

УНІВЕРСИТЕТ ЦИВІЛЬНОГО ЗАХИСТУ УКРАЇНИ

Кафедра спеціальної хімії та хімічної технології

А.Я.Шаршанов, І.В.Сайчук

ТЕРМОДИНАМІКА І ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

**Методичні вказівки до вивчення курсу
та контрольні завдання**

Харків 2017

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ (Програма дисципліни)

"Термодинаміка і теплопередача" – загальнотехнічна дисципліна, предметом вивчення якої є загальні фізичні властивості макроскопічних систем та закономірності перетворення енергії при різноманітних явищах, що відбуваються із тілами. Суттєвою частиною дисципліни є дослідження процесів тепломасообміну для їх наступного використання при вирішенні практичних задач.

У зв'язку з поширеністю об'єкта розгляду, опанування дисципліною "Термодинаміка і теплопередача" складає суттєву частину у формуванні кваліфікованого спеціаліста і є основою для вивчення таких профільюючих дисциплін, як: "Теорія розвитку та припинення горіння", "Пожежна профілактика в населених пунктах", "Пожежна профілактика в будівництві", "Пожежна профілактика технологічних процесів", "Пожежна і виробнича автоматика", "Пожежна техніка", "Пожежна тактика".

Вивчення дисципліни "Термодинаміка і теплопередача" базується на знаннях, одержаних при вивченні таких дисциплін, як: "Вища математика", "Фізика", "Хімія", "Технічна механіка рідини і газу".

Мета вивчення дисципліни - підготувати фахівців, здатних застосувати методи розрахунку зміни стану речовин та процесів теплообміну при вирішенні практичних питань пожежної безпеки.

Внаслідок вивчення слухачі повинні

- **Знати:**

- основні поняття та закони термодинаміки;
- фізичну сутність передачі тепла теплопровідністю, конвекцією та випромінюванням;
- методики рішення задач термогазодинаміки пожежі у приміщенні;
- методику визначення безпечних відстаней від осередку пожежі;
- методи повірного розрахунку режимів роботи теплових машин і технологічних апаратів;
- методи розрахунку температурних полів у будівельних конструкціях.

- **Вміти:**

- аналізувати фізичні процеси, що пов'язані з теплообміном,
- застосовувати закони термодинаміки та теплопередачі для рішення питань забезпечення протипожежного захисту;
- проводити розрахунки процесів теплообміну будівельних і технологічних конструкцій;
- робити виміри основних теплофізичних характеристик будівельних і конструктивних матеріалів;

- **Мати уявлення:**

- про основні напрямки удосконалення теплових машин;

- про чисельні методи наближеного рішення теплотехнічних задач;
- про можливості та границі використання методів і закономірностей термодинаміки та теплопередачі при відпрацюванні заходів пожежної безпеки.

Організаційно-методичні вказівки

Курс дисципліни "Термодинаміка і теплопередача" складається з двох розділів. У розділі "Основи термодинаміки" вивчаються термодинамічні властивості газових сумішей, рідин і парів, закономірності термодинамічних процесів, що відбуваються у різноманітних термодинамічних системах. У розділі "Теплопередача" вивчаються закономірності переносу теплоти як всередині тіл, так і між тілами. Особливу увагу приділяється вивченню передачі теплоти в умовах пожежі та термогазодинаміці пожежі.

Формами проведення занять є лекції, лабораторні роботи, практичні і семінарські заняття, самостійна робота слухачів (вивчення окремих тем, підготовка до лабораторних та практичних занять, виконання розрахункових робіт).

Для закріплення одержаних теоретичних знань, відпрацювання методів розрахунку процесів тепломасопереносу й прищеплення навичок рішення задач, крім практичних занять та лабораторних робіт, програмою передбачається самостійне виконання слухачами розрахункових робіт по обом розділам курсу. Перша робота містить розрахунок параметрів газових сумішей і пари в основних термодинамічних процесах, друга розрахункова робота складається з розв'язання ряду задач пожежної безпеки, пов'язаних із процесами теплопередачі (стаціонарною і нестаціонарною теплопровідністю, конвекційною тепловіддачею, променистим теплообміном).

Вивчення дисципліни завершується складанням іспиту.

ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

Розділ 1. ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

Тема 1. Введення. Основні поняття та визначення термодинаміки. Закони ідеальних газів.

Предмет, завдання й зміст дисципліни "Термодинаміка та теплопередача". Значення теплотехнічних знань для дотримання вимог пожежної безпеки. Місце та роль курсу в загальній системі підготовки спеціалістів пожежної охорони. Структура та методика вивчення курсу.

Предмет технічної термодинаміки та її методи. Термодинамічна система. Основні параметри стану робочого тіла, їх розрахунок і вимір. Рівноважний та нерівноважний стан. Рівняння стану.

Умови ідеальності газу. Газові закони (Бойля-Маріота, Гей-Люсака, Шарля, Авагадро). Рівняння стану ідеального газу (Клайперона - Менделєєва). Фізичний зміст газової сталої. Застосування газових законів при рішенні технічних задач.

Суміш речовин. Способи завдання складу суміші, співвідношення між масовими та об'ємними частками. Суміш ідеальних газів. Закон Дальтона. Обчислення параметрів стану суміші, визначення середньої молекулярної маси та газової сталої суміші, визначення парціальних тисків компонентів.

Теплоємність. Масова, об'ємна та молярна теплоємності. Теплоємність при постійному об'ємі та тиску. Залежність теплоємності від температури. Середня та дійсна теплоємності. Формули та таблиці для визначення теплоємностей. Теплоємність суміші робочих тіл.

Рекомендована література: 1 - 10, 13.

Тема 2. Закони термодинаміки.

Перший закон термодинаміки. Теплота та робота як форми передачі енергії. Термодинамічний процес. Сутність першого закону термодинаміки. Формулювання першого закону термодинаміки. Аналітичний вираз першого закону термодинаміки. Визначення роботи та теплоти через термодинамічні параметри стану. Внутрішня енергія. Ентальпія. Ентропія. P-v- та T-s-діаграми. Рівняння першого закону термодинаміки для потоку.

Другий закон термодинаміки. Рівноважні та нерівноважні процеси. Оборотні та необоротні процеси. Циклічні процеси (цикли). Сутність другого закону термодинаміки. Термодинамічні цикли теплових машин. Прямі та зворотні цикли. Термічний коефіцієнт корисної дії та холодильний коефіцієнт. Основні формулювання другого закону термодинаміки. Зміна ентропії в необоротних процесах. Аналітичний вираз другого закону термодинаміки. Цикл Карно та аналіз його властивостей.

Рекомендована література: 1, 2, 3, 5 - 10, 13.

Тема 3. Основні термодинамічні процеси.

Ізохорний, ізобарний, ізотермічний, адіабатний процеси, їх визначення та реалізація. Зображення в P-v- та T-s-координатах. Зміна основних параметрів стану в ході процесу. Основні термодинамічні процеси, як окремі випадки політропного процесу.

Рекомендована література: 1, 2, 3, 5 - 10, 13.

Тема 4. Термодинамічні властивості рідин і пари.

Властивості реальних газів. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Фазові діаграми речовин. Процеси пароутворення в P-v- і T-s-діаграмах. Термодинамічні таблиці води та водяної пари. Термодинамічні P-v-, T-s- та i-s-діаграми водяної пари. Розрахунок термодинамічних процесів зміни стану пари. Використання рідини та пари в установках автоматичного пожежогасіння.

Визначення поняття "вологе повітря". Основні величини, що характеризують стан вологого повітря. I-d-діаграма вологого повітря. Розрахунок основних процесів вологого повітря.

Рекомендована література: 1, 2, 3, 5 - 10, 13, 20.

Тема 5. Термодинаміка процесів витікання газів та пари.

Основні положення термодинаміки процесів витікання. Рівняння витікання. Швидкість та секундна витрата рідини (газу) при витіканні. Зв'язок критичної швидкості витікання з місцевою швидкістю розповсюдження звуку. Критичне відношення тисків. Розрахунок швидкості витікання та масової витрати для критичного режиму. Умови переходу крізь критичну швидкість. Сопло Лавалю. Розрахунок процесу витікання водяної пари за допомогою i-s-діаграми.

Дроселювання газів і пари. Сутність процесу дроселювання та його рівняння. Зміна параметрів у процесі дроселювання. Поняття про ефект Джоуля-Томсона. Умовне зображення процесу дроселювання на i-s-діаграмі. Практичне використання процесу дроселювання.

Рекомендована література: 1, 2, 3, 5 - 10, 13.

Тема 6. Термодинамічний аналіз циклів теплових машин.

Термодинамічний аналіз процесів у компресорах. Класифікація компресорів та принцип їх дії. Ізотермічний, адіабатний та політропний стиск. Повна робота, що витрачається на привод компресора. Багатоступеневий стиск. Зображення на P-v- та T-s-діаграмах термодинамічних процесів, що відбуваються в компресорах.

Цикли двигунів внутрішнього згоряння. Принцип дії поршневих двигунів внутрішнього згоряння. Цикли з ізохорним і ізобарним підводом тепла. Цикл зі змішаним підводом теплоти (цикл Трінклера). Зображення циклів у P-v- та T-s-діаграмах. Розрахунок параметрів робочого тіла в характерних точках циклів двигунів внутрішнього згоряння. Термічні коефіцієнт корисної дії циклів двигунів внутрішнього згоряння. Порівняльний аналіз циклів двигунів внутрішнього згоряння. Цикли газотурбінних двигунів. Цикли холодильних установок.

Рекомендована література: 1, 2, 3, 5 - 10, 13.

Тема 7. Термодинамічний аналіз пожежі у приміщенні.

Методика опису пожежі в приміщенні. Польовий, інтегральний та зональні способи опису зміни теплофізичних характеристик вільної пожежі, що розвивається, та пожежі в умовах гасіння. Рівняння пожежі. Газообмін приміщення з навколишнім середовищем.

Розрахунок середнеоб'ємних параметрів стану середовища (температури, тиску, концентрації кисню та продуктів горіння), теплових потоків у огороження та потоків газів крізь отвори.

Рекомендована література: 1 - 10, 13, 15 - 18.

Розділ 2. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Тема 8. Основні поняття теплопередачі. Стаціонарна теплопровідність.

Предмет і завдання теорії теплообміну. Основні поняття та визначення. Види переносу теплоти: теплопровідність, конвекція та випромінювання. Складний теплообмін. Актуальні задачі цивільного захисту, які вирішуються з використанням законів теплообміну.

Основні поняття та визначення теорії теплопровідності. Закон Фур'є. Коефіцієнт теплопровідності. Механізм передачі теплоти у металах, діелектриках, напівпровідниках, рідинах, газах. Диференціальне рівняння теплопровідності. Умови однозначності. Коефіцієнт температуропровідності.

Рішення рівняння стаціонарної теплопровідності для одношарової та багатошарової плоскої, циліндричної та сферичної стінки при крайових умовах 1-го роду при постійному коефіцієнті теплопровідності. Розрахунок температурного поля у стінці з урахуванням залежності коефіцієнту теплопровідності від температури.

Рекомендована література: 1 - 7, 9 - 14, 15, 16.

Тема 9. Конвекційний теплообмін.

Основні поняття та визначення. Рівняння Ньютона-Ріхмана. Коефіцієнт тепловіддачі. Диференціальні рівняння теплообміну: рівняння руху в'язкої рідини (Нав'є-Стокса), рівняння теплопровідності для потоку рідини, що рухається (Фур'є-Кірхгофа), рівняння тепловіддачі на межі потоку та стінки (Біо-Фур'є), рівняння суцільності потоку. Умови однозначності до диференціальних рівнянь конвекційного теплообміну. Основні положення теорії межового шару.

Основи теорії подібності. Основні визначення. Умови подібності фізичних явищ. Перетворення подібності. Критеріальні рівняння. Визначаючі критерії. Фізичний зміст основних критеріїв подібності. Застосування результатів теорії подібності.

Тепловіддача при вільній конвекції. Тепловіддача в необмеженому об'ємі: ламінарна та турбулентна конвекція у вертикальних поверхнях; тепловіддача на горизонтальній плоскій поверхні; тепловіддача горизонтально розміщеного циліндру. Критеріальні рівняння. Теплообмін при вільній конвекції в обмеженому об'ємі. Розрахунок тепловіддачі крізь тонкі прошарки рідини та газу.

Тепловіддача при вимушеному русі рідини вдовж плоскої поверхні; тепловіддача при ламінарному і турбулентному межовому шарі; рішення задач засобами теорії подібності; критеріальні рівняння. Тепловіддача при вимушеному русі рідини у трубах; тепловіддача при ламінарній та турбулентній течії рідини у трубах; розрахункові критеріальні рівняння. Тепловіддача при поперечному омиванні поодинокій круглій труби. Тепловіддача при поперечному омиванні пучка труб, коридорно та шахово розміщених; критеріальні рівняння.

Рекомендована література: 1 - 7, 9 - 14.

Тема 10. Теплообмін із зміною агрегатного стану речовини.

Теплообмін при кипінні. Механізм процесу теплообміну при бульбашковому та плівковому режимах кипіння. Криза кипіння. Тепловіддача при бульбашковому та плівковому кипінні рідині у великому об'ємі. Розрахункові рівняння для визначення коефіцієнту тепловіддачі. Питання пожежної безпеки приладів і апаратів, у яких реалізуються процеси кипіння рідин.

Теплообмін при конденсації. Плівкова та краплинна конденсація. Тепловіддача при конденсації чистої пари. Розрахункові рівняння коефіцієнту тепловіддачі для вертикальних і горизонтальних поверхонь. Вплив домішок газів, що не конденсуються, на тепловіддачу. Розрахунок необхідного видатку водяної пари при проектуванні систем автоматичного пожежогасіння.

Конвекційний тепломасообмін: основні поняття та визначення. Концентраційна та конвекційна дифузія. Закон Фіка. Дифузійні критерії подібності. Критеріальні рівняння.

Рекомендована література: 1 - 7, 9 - 14.

Тема 11. Процеси теплопередачі.

Теплопередача, як результат послідовних елементарних процесів передачі тепла. Коефіцієнт теплопередачі. Теплопередача крізь плоскі, циліндричні, сферичні та ребристі одно- та багаточарові стінки. Критичний діаметр ізоляції. Коефіцієнт опребрення поверхні. Розрахунок коефіцієнтів теплопередачі при рішенні задач пожежної безпеки.

Рекомендована література: 1 - 7, 9 - 16.

Тема 12. Теплообмінні апарати.

Призначення, класифікація та схеми теплообмінних апаратів. Принцип розрахунку теплообмінних апаратів. Конструктивний та повірочний теплові розрахунки теплообмінних апаратів. Середній температурний напір. Розрахунок температур теплоносіїв на виході з апарату при оцінці безпечних умов роботи.

Рекомендована література: 1 - 7, 9 – 14, 16.

Тема 13. Променистий теплообмін.

Загальні поняття та визначення; тепловий баланс променистого теплообміну. Закони теплового випромінювання: Планка, Стефана-Больцмана, Віна, Кірхгофа, Ламберта. Теплообмін випромінюванням поміж тілами, що розділені прозорим середовищем; коефіцієнт опромінювання. Захист від випромінювання. Теплові екрани. Випромінювання факелу полум'я при пожежі. Умова пожежної безпеки по променистому потоку. Розрахунок безпечної відстані від факелу полум'я.

Випромінювання газів. Розрахунок теплообміну з випромінюванням у середовищі, що поглинає та випромінює. Променистий теплообмін між огорожено та високотемпературним газовим середовищем, що знаходиться в середині неї.

Рекомендована література: 1 - 7, 9 – 15, 19.

Тема 14. Нестационарна теплопровідність.

Нестационарний процес теплопровідності. Способи рішення задач нестационарної теплопровідності. Задача теплопровідності в узагальнених змінних (критерії Біо, Фур'є). Нестационарний процес теплопровідності в тілах кінцевих розмірів.

Фізичні особливості процесів нагрівання будівельних конструкцій та технологічного обладнання при пожежі та іспитах у печах. Математична постановка задач про нагрівання тіл в умовах реальної та "стандартної" пожежі. Методика розв'язання задач прогріву напівобмеженого, шаруватого та циліндричного тіла при стаціонарних граничних умовах 1-го, 2-го, 3-го роду та за стандартного температурного режиму.

Поняття про чисельні способи розрахунку температурного поля при нестационарних крайових умовах. Метод кінцевих різниць.

Рекомендована література: 1 - 7, 9 - 15.

Дисципліна розбита на модулі.

Модуль 1: "Основи термодинаміки" складено з тем №1-7.

Модуль 2: "Теплопередача" складено з тем №8-14.

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Перш ніж розпочати вивчення **термодинаміки**, необхідно привести до системи основні відомості про властивості робочих тіл і головне - ідеальних газів. Необхідно засвоїти основні закони ідеальних газів, рівняння стану, визначення газової сталої, поняття та закони, що зв'язані з сумішами ідеальних газів, які часто зустрічаються в пожежній практиці. Треба розібратися в визначеннях, основних формулах і розрахунках, що мають відношення до теплоємності газів і газових сумішей. Далі слід перейти до розгляду основних процесів термодинаміки, навчитися застосовувати їх рівняння для визначення безпечних параметрів робочих тіл у технологічних процесах виробництва.

Після засвоєння цих понять необхідно перейти до вивчення двох основних законів термодинаміки. Перший - закон збереження та перетворення енергії. Треба зрозуміти та запам'ятати його математичне формулювання, розібратися в поняттях, що застосовуються (теплота, внутрішня енергія, ентальпія та робота термодинамічної системи), засвоїти різницю між функціями стану та функціями протікання процесу.

Далі слід перейти до другого закону термодинаміки, що визначає напрям енергетичних процесів і умови перетворення теплоти в роботу. Він може бути висловлений декількома формулюваннями, що підкреслюють різні сторони закону. Найбільш простою з них є постулат Клаузіуса про односторонній напрям довільного теплового потоку (від гарячого до холодного). Важливе значення має й формулювання про неможливість повного перетворення теплоти гарячого джерела в роботу в машині, що діє безупинно. Це положення підводить до необхідності вивчення кругових процесів (циклів) і критеріїв їх ефективності.

Далі треба вивчити цикл Карно, як теоретично найбільш ефективний у заданому інтервалі температур, і поняття ентропії, як міри необоротності процесів, енергетичної цінності теплоти та одночасно міри неупорядкованості системи мікрочастинок.

Вивчивши перший і другий закони термодинаміки, необхідно перейти до вивчення основних властивостей реальних газів, рівняння Ван-дер-Ваальса, вивченню різноманітних агрегатних станів, а також критичного стану речовини. Далі докладно розглядається водяна пара, як основне робоче тіло сучасної енергетики та як робоче тіло при об'ємному пожежогасінні. Слід розібратися в закономірностях пароутворення при різних тисках, фазових станах води, в визначенні основних параметрів пари по таблицям і діаграмам.

При вивченні законів витікання газів і пари насамперед необхідно засвоїти основний закон, по якому збільшення кінетичної енергії робочого тіла дорівнює зменшенню його ентальпії. Подальший розрахунок ведеться неоднаково: для газів аналітично, для пари - при допомозі і-s- діаграми.

Слід звернути увагу на фізичний зміст критичного режиму витікання та усвідомити, чому в соплі Лавалю можливо одержати швидкість більше критичної. Також необхідно вивчити основи адіабатного дроселювання та можливі зміни параметрів реального газу в цьому процесі в залежності від температури інверсії.

Далі треба вивчити принцип стиску газів і пари (цикли компресорів) і три теоретичних цикли поршневих двигунів внутрішнього згорання, цикли газотурбінних і паротурбінних установок. У завершення необхідно розглянути цикли холодильних машин.

Вивчення розділу "**Теплопередача**" слід розпочинати з розгляду механізму - трьох елементарних видів теплообміну: теплопровідності, конвекційного теплообміну та теплообміну випромінюванням.

Слухач повинен засвоїти закон Фур'є, поняття: температурне поле, ізотермічна поверхня, температурний градієнт, розібратися в фізичній суті коефіцієнту теплопровідності.

У результаті вивчення стаціонарної теплопровідності слухач повинен навчитися визначати тепловий потік, що передається крізь одношарові та багатошарові плоскі стінки, а також стінки циліндру (труби) та стінку пустотілої кулі.

В умовах пожежі теплообмін має нестационарний характер, тому слухач повинен зрозуміти виведення диференційного рівняння нестационарної теплопровідності, засвоїти сутність граничних умов при рішенні теплотехнічних задач, оволодіти методикою розрахунку температурного поля в плоскій стінці, суцільному циліндрі та напівобмеженому тілі при заданих граничних умовах.

Як відомо з дослідів, конвекційний теплообмін залежить від багатьох чинників: умов руху рідини, її фізичних властивостей та інших обставин. Вивчається він в основному експериментально з використанням теорії гідродинамічної та теплової подібності. Слухач повинен добре уявляти сутність теорії подібності та засвоїти, як її засоби використовуються при вивченні питань конвекційного теплообміну.

Необхідно оволодіти методикою розрахунку конвекційного теплообміну при різноманітних випадках руху теплоносія. Не треба запам'ятовувати конкретні емпіричні рівняння, але необхідно знати методологію їх пошуку, для чого треба уміти визначати числа подібності: Нуссельта Nu , Грасгофа Gr , Рейнольдса Re , Прандтля P_r .

Розглядаючи теплообмін при зміні агрегатного стану робочого тіла, слід зрозуміти фізичну природу зменшення коефіцієнту тепловіддачі під час переходу від бульбашкового режиму кипіння до плівкового та зв'язану з цією обставиною небезпеку роботи кип'ятильного устаткування при плівковому режимі.

Вивчаючи теплообмін при конденсації пари, треба звернути увагу на необхідність урахування цього явища під час проектування та експлуатації установок пожежогасіння.

Під час пожеж значна частина теплової енергії від тіл, що горять, до навколишніх предметів передається випромінюванням. Необхідно вивчити основні закони променистого теплообміну та оволодіти методикою розрахунку теплових потоків випромінювання, а також методикою розрахунку безпечних відстаней. Корисно ознайомитися з особливостями випромінювання та поглинання випромінювання газами.

Під теплопередачею розуміють складний процес теплообміну. Його пряме використання здійснюється в теплообмінних апаратах. Слід з'ясувати класифікацію теплообмінних апаратів за принципом дії, уміти розраховувати температурний напір при різноманітних схемах течії теплоносіїв, оволодіти методикою розрахунку теплообмінних апаратів за вимогами пожежної безпеки.

При вивченні тепло- та масообміну необхідно засвоїти суть відповідних процесів і розібратися в розрахункових експериментальних рівняннях.

У практиці пожежної справи важливо вміти прогнозувати температуру газів під час пожежі в приміщенні. В зв'язку з цим необхідно оволодіти методикою розрахунку температурного режиму пожежі.

МІНІМАЛЬНІ ПИТАННЯ, ЩО НЕОБХІДНІ ДЛЯ ЗАСВОЄННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Термодинаміка.

1. Параметри стану робочого тіла (густина, питомий об'єм): визначення, розмірність.
2. Тиск газу: визначення, розмірність, вимір.
3. Температура. Співвідношення двох шкал температур (абсолютної і за Цельсієм).
4. Рівняння стану ідеального газу (Менделєєва-Клапейрона).
5. Газові суміші: загальне поняття, способи завдання (молярні, масові, об'ємні частки). Визначення середньої молекулярної маси газової суміші. Парціальний тиск компоненти. Рівняння стану компоненти і суміші.
6. Теплоємність газів. Види теплоємності: питомі (масова, об'ємна, молярна), процесу (ізобарна, ізохорна), дійсна і середня.
7. Перший закон термодинаміки: тепло, внутрішня енергія, робота газу - визначення, розмірність, зв'язок між собою.
8. Ентальпія робочого тіла: визначення, одиниці виміру.
9. Термодинамічні процеси (ізотермічні, ізобарні, ізохорні, адіабатні, політропні): визначення; формула процесу в P - V -координатах у випадку ідеальних газів.
10. Витікання газів: режими витікання, якісна залежність швидкості витікання та видатку від співвідношення між тисками по різні сторони сопла, що звужується.

Теплопередача.

1. Тепловий потік: визначення, розмірність.
2. Поверхнева густина теплового потоку (питомий тепловий потік): визначення, розмірність.
3. Лінійна густина теплового потоку (лінійний питомий тепловий потік): визначення, розмірність.
4. Основні фізичні механізми передачі тепла: фізична сутність теплопровідності.
5. Основні фізичні механізми передачі тепла: фізична сутність конвекційного теплообміну.
6. Основні фізичні механізми передачі тепла: фізична сутність променистого теплообміну.
7. Основне рівняння теплопровідності (рівняння Фур'є). Рівняння стаціонарної теплопровідності для плоскої однорідної стінки: вид рівняння, визначення всіх параметрів, що входять до нього.

8. Основне рівняння конвекційного теплообміну (рівняння тепловіддачі): вид рівняння, визначення всіх параметрів, що входять до нього.
9. Числа (критерії) подібності Нуссельта Nu , Рейнольдса Re , Грасгофа Gr : визначення через фізичні характеристики системи.
10. Методика розрахунку коефіцієнта конвекційної тепловіддачі у випадку вимушеної конвекції.
11. Методика розрахунку коефіцієнта конвекційної тепловіддачі у випадку вільної конвекції.
12. Формула результуючого променистого теплового потоку між тілами.
13. Теплопередача: визначення явища. Основне рівняння теплопередачі: вид рівняння, визначення всіх параметрів, що входять до нього.
14. Теплопередача: вид коефіцієнта теплопередачі у випадку одношарової і багатшарової плоскш стінки.
15. Нестационарна теплопровідність: визначення явища, диференціальне рівняння, коефіцієнт температуропроводності.
16. Нестационарна теплопровідність: фізична сутність граничних умов 1-го, 2-го та 3-го роду.
17. Нестационарна теплопровідність: залежність температури в напівобмеженому тілі від часу і координати у випадку стационарних граничних умов 3-го та 1-го роду.
18. Нестационарна теплопровідність у тілі обмежених розмірів: визначення критеріїв подібності Біо Bi та Фур'є Fo , визначення температур.

МІНІМАЛЬНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ З ДИСЦИПЛІНИ

У даній частині викладено мінімальні відомості з дисципліни "Термодинаміка і теплопередача". Вони необхідні для подальшого вивчення курсу у повному обсязі, і, що не менш важливо, через поширеність часто безпосередньо використовуються в інших технічних дисциплінах і на практиці.

1. Термодинаміка

1.1 Параметри стану робочого тіла

Одним з основних понять термодинаміки є **робоче тіло**. Це той виділений з світу об'єкт, який досліджують і взаємодію якого з іншим світом (що має назву **зовнішнього середовища**) вивчають. Стан робочого тіла характеризують фізичними величинами, які мають назву **параметрів стану**. До найбільш важливих відносяться параметри стану, які можна виміряти безпосередньо - так звані **термічні параметри стану**. До останніх відносяться: питомий об'єм, густина, тиск, температура.

1.1.1 Густина і питомий об'єм

Середня **густина** речовини тіла ρ визначається за співвідношенням:

$$\rho \equiv m/V, \text{ кг/м}^3,$$

де m і V – відповідно, маса речовини і об'єм, який вона займає. Середній **питомий об'єм** v задається формулою

$$v \equiv V/m, \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Неважко побачити, що ці величини обернені одна до одної, тобто

$$v = 1/\rho.$$

Зразу відмітимо, що в технічній термодинаміці часто використовують поняття питомих величин, тобто величин взятих у розрахунку на одиницю маси робочого тіла. Побудова їх така як питомого об'єму: якщо є речовина A пропорційна кількості речовини (наприклад: внутрішня енергія тіла U , теплота Q або робота L процесу і так далі), то питома величина a вводиться співвідношенням

$$a \equiv A/m,$$

тобто питома внутрішня енергія $u \equiv U/m$, Дж/кг, питома теплота $q \equiv Q/m$, Дж/кг, питома робота процесу $l \equiv L/m$, Дж/кг.

1.1.2 Тиск

Важливим термічним параметром стану є тиск. **Абсолютний тиск** (P) являє собою середній результат силової дії молекул речовини на стінки судини та дорівнює відношенню нормальної компоненти сили (Φ) до площі поверхні (F), на яку діє сила.

$$P \equiv \frac{\Phi}{F}. \quad (1)$$

Одиниці виміру тиску – Паскаль: $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$. У техніці використовують декілька позасистемних одиниць:

бар - $1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$;

міліметр ртутного стовпа – $1 \text{ мм рт.ст.} = 133 \text{ Па}$;

міліметр водяного стовпа – $1 \text{ мм вод.ст.} = 9.81 \text{ Па}$;

технічна атмосфера - $1 \text{ ата} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 98.1 \text{ кПа}$.

У зв'язку з частим використанням, у техніці виділяють декілька видів тиску: атмосферний (барометричний), надлишковий (манометричний), вакууметричний.

Атмосферним або **барометричним тиском** B називається гідростатичний тиск, з яким атмосфера діє на усі предмети, що знаходяться у ній. За **нормальний атмосферний тиск** приймають $P_n = 101325 \text{ Па}$ (760 мм рт. ст.).

Прилади, що застосовуються у техніці (рідинні та пружинні манометри), фіксують різницю між дійсним (абсолютним) P та атмосферним B тисками, тобто так званий **надлишковий (манометричний) тиск** $P_{\text{ман}}$:

$$P_{\text{ман}} \equiv P - B.$$

Прилади для виміру тиску нижче атмосферного називаються вакуумметрами. Вони фіксують різницю між тиском атмосфери і абсолютним тиском – **вакууметричний тиск** ($P_{\text{вак}}$):

$$P_{\text{вак}} \equiv B - P.$$

1.1.3 Температура

Важливим термічним параметром стану є **температура** - міра нагрітості тіла. Ця фізична величина визначає напрямок теплових потоків (від більш нагрітого тіла до менш нагрітого). Згідно з молекулярно-

кінетичною теорією, абсолютна температура прямо пропорційна середній кінетичній енергії теплового руху молекул.

Основною шкалою виміру температури у системі СІ є шкала Кельвіна (позначається “К”), на практиці часто використовується більш звична шкала - шкала Цельсія ($^{\circ}\text{C}$). Величина одиниці виміру –градус – в обох системах однакова, а початкові точки відліку різняться. Температурі 0 К відповідає відсутність теплового руху. Температурі 0°C приблизно відповідає співіснування льоду та води, а температурі 100°C - кипіння води при нормальному атмосферному тиску.

Із достатньою для пожежної практики точністю можна вважати, що температура за шкалою Кельвіна (Т) пов'язана з температурою за шкалою Цельсія (t) співвідношенням

$$T = t + 273, \text{ К.} \quad (2)$$

Із останнього співвідношення слідує, що різниці температур $\Delta T \equiv T_2 - T_1$, і $\Delta t \equiv t_2 - t_1$, по обом шкалам співпадають чисельно, тобто

$$\Delta T = \Delta t,$$

де $T_1 = t_1 + 273$, $T_2 = t_2 + 273$.

1.2 Рівняння стану ідеального газу

Ізольоване робоче тіло з часом переходить у стан термодинамічної рівноваги. У цьому стані параметри стану зв'язані між собою рівнянням, яке називається **рівнянням стану**.

До найбільш відомих відноситься **рівняння стану ідеального газу**, яке описує газ, молекули якого не взаємодіють одне з одним. Цьому рівнянню з задовільною для цілей практики точністю задовольняють більшість реальних газів (одним з яких є сухе повітря). Використовують декілька форм запису даного рівняння, одна з яких носить назву Менделєєва-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} R_0 T \quad (3)$$

де p , m , T – відповідно, тиск, маса, абсолютна температура ідеального газу, що міститься у об'ємі V ; R_0 – універсальна газова стала, яка у системі СІ дорівнює:

$$R_0 = 8,314 \text{ Дж/(моль К);}$$

μ - молярна маса газу.

В останньому рівнянні параметром, що конкретизує газ, є молярна маса. Часто зручніше у рівнянні стану використовувати інший параметр, що залежить від молярної маси – *питому газу сталу* R . Вона дорівнює

$$R \equiv R_0/\mu, \text{ Дж/(кг К)}. \quad (4)$$

В такому випадку формула (3) перетворюється на *рівняння стану для довільної маси ідеального газу*:

$$P V = m R T.$$

Якщо поділити останнє рівняння на об'єм, то воно прийме ще одну розповсюджену форму:

$$P = \rho R T \quad \text{або} \quad P v = R T.$$

1.3 Газові суміші

Більшість газів, що використовуються на практиці, складається з молекул декількох видів, які хімічно не взаємодіють між собою. Молекули одного виду мають назву компоненти суміші. Так, наприклад, атмосферне повітря складається переважно з азоту та кисню, або продукти згоряння різноманітних речовин містять у собі азот, вуглекислий газ, сірчаний газ, водяну пару та інші гази. У багатьох випадках поведінка суміші є поведінкою суміші ідеальних газів. При цьому *суміш ідеальних газів* розглядається як сукупність компонент, що не взаємодіють одна з одною, і кожна з яких являє собою ідеальний газ.

1.3.1. Парціальний тиск

Кожна компонента у газовій суміші поводить себе як окремий газ за температури T , що дорівнює температурі суміші. Він займає увесь об'єм V , який займає суміш газів. Його молекули створюють тиск, який називається *парціальним тиском* даної компоненти. Для кожної з компонент суміші ці параметри підпорядковуються рівнянню стану ідеального газу (див. (3)):

$$P_i \cdot V = \nu_i R_0 T,$$

де P_i - парціальний тиск i -ої компоненти, $\nu_i = m_i/\mu_i$, m_i та μ_i - відповідно, кількість молей, маса та молярна маса i -ої компоненти суміші. Індекс i позначає компоненту суміші.

Один з важливих законів, що визначає поведінку суміші ідеальних газів, - *закон Дальтона*. Він стверджує, що *повний тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків окремих газів, які складають суміш*, тобто

$$P = \sum_{i=1}^z P_i, \quad (5)$$

де P - повний тиск суміші, z - кількість компонент суміші.

1.3.2 Способи завдання складу суміші

Кількість речовини можна задати декількома різними способами: масою, об'ємом або кількістю молей. У відповідності до цього існує три способи завдання складу суміші газів: масовими, об'ємними та мольними частками.

Масовою часткою i -ої компоненти (g_i) називається відношення маси i -ої компоненти (m_i) до загальної маси суміші (m):

$$g_i \equiv \frac{m_i}{m}.$$

Через те, що загальна маса є сумою мас компонент, тобто

$$m = \sum_{i=1}^z m_i,$$

сума усіх масових часток дорівнює одиниці:

$$\sum_{i=1}^z g_i = 1.$$

Для прояснення поняття об'ємна частка вводять поняття **зведений (парціальний) об'єм i -го компонента суміші** – це той об'єм, який займав би i -ий газ, якби він сам при температурі суміші створював тиск суміші. У відповідності до цього визначення зведений об'єм i -ої компоненти V_i задовольняє рівнянню

$$P V_i = \nu_i R_0 T.$$

Існування зведеного об'єму дає можливість ввести поняття об'ємної частки. **Об'ємною часткою i -ї компоненти суміші** (r_i) називається відношення зведеного об'єму i -ої компоненти газу до загального об'єму суміші (V):

$$r_i \equiv \frac{V_i}{V}.$$

У випадку суміші ідеальних газів виконується співвідношення:

$$r_i \equiv \frac{V_i}{V} = \frac{P_i}{P},$$

що разом з законом Дальтона (5) забезпечує виконання умови, що сума зведених об'ємів усіх компонент суміші дорівнює повному об'єму суміші:

$$V = \sum_{i=1}^z V_i.$$

Отже, сума об'ємних часток дорівнює одиниці

$$\sum_{i=1}^z r_i = 1.$$

Мольною часткою *i*-го компонента суміші називається відношення кількості молей *i*-ої компоненти суміші (v_i) до загальної кількості молей усіх компонент суміші ($v_{\text{сум}}$). У випадку ідеальних газів мольні частки чисельно дорівнюють об'ємним.

$$\frac{v_i}{v_{\text{сум}}} = r_i \equiv \frac{V_i}{V}.$$

Ця обставина дозволяє отримати рівняння стану суміші ідеальних газів:

$$P V = v_{\text{сум}} R_0 T, \quad (6)$$

де загальна кількість молей суміші виражена співвідношенням

$$v_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^z v_i.$$

1.3.3 Уявна молярна маса суміші

Для того, щоб зручно було визначати параметри суміші, вводять умовну величину - *середню (уявну) молярну масу суміші*. Вона дорівнює відношенню маси усієї суміші (m) до загальної кількості молей усіх компонент суміші ($v_{\text{сум}}$):

$$\mu_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{v_{\text{сум}}}. \quad (7)$$

Останнє співвідношення можна розписати, використовуючи масовий або об'ємний склад:

$$\mu_{\text{сум}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^z \frac{g_i}{\mu_i}}, \text{ або } \mu_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^z r_i \cdot \mu_i.$$

Масові та об'ємні частки пов'язані між собою співвідношенням:

$$g_i = \frac{r_i \cdot \mu_i}{\mu_{\text{сум}}}.$$

1.3.4 Рівняння стану суміші ідеальних газів

Беручи за основу співвідношення (6), можна, використовуючи визначення молярної маси суміші (7), реалізувати ще одну форму запису рівняння стану газової суміші:

$$PV = \frac{m}{\mu_{\text{сум}}} R_0 T.$$

З останнього рівняння видно, що суміш ідеальних газів веде себе, як однокомпонентний газ, молярна маса якого співпадає з уявною молярною масою суміші.

Густина та питомий об'єм суміші визначаються звичайним способом:

$$\rho_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{V}, \quad v_{\text{сум}} \equiv \frac{V}{m}.$$

1.4 Теплоємність

У багатьох випадках (наприклад, пожежах) суттєвим стає зв'язок температури тіла з теплом, яке отримує тіло. Основна фізична величина, яка відображає цей зв'язок, - теплоємність.

1.4.1 Визначення поняття теплоємності

1.4.1.1 Теплоємність тіла

Тепло, що надається тілу у будь-якому процесі, викликає зміну стану тіла і в загальному випадку супроводжується зміною температури. Відношення кількості тепла δQ_x , яку отримує тіло за нескінченно малої зміни його стану у рівноважному процесі, до відповідної зміни температури dT , називається **теплоємністю тіла в даному (x) процесі**:

$$C_x \equiv \frac{\delta Q_x}{dT}, \text{ Дж/К.} \quad (8)$$

Величина C_x визначення (27) залежить не тільки від температури, а й від виду процесу підведення тепла. Наприклад, процес може проходити при сталому об'ємі або тиску. Одна й та ж система, у залежності від характеру процесу, може мати теплоємність у межах від $-\infty$ до $+\infty$. Індекс "x", який відмічає цю залежність, ми надалі, як правило, виписувати не будемо.

Загальна кількість тепла, яка передається в даному процесі, визначається співвідношенням

$$Q_x = \int_1^2 \delta Q_x = \int_{T_1}^{T_2} C_x dT,$$

де інтеграл розраховується від початкового стану 1 до кінцевого стану 2.

1.4.1.2 Масова, об'ємна та молярна теплоємність

Теплоємність тіла залежить від його розмірів, через це для опису властивостей речовин більш зручною характеристикою є питома теплоємність. В залежності від обраної одиниці кількості речовини, відрізняють три види питомої теплоємності: масову, об'ємну та молярну.

Теплоємність, що віднесено до одиниці маси тіла, називають **питомою масовою теплоємністю** і позначають:

$$c \equiv \frac{\delta Q}{m \cdot dT}, \text{ Дж/(кг К),} \quad (9)$$

де δQ – кількість тепла, яку отримує тіло за нескінченно малої зміни стану у рівноважному процесі, Дж; dT - відповідна зміна температури тіла, К; m - маса тіла, кг.

Теплоємність, що віднесено до одиниці об'єму тіла, називають **питомою об'ємною теплоємністю** і позначають c' :

$$c' \equiv \frac{\delta Q}{V \cdot dT}, \text{ Дж}/(\text{м}^3 \text{ К}), \quad (10)$$

де δQ – кількість тепла, яку отримує тіло за нескінченно малої зміни стану у рівноважному процесі, Дж; dT - відповідна зміна температури тіла, К; V - об'єм тіла, м^3 .

Теплоємність, що віднесено до одного моля речовини тіла, називають **питомою молярною теплоємністю** і позначають c_μ :

$$c_\mu \equiv \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT}, \text{ Дж}/(\text{моль К}), \quad (11)$$

де δQ – кількість тепла, яку отримує тіло за нескінченно малої зміни стану у рівноважному процесі, Дж; dT - відповідна зміна температури тіла, К; ν - кількість молей речовини в тілі, моль.

Використовуючи визначення (9)-(11) та співвідношення $\nu = m/\mu$ і $\rho = m/V$, легко отримати взаємозв'язок між різними питомими теплоємностями:

$$c = \frac{c'}{\rho} = \frac{c_\mu}{\mu},$$

де ρ - густина речовини тіла; μ - її молярна маса.

Слід пам'ятати, що в технічній літературі часто не оговорюють, яка теплоємність використовується у розрахунках. У таких випадках це питання можна з'ясувати, спираючись на розмірність величин.

1.4.2 Дійсна та середня теплоємність

Через те, що теплоємність у загальному випадку залежить не тільки від виду процесу, а й від температури, в термодинаміці відрізняють дійсну та середню теплоємності.

Теплоємності, які введено формулами (8)-(11), визначаються за малих змін температури тіла поблизу фіксованих значень T . Вони називаються **дійсними теплоємностями** і досить часто суттєво залежать від температури T . Значення дійсної теплоємності газів занесено до

таблиць, що містяться у довідниках. Інколи дійсну теплоємність апроксимують аналітичними, наприклад ступеневим, залежностями.

Частіше на практиці для визначення кількості тепла користуються середніми теплоємностями на інтервалі температур. Наведемо їх властивості на прикладі питомої масової теплоємності. За визначенням **середня теплоємність на інтервалі температур** (від t_1 до t_2) дорівнює

$$c_m(t_1, t_2) \equiv \frac{\int_{t_1}^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1}. \quad (12)$$

де $c(t)$ - дійсна питома теплоємність (9).

Спираючись на визначення (9) можна довести, що формулу (12) можна замінити на тотожну формулу:

$$c_m(t_1, t_2) \equiv \frac{Q}{m \cdot (t_2 - t_1)}, \quad (13)$$

Таким чином, **середня питома (масова) теплоємність на інтервалі температур** - це відношення кількості тепла Q , яке одержує тіло у процесі, до величини температурного інтервалу $(t_2 - t_1)$ та маси тіла m .

Знаючи середню теплоємність, не важко визначити тепло, яке передається у процесі:

$$Q = m c_m(t_1, t_2) \cdot (t_2 - t_1). \quad (14)$$

Якщо відома дійсна теплоємність $c(t)$, то середнє її значення легше розрахувати, базуючись на визначенні (12). Так, якщо дійсна теплоємність не залежить від температури, то вона співпадає із своїм середнім значенням. Якщо дійсна теплоємність є лінійною функцією температури

$$c(t) = a + b t,$$

то її середнє значення дорівнює:

$$c_m(t_1, t_2) = a + b \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} = c\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right).$$

Остання формула означає, що за лінійної залежності дійсної теплоємності від температури середнє значення теплоємності дорівнює дійсній теплоємності за середньої температури.

Середню теплоємність на довільному інтервалі температур $c_m(t_1, t_2)$ можна виразити через середні теплоємності на інтервалах температур від нульової до даних - $c_m(0, t_2)$ і $c_m(0, t_1)$. Формулу зв'язку можна отримати, виходячи із визначення (12), використавши відоме із математики правило розбиття ділянок інтегрування:

$$c_m(t_1, t_2) = \frac{t_2 \cdot c_m(0, t_2) - t_1 \cdot c_m(0, t_1)}{t_2 - t_1}.$$

На практиці величину $c_m(0, t)$, яка є функцією вже однієї змінної беруть з довідників.

Таким чином з останніх формул витікає, що кількість тепла, яке робоче тіло отримує у процесі пов'язано із середньою теплоємністю тіла у цьому процесі співвідношенням

$$Q = m [t_2 c_m(0, t_2) - t_1 c_m(0, t_1)].$$

1.4.3 Ізобарна та ізохорна теплоємності

Як вже було відмічено, теплоємність залежить від процесу. Найкраще відомі теплоємності ізобарного ($P = \text{const}$) та ізохорного ($V = \text{const}$) процесів. Теплоємність ізобарного процесу завжди більша за теплоємність ізохорного процесу. Більш того, у випадку ідеальних газів виконується співвідношення (**закон Майєра**):

$$c_p = c_v + R,$$

де c_p , c_v - відповідно, питомі масові ізобарна та ізохорна теплоємності газу, а R - його питома газова стала.

Значення питомих ізобарної та ізохорної теплоємностей (c_p , c_v , c_p' , c_v' , $c_{p,\mu}$, $c_{v,\mu}$) можна знайти у відповідних довідниках.

1.5 Перший закон термодинаміки: тепло, внутрішня енергія, робота, зв'язок між ними

Перший закон термодинаміки є відображенням фундаментального загальнофізичного закону – закону збереження та перетворення енергії - у випадку процесів, в яких задіяні макроскопічні системи (тобто системи,

що складається з великої кількості мікрочасток). Такою системою є, вчасності, робоче тіло.

1.5.1 Внутрішня енергія

Повну енергію робочого тіла можна поділити на дві частини. Одна з них складається з енергії руху тіла як цілого і енергії взаємодії тіла з зовнішніми тілами. Її називають зовнішньою енергією. У другу частину, яка має назву **внутрішньої енергії**, входить енергія хаотичного руху часток тіла і енергія взаємодії цих часток між собою. Внутрішня енергія U є функцією стану робочого тіла і через це вона залежить лише від параметрів стану - $U = U(T, V)$. Перший закон термодинаміки є твердженням про зміну внутрішньої енергії робочого тіла у термодинамічних процесах.

Якщо робоче тіло не обмінюється речовиною з навколишнім середовищем, то можуть реалізуватися лише дві форми обміну енергією цього тіла з навколишнім світом: теплота і робота.

1.5.2 Теплота та робота розширення

Теплота - форма передачі енергії, що визначається виключно контактом між тілами з різною температурою. Відповідно до закону збереження енергії, теплота, що підводиться до тіла фіксованого об'єму, призводить до зростання його внутрішньої енергії.

Робота - відображає інший механізм передачі енергії. У випадку механічної роботи обов'язково має місце зміна об'єму.

У загальному випадку, об'єм тіла при нагріванні збільшується. Якщо тіло, що розглядається, міститься у середовищі із тиском P_c , то при збільшенні об'єму тіла на нескінченно малу величину dV буде здійснюватись робота проти сил зовнішнього тиску. Її величина дорівнює

$$\delta L = P_c \cdot dV.$$

У зв'язку з цим повна робота по зміні об'єму тіла від V_1 до V_2 дорівнює

$$L = \int_{V_1}^{V_2} P_c \cdot dV.$$

Робота L проти сил зовнішнього тиску, пов'язана із збільшенням об'єму системи, носить назву **роботи розширення**. Робота розширення проводиться системою над навколишнім середовищем.

У разі рівноважного процесу справедлива рівність $P = P_c$, де P - тиск в середині системи. В цьому випадку

$$\delta L = P dV,$$

тобто

$$L = \int_{V_1}^{V_2} P dV. \quad (15)$$

На $P-V$ діаграмі робота розширення зображається площею під кривою процесу. Дивися рисунок 1.

Важливо підкреслити, що робота розширення системи від стану 1 до стану 2 залежить не лише від параметрів цих станів, але і від того, за яким шляхом здійснюється процес розширення.

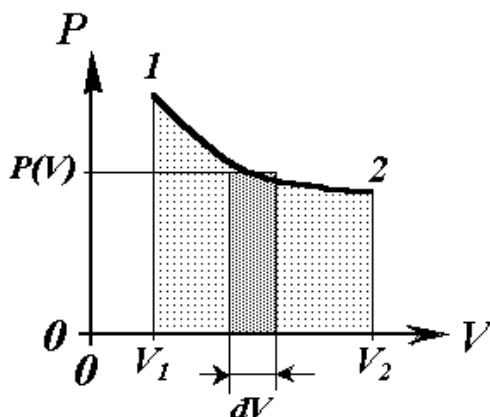


Рисунок 1 – Графік залежності тиску системи від її об'єму у термодинамічному процесі 1-2

Вся зафарбована площа відповідає повній роботі процесу L , а темному прямокутнику відповідає елементарна робота $\delta L = P(V) dV$.

1.5.3 Рівняння першого закону термодинаміки для закритої системи

У загальному випадку у термодинамічному процесі, внаслідок підведення теплоти до тіла, температура тіла змінюється, крім того, внаслідок зміни об'єму тіла, проводиться робота. Згідно з законом збереження енергії тепло Q йде на зміну внутрішньої енергії тіла U та на виконання роботи L . Це і є **перший закон термодинаміки**. Сказане може бути виражене рівнянням:

$$Q = \Delta U_{1-2} + L, \quad (16)$$

де Q – теплота, яку передано тілу при нагріванні від стану 1 до стану 2; $\Delta U_{1-2} \equiv U_2 - U_1$ - зміна внутрішньої енергії тіла в тому ж процесі, яка

дорівнює різниці внутрішньої енергії у станах 1 та 2; L - робота, що проводиться тілом у процесі 1-2.

Форма запису (16) припускає, що теплота, яка підводиться до робочого тіла є позитивною, а теплота, що відводиться, - від'ємна.

У питомих величинах останнє рівняння має вигляд

$$q = \Delta u_{1-2} + l,$$

а у диференціальній формі набуває вид

$$\delta Q = dU + \delta L.$$

1.6 Ентальпія робочого тіла

Важливу роль у термодинамічних розрахунках відіграє сума внутрішньої енергії системи U та добутку тиску системи на її об'єм. Ця величина називається **ентальпією** або **тепловмістом**.

$$I \equiv U + P V, \text{ Дж.}$$

Питома масова ентальпія за визначенням дорівнює

$$i \equiv I/m = u + P v, \text{ Дж/кг.}$$

Через те, що ентальпія визначається тільки через параметри стану, вона також є функцією стану:

$$i = i(P, T).$$

Ентальпія широко використовується при аналізі ізобарних процесів. Це пов'язано з тим, що у разі ізобарного процесу перший закон термодинаміки приймає особливо простий вигляд:

$$Q = \Delta I_{1-2},$$

або у диференціальному виді:

$$\delta Q = dI.$$

Таким чином, теплота, що підводиться в ізобарному процесі, витрачається лише на зміну ентальпії.

1.6 Термодинамічні процеси

У даному пункті буде надано загальне (придатне для будь-яких ситуацій) визначення основних термодинамічних процесів і наведені рівняння рівноважних варіантів цих процесів для ідеальних газів.

1.6.1 Ізотермічний процес

Ізотермічним процесом називається процес, що відбувається при постійній температурі.

Рівняння процесу має вид $T = \text{const}$, який, з урахуванням рівняння стану ідеального газу (3), приймає форму закону Бойля-Маріота:

$$Pv = \text{const.}$$

1.6.2 Ізобарний процес

Ізобарний процес – процес, що проходить за сталого тиску: $P = \text{const}$.

Рівняння ізобарного процесу у випадку ідеального газу, з урахуванням рівняння стану ідеального газу (3), приймає вид закону Гей-Люсака:

$$v/T = \text{const.}$$

1.6.3 Ізохорний процес

Процес, у ході якого об'єм робочого тіла не змінюється, носить назву **ізохорного процесу**.

Формальне визначення ізохорного процесу має вид $V = \text{const}$, що у випадку ідеального газу з урахуванням рівняння стану (3) дає відомий закон Шарля:

$$P/T = \text{const.}$$

1.6.4 Адіабатний процес

Під **адіабатним процесом** розуміють процес зміни стану робочого тіла без теплообміну із навколишнім середовищем, тобто умовою протікання такого процесу є виконання співвідношення:

$$dQ = 0.$$

У практиці адіабатними вважають такі процеси, у яких передана теплота за абсолютною величиною значно менша за зміни внутрішньої енергії робочого тіла, або роботу тіла у процесі. Для виконання такої вимоги робоче тіло або теплоізолюють, або роблять процес досить швидким (за час процесу тіло не встигає суттєво обмінятися теплом з

навколишнім середовищем). До останнього варіанту відноситься суттєво необоротний процес - вибух газової суміші.

У випадку оборотного процесу ідеального газу вимога адіабатності трансформується у **рівняння адіабатного процесу (рівняння Пуассона)**:

$$P v^k = \text{const},$$

у якому символом k позначено **показник (коефіцієнт) адіабати**, який дорівнює відношенню ізобарної (c_p) та ізохорної (c_v) теплоємностей газу:

$$k \equiv c_p/c_v. \quad (17)$$

1.6.5 Політропний процес

Політропний процес - процес, протягом якого теплоємність робочого тіла залишається постійною.

Теплоємність політропного процесу c_n може приймати значення від $-\infty$ до $+\infty$.

Рівняння оборотного політропного процесу ідеального газу має вигляд:

$$P v^n = \text{const},$$

в якому символом n позначено **показник (коефіцієнт) політропи**:

$$n \equiv \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n}. \quad (18)$$

Фіксація n (у відповідності до (18)) задає також теплоємність процесу:

$$c_n = c_v \frac{n - k}{n - 1}.$$

Аналіз політропного процесу приводить до висновку, що основні термодинамічні процеси - ізохорний, ізобарний, ізотермічний та адіабатний, - якщо вони протікають за постійної теплоємності, є окремими випадками політропного процесу. Значення показника політропи і теплоємності в основних термодинамічних процесах наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Назва процесу	Теплоємність c_n	Показник політропи n

Ізохорний	c_v	$\pm\infty$
Ізобарний	c_p	0
Ізотермічний	$\pm\infty$	1
Адіабатний	0	k

1.7 Витікання газів

У даному пункті буде розглянута поширена на практиці ситуація - витікання газу до навколишнього середовища крізь канал, що звужується. Через те, що при русі газу по такому каналу тиск P падає, а швидкість w збільшується канал називається **соплом**.

Відповідна просторова картина схематично зображена на рисунку 2, на якому символами P_1, T_1, v_1 і P_2, T_2, v_2 позначені, відповідно, тиск, температура, питомий об'єм газу у вхідному і вихідному перетинах. Символами F_1 і F_2 позначені площі цих перетинів, символом w_2 позначена швидкість витікання (вважається, що вона значно більша за швидкість w_1 газу у вхідному перетині).

При розгляді крім тиску у вхідному та тиску у вихідному перетині слід відрізнити ще й тиск у зовнішньому середовищі P_c , в яке йде витікання з сопла (дивись рисунок 2). Користувачів цікавлять залежності від останнього тиску (P_c), через те, що саме він задається на практиці.

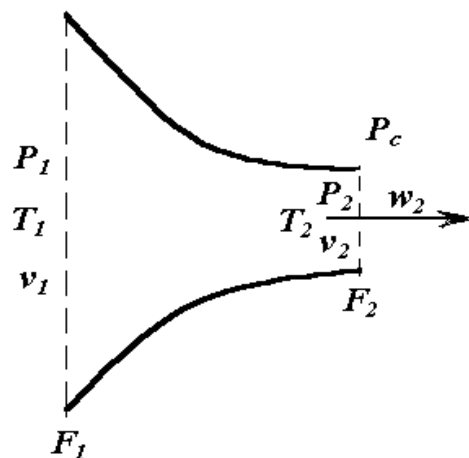


Рисунок 2 – Схема витікання з сопла, що звужується

Ключовим для визначення характеру витікання є співвідношення між відношенням тисків (P_c/P_1) і параметром $\beta_{кр}$, який має назву **критичного відношення тисків**:

$$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (19)$$

де символом k позначено коефіцієнт адиабати (17). Останній, як правило, визначається кількістю атомів у молекулі газу. Характерні величини параметрів відображено у таблиці 2.

Таблиця 2

Газ	$k = c_p/c_v$	$\beta_{кр}$
Одноатомний	1.7	0.48
Двохатомний	1.4	0.53
Трьох- і більше -атомний	1.3	0.55

У разі виконання співвідношення

$$1 > \frac{P_c}{P_1} \geq \beta_{кр},$$

реалізується **докритичний режим**. В цьому режимі тиск у вихідному перетині сопла дорівнює тиску у навколишньому середовищі $P_2 = P_c$, а швидкість витікання w_2 менша за місцеву швидкість звука і залежить, як від вхідного тиску P_1 , так і від тиску P_c . Відповідна формула для масової витрати газу з сопла має вигляд:

$$G = \xi \cdot F_2 \cdot \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{P_1}{v_1} \cdot \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \text{ кг/с}, \quad (20)$$

де символом ξ позначено коефіцієнт видатку повітря (довідникову безрозмірну величина $\xi \leq 1$, яка враховує можливу неламінарність руху і в основному залежить від форми вихідного отвору).

За відносно великого перепаду тисків:

$$\beta_{кр} \geq \frac{P_c}{P_1}$$

має місце **критичний режим**. При ньому течія в каналі не залежить від зовнішнього тиску P_c . Тиск у вихідному перетині дорівнює критичному значенню $P_2 = \beta_{кр} P_1$, а швидкість витікання - місцевій швидкості звука у вихідному перетині, яка одночасно є критичною швидкістю. Масова витрата дорівнює критичній масовій витраті, яка розраховується за формулою:

$$G = \xi \cdot F_2 \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \cdot k \cdot \frac{P_1}{v_1}}, \text{ кг/с.} \quad (21)$$

Відмітимо, що за допомогою сопла, що звужується, взагалі неможливо отримати швидкість витікання більшу за швидкість звуку. Для цієї мети використовують сопло змінної конфігурації, так зване сопло Лавалю, схематичне зображення якого дано на рисунку 3.

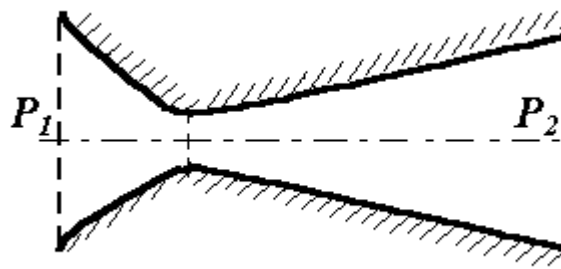


Рисунок 3 – Схема сопла Лавалю

2. Теплопередача

Закономірності переносу теплоти та кількісні характеристики цього процесу є предметом дослідження теорії теплообміну (теплопередачі).

2.1 Тепловий потік

Основною задачею розділу “Теплопередача” є розрахунок характеристик процесу передачі тепла, до найважливіших з яких відноситься тепловий потік. Він характеризує інтенсивність процесів теплопередачі у часі. Кількісно тепловий потік визначається наступним чином: **тепловим потоком** крізь поверхню називається кількість тепла, яка пересікає цю поверхню за одиницю часу. Цьому визначенню відповідає формула

$$Q \equiv dQ'/d\tau, \text{ Вт,}$$

згідно з якою тепловий потік Q є похідною за часом τ (с) від кількості тепла Q' (Дж), яка пересікає поверхню. Якщо цікавитися середнім значенням теплового потоку за час $\Delta\tau$, то для нього осереднення попередньої формули за часом дає співвідношення:

$$\bar{Q} = \frac{\Delta Q'}{\Delta \tau}, \text{ Вт}, \quad (22)$$

в якому величина $\Delta Q'$ являє собою загальну кількість тепла, що пересікає поверхню за проміжок часу $\Delta \tau$.

2.2 Поверхнева густина теплового потоку (питомий тепловий потік)

Для кількісної характеристики просторового розподілу теплового потоку вводиться поняття поверхневої густини теплового потоку, або питомого теплового потоку (у теплотехніці його ще звать "**теповим навантаженням**"). За змістом це вектор, який направлено у напрямку перетікання тепла. За абсолютною величиною **питомий тепловий потік** дорівнює відношенню потоку dQ крізь елементарну поверхню (дивися рисунок 4.а) до величини dF_q , яка є площею проекції поверхні dF на площину, яка нормальна до напрямку потоку. Тобто

$$q \equiv dQ/dF_q, \text{ Вт/м}^2,$$

де $dF_q = dF \cdot \cos \varphi$ (дивися рисунок 4.б).

Знання питомого потоку q дає змогу розрахувати потік Q крізь будь-яку поверхню F . Згідно з визначенням, розрахунок ведеться за формулою:

$$Q = \int_F q \cdot \cos \varphi \cdot dF,$$

в якій інтеграл береться по поверхні F .

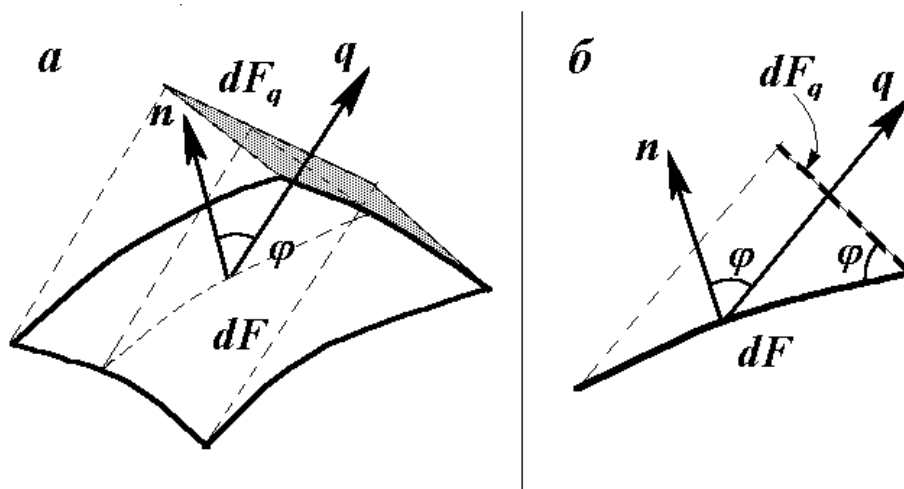


Рисунок 4 – Геометрія теплопередачі: а) просторова картина; б) переріз картини площиною, що проходить крізь \mathbf{n} та \mathbf{q}

Тепловий потік пересікає елементарну площину (з площею dF) у напрямку вектора питомого теплового потоку \mathbf{q} . φ - кут між напрямком потоку і нормаллю \mathbf{n}

до поверхні. Зафарбовану площину (площею dF_q) вектор \mathbf{q} пересікає по нормалі.

Якщо потік крізь поверхню спрямовано по нормалі до неї (тобто $\cos\varphi=1$), то, згідно з формулою (3), середнє за площиною значення величини питомого теплового потоку розраховується за формулою:

$$\bar{q} \equiv \frac{Q}{F}, \text{ Вт/м}^2, \quad (23)$$

в якому Q - тепловий потік крізь поверхню площею F .

Часто, з метою спрощення записів, не відрізняють q від його середнього значення \bar{q} . Остання домовленість має сенс ще й тому, що у великій кількості випадків, внаслідок симетрії, ці величини співпадають.

Надалі ми в основному будемо розглядати стаціонарні процеси теплопередачі. (Нагадуємо, що *стаціонарність* будь-якого параметра означає його незмінність у часі.) Стаціонарність теплового потоку впливає на його просторову поведінку. У стаціонарних умовах тепловий потік, що входить у довільну область, яка немає джерел або стоків тепла, дорівнює тепловому потоку, що виходить з неї. Що це так, можна довести методом від противного. (Якби існувала незбалансованість потоків, то це означало би, що є області тіла, у які надходить одна кількість тепла, а уходить інша. Це, внаслідок збереження енергії, призвело би до зміни у часі температури цих областей, що суперечить стаціонарності).

Якщо має місце площинна симетрія (дивися рисунок 5), то незмінність потоку тепла ($Q = \text{const}$) призводить до просторової незмінності питомого потоку:

$$q = \bar{q} \equiv \frac{Q}{F} = \text{const},$$

де, як і у формулі (23), Q - тепловий потік крізь перетин площею F .

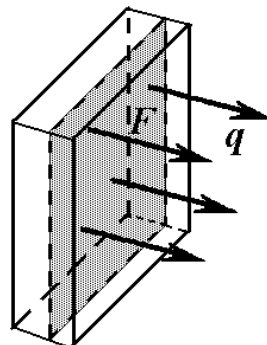


Рисунок 5 – Геометрія теплопередачі у випадку площинної симетрії
 Зображено фрагмент необмеженої плоскої стінки; стрілками позначено вектори питомого теплового потоку \mathbf{q} : виділено перетин площею F , крізь який йде тепловий потік Q .

2.3 Лінійна густина теплового потоку (лінійний питомий тепловий потік)

Для опису теплообміну у випадках з циліндричною симетрією об'єктів (дивися рисунок 6) вводиться поняття **лінійної густини теплового потоку** (скорочено: **лінійного теплового потоку**). Її середня величина дорівнює відношенню потоку тепла Q крізь бокову поверхню циліндричної ділянки до довжини цієї ділянки l :

$$q_l \equiv Q/l, \text{ Вт/м.} \quad (24)$$

Неважко знайти зв'язок між величиною лінійної густини потоку q_l і питомим потоком q на відстані r від осі. Треба скористатися тим, що бокова поверхня ділянки циліндричного перетину радіуса r має площу $F = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot d \cdot l$ (де $d = 2 \cdot r$ - діаметр). Враховуючи це, з визначень (23), (24) отримаємо, що

$$q = \frac{Q}{2\pi \cdot r \cdot l} = \frac{q_l}{2\pi \cdot r} = \frac{q_l}{\pi \cdot d}. \quad (25)$$

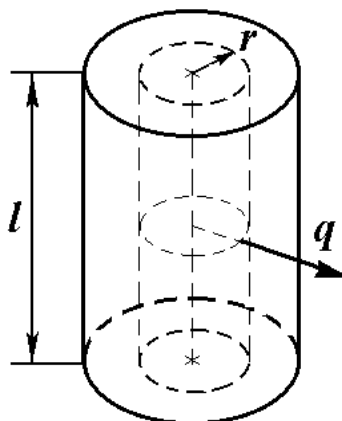


Рисунок 6 - Геометрія теплопередачі у випадку циліндричної симетрії
 Зображено фрагмент циліндричного зразку та його циліндричний коаксіальний переріз; стрілкою позначено вектор питомого теплового потоку \mathbf{q} ; l – довжина циліндричної ділянки; r – радіус перетину.

У разі циліндричної симетрії (дивися рисунок 6) незмінність потоку тепла ($Q = \text{const}$), у відповідності до визначення (24), призводить до

незмінності лінійної густини потоку крізь циліндричні поверхні довільного радіуса:

$$q_l = \text{const} ,$$

що, в свою чергу, означає зменшення питомого потоку q (із зростанням відстані r від осі) за законом (25).

Відповідно до другого закону термодинаміки, самодовільний перенос теплоти у просторі виникає під дією різниці температур і завжди має напрямок у бік зменшення температури. Це загальне правило. Однак фізична реалізація його має декілька варіантів. Всі види передачі тепла можна звести до комбінації трьох фізично різних механізмів: теплопровідності, конвекційного теплообміну та передачі тепла випромінюванням (променистого теплообміну).

2.4. Фізична сутність теплопровідності.

Теплопровідність - це перенос теплоти між тілами, що безпосередньо торкаються одне одного (або частками одного й того ж тіла), під час якого має місце обмін енергією руху мікроскопічних структурних частинок речовини (молекул, атомів, вільних електронів). Структурні частки більш нагрітої частини тіла, стикаючись у процесі безладного руху з сусідніми частками, передають їм частину своєї енергії хаотичного руху. У результаті більш холодне з цих тіл (часток тіла) нагрівається, а більш гаряче - охолоджується. За теплопровідності інтенсивність переносу тепла визначається швидкістю дифузії збуджень у системі мікрочастинок.

2.5 Фізична сутність конвекційного теплообміну

Конвекційний теплоперенос - перенос теплоти, який супроводжує конвекцію (рух макрочастинок) рідини між областями з різними температурами. Рідиною у випадку конвекції називають середовище, що тече, тобто безпосередньо крапельну рідину, газ або сипуче середовище. За конвекційного теплопереносу макрочастинки рідини, нагріваючись в одній області, потім, внаслідок руху рідини (конвекції), переносять енергію в область з іншою температурою, де здійснюється подальший енергообмін. Через те, що швидкість макроскопічного руху речовини, як правило, перевищує швидкість дифузії, конвекційний механізм теплопереносу більш інтенсивний, ніж проста теплопровідність.

В залежності від сил, що викликають рух рідини, розрізняють природну (вільну) конвекцію та вимушену конвекцію.

Вільна конвекція виникає в полі сил гравітаційного тяжіння у нерівномірно нагрітому середовищі. Вона відбувається в наслідок різниці

густини гарячих та холодних часток рідини, що викликає появу виштовхуючої (під'ємної) сили. (Як правило, холодні частки рухаються додолу, гарячі – догори).

Вимушена конвекція відбувається під дією зовнішніх сил, що змушують рухатися рідину. (Наприклад, насос нагнітає рідину, компресор, вентилятор – гази).

Конвекція завжди супроводжується теплопровідністю як поміж частками рідини або газу, так і між рідиною або газом та поверхнями твердих тіл. Сумісний процес переносу теплоти конвекцією та теплопровідністю називається **конвекційним теплообміном**. Окремим випадком конвекційного теплообміну є **тепловіддача** - конвекційний теплообмін між твердою стінкою та середовищем.

2.6 Фізична сутність променистого теплообміну.

Променистий теплообмін - це складний процес передачі тепла, який зумовлено перетворенням внутрішньої енергії речовини в енергію електромагнітних хвиль (власне теплове випромінювання), розповсюдженням цих хвиль та поглинанням їх речовиною.

2.7 Основне рівняння теплопровідності (закон Фур'є)

Для опису теплопровідності використовують декілька загальних понять.

Сукупність значень температури t у даний момент часу τ для усіх точок простору називається **температурним полем**:

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

Відрізняють стаціонарне та нестаціонарне температурне поле. Якщо температура не залежить від часу – поле **стаціонарне**, в протилежному випадку ми маємо справу з **нестационарним** температурним полем.

Для дослідження полів використовують поняття ізоповерхонь. Так, **ізотермічною поверхнею** називається геометрична множина точок, у яких середовище має однакову температуру. Оскільки в одній точці може бути тільки одне значення температури, то ізотермічні поверхні не можуть перетинатися, - вони можуть або замикатися в середині тіла або закінчуватися на його границі.

Спираючись на поняття ізотермічної поверхні, можливо наочно ввести поняття градієнта температур. Розглянемо малі ділянки двох близько розташованих ізотермічних поверхонь із температурами t та $t + \Delta t$ (дивися рисунок 7). Межа відношення різниці температур Δt до відстані Δn (яка береться за нормаллю \mathbf{n} до відповідних ізотермічних поверхонь), за умови, що Δn зменшується до нуля, задає величину **температурного градієнта**:

$$\mathbf{grad\ t} \equiv \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta t}{\Delta n} \right), \text{ K/м.} \quad (26)$$

Цей вектор спрямовано за нормаллю до ізотермічної поверхні у напрямку збільшення температури. Він виражає зміну температури у градусах, яка припадає на 1 м відстані між ізотермічними поверхнями. (Чим більше значення температурного градієнта, тим менш рівномірний розподіл температури у тілі.)

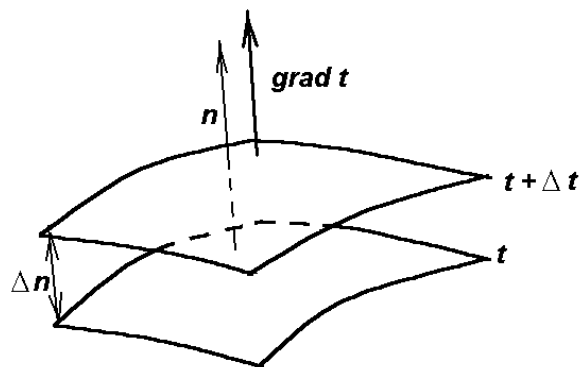


Рисунок 7 - Ділянки ізотермічних поверхонь із температурами t та $t + \Delta t$
 Δn – відстань між поверхнями (яка береться за нормаллю n до них).

Зв'язок теплових потоків з температурним полем у випадку передачі тепла теплопровідністю встановив Фур'є. Згідно з Фур'є потік тепла dQ , що проходить крізь елементарну площину dF , яка лежить на ізотермічній поверхні, розраховується за формулою:

$$dQ = - \lambda \cdot \mathbf{grad\ t} \cdot dF, \text{ Вт,} \quad (27.1)$$

або

$$\mathbf{q} = - \lambda \cdot \mathbf{grad\ t}, \text{ Вт/м}^2. \quad (27.2)$$

Ця закономірність носить назву **основного закону теплопровідності**, або **закону Фур'є**.

Тепловий потік і градієнт температур мають протилежні напрямки. Цю обставину у рівняннях (7.1), (7.2) враховує знак "-".

Здатність речовини проводити тепло теплопровідністю відображає коефіцієнт λ , який називається **коефіцієнтом теплопровідності** і має розмірність Вт/(м·К). Визначення величини λ неважко отримати, обернувши рівняння (27.2):

$$\lambda = |q / \mathbf{grad\ t}|, \text{ Вт/(м} \cdot \text{К).}$$

Таким чином чисельно коефіцієнт теплопровідності дорівнює густині теплового потоку за градієнта температур в 1 К/м. Значення коефіцієнта теплопровідності наведено у теплофізичних довідниках. Величини коефіцієнта різних речовин можуть різнитися на порядки (дивись таблицю 3).

Таблиця 3 - Характерні величини коефіцієнта теплопровідності

Порядки величини коефіцієнта теплопровідності (Вт/(м·К))					
Гази			Метали		
	Теплоізоляційні матеріали				
	Будівельні матеріали та вогнетривки				
	Рідини				
10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2

2.8 Рівняння стаціонарної теплопровідності для плоскої однорідної стінки

Розглянемо теплопровідність плоскої однорідної стінки, товщина якої мала у порівнянні із довжиною та шириною. На обох боках стінки температури не змінюються і дорівнюють відповідно t_1 та t_2 (нехай $t_1 > t_2$). У цьому випадку температурне поле одновимірне, а ізотермічні поверхні розташовані паралельно поверхні стінки (перпендикулярно осі Ox), як перетин на рисунку 5. Графік просторового розподілу температури стінки представлено на рисунку 8.

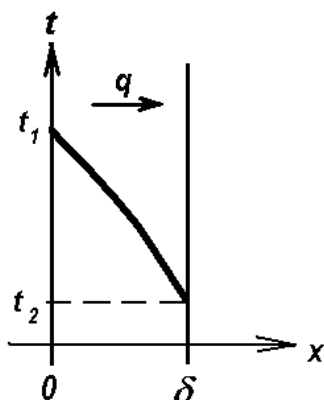


Рисунок 8 – Графік залежності температури від відстані в плоскій однорідній стінці

Відстань (x) відраховується від поверхні стінки за нормаллю до неї; t_1 - температура гарячої поверхні стінки; t_2 - температура холодної поверхні стінки; δ - товщина стінки; вектором q укаzano напрямок поширення теплового потоку.

За умов такої геометрії градієнт температури приймає форму dt/dx - похідної від температури за координатою, тобто у даному випадку закон Фур'є (27.2) приймає вигляд:

$$q = -\lambda(t) \cdot dt/dx.$$

У разі стаціонарного розподілу температур значення питомого потоку у товщі стіни незмінно у просторі: $q = \text{const}$. Ця обставина дає можливість знайти рішення останнього диференціального рівняння. Кінцевий результат зручно представити у вигляді:

$$q = \frac{\lambda_{\text{сер}}}{\delta} (t_1 - t_2), \text{ Вт/м}^2, \quad (28)$$

де

$$\lambda_{\text{сер}} = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_2}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}, \quad (29)$$

- середнє на інтервалі температур від t_2 до t_1 значення коефіцієнта теплопровідності матеріалу стінки. Зрозуміло, що коли коефіцієнт теплопровідності не залежить від температури, то його середнє значення співпадає з наявним.

Рівняння (28) часто записують у формі, яка нагадує закон Ома для постійного струму:

$$q = (t_1 - t_2)/R_\lambda, \text{ Вт/м}^2,$$

де величина

$$R_\lambda \equiv \delta/\lambda_{\text{сер}}, \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт}, \quad (30)$$

є *термічним опором теплопровідності плоскої одношарової стінки*.

2.9 Основне рівняння конвекційного теплообміну (рівняння тепловіддачі)

Конвекційний теплообмін між потоком рідини та оточуючою поверхнею називають **конвекційною тепловіддачею** або просто **тепловіддачею**.

Кількісно тепловіддача описується **законом Ньютона-Ріхмана**: *густина теплового потоку прямо пропорційна температурному напору між поверхнею та оточуючим середовищем*, тобто

$$q = \alpha \cdot |t_w - t_f|. \quad (31)$$

Для всієї поверхні теплообміну в разі незмінності q вздовж поверхні

$$Q = \alpha \cdot |t_w - t_f| \cdot F. \quad (32)$$

У формулах (31) та (32) t_w та t_f – температура поверхні стінки (wall) та рідини (fluid), відповідно, °C; q – густина теплового потоку на поверхні, Вт/м²; Q – тепловий потік крізь поверхню, Вт; F – площа поверхні, м²; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м² К), який характеризує інтенсивність процесу тепловіддачі на стінці (поверхні тіла).

Коефіцієнт тепловіддачі α являє собою величину, що дорівнює питомому тепловому потоку, який виникає на поверхні тепловіддачі за температурного напору $\Delta t = |t_w - t_f|$ в один градус між температурами поверхні тіла та середовища:

$$\alpha \equiv \left| \frac{q}{\Delta t} \right|. \quad (33)$$

Основні складнощі при обчислюванні теплового потоку на поверхні тепловіддачі за формулами (31) та (32) полягають у визначенні коефіцієнта тепловіддачі α , який являє собою функцію, на жаль, практично всіх параметрів процесу тепловіддачі. Величина α залежить, як від теплофізичних характеристик рідини (температури, коефіцієнтів теплопровідності і теплоємності), так і від характеристик руху рідини. Через це коефіцієнт тепловіддачі залежить від гідродинамічних характеристик (коефіцієнта в'язкості), від форми, розмірів поверхні теплообміну та чистоти її виконання, від швидкості потоку і т. д.

На відміну від коефіцієнтів теплопровідності λ не існує таблиць для визначення коефіцієнтів тепловіддачі α . Значення коефіцієнтів тепловіддачі визначають або експериментально, або з аналітичного рішення задачі про теплообмін між поверхнею та потоком, що її омиває. Останні базуються на використанні теорії подібності.

*2.10 Числа (критерії) подібності Нуссельта **Nu**, Рейнольдса **Re**, Грасгофа **Gr**, Прандтля **Pr**: визначення через фізичні характеристики системи.*

Основою використання теорії подібності є розгляд закономірностей між фізичними величинами, як закономірності між безрозмірними комбінаціями фізичних величин. Ці закономірності називають критеріальними рівняннями, а безрозмірні комбінації носять назву критеріїв (чисел) подібності.

Доцільність такого підходу викликана тим, що у подібних процесах відповідні безрозмірні комбінації співпадають чисельно, і тому, вивчаючи у безрозмірному вигляді одиночні явища, ми отримуємо закономірності для всіх подібних поміж собою явищ (останні утворюють класи подібних явищ).

Безрозмірні комплекси мають назву "*критеріїв подібності*", якщо вони складаються з незалежних параметрів задачі, і "*чисел подібності*", якщо до них входять залежні змінні, які визначаються.

Безрозмірні комплекси задачі конвекційного теплообміну названо на честь вчених, які зробили вагомий внесок у розвиток теорії тепломасообміну.

Критерій Рейнольдса характеризує відношення сил інерції до сил в'язкості:

$$Re \equiv \frac{wl}{\nu}, \quad (34)$$

де w - характерна швидкість рідини, м/с; l - характерний розмір задачі, м (тобто той розмір, що визначає характер руху рідини); ν - коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, м²/с.

Критерій Грасгофа задається співвідношенням

$$Gr \equiv \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}, \quad (35)$$

де $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ - прискорення вільного падіння; $\Delta t = |t_w - t_f|$;

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p \quad (36)$$

- *температурний коефіцієнт об'ємного розширення* середовища. Величина β являє собою відносну зміну питомого об'єму (або густини) за зміни температури на один градус в процесі за постійного тиску. У випадку газів, що наближаються до ідеальних значення β розраховується за формулою:

$$\beta = \frac{1}{T}.$$

У разі скраплених рідин значення β можна отримати з довідникових таблиць теплофізичних властивостей речовин.

Згідно з визначенням (35), критерій Грасгофа (Gr) являє собою відношення сил тяжіння у нерівномірно нагрітому середовищі до сил в'язкості.

Критерій Прандтля Pr , який є довідниковою величиною, являє собою відношення коефіцієнтів кінематичної в'язкості ν та температуропровідності рідини a :

$$Pr \equiv \frac{\nu}{a}.$$

Число Нуссельта (залежна змінна α визначається) - це безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі (дорівнює відношенню дійсного потоку тепла до того потоку, який був би у разі тільки теплопровідності, тобто за умови нерухомості рідини):

$$Nu \equiv \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}, \quad (37)$$

де λ - коефіцієнт теплопровідності рідини, Вт/(м К).

Розрахунки коефіцієнта тепловіддачі проводять з використанням теорії подібності.

Основа розрахунків – визначення класу подібних явищ, до якого відноситься даний процес тепловіддачі. Для цього спочатку визначають характер конвекції (вільна чи вимушена). Далі визначають геометрію задачі.

2.11. Методика розрахунку коефіцієнта конвекційної тепловіддачі у випадку вільної конвекції.

З точки зору геометрії найбільш розповсюдженими випадками вільної конвекції є вільна течія у великому об'ємі і у прошарку. До першого варіанту відносять конвекцію у разі, коли рух вздовж одних поверхонь практично не впливає на рух вздовж інших поверхонь (наприклад, можна розглядати теплообмін між газовим середовищем приміщення його стінами, стелею і підлогою, незалежно). У разі теплообміну у прошарку неможливо відокремити рух вздовж близьких поверхонь.

0) Після з'ясування геометрії треба у довідниках знайти відповідні критеріальні рівняння (у разі відсутності останніх задачу вирішити неможливо). Як правило, ці рівняння надаються з уточненням, які змінні (температури, розміри) взяті у якості визначаючих.

Далі йдуть розрахунки.

1) З'ясовують чисельне значення визначаючого (характерного) розміру задачі "l" і визначаючої (характерної) температури, якою у задачах теплообміну за вільної конвекції, як правило, беруть або середню

температуру рідини t_f , або температуру $t_m=(t_f+t_w)/2$, де t_w - середня температура поверхні теплообміну.

2) З довідника фізичних властивостей беруть теплофізичні коефіцієнти рідини задачі при характерній температурі з попереднього пункту:

- коефіцієнт теплопровідності λ ;
- коефіцієнт кінематичної в'язкості ν ;
- критерій Прандтля Pr ;
- температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини β (у разі газу він дорівнює $1/T$, де T – характерна абсолютна температура рідини).

3) Розраховують визначаючий критерій даної задачі вільноимушеної конвекції – критерій Грасгофа (35):

$$Gr \equiv \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}.$$

4) За критеріальним рівнянням з пункту "0" даної методики розраховують число Нуссельта.

Можливий варіант такого рівняння -

$$Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^n.$$

Конкретні значення коефіцієнтів C , n залежать від режиму руху рідини. Останній залежить від діапазону значень, в який потрапляє добуток $(Gr \cdot Pr)$. Границі діапазонів і відповідні значення величин C , n занесено до довідникових таблиць, при цьому кожен клас подібних явищ має свою таблицю.

5) Розраховують коефіцієнт тепловіддачі:

$$\alpha = Nu \cdot \frac{\lambda}{l}.$$

2.12 Методика розрахунку коефіцієнта конвекційної тепловіддачі у випадку вимушеної конвекції.

З точки зору геометрії найбільш розповсюдженими випадками вимушеної конвекції є вимушена течія уздовж пластини, усередині труби, повздовжнє та поперечне обтікання труб та пучків труб та таке інше.

0) Після з'ясування геометрії треба у довідниках знайти відповідні критеріальні рівняння (у разі відсутності останніх задачу вирішити неможливо). Як правило, ці рівняння надаються з уточненням, які змінні (температури, розміри) взяті у якості визначаючих.

Далі йдуть розрахунки.

1) З'ясовують чисельне значення визначаючого (характерного) розміру задачі "l" і визначаючої (характерної) температури, якою у задачах теплообміну за вимушеної конвекції, як правило, беруть температуру рідини t_f .

2) З довідника фізичних властивостей беруть теплофізичні коефіцієнти рідини задачі при характерній температурі з попереднього пункту:

- коефіцієнт теплопровідності λ_f ;
- коефіцієнт кінематичної в'язкості ν_f ;
- критерій Прандтля Pr_f .

Якщо рідина задачі крапельна, то додатково беруть критерій Прандтля цієї рідини за температури поверхні теплообміну Pr_w .

Якщо у критеріальних рівнянні задачі є критерій Грасгофа, то додатково визначають температурний коефіцієнт об'ємного розширення рідини β_f за температури t_f .

3) Розраховують визначаючий критерій даної задачі вимушеної конвекції – критерій Рейнольдса (34):

$$Re_f = \frac{wl}{\nu_f}.$$

4) За критеріальним рівнянням з пункту "0" даної методики розраховують число Нуссельта.

Як правило, це рівняння має вигляд:

$$Nu_f = C \cdot Re_f^n \cdot Pr_f^m \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25}.$$

Конкретні значення коефіцієнтів C , n , m залежать від режиму руху рідини. Останній залежить від діапазону значень, в який потрапляє критерій Рейнольдса Re_f . Границі діапазонів і відповідні значення величин C , n , m занесено до довідникових таблиць, при цьому кожен клас подібних явищ має свою таблицю.

5) Розраховують коефіцієнт тепловіддачі:

$$\alpha = Nu_f \cdot \frac{\lambda_f}{l}.$$

2.13 Формула результуючого променистого теплового потоку між тілами

Для визначення внеску теплового випромінювання у загальний енергетичний баланс тіла суттєвим є *результуюче випромінювання* - різниця між випромінюванням, яке падає на поверхню тіла, і випромінюванням, яке йде від цієї поверхні.

Питомий потік результуючого випромінювання, який утворюється на об'єкті 2, суміжному з гарячим тілом 1 (наприклад, з факелом полум'я), може бути знайдено на основі формули, яка описує теплообмін випромінюванням між двома довільними тілами у прозорому середовищі. Згідно з нею

$$q_2 = \varepsilon_{зв} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \psi_{2-1}, \text{ Вт/м}^2, \quad (38)$$

де $C_0 = 5,67 \text{ Вт/(м}^2 \text{ К}^4)$ – стала випромінювання абсолютно чорного тіла; T_1 – середня абсолютна температура поверхні гарячого тіла 1, К; T_2 – абсолютна температура зверненої до тіла 1 поверхні тіла 2, К (дивись рисунок 9); ψ_{2-1} - середній коефіцієнт опромінювання (інша назва – кутовий коефіцієнт) поверхні тіла 2 на поверхню тіла 1; $\varepsilon_{зв}$ – зведений ступінь чорноти системи (інша назва ступеня чорноти – відносний коефіцієнт теплового випромінювання).

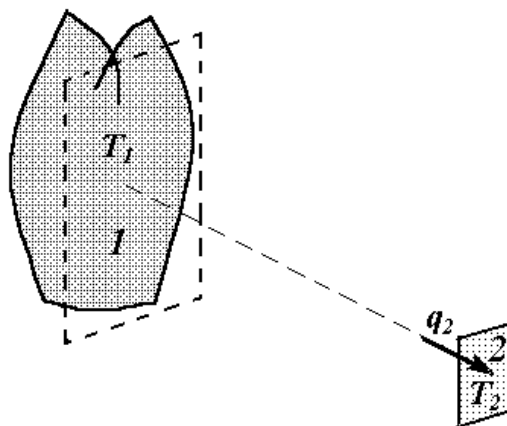


Рисунок 9 - Схема опромінювання тіла 2 тілом 1
Прямокутником позначена зведена до прямокутника поверхня факела, звернена до тіла 2.

В загальному випадку $\varepsilon_{зв}$ залежить не тільки від ступенів чорноти поверхонь факела (ε_1) і другого тіла (ε_2), а і від взаємного розташування цих тіл, однак у більшості ситуацій (за умови просторового рознесення тіл) зведений ступінь чорноти такої системи дорівнює:

$$\varepsilon_{зв} = \varepsilon_1 \varepsilon_2. \quad (39)$$

(До винятків відноситься променистий теплообмін в зазорі між тілами, та у випадку одного тіла в оболонці другого.)

Розрахунок питомого променистого потоку (дивись (38)) вимагає визначення середнього коефіцієнта опромінювання ψ_{2-1} .

Розглянемо один з типових прийомів знаходження приблизного значення цього геометричного параметра. Суть методу полягає:

1) у зведенні поверхні випромінювача до прямокутника, площа якого паралельна площині опромінювання (дивись рисунок 9);

2) розрахунку коефіцієнта опромінювання на такий прямокутник.

Пункт 2 виконують, розбиваючи отриманий прямокутник на базові, і таким чином зводячи шуканий коефіцієнт опромінювання до суми базових коефіцієнтів опромінювання ψ'_{2-1} (дивись рисунок 10). Базовий коефіцієнт розраховується за формулою

$$\psi'_{2-1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot \arctg \frac{b}{\sqrt{a^2 + r^2}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + r^2}} \cdot \arctg \frac{a}{\sqrt{b^2 + r^2}} \right], \quad (40)$$

де a та b - розміри прямокутника 1, r - відстань між площинами (кут у функції арктангенс у формулі (40) вимірюється в радіанах, якщо брати кут у градусах, то потрібно множник 2π у цій формулі замінити на множник 360).

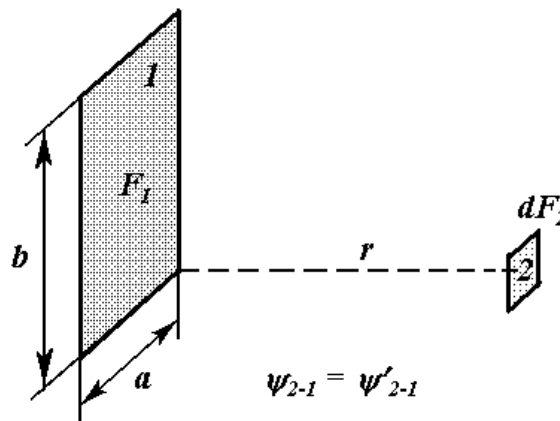


Рисунок 10 - Схема базової задачі променистого теплообміну
Площі F_1 і dF_2 лежать у паралельних площинах. Ортогональна проекція площі dF_2 попадає у кут прямокутника 1.

При великих відстанях між поверхнями 1 та 2, тобто за умов $r \gg a$ та $r \gg b$, з відносною точністю $\sim (a+b)^2/r^2$ функцію ψ'_{2-1} можна розраховувати за формулою:

$$\psi'_{2-1} = \frac{a \cdot b}{\pi \cdot r^2} \quad (41)$$

За не дуже великих значень r приблизну величину функції ψ'_{2-1} можна знаходити за допомогою номограми, яку зображено на рисунку 11. На цій номограмі вздовж координатних осей відкладені відносні відстані r/a та r/b , а внутрішні криві відповідають ізолініям коефіцієнта опромінення ψ'_{2-1} . Чисельні значення коефіцієнта ψ'_{2-1} на його ізолініях надані разом з відповідними хрестиками.

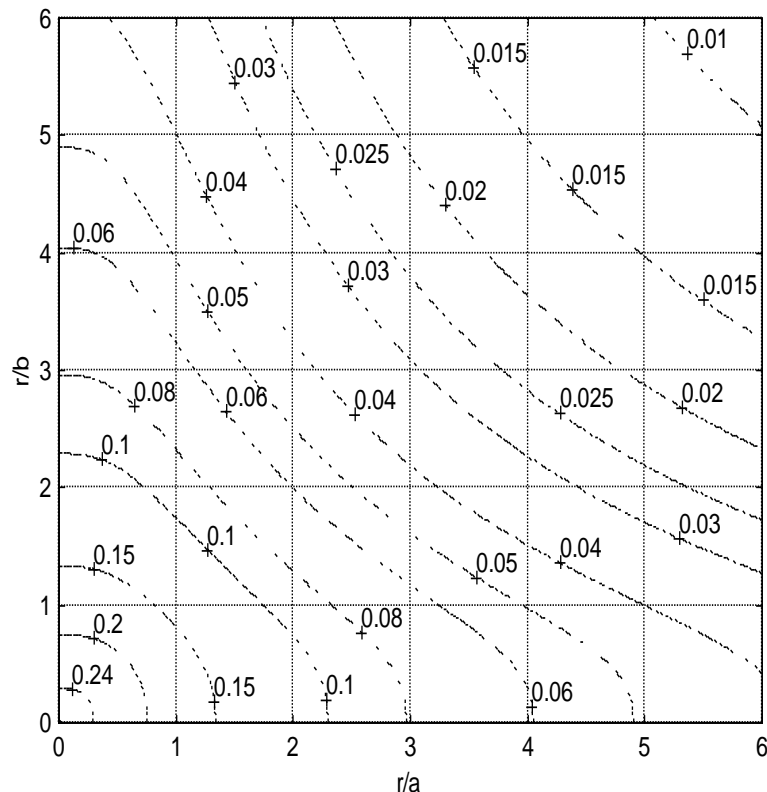


Рисунок 11 - Номограма для визначення коефіцієнта опромінення ψ'_{2-1}

2.14 Теплопередача: загальні положення, основне рівняння теплопередачі

Теплопередача - процес передачі теплоти від гарячого теплоносія до холодного крізь стінку, що розділяє ці теплоносії. **Теплоносіями** називають речовини (звичайно це гази чи рідини), між якими відбувається теплопередача.

Розглянемо теплопередачу з формальної сторони. Є два носія тепла 1 та 2 (як і в конвекційному теплообміні їх називають рідинами) з температурами t'_f і t''_f (нехай $t'_f > t''_f$). Ці рідини розділені стінкою. (Схема одного з варіантів теплопередачі представлена на рисунку 12.) Нас цікавить потік тепла Q між теплоносіями. Природно його вважати

пропорційним різниці температур теплоносіїв $\Delta t = t'_f - t''_f$ (остання носить назву *температурного напору*) і величині площі F поверхні розділу. Якщо записати останнє припущення як рівність, то воно прийме вигляд *основного рівняння теплопередачі*

$$Q = K \Delta t F, \text{ Вт}, \quad (42)$$

або

$$q = K \Delta t, \text{ Вт/м}^2,$$

де $q = Q/F$ - середній питомий тепловий потік.

Це рівняння описує стаціонарний (тобто незмінний у часі) процес теплопередачі. Величина K називається *коефіцієнтом теплопередачі*:

$$K \equiv Q / (\Delta t F), \text{ Вт/(м}^2 \text{ К)}.$$

За змістом K - це величина теплового потоку крізь 1 м^2 поверхні теплопередачі за різниці температур теплоносіїв у 1 градус.

Використаємо поняття *термічного опору теплопередачі* R . Це величина обернено пропорційна до коефіцієнта теплопередачі:

$$R \equiv \frac{1}{K}, \text{ м}^2 \text{ К/Вт}. \quad (43)$$

З використанням термічного опору запис рівняння теплопередачі має форму, що повністю збігається з законом Ома для ланцюга постійного електричного струму (якщо розглядати температурний напір як електричну напругу, а потік тепла як силу електричного струму):

$$q = \Delta t / R, \text{ Вт/м}^2. \quad (44)$$

Для рішення задач теплопередачі необхідно знати величину коефіцієнта теплопередачі. Наведемо, як зв'язана ця характеристика з коефіцієнтами тепловіддачі від теплоносіїв до стінки та геометричними і теплофізичними характеристиками стінки.

2.15 Теплопередача: вид коефіцієнта теплопередачі у випадку одношарової плоскої стінки.

Розглянемо плоску однорідну необмежену стінку. (Нагадаємо, що їй відповідають реальні стінки, якщо розміри і радіуси кривизни їх площин значно перевищують товщину стінки.) Нехай стінка має товщину δ і складена з матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності λ . З одного боку, її омиває рідина з температурою t'_f і відповідний коефіцієнт тепловіддачі

дорівнює α_1 , з другого боку, стінка контактує з теплоносієм, що має температуру t''_f , і відповідний коефіцієнт тепловіддачі дорівнює α_2 (дивись рисунок 12).

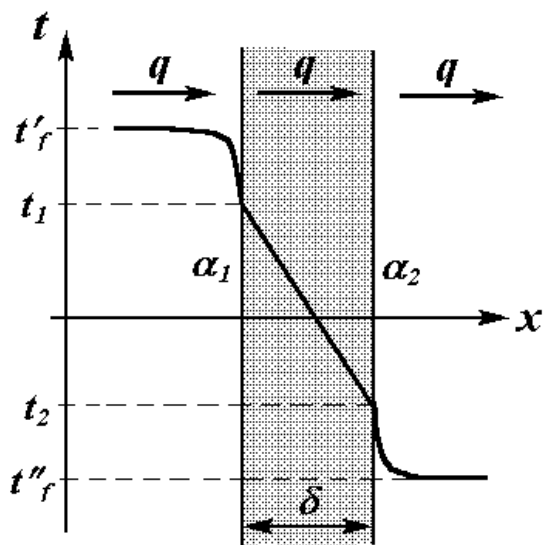


Рисунок 12 - Схема розподілу температури при теплопередачі крізь однорідну плоску стінку

Область, що відповідає стінці, заштрихована.

Якщо крізь систему йде стаціонарний потік з поверхневою густиною q , то, використовуючи просторову незмінність стаціонарного потоку, можна записати (дивись рисунок 12):

- рівняння тепловіддачі на одній поверхні стінки:

$$q = \alpha_1 (t'_f - t_1), \quad (45.a)$$

- рівняння теплопровідності скрізь стінку:

$$q = \lambda/\delta (t_1 - t_2), \quad (45.б)$$

- рівняння тепловіддачі на протилежній поверхні стінки:

$$q = \alpha_2 (t_2 - t''_f), \quad (45.в)$$

де t_1 і t_2 - температури на відповідних поверхнях стінки.

Рішивши систему трьох рівнянь (45) відносно трьох невідомих (q , t_1 і t_2), отримаємо шукане рівняння теплопередачі. Його стандартна форма запису має вид:

$$q = \frac{t'_f - t''_f}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = K \cdot \Delta t, \quad (46)$$

тобто коефіцієнт теплопередачі одношарової плоскої стінки дорівнює:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1}. \quad (47)$$

Якщо використати поняття - *термічний опір тепловіддачі*:

$$R_\alpha \equiv 1/\alpha,$$

позначити термічні опори тепловіддачі по різні боки стінки:

$$R_{\alpha 1} = 1/\alpha_1, \quad R_{\alpha 2} = 1/\alpha_2$$

і згадати, що термічний опір теплопровідності розраховується за формулою (30), то легко побачити, що термоопір теплопередачі R (дивись (43)) крізь одношарову плоску стінку дорівнює сумі термічних опорів всіх послідовних процесів передачі тепла від однієї рідини до іншої. Таким чином, згідно з формулою (47):

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = R_{\alpha 1} + R_\lambda + R_{\alpha 2}, \text{ м}^2 \text{ К/Вт.}$$

Для визначення температур (t_1 та t_2) на поверхнях одношарової стінки необхідно підставити знайдене значення питомого потоку q у раніше виписані співвідношення (45.а) та (45.б):

$$t_1 = t'_f - q/\alpha_1, \quad \text{або} \quad t_1 = t'_f - q R_{\alpha 1},$$

$$t_2 = t'_f - q (1/\alpha_1 + \delta/\lambda), \quad \text{або} \quad t_2 = t'_f - q (R_{\alpha 1} + R_\lambda).$$

2.16 Теплопередача: вид коефіцієнта теплопередачі у випадку багатошарової плоскої стінки.

Слід відмітити, що розрахунок загального термічного опору теплопередачі як суми термоопорів послідовних елементарних її процесів має універсальний характер. Можна показати, що, якщо стінка, яка розділяє два теплоносії, містить n шарів (дивись рисунок 13), то питомий

потік крізь неї також підкоряється основному рівнянню теплопередачі (42). Величина K відповідає формулі (43), в якій R - загальний термічний опір теплопередачі. Останній дорівнює сумі термоопорів усіх перешкод розповсюдженню тепла, що зустрічаються по дорозі між теплоносіями, а саме сумі термоопорів тепловіддачі на двох омиваних рідинами поверхнях стінки ($R_{\alpha_1} = 1/\alpha_1$ і $R_{\alpha_2} = 1/\alpha_2$) та термоопору теплопровідності n -шарової стінки $R_{\lambda\Sigma}$, який дорівнює сумі термічних опорів окремих шарів:

$$R_{\lambda\Sigma} = \sum_{i=1}^n R_{\lambda,i} = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}, \text{ м}^2 \text{ К/Вт.}$$

У такий спосіб ми одержуємо, що

$$R = R_{\alpha_1} + R_{\lambda\Sigma} + R_{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

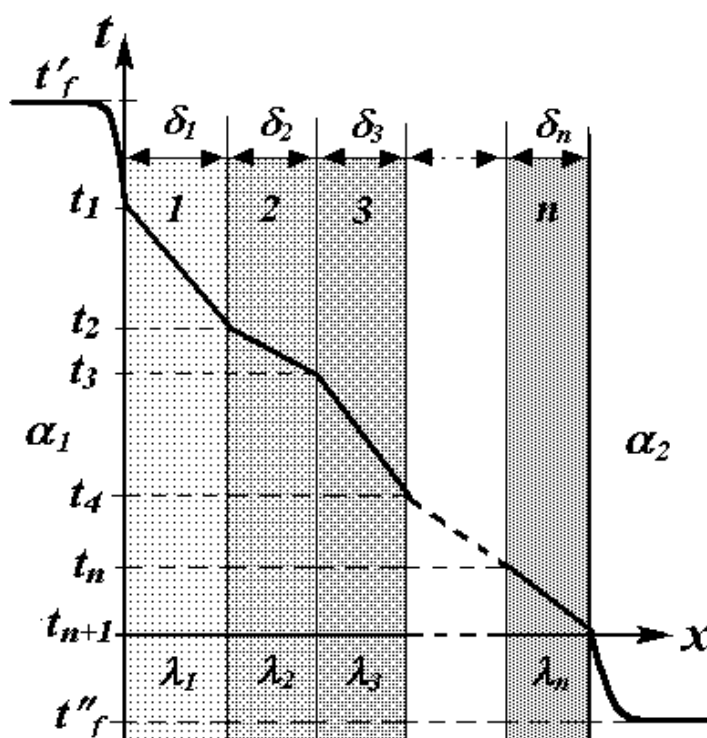


Рисунок 13 - Схема розподілу температури за теплопередачі крізь n -шарову плоску стінку

t'_f , t''_f і α_1 , α_2 - температури теплоносіїв та коефіцієнти тепловіддачі з відповідних боків стінки; $1, 2, 3, \dots, n$ - номери шарів; $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ - товщини шарів; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ - середні коефіцієнти теплопровідності шарів; $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n, t_{n+1}$ - температури на відповідних границях шарів (t_i, t_{i+1} - температура на поверхнях i -го шару; $i = 1, 2, \dots, n$).

2.17 Нестационарна теплопровідність: рівняння, коефіцієнт температуропроводності

Визначення явища **нестационарної теплопровідності** має природну форму – це теплопровідність за умови, що температура тіла змінюється у часі.

Нестационарна теплопровідність завжди спостерігається при нагріванні або охолодженні тіл.

Рішення задачі нестационарної теплопровідності означає визначення температури тіла в будь-якій його точці з просторовими координатами (x, y, z) у будь-який момент часу τ , тобто знаходження функції:

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

У випадку одновимірного температурного поля остання залежність має вид

$$t = f(x, \tau).$$

У трьохвимірному випадку нестационарне поле температур у середовищі, що не містить джерел тепла, підпорядковано диференціальному рівнянню у часткових похідних:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right), \quad (48)$$

яке є наслідком існування теплового балансу. Множник "a" у рівнянні називається **коефіцієнтом температуропроводності**. Він визначає швидкість розповсюдження змін температури. Ця величина дорівнює:

$$a \equiv \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}, \text{ м}^2/\text{с}, \quad (49)$$

де ρ - густина, $\text{кг}/\text{м}^3$, c_p - питома масова ізобарна теплоємність, $\text{Дж}/(\text{кг К})$, λ - коефіцієнт теплопровідності матеріалу нерухомого середовища, що розглядається, $\text{Вт}/(\text{м К})$.

У випадках, коли час вимірюється в годинах, а теплоємність c_p виражена у $\text{кДж}/(\text{кг К})$, густина ρ - у $\text{кг}/\text{м}^3$, коефіцієнт теплопровідності λ - у $\text{Вт}/(\text{м К})$, то розрахункова формула для коефіцієнта температуропроводності має вигляд:

$$a = \frac{3.6 \cdot \lambda}{c_p \cdot \rho}, \text{ м}^2/\text{год.}$$

Коефіцієнти теплопровідності та теплоємність матеріалу, а разом з ними і коефіцієнт температуропроводності залежать від температури. Щоб хоча б частково врахувати цю залежність, прийнято коефіцієнт температуропроводності визначати за середньої (за час процесу та у просторі процесу) температурою $t_{\text{сер}}$.

2.18 Нестационарна теплопровідність: граничні умови (фізична сутність і рівняння).

Окрім рівняння, суттєвий вплив на вид рішення справляють граничні умови, які визначають характер взаємодії тіла з довкіллям. Ми будемо розглядати найбільш поширені умови трьох типів.

1) Ситуація, коли на межі тіла задана його температура, називається **граничними умовами 1-го роду**. Їх можна інтерпретувати як збіг температури тіла на його границі з заданою температурою t_w (якою, зокрема, може бути температура навколишнього середовища t_f):

$$t|_{\text{гр}} = t_w. \quad (50)$$

(Тут і далі значок $|_{\text{гр}}$ вказує, що значення величини береться на границі тіла.)

2) Варіант, у якому задано потік тепла на границі, називається **граничними умовами 2-го роду**. Відповідна умова виражається співвідношенням:

$$-\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{\text{гр}} = q_w. \quad (51)$$

Тут q_w – задана функція, яку можна інтерпретувати як нормальну до граничної поверхні компоненту питомого теплового потоку, а $\frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{\text{гр}}$ – складова градієнта температури по нормалі до поверхні тіла (нагадуємо, що у тілі, згідно із рівнянням Фур'є, питомий тепловий потік дорівнює $\mathbf{q} = -\lambda \mathbf{grad} t$).

3) Ситуація, коли неперервний потік тепла на границі тіла задається законом Ньютона-Ріхмана із відомим коефіцієнтом тепловіддачі (α) та заданою температурою середовища t_f , що омиває тіло, – це **граничні умови 3-го роду**. У цьому випадку температура тіла поблизу його границі задовольняє умові:

$$-\lambda \cdot \left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{\text{гр}} = \alpha \cdot (t|_{\text{гр}} - t_f). \quad (52)$$

Неважко помітити, що при $\alpha\lambda \rightarrow \infty$ задача 3-го роду переходить у 1-ий, в якому температура на границі t_w співпадає із температурою зовнішнього середовища t_f .

При не надто великих значеннях часу τ на вид рішення істотно впливають початкові умови - значення температурного поля у початковий момент часу ($\tau = 0$). Як правило, якщо це не обумовлюється окремо, вважають, що початкова температура тіла однорідна: $t_0 = \text{const}$

$$t(x, 0) = t_0. \quad (53)$$

2.19 Нестационарна теплопровідність: залежність температури в напівобмеженому тілі від часу і координати у випадку стаціонарних граничних умов 3-го та 1-го роду.

Напівобмежене тіло - тіло, яке обмежене з однієї сторони площиною, а в інших напрямках має нескінченні розміри.

Напівобмежене тіло - це абстрактний об'єкт. Реальне тіло можна розглядати як напівобмежене, коли можна нехтувати наявністю інших границь тіла на протікання процесів поблизу даної, розглянутої як площина, границі. Так, стіну вважають нескінченно товстою, якщо виконується співвідношення:

$$\frac{\delta}{2\sqrt{a\tau}} > 0.6, \quad (54)$$

де δ - товщина стінки, a - коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки, τ - час розгляду процесу теплопровідності.

Розподіл температур за граничних умов 3-го роду

Як вже відмічалось, до задач з граничними умовами третього роду приходять, коли теплообмін розглянутого тіла з навколишнім середовищем підкоряється закону Ньютона-Рихмана з заданими коефіцієнтом тепловіддачі і температурою середовища.

Розглянемо теплопровідність у тілі, що простирається необмежено в напрямку осі $+0x$ та осей $\pm 0y$ і $\pm 0z$ (у прямокутній системі координат). Це тіло обмежене площиною, яка перпендикулярна до осі $0x$ при $x = 0$ (дивись рисунок 14).

Будемо вважати, що спочатку у всіх точках тіло мало однакову температуру t_0 . Починаючи з початкового моменту часу, тіло знаходиться у термічній взаємодії із зовнішнім середовищем, температура якого t_f не

змінюється протягом усього процесу. Незмінним також залишається коефіцієнт тепловіддачі α . Якщо коефіцієнт теплопровідності тіла має стале значення λ , то розподіл температури $t(x, \tau)$ за напрямком в глибину тіла, як показує рішення рівняння (48) з граничними умовами (52) і початковим розподілом (53), має вигляд:

$$\frac{t(x, \tau) - t_0}{t_f - t_0} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) - \exp\left[\frac{\alpha \cdot x}{\lambda} + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 a\tau\right] \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{a\tau}\right), \quad (55)$$

де $\operatorname{erfc}(A)$ - додаткова функція помилок.

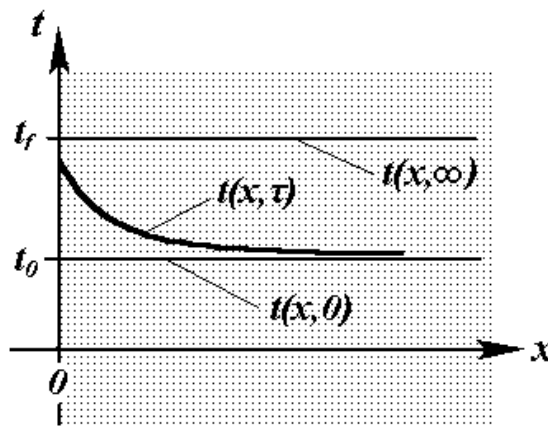


Рисунок 14 - Графік просторового розподілу температури у напівобмеженому тілі у фіксований момент часу

Додаткова функція помилок $\operatorname{erfc}(A)$ простим образом зв'язана з іншою спеціальною функцією $\operatorname{erf}(A)$:

$$\operatorname{erfc}(A) \equiv 1 - \operatorname{erf}(A). \quad (56)$$

Остання має назву **Гауссов інтеграл помилок (error function, функція Крампа)**. Таблиці значень функції Крампа наведені у багатьох посібниках з теплопередачі (дивись також Додаток Ж). Графік функції зображено на рисунку 15.

Як впливає з розрахунків, при $A > 2.7$ функція $\operatorname{erf}(A)$ дорівнює 1 з похибкою менш ніж 0.01 %. При розрахунках функції Крампа у цій області значень аргументу A можна скористатися асимптотичною формулою:

$$\operatorname{erf}(A) = 1 - \frac{\exp(-A^2)}{\sqrt{\pi} \cdot A} \left[1 + O\left(\frac{1}{A^2}\right) \right], \quad (57)$$

де виразом $O(Z)$ позначається величина порядку Z .

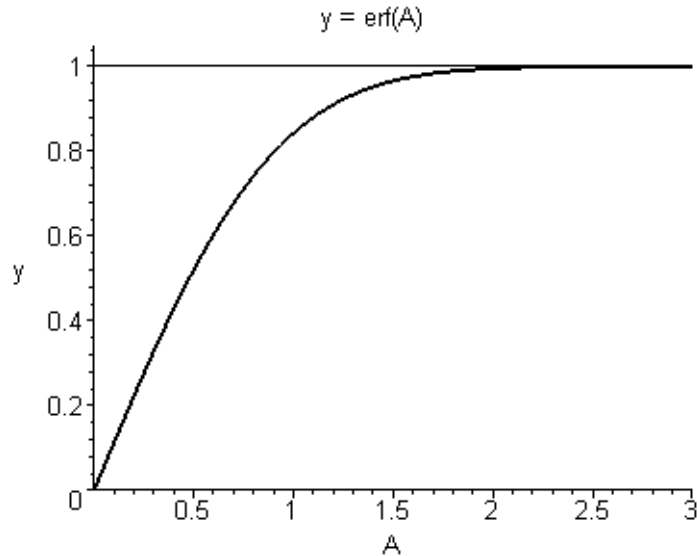


Рисунок 15 - Графік Гауссова інтеграла помилок (функції Крампа) $y = \operatorname{erf}(A)$

Розподіл температур за граничних умов 1-го роду

У випадку задач із граничними умовами 1-го роду, задається температура t_w на поверхні тіла. Як вже відмічалось раніше, рішення задачі 1-го роду можна отримати з рішення задачі 3-го роду, якщо спрямувати температуру тіла на границі t_w до температури середовища t_f . Ця умова автоматично виконується у випадку дуже інтенсивного теплообміну, коли $(\alpha/\lambda) \rightarrow \infty$. В результаті із формули (55) одержимо температурний розподіл за граничних умов 1-го роду:

$$\frac{t(x, \tau) - t_0}{t_w - t_0} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right). \quad (58)$$

2.20 Нестационарна теплопровідність у тілі обмежених розмірів Визначення критеріїв подібності Біо Bi та Фур'є Fo

Якщо не виконується вимога (54), то розміри тіла впливають на розподіл температур. В такому разі з будь-яким обмеженим тілом можна зв'язати деякий його характерний розмір L , а поведінку температурного поля за граничних умов 3-го роду зручно розглядати, як залежність від значення двох безрозмірних величин.

Перший параметр:

$$Fo \equiv \frac{a \cdot \tau}{L^2} \quad \left(Fo \equiv \frac{\tau}{\tau_{\text{хар}}} \right) \quad (59)$$

називається *критерієм Фур'є*. Ця змінна має значення обезрозміреного часу. Згідно з формулою (59), це час, віднормований на характерний час розповсюдження зміни температури крізь тіло $\tau_{\text{хар}} \equiv L^2/a$.

Другий безрозмірний параметр називається *критерієм Біо*. Ця величина задається формулою:

$$Bi \equiv \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \quad (60)$$

і співпадає з відношенням характерного термоопору теплопровідності тіла (L/λ) до термоопору тепловіддачі на межі тіла з середовищем ($1/\alpha$).

Якщо протягом дослідження процесу температура середовища t_f залишається незмінною, то має сенс замість температури ввести нову безрозмірну змінну:

$$\theta \equiv \frac{t - t_0}{t_f - t_0},$$

яка є *відносною надлишковою температурою тіла*. У термінах цієї температури рівняння набувають дуже зручного для узагальнень безрозмірного вигляду, який дозволяє одночасно аналізувати широкий клас задач нестационарної теплопровідності.

Рішення такої задачі у фіксованих точках тіла:

$$\theta = \theta(Fo, Bi)$$

залежить тільки від критеріїв Фур'є і Біо. Як функція двох змінних воно може бути приставлено у вигляді номограми, приклад якої наведено на рисунку 16.

По осях номограми відкладене значення величин θ і Fo . Лінії на полі номограми відповідають фіксованим значенням критерію Біо, чисельне значення якого вказано безпосередньо на лінії.

Основним недоліком представлення результатів у вигляді номограм є те, що номограма будується для фіксованої точки тіла, тобто для кожної точки треба будувати свою номограму.

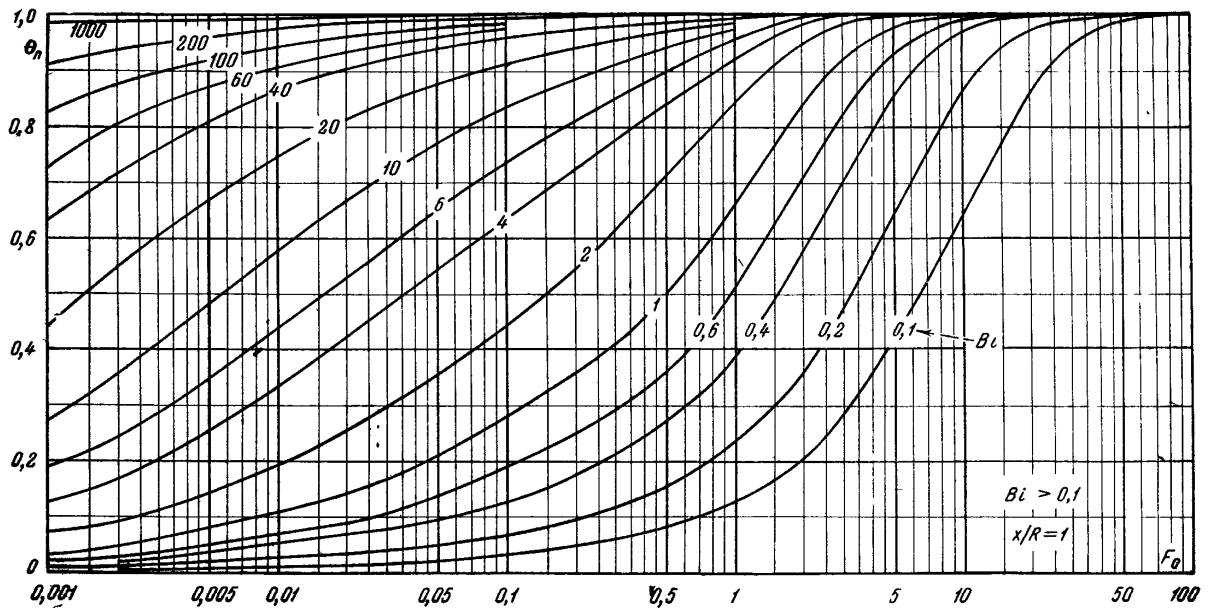


Рисунок 16 - Номограма для визначення відносної різниці температур на поверхні пластини ($\theta_n \equiv (t_n - t_0)/(t_f - t_0)$)

Прогрів плити за граничних умов 3-го роду

У разі необхідності знати температуру у довільних точках тіла необхідно мати аналітичний вираз рішення рівняння (48). У випадку задачі двохстороннього нагріву стінки від початкової температури t_0 до температури середовища t_f (дивись рисунок 17) рішення має вигляд нескінченної суми доданків, які різняться значеннями чисел μ_i та A_i :

$$\frac{t_f - t(x, \tau)}{t_f - t_0} = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \cos(\mu_i X) \cdot \exp(-\mu_i^2 Fo). \quad (61)$$

де $X \equiv x/L$, а характерний розмір L дорівнює половині товщини плити ($L = R$), Fo - критерій Фур'є (59).

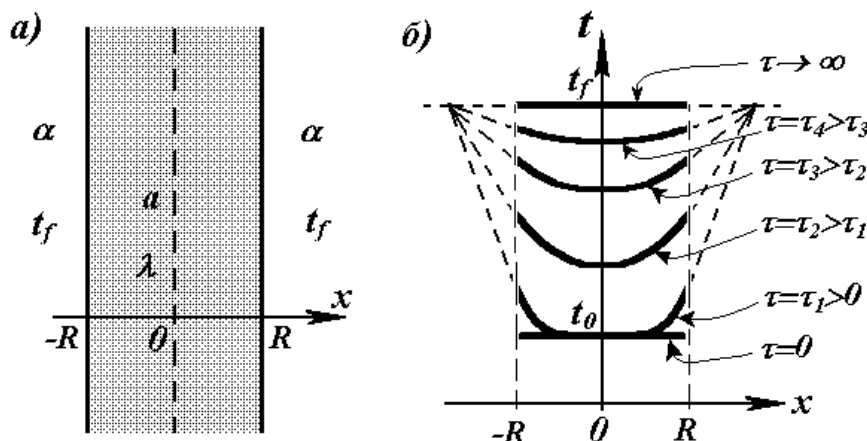


Рисунок 17 - Схема нагріву стінки (а) та характерні просторові розподіли температури в стінці в ході нагріву (б)

Величини μ_i є коренями так званого *характеристичного рівняння*, що у даній задачі має вигляд:

$$\operatorname{ctg}(\mu) = \mu/\text{Bi}. \quad (62)$$

В якості коренів прийнято розглядати їх позитивні значення. Корені пронумеровані, розпочинаючи з першого, у порядку зростання. Як випливає з рівняння (62), величина кореня із фіксованим номером залежить лише від величини критерію Біо. Значення початкових коренів, що найбільш часто зустрічаються в розрахунках, занесені до таблиць (дивись Додаток Д).

Невизначені коефіцієнти A_i відшуковуються з вимоги виконання початкових умов. Так, за постійної початкової температури t_0 множники A_i дорівнюють:

$$A_i = \frac{2\sin(\mu_i)}{\mu_i + \sin(\mu_i) \cdot \cos(\mu_i)}. \quad (63)$$

Значення величин A_i з початковими номерами 'i' також занесено до таблиць (дивись Додаток Д).

Не слід ніяковіти через нескінченну кількість доданків у сумі (61). Через наявність множників $\exp(-\mu_i^2 \text{Fo})$, які швидко зменшуються із зростанням 'i', реально виявляються важливими лише декілька перших доданків. Саме ця обставина забезпечує ефективність використання таблиць.

Нагрівання тіла кінцевих розмірів за малих критеріїв Біо

Наведемо результати з нагрівання (охолодження) тіла кінцевих розмірів і довільної форми (дивись рисунок 18) за малих значень критерію Біо ($\text{Bi} \ll 1$).

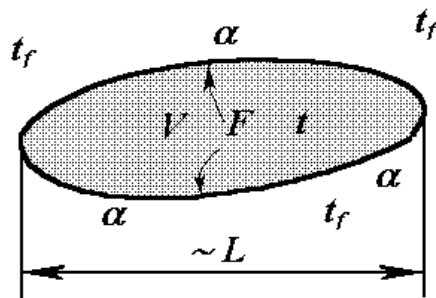


Рисунок 18 - До задачі про нагрівання тіла кінцевих розмірів

З граничних умов (52) та малості критерію Біо випливає, що температура в середині тіла від точки до точки практично не змінюється, інакше кажучи, температурне поле в тілі квазіоднорідне. Остання обставина дозволяє записати рівняння теплового балансу тіла із оточуючим середовищем, використовуючи для всього тіла одну температуру. У цьому наближенні, прирівнюючи потік тепла крізь поверхню тіла ($\alpha (t_f - t) F$) до швидкості зміни його енерговмісту, можна записати звичайне (а не в часткових похідних) диференціальне рівняння:

$$\rho \cdot c_p \cdot V \frac{dt}{d\tau} = \alpha \cdot (t_f - t) \cdot F.$$

Тут F - площа поверхні теплообміну, V - об'єм тіла.

Якщо параметри останнього рівняння є сталими величинами, то його рішення (у випадку початкової температури $t = t_0$) має вигляд:

$$t = t_f - (t_f - t_0) \exp(-m \tau), \quad (64)$$

де використана величина

$$m \equiv \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p} \frac{F}{V}, \text{ c}^{-1}, \quad (65)$$

яка називається *темпом нагріву (охолодження)*. Ця характеристика обернена до часу, за який відносна температура змінюється в e ($e \approx 2.7$) раз.

Особливості будови тіла впливають на його темп нагріву через множник (F/V). Останній неважко оцінити. Так, у випадку тонкої пластини товщиною $2R$ при двосторонньому обігріві відношення F/V дорівнює $F/V=1/R$, а у випадку циліндра радіусом R має місце оцінка $F/V=2/R$.

Рівняння (64) можна обернути, виразивши час через температуру:

$$\tau = \frac{1}{m} \cdot \ln \left(\frac{t_f - t_0}{t_f - t} \right). \quad (66)$$

Остання формула дозволяє, наприклад, оцінити час $\tau = \tau_{кр}$ нагріву тіла до критичної температури $t_{кр}$ (для цього треба підставити в (66) значення $t = t_{кр}$).

РОЗРАХУНКОВІ (КОНТРОЛЬНІ) РОБОТИ

Даний посібник містить дві розрахункові (контрольні) роботи. Перша розрахункова робота складається з трьох задач із різних частин розділу “Основи термодинаміки”, друга – з чотирьох задач із різних частин розділу “Теплопередача”. Задачі обох робіт складені в 100 варіантах, які відрізняються за рахунок того, що для кожного завдання одна частина вихідних даних вибирається по останній цифрі номеру залікової книжки слухача, а друга - по передостанній. Цей шифр треба вказати на обкладинці зробленої роботи.

При виконанні роботи необхідно дотримуватися таких вимог:

- робота повинна бути виконана розбірливим почерком, грамотно та охайно оформлена; в зошиті необхідно залишати поля (для рецензента);
- слід неодмінно вписати умови завдання;
- рішення супроводжувати коротким пояснювальним текстом, у якому вказати, яка величина визначається та по якій формулі, що за величини підставляються в формулу та звідки беруться (з умови завдання, з довідника, визначені раніше і так далі);
- обчислення давати в розгорнутому вигляді;
- неодмінно проставляти розмірність фізичних величин.

Виконана робота повинна бути вчасно відправлена на перевірку. Слухачі-заочники, які без поважної причини в термін не подали контрольну роботу, на екзаменаційