрізки  $O\omega_2$ ,  $O\omega_H$  - аналоги кутових швидкостей 2, 3 коліс та водили. Маємо план кутових швидкостей. Масштаб цього креслення визначається за формулою:

$$K_\omega = \frac{\omega_1}{O\omega_1} = \frac{400 \text{ 1/с}}{10 \text{ мм}} = 40 \frac{1}{\text{с} \cdot \text{мм}}$$

Використовуючи план кутових швидкостей можемо визначити передаточне відношення механізму:

$$U_{1H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{(O\omega_1)}{(O\omega_H)}$$

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.

1. Дати визначення зубчатим передачам.
2. Навести переваги та недоліки зубчастих механізмів.
3. Що є передаточним відношенням.
4. Навести основні геометричні параметри що характеризують зубчасті колеса та передачі.
5. Сформулювати основну теорему зачеплення.
6. Сформулювати слідство з основної теореми зачеплення.
7. Дати визначення евольвенті.
8. Перелічити основні кінематичні параметри евольвентного зачеплення.
9. Пояснити фізичний сенс коефіцієнту торцевого перекриття  $\varepsilon$ .
10. Дати визначення геометричному коефіцієнту питомого тиску  $\nu$ .
11. Навести формулу для визначення мінімальне значення  $\nu$ .
12. Дати визначення питомого ковзання  $\varrho$ .
13. Основні задачі синтезу зубчастих механізмів.
14. Навести основні типові схеми планетарних механізмів.
15. Переваги та області застосування різних типів планетарних механізмів.
16. З яких умов виконується синтез планетарних механізмів.
17. Записати умову співвісності.
18. Записати умову складання.
19. Записати умову сусідства.
20. Записати умову запобігання інтерференції зубців.
21. Ціль кінематичного дослідження планетарного механізму.
22. Навести алгоритм кінематичного дослідження планетарного механізму.
23. Навести алгоритм креслення плану швидкостей планетарного механізму.
24. Навести алгоритм креслення плану кутових швидкостей.
25. Як за допомогою плану кутових швидкостей визначити передаточне відношення механізму.



## 6. ВСТУП У ДИНАМІКУ МАШИН.

### 6.1. ЗАДАЧІ СТАТИКИ І ДИНАМІКИ МАШИН.

Основні задачі динамічного аналізу механізмів:

Перша задача (силовий аналіз механізмів):

- а) вивчення впливу зовнішніх сил, сил ваги ланок, сил тертя та сил інерції на ланки механізму та на їх елементи, КП і т.д.
- б) встановлення засобів зменшення динамічних навантажень, які виникають при русі механізму.

Друга задача (динаміка механізмів):

- а) вивчення режимів руху механізму під дією заданих сил.
- б) встановлення засобів які забезпечують заданий режим руху механізму.
- в) задачі теорії коливань у механізмах, задачі міцності, стійкості та інші.

Вирішення першої задачі без врахування сил інерції носить назву статичних розрахунків. Такі розрахунки можна проводити тільки у випадку тихохідних механізмів та машин. При розрахунках механізмів які мають великі швидкості використовують динамічний розрахунок, тобто з врахуванням сил інерції.

При дослідженні будь якого механізму рух ланок залежить від впливу сил та моментів що діють на них. Сили та моменти, що діють на механізм, розподіляють: зовнішні; внутрішні; інерції.

До зовнішніх моментів відносять моменти руху та опору. До зовнішніх сил відносять сили руху, сили опору, сили ваги та сили пружності. Зовнішні сили можуть задаватися: таблицею, аналітично, графічно. Іноді вони можуть задаватися через інші параметри, наприклад, у вигляді індикаторної діаграми тиску. У цьому разі сила визначається виходячи з геометричних та фізичних особливостей роботи механізму.

Сили інерції – сили які виникли за рахунок прискорення, яке може існувати при русі механізму. Чисельно сили та моменти сил інерції визначаються методами теоретичної механіки.

Внутрішні сили – це сили взаємодії між ланцюгами. Вони діють на кінематичні пари.

## 6.2. ВИЗНАЧЕННЯ СИЛ ІНЕРЦІЇ МЕТОДОМ ЗАМІЩЕННЯ ТОЧОК.

При динамічних розрахунках механізмів іноді доцільно використовувати метод заміщення точок. Суть цього методу полягає в тому, що замість приведення всіх сил інерції ланки до сили та пари, або до рівнодіючої сили всі сили замінюють на сили інерції мас. Ці сили зосереджені у вибраних точках, які носять назву точок заміщення.

Визначення сил інерції ланок зводиться, до визначення сил інерції мас, зосереджених в точках, тому можна не визначати момент сил інерції від кутового прискорення.

Розглянемо вимоги яким повинні задовольняти вибрані точки, щоб система була еквівалентна початковій. Маємо ланку  $Q$  (рис. 6.2.1), що має площину симетрії, паралельній площині його руху. Рівнодіюча сила інерції мас, зосереджених у заданих точках, повинна дорівнювати силі інерції всієї ланки.

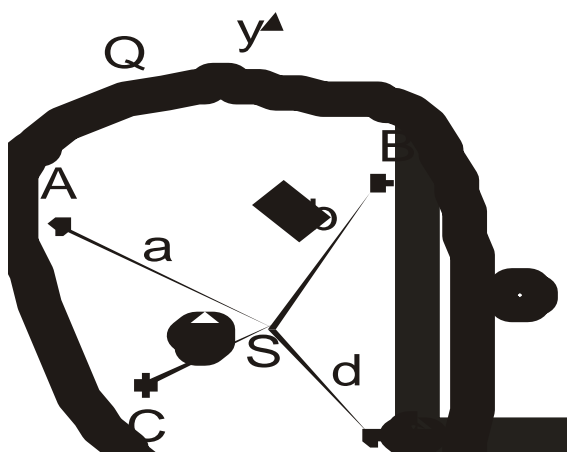


Рис. 6.2.1 Розташування точок заміщення

Для цього необхідно:

- 1) сума мас, зосереджених в точках заміщення, повинна дорівнювати масі всієї ланки.
- 2) сумісний центр мас точок заміщення повинний бути таким, як і для центру мас ланки.

Задоволення цим вимогам - є статичне розміщення маси ланки.

Крім того щоб результуюча пара сил інерції мас, зосереджених в точках заміщення, була еквівалентна парі сил інерції ланки, треба задовольнити третьому вимогу.

Сума моментів інерції мас, зосереджених в точках заміщення, відносно вісі, яка проходить через сумісний центр, дорівнювалась моменту інерції ланки відносно цієї вісі. Задоволення цим вимогам - є динамічне розміщення маси ланки.

Математично ці вимоги записують у вигляді рівнянь:

$$\sum_1^n m_i = m \quad (6.2.1)$$

$$\sum_1^n m_i x_i = 0 \quad (6.2.2)$$

$$\sum_1^n m_i y_i = 0 \quad (6.2.3)$$

$$\sum_1^n m_i (x_i^2 + y_i^2) = J_S \quad (6.2.4)$$

де  $m_i$  - маса, зосереджена в точках заміщення,  $m$  - маса ланки,

$x_i, y_i$  - координати  $i$ -ої точки,

$J_S$  - момент інерції ланки відносно вісі, яка проходить через точку  $S$  та перпендикулярна до площі руху.

Рівняння (6.2.1 –6.2.3) – рівняння статичне розташування маси ланки, разом з (6.2.4) складають динамічне розташування.

### 6.3. ТЕОРЕМА М.Є. ЖУКОВСЬКОГО ПРО “ЖОРСТКИЙ ВАЖИЛЬ”.

При вирішенні деяких задач динаміки механізмів виникає необхідність у визначенні движучей сили  $F_d$  або моменту  $M_d$ . У більшості випадках необхідно мати графічне відображення цих параметрів,  $F_d = F_d(\varphi)$  ( $M_d = M_d(\varphi)$ ). Для цього доцільно використовувати безмасштабний план швидкостей, а потім використовувати теорему М.Є. Жуковського.

Теорема:

Якщо механізм під дією прикладених до нього сил знаходиться у рівновазі, то в рівновазі знаходиться і “жорсткий важіль”. “Жорсткий важіль” – повернутий на кут

90° план швидкостей, який розглядається як тверде тіло, що обертається навколо полюса і навантажене тими же силами .

Тобто, необхідно накреслений план швидкостей з усіма силами та моментами повернути на кут 90°. Скласти рівняння рівноваги моментів всіх сил та моментів відносно полюса. Далі для визначення движучей сили або моменту необхідно розв'язати рівняння моментів відносно цього параметру.

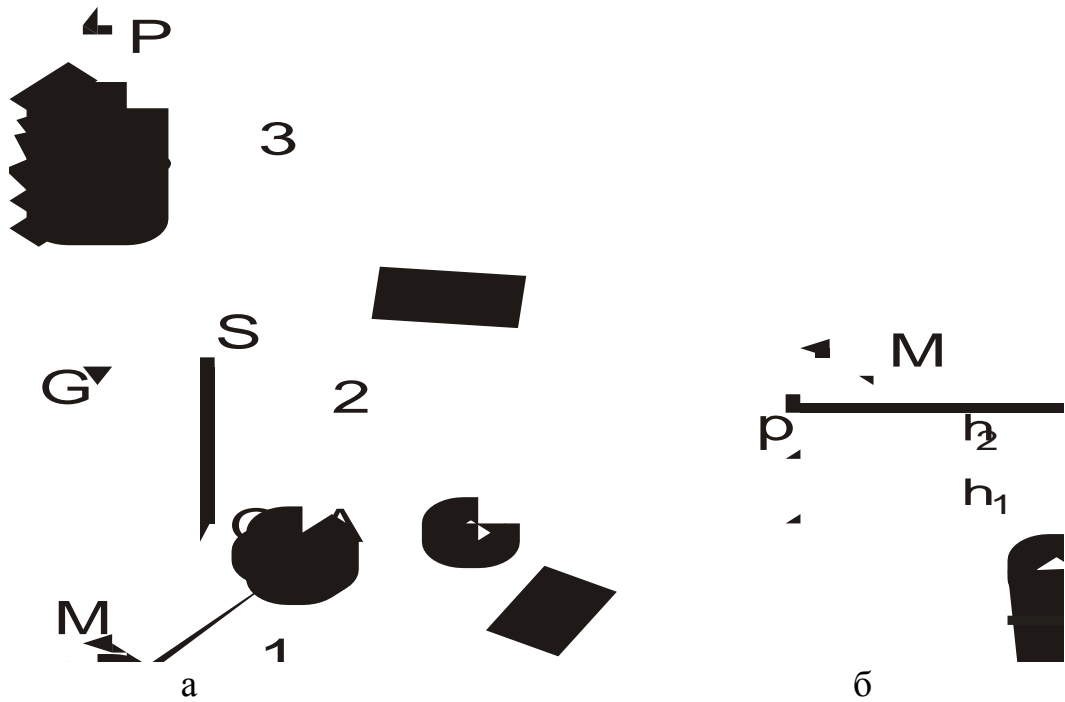


Рис. 6.2.2 Визначення движучей сили за методом Жуковського

Використання теореми Жуковського можна розглянути на прикладі визначення движучей сили  $P$  кривошипно-повзунного механізму ДВС (рис.6.2.2). На схемі механізму (рис. 6.2.2а) показуємо діючі сили та моменти (сили ваги  $G, Q$ ; движуча сила  $P$  та момент  $M$ ). Для накресленого положення механізму креслимо план швидкостей (рис. 6.2.2б) та повертаємо його на кут 90°. Показуємо у відповідних точках плану діючі сили і складаємо рівняння рівноваги:

$$M + P \cdot h_1 - G \cdot h_1 - Q \cdot h_2 = 0$$

Розв'язуючи складене рівняння знаходимо значення движучей сили  $P$ :

$$P = \frac{G \cdot h_1 + Q \cdot h_2 - M}{h_1}$$

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.

1. Перша задача динамічного аналізу механізмів.
2. Друга задача динамічного аналізу механізмів.
3. Дати характеристику силам та моментам що діють на ланки механізму.
4. У чому полягає сенс методу заміщення точок.
5. Навести алгоритм використання методу заміщення точок.
6. Сформулювати вимоги статичного розміщення маси ланки.
7. Записати вимоги статичного розміщення маси ланки.
8. Сформулювати динамічні вимоги розміщення маси ланки.
9. Записати динамічні вимоги розміщення маси ланки.
10. Дати визначення поняттю “жорсткий важіль”.
11. Сформулювати теорему М.Є. Жуковського про “жорсткий важіль”.
12. Навести алгоритм застосування теореми М.Є. Жуковського про “жорсткий важіль” при визначенні движучей сили або моменту.

## 7. КІНЕТОСТАТИКА МЕХАНІЗМІВ.

### 7.1. КІНЕТОСТАТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК МЕХАНІЗМІВ.

Основні рівняння кінетостатики механізмів виходять з основних співвідношень теоретичної механіки, а саме з принципу д'Аламбера:

$$\vec{F} + \vec{F}'' + \vec{R} = 0$$

$$\vec{M}(\vec{F}) + \vec{M}(\vec{F}'') + \vec{M}(\vec{R}) = 0$$

Для тіла що рухається у просторі геометрична сума всіх активних сил, реакцій в'язей та сил інерції дорівнює нулю. Тобто система знаходиться у стані кінетостатичної рівноваги.

Використовуючи рівняння кінетостатики проводять силовий розрахунок механізмів.

Ціль силового розрахунку важільних механізмів є визначення опірних реакцій в кінематичних парах. Ці сили використовуються при вивченні руху ланок механізмів, проведення розрахунків на міцність, жорсткість, зносостійкість та ККД.

При силових розрахунках приймають, що механізм має площу симетрії, паралельну площі руху, в котрій діють всі прикладені сили. Силовий розрахунок виконують з урахуванням прискорень. Перед проведенням силового розрахунку визначають всі сили та моменти що діють на ланки механізму, виконується структурний та кінематичний аналіз.

Розглянемо послідовність силового розрахунку для плоского механізму який утворений основним механізмом та однією структурною групою (сили тертя не враховуємо).

1. Розглядають структурну групу. До ланок групи прикладають діючі: зовнішні сили та моменти, сили та моменти інерції, реакції ланок. Визначаємо реакції у зовнішніх кінематичних парах, а потім у внутрішніх.

2. Виконують силовий розрахунок початкової ланки. До нього теж прикладають усі сили, крім того знайдені реакції від структурної групи. Визначають реакцію в кінематичній парі, утвореною початковою ланкою та стійкою.

3. Визначають сумарний розрахунковий момент сил  $M_{1C}^P$  відносно центра кінематичної пари, а потім похибку розрахунків  $\varepsilon = \frac{M_{1C} - M_{1C}^P}{M_{1C}} 100\%$

Якщо механізм має декілька структурних груп, то на початковому етапі проводиться силовий розрахунок останньої СГ. Потім послідовно всі інші в зворотній послідовності. Так послідовність силового дослідження виникла з умов статичної визначеності механізму.

## 7.2. МЕТОДИ СИЛОВОГО РОЗРАХУНКУ.

Виходячи з основних рівнянь кінетостатики при силовому дослідженні механізму можна використовувати аналітичний або графічний методи. Суть цих методів полягає у вирішенні аналітичним або графічним засобом векторних рівнянь кінетостатики.

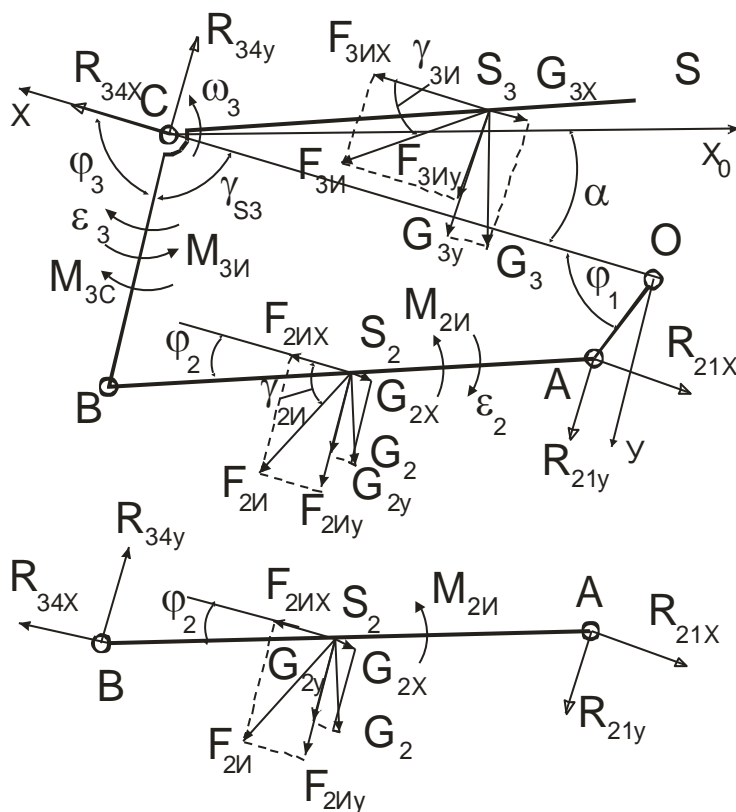


Рис. 7.2.1 Схема СГ 2-го класу 1-го виду.

Розглянемо ці методи на прикладі силового розрахунку структурної групи кінематична схема якої наведена на рис. 7.2.1

Початкові дані: зовнішні сили  $G_2, G_3$ , момент сили опору  $M_{3C}$ , головні вектори  $F_{2H}, F_{3H}$  та головні моменти  $M_{2H}, M_{3H}$  сил інерції, кути  $\alpha, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , які визначають положення ланок, а також кути  $\gamma_{S3}, \gamma_{2H}, \gamma_{3H}$ . Необхідно визначити реакції в кінематичних парах А, В та С.

### 7.2.1 Аналітичний метод.

Для використання цього методу, спочатку креслять схему структурної групи, на якій вибирають систему координат, вказують усі діючі навантаження та кути, що визначають положення ланок. Далі визначають проекції всіх діючих сил на вісі:

$$G_{2x} = -G_2 \cdot \sin \alpha, \quad G_{2y} = -G_2 \cos \alpha,$$

$$G_{3x} = -G_3 \cdot \sin \alpha, \quad G_{3y} = -G_3 \cos \alpha,$$

$$F_{2Hx} = -F_{2H} \cdot \cos \gamma_{2H}, \quad F_{2Hy} = -F_{2H} \cdot \sin \gamma_{2H},$$

$$F_{3Hx} = -F_{3H} \cdot \cos \gamma_{3H}, \quad F_{3Hy} = -F_{3H} \cdot \sin \gamma_{3H},$$

Використовуємо друге рівняння кінетостатики (рівняння моменті). Рівняння рівноваги моментів сил складемо відносно точки А:

$$\begin{aligned} \sum M_A = & M_A(R_{34x}) + M_A(R_{34y}) + M_A(G_{3x}) + M_A(G_{3y}) + \\ & + M_A(F_{3Hx}) + M_A(F_{3Hy}) + M_{3H} - M_{3C} + \\ & + M_A(G_{2x}) + M_A(G_{2y}) + M_A(F_{2Hx}) + M_A(F_{2Hy}) + M_{2H} = 0 \end{aligned} \quad (7.2.1)$$

визначимо моменти для цього рівняння:

$$M_A(R_{34x}) + M_A(R_{34y}) = [R_{34x} \sin \varphi_1 - R_{34y} (\lambda_4 - \cos \varphi_1)] \cdot l_1$$

$$\begin{aligned} M_A(G_{3x}) + M_A(G_{3y}) = & G_3 \cdot l_1 \left\{ \lambda_{C_1 S_3} \cdot \sin(\varphi_2 + \gamma_{S_3}) - \sin \varphi_1 \right\} \cdot \sin \alpha + \\ & + \left[ \lambda_4 - \cos \varphi_1 + \lambda_{C_1 S_3} \cdot \cos(\varphi_3 + \gamma_{S_3}) \right] \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_A(F_{3Hx}) + M_A(F_{3Hy}) = & F_{3H} \cdot l_1 \left\{ \sin \varphi_1 - \lambda_{C_1 S_3} \cdot \sin(\varphi_3 + \gamma_{S_3}) \right\} \cdot \cos \gamma_{3H} + \\ & + \left[ \lambda_4 - \cos \varphi_1 + \lambda_{C_1 S_3} \cdot \cos(\varphi_3 + \gamma_{S_3}) \right] \cdot \sin \gamma_{3H} \end{aligned}$$

$$M_A(G_{2x}) + M_A(G_{2y}) = G_2 \cdot l_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_{S_2} \cdot \cos(\alpha - \varphi_2)$$

$$M_A(F_{2Hx}) + M_A(F_{2Hy}) = F_{2H} \cdot l_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_{S_2} \cdot \sin(\alpha - \varphi_2)$$

Рівняння рівноваги третьої ланки запишемо у вигляді суми моментів відносно точки В:



$$\sum M_B = M_B(R_{34x}) + M_B(R_{34y}) + M_B(G_{3x}) + M_B(G_{3y}) + M_B(F_{3Ix}) + M_B(F_{3Iy}) + M_{3II} - M_{3C} = 0 \quad (7.2.2)$$

Визначимо моменти у цього рівняння:

$$M_B(R_{34x}) + M_B(R_{34y}) = [R_{34x} \sin \varphi_3 + R_{34y} \cos \varphi_3] \cdot l_1 \cdot \lambda_3$$

$$M_B(F_{3Ix}) + M_B(F_{3Iy}) = l_1 \{ F_{3Ix} \cdot [\lambda_3 \cdot \sin \varphi_3 - \lambda_{C_1S_3} \cdot \sin(\varphi_3 + \gamma_{S_3})] \cdot \cos \gamma_{3II} + F_{3Iy} [\lambda_3 \cdot \cos \varphi_3 - \lambda_{C_1S_3} \cdot \cos(\varphi_3 + \gamma_{S_3})] \}$$

$$M_B(G_{3x}) + M_B(G_{3y}) = l_1 \cdot \{ G_{3x} [\lambda_{C_1S_3} \cdot \sin(\varphi_3 + \gamma_{S_3}) - \lambda_3 \sin \varphi_3] + G_{3y} [\lambda_3 \cos \varphi_3 + \lambda_{C_1S_3} \cdot \cos(\varphi_3 + \gamma_{S_3})] \}$$

Далі сумісно розв'язуємо рівняння (2.1) та (2.2), після цього маємо:

$$R_{34x} = \frac{M_B^* \cdot (\lambda_4 - \cos \varphi_1) - M_A^* \cdot \lambda_3 \cdot \cos \varphi_3}{[\sin \varphi_1 \cos \varphi_3 + (\lambda_4 - \cos \varphi_1) \sin \varphi_3] \cdot l_1 \cdot \lambda_3}$$

$$R_{34y} = \frac{M_A^* + R_{34y} \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}{(\lambda_4 - \cos \varphi_1) \cdot l_1}$$

значення  $M_A^*$ ,  $M_B^*$  визначаємо за формулами:

$$M_A^* = M_A(G_{3x}) + M_A(G_{3y}) + M_A(F_{3Ix}) + M_A(F_{3Iy}) + M_{3II} - M_{3C} + M_A(G_{2x}) + M_A(G_{2y}) + M_A(F_{2Ix}) + M_A(F_{2Iy}) + M_{2II}$$

$$M_B^* = M_B(G_{3x}) + M_B(G_{2y}) + M_B(F_{3Ix}) + M_B(F_{3Iy}) + M_{3II} - M_{3C}$$

Далі, реакції у кінематичних парах А та В визначимо з умов рівноваги третьої та другої ланки:

$$\sum_i F_{ix} = 0, \quad \sum_i F_{iy} = 0$$

$$R_{32x} = G_3 \sin \alpha - R_{34x} - F_{3II} \cdot \cos \gamma_{2II}$$

$$R_{32y} = G_3 \cos \alpha - R_{34y} + F_{3II} \cdot \sin \gamma_{2II}$$

$$R_{21x} = F_{2II} \cdot \cos \gamma_{2II} + R_{23x} - G_2 \sin \alpha$$

$$R_{21y} = F_{2II} \cdot \sin \gamma_{2II} - R_{23y} + G_2 \sin \alpha$$

Повні реакції та кути, що визначають їх напрям відносно координатної системи визначимо за формулами:

$$R_{jj\pm 1} = \sqrt{R_{jj\pm 1,x}^2 + R_{jj\pm 1,y}^2}, \quad \gamma_{j,j\pm 1} = \arctg \frac{R_{jj\pm 1,y}}{R_{jj\pm 1,x}}$$

## 7.2.2 Графічний метод.

Для використання цього методу креслять схему структурної групи (рис. 7.2.2) у масштабі  $K_l = \dots [м/мм]$  згідно з ГОСТ на креслення. На схемі вказують усі діючі сили та моменти. Напрямок дії реакцій  $R_{21}^n, R_{34}^n$  приймається за напрямком ланок, а реакцій  $R_{12}^r, R_{34}^r$  перпендикулярно ланкам.

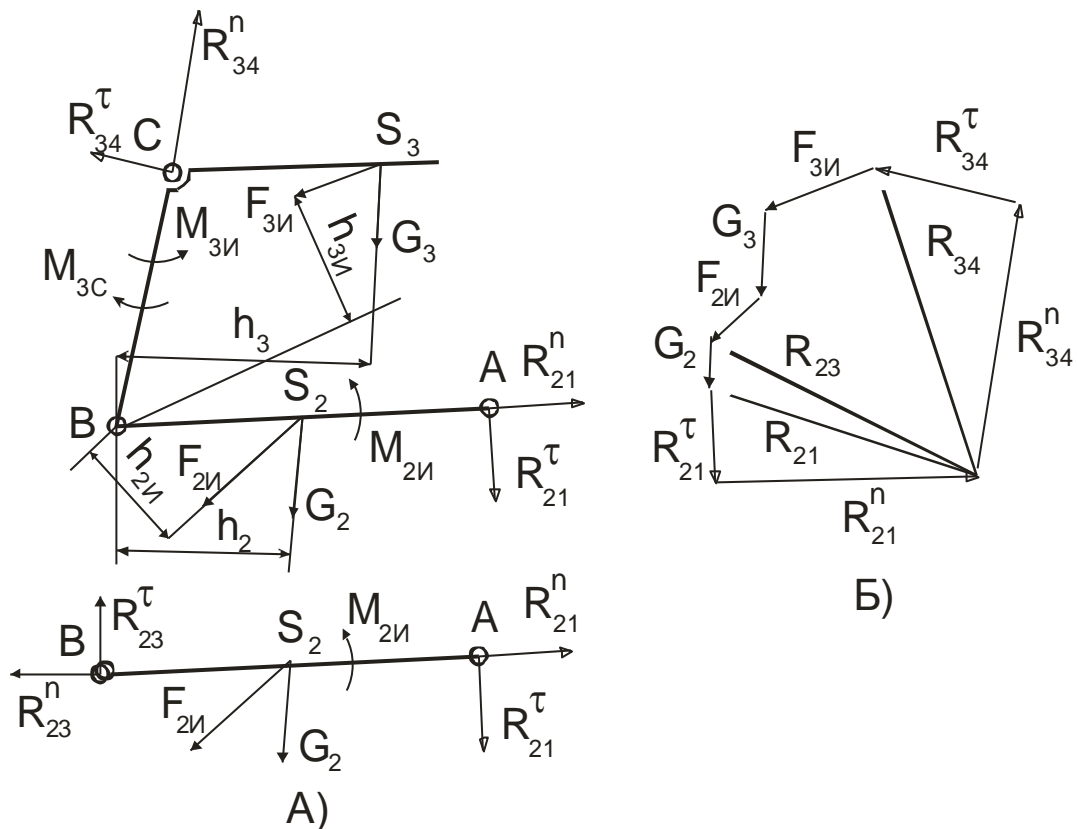


Рис. 7.2.2 Графічний метод силового розрахунку СГ 2-го класу 1-го виду.

Далі складають рівняння моментів відносно центру В для другої та третьої ланки:

$$\sum M_{B2} = M_{2II} - (R_{21}^r \cdot h_{BA} + G_2 \cdot h_2 + F_{2II} \cdot h_{2II}) \cdot K_l = 0 \quad (7.2.3)$$

$$\sum M_{B3} = M_{3II} - M_{3C} + (R_{34}^r \cdot h_{BC} - G_3 \cdot h_3 + F_{3II} \cdot h_{3II}) \cdot K_l = 0 \quad (7.2.4)$$

Використовуючи ці рівняння знаходять  $R_{21}^r, R_{34}^r$ . Відстань  $h_{BA}, h_2, h_{2II}$  та інші визначають з креслення.

Складові реакцій  $R_{12}^n, R_{43}^n$  визначають за допомогою графічного рішення векторного рівняння рівноваги структурної групи:

$$\vec{R}_{21}^n + \vec{R}_{21}^r + \vec{G}_2 + \vec{G}_3 + \vec{F}_{2II} + \vec{F}_{3II} + \vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^r = 0$$

При складанні рівняння рівноваги структурної групи рекомендують записувати сили, які діють на одну ланку а потім на другу. Перед кресленням векторного многокутника необхідно визначити масштаб креслення плану сил  $K_F = \frac{F_{\max}}{l_{F_{\max}}}$  [Н / мм].

Далі визначають відрізки  $l_{F_i} = K_F \cdot F_i$  які є аналогами сил. Будуємо силовий векторний трикутник.

Повні реакції визначають так:

$$\vec{R}_{21} = \vec{R}_{21}^n + \vec{R}_{21}^r, \quad \vec{R}_{34} = \vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{34}^r$$

Для визначення реакцій в кінематичній парі В використовуємо рівняння рівноваги для другої ланки:

$$\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^r + \vec{G}_3 + \vec{F}_{2II} + \vec{F}_{3II} = 0$$

Після креслення, значення необхідних сил визначаємо за формулою:

$$R_{ij+1} = l_{F_j} \cdot K_F$$

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.

1. Записати основні рівняння кінетостатики механізмів.
2. Основна ціль силового розрахунку важільних механізмів.
3. Які сили та моменти можуть діяти на важільні механізми.
4. Навести основні етапи силового розрахунку.
5. За якою послідовністю виконується силовий розрахунок у випадку механізму з кількома структурними групами.
6. Перелічити основні методи силового розрахунку, їх переваги та недоліки.
7. Навести алгоритм використання аналітичного методу силового розрахунку.
8. Навести алгоритм використання графічного методу силового розрахунку.
9. Записати умови рівноваги, що використовуються при складанні силового багатокутника.

## 8. РУХ МЕХАНІЗМІВ ПІД ДІЄЮ ЗАДАНИХ СИЛ.

### 8.1. РІВНЯННЯ РУХУ МЕХАНІЗМУ. ДИНАМІЧНІ МОДЕЛІ.

Рівняння руху механізму з одним ступенем вільності в інтегральній формі має вигляд:

$$\sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n (T_i - T_{i0})$$

$n$  – кількість рухомих ланок;  $A_i$  - робота зовнішніх сил прикладених до  $i$ -ої ланки, за період часу,  $T_i$ ,  $T_{i0}$  - кінетичні енергії  $i$ -ої ланки.

Для визначення кінетичної енергії тіла при різних видах руху використовують співвідношення:

- плоский рух  $T_i = \frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{J_{Si} \omega_i^2}{2}$
- поступовий рух  $T_i = \frac{m_i V_{Si}^2}{2}$
- обертальний рух  $T_i = \frac{J_{Si} \omega_i^2}{2}$

Для спрощення дослідження механізмів при розрахунку реальні конструкції замінюють на динамічну модель. Динамічна модель – це двохланковий одномасовий механізм, який утворений стійкою та рухомою ланкою. Рухома ланка характеризується двома параметрами, які відображають інерційні властивості та силове навантаження.

На практиці у більшості випадках застосовують дві динамічні моделі рис. 8.1.1

Перша динамічна модель має ланку приведення, приведений момент інерції якої  $J_{\Sigma}^{np}$ . У цьому випадку ланка здійснює обертальний рух під дією прикладеного до нього приведенного до його вісі моменту сил  $M_{\Sigma}^{np}$ .

Друга динамічна модель має точку приведення, з приведеною масою  $m_{\Sigma}^{np}$ , яка рухається під дією приведеної сили  $F_{\Sigma}^{np}$ .

Приведений момент інерції  $J_{\Sigma}^{np}$  механізму – умовний момент інерції ланки приведення, кінетична енергія якого дорівнює сумі кінетичних енергій всіх ланок механізму.

Приведений момент сил  $M_{\Sigma}^{np}$  – умовний момент пари сил, потужність якого дорівнює сумарній потужності сил та моментів пар сил, які діють на ланки механізму.

Напрямок приведенного моменту такий як і напрямок кутової швидкості ланки приведення.

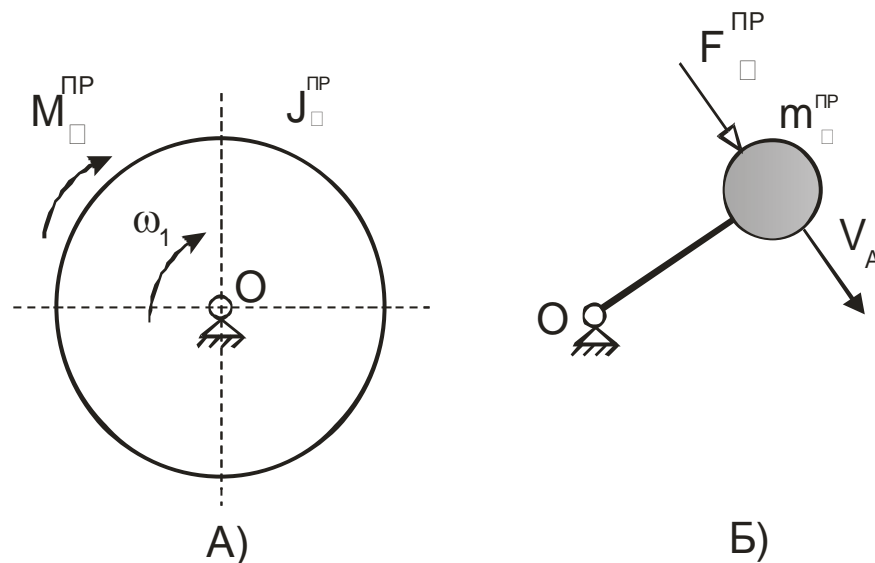


Рис. 8.1.1 Динамічні моделі

Згідно з визначенням маємо:

$$\frac{J_{\Sigma}^{np} \omega_1^2}{2} = \sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^{n_{СП}} \left( \frac{m_i V_{Si}^2}{2} + \frac{J_{Si} \omega_i^2}{2} \right) + \sum_{\kappa=1}^{n_{BP}} \frac{J_{O\kappa} \omega_{\kappa}^2}{2}, \quad (8.1.1)$$

$$M_{\Sigma}^{np} \cdot \omega_1 = \sum_{i=1}^{n_F} N_i + \sum_{k=1}^{n_M} N_k = \sum_{i=1}^{n_F} F_i \cdot V_i \cdot \cos(F_i, V_i) + \sum_{k=1}^{n_M} M_k \cdot \omega_k, \quad (8.1.2)$$

$n_{СП}$  - кількість ланок що здійснюють складний та поступовий рух;

$n_{BP}$  - кількість ланок що здійснюють обертальний рух;

$n_F, n_M$  - кількість сил та моментів.

Передаточна функція – це залежність параметру вихідної ланки від узагальненої координати.  $(V_{qA} = \frac{dS_A}{d\varphi_1} = \frac{V_A}{\omega_1}$  - передаточна функція швидкості точки А.)

Передаточне відношення – це залежність параметру вихідної ланки від узагальненого параметру.  $(U_{i1} = \omega_i / \omega_1$  - передаточне відношення кутових швидкостей ланок).

Використовуючи рівняння (8.1.1) та (8.1.2) та поняття передаточних функцій швидкостей та передаточне відношення кутових швидкостей ланок маємо:

$$J_{\Sigma}^{np} = \sum_{i=1}^n J_i^{np} = \sum_{i=1}^n (m_i \cdot V_{qSi}^2 + J_{Si} \cdot U_{i1}^2)$$

$$M_{\Sigma}^{np} = \sum_{i=1}^n M_i^{np} = \sum_{i=1}^{n_F} F_i \cdot V_{qi} \cdot \cos(F_i, V_i) + \sum_{k=1}^{n_M} M_k \cdot U_{k1}$$

Таким чином при введенні поняття приведенного моменту інерції та приведенного моменту сил, а також приведенної маси і приведенної сили дає змогу записати рівняння руху:

а) при приведенні до ланки яка обертається

$$A_{\Sigma} = \int_{\varphi_{НАЧ}}^{\varphi_1} M_{\Sigma}^{PP} \cdot d\varphi_1 = T - T_{НАЧ} = \frac{J_{\Sigma}^{PP} \cdot \omega_1^2}{2} - \frac{J_{\Sigma_{НАЧ}}^{PP} \cdot \omega_{1НАЧ}^2}{2}$$

б) при приведенні до точки

$$A_{\Sigma} = \int_{S_{НАЧ}}^S F_{\Sigma}^{PP} \cdot dS_A = T - T_{НАЧ} = \frac{m_{\Sigma A}^{PP} \cdot V_A^2}{2} - \frac{m_{\Sigma A, НАЧ}^{PP} \cdot V_{A, НАЧ}^2}{2}$$

## 8.2. ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ МАХОВИКА.

Розглядаючи стаціонарний режим роботи механізмів у багатьох випадках можна зустріти факт зміни кутової швидкості початкової ланки від  $\omega_{1\min}$  до  $\omega_{1\max}$ . Рух початкової ланки у цьому випадку характеризують середньою кутовою швидкістю  $\omega_{1cp}$  та коефіцієнтом нерівномірності руху (КНР):

$$\delta = \frac{\omega_{1\max} - \omega_{1\min}}{\omega_{1cp}} = \frac{|\Delta\omega_{1\max}|}{\omega_{1cp}} \quad \text{або} \quad \delta = \frac{V_{A\max} - V_{A\min}}{V_{Acc}} = \frac{|\Delta V_{A\max}|}{V_{Acc}} \quad (8.2.1)$$

При проектуванні машин та механізмів, в залежності від їх призначення, задають різні КНР:

для ДВС та компресорів -  $\delta = 0,006..0,012$ ;

для насосів -  $\delta = 0,003..0,01$ ;

для електродвигунів та електрогенераторів  $\delta = 0,03..0,2$ .

Для розрахунків параметру маховика використовують діаграму “енергія – момент інерції ланок” (рис. 8.2.1), яка характеризує зміну кінетичної енергії механізму за період стаціонарного руху.

Кутова швидкість ланки приведення визначається за формулою:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (A_\Sigma + T_{HAЧ})}{J_\Sigma^{ПР}}} = C_1 \sqrt{\text{tg}\varphi}$$

де  $C_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot K_T}{K_J}}$ ,  $\text{tg}\varphi = \frac{y_T}{y_J}$ ,  $K_T, K_J$  - масштабні коефіцієнти,  $y_J, y_T$  - координати

точки.

Враховуючи рівняння (8.2.1) полягаємо що:

$$\omega_{1CP} = 0,5 \cdot (\omega_{1max} + \omega_{1min})$$

$$\omega_{1min} = C_1 \sqrt{\text{tg}\varphi_{min}} = \omega_{1CP} (1 - 0,5 \cdot \delta), \quad \omega_{1max} = C_1 \sqrt{\text{tg}\varphi_{max}} = \omega_{1CP} (1 + 0,5 \cdot \delta)$$

тоді маємо рівняння для визначення КНР:

$$\delta = \frac{\sqrt{\text{tg}\varphi_{max}} - \sqrt{\text{tg}\varphi_{min}}}{\sqrt{\text{tg}\varphi_{max}} + \sqrt{\text{tg}\varphi_{min}}} \quad (8.2.2)$$

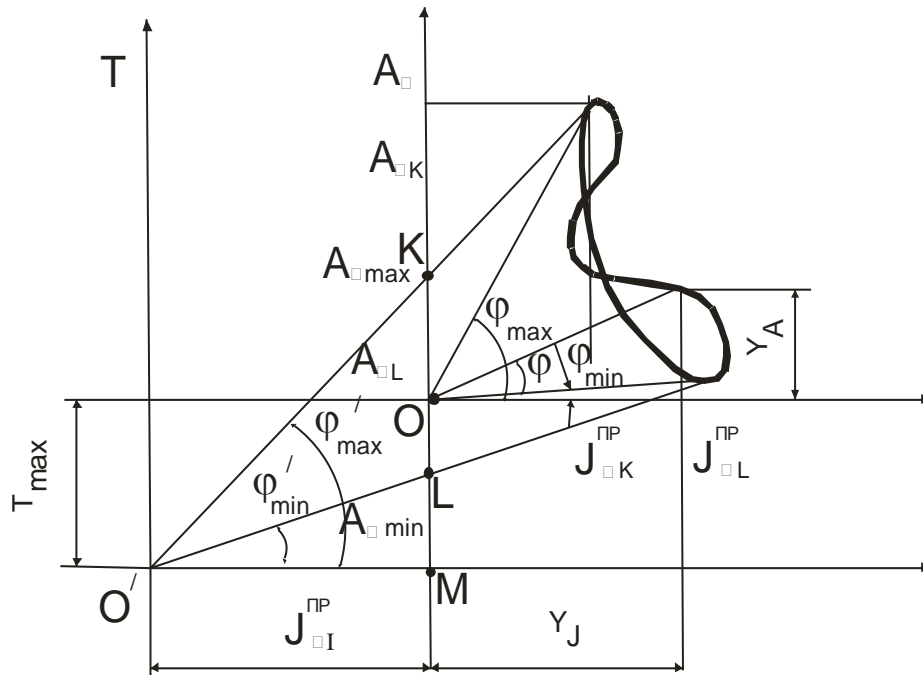


Рис. 8.2.1 Діаграма “енергія – момент інерції ланок”

Використовуючи діаграму “енергія – момент інерції ланок” визначимо значення кутів  $\varphi_{max}, \varphi_{min}$ . Для цього необхідно провести дотичну з центру координат до граничних лінії графіка. Далі за формулою (8.2.2) визначаємо КНР механізму. Якщо для КНР механізму більш ніж за прийняті нормативні, то для забезпечення нормальної



роботи з меншими коливаннями до конструкції вводять маховик. Маховик має додатковий момент інерції і може бути у вигляді диску діаметра  $D_H$ .

Визначення параметрів маховика проводиться за методом Ф.Віттенбауера. Для цього визначають:

$$\operatorname{tg} \varphi_{\min} = \frac{\omega_{1CP}}{C_1^2} (1 - 0,5 \cdot \delta), \quad \operatorname{tg} \varphi_{\max} = \frac{\omega_{1CP}}{C_1^2} (1 + 0,5 \cdot \delta)$$

при  $\delta = [\delta]$  визначають значення  $\varphi'_{\min}$ ,  $\varphi'_{\max}$ . Потім під кутами  $\varphi'_{\min}$ ,  $\varphi'_{\max}$  проводимо дитично до діаграми лінії (рис. 8.2.1). Точка перетинання  $O'$  є початок нової системи координат  $J_{\Sigma}^{np} O'T$ . Відрізок  $O'M$  - є аналогом приведенного моменту інерції маховика  $J_M^{np} = K_J \cdot O'M$ .

Визначаємо діаметр або радіус маховика:  $R = \sqrt{\frac{J_M^{np}}{2 \cdot m_M}}$

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.

1. Записати рівняння руху механізму з одним ступенем вільності в інтегральній формі.
2. Записати рівняння кінетичної енергії тіла при різних видах руху.
3. Дати визначення поняттю “динамічна модель”.
4. Які бувають динамічні моделі.
5. Приведений момент інерції  $J_{\Sigma}^{np}$  механізму. Дати визначення.
6. Приведений момент сил  $M_{\Sigma}^{np}$ . Дати визначення.
7. Дати визначення поняттю “ передаточна функція ”.
8. Дати визначення поняттю “ передаточне відношення”
9. Навести рівняння руху при приведенні до ланки яка обертається.
10. Навести рівняння руху при приведенні до точки.
11. Фізичний сенс введення коефіцієнта нерівномірності руху.
12. Що характеризує діаграма “енергія – момент інерції ланок”.
13. Як визначається коефіцієнт нерівномірності руху.
14. Як використовуючи діаграму “енергія – момент інерції ланок” визначаються кути  $\varphi_{\max}$ ,  $\varphi_{\min}$ .
15. Як визначають параметри маховика за методом Ф.Віттенбауера

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. 640 с.
2. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1974. 640 с.
3. Прикладная механика: Для студентов вузов/ Иоселевич Г.Б., Лебедев П.А., Стреляев В.С. – М.: Машиностроение, 1985. 576 с.
4. Ковалев Н.А. Прикладная механика: – М.: Высш. школа., 1982. 400 с.
5. Прикладная механика/Под. Редакцией К.И. Заблонского. – К.: Вища школа., 1979. 280 с.
6. Артоболевский И.И., Эделштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин. – М.: Наука, 1972.

# ЗМІСТ

Стор.

<b>ВСТУП</b> .....	3
<b>1. СТРУКТУРНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМІВ</b> .....	4
1.1 Вступ в предмет «Теорія механізмів і машин» .....	4
1.2 Кінематичні пари. Ступень рухомості .....	5
1.3 Структурний аналіз механізмів .....	6
Контрольні запитання .....	9
<b>2. КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ</b> .....	10
2.1 Задачі і методи кінематичного дослідження .....	10
2.2 Аналітичний засіб. (Метод замкнутих контурів (МЗК)). .....	11
2.2.1 Складання векторного рівняння. ....	12
2.2.2 Визначення швидкостей. ....	13
2.2.3 Визначення прискорень. ....	14
2.3. Графоаналітичний засіб. (Метод планів швидкостей та прискорень). ....	14
2.3.1 Креслення механізму. ....	15
2.3.2 Визначення швидкостей. (План швидкостей) .....	15
2.3.2.1 Векторне рівняння швидкостей механізму. ....	15
2.3.2.2 Креслення плану швидкостей. ....	15
2.3.2.3 Визначення швидкостей. ....	16
2.3.3 Визначення прискорень. (План прискорень). ....	17
2.3.3.1 Векторне рівняння прискорень механізму. ....	17
2.3.3.2 Креслення плану прискорень. ....	18
2.3.3.3 Визначення прискорень. ....	19
2.4. Графічний засіб. ....	20
2.4.1 Графічне диференціювання. (Метод хорд). ....	20
2.4.2 Графічне інтегрування. ....	21
Контрольні запитання .....	23
<b>3. СИНТЕЗ ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ З НИЖЧИМИ ПАРАМИ</b> . ....	24
3.1. Задачі синтезу механізмів. ....	24
3.2. Синтез плоских механізмів. ....	25

3.2.1 Кривошипно - повзунний механізм. . . . .	25
3.2.2 Повзунно – коромисловий механізм. . . . .	26
3.2.3 Кривошипно – коромисловий механізм. . . . .	27
3.2.4 Кулісний механізм. . . . .	27
Контрольні запитання . . . . .	29
<b>4. КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ. . . . .</b>	<b>30</b>
4.1. Загальні відомості та класифікація. . . . .	30
4.2. Аналіз кулачкових механізмів. . . . .	32
4.2.1 Аналіз роботи механізму. . . . .	32
4.2.2 Кінематичний аналіз механізму. . . . .	33
4.2.2.1. Центральний кулачковий механізм з гострокінцевим штовхачем. . . . .	34
4.2.2.2. Центральний кулачковий механізм з плоским штовхачем. . . . .	34
4.2.2.3. Нецентральний кулачковий механізм з плоским штовхачем. . . . .	35
4.3. Синтез кулачкових механізмів. . . . .	35
Контрольні запитання . . . . .	37
<b>5. ЗУБЧАСТІ МЕХАНІЗМИ. . . . .</b>	<b>38</b>
5.1. Загальні відомості про зубчасті зачеплення. . . . .	38
5.2. Евольвентне зачеплення. . . . .	40
5.3. Розрахунок параметрів евольвентного зачеплення. . . . .	41
5.4. Синтез плоских планетарних механізмів. . . . .	43
5.4.1 Типові схеми планетарних механізмів. . . . .	43
5.4.2 Вибір чисел зубців планетарних механізмів. . . . .	44
5.5. Кінематичний аналіз планетарних механізмів. . . . .	46
Контрольні запитання . . . . .	48
<b>6. ВСТУП У ДИНАМІКУ МАШИН. . . . .</b>	<b>49</b>
6.1. Задачі статyki і динаміки машин. . . . .	49
6.2. Визначення сил інерції методом заміщення точок. . . . .	50
6.3. Теорема М.Є. Жуковського про “жорсткий важіль”. . . . .	51
Контрольні запитання . . . . .	53
<b>7. КІНЕТОСТАТИКА МЕХАНІЗМІВ. . . . .</b>	<b>54</b>
7.1. Кінетостатичний розрахунок механізмів. . . . .	54
7.2. Методи силового розрахунку. . . . .	55

7.2.1 Аналітичний метод. . . . .	56
7.2.2 Графічний метод. . . . .	58
Контрольні запитання . . . . .	60
<b>8. РУХ МЕХАНІЗМІВ ПІД ДІЄЮ ЗАДАНИХ СИЛ. . . . .</b>	<b>61</b>
8.1. Рівняння руху механізму. Динамічні моделі. . . . .	61
8.2. Визначення параметрів маховика. . . . .	63
Контрольні запитання . . . . .	66
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ. . . . .</b>	<b>67</b>

**Методичні вказівки до самостійного вивчення курсу “Прикладна механіка”.  
Розділ “Теорія механізмів і машин”**

Укладачі: **Вамболь** Сергій Олександрович  
**Халипа** Віктор Маркович

Відповідальний за випуск С.О. Вамболь

---

Підп. до друку 22.02.2005 р.  
Друк різнограф.  
Тираж 100 прим.

Формат 60x84 1/16  
Умовн.-друк. арк. 4,5  
Вид. № 41/05 зам. №

**Розмножувально-копіювальний сектор  
Академії цивільного захисту України  
61023, Харків, вул. Чернишевського, 94**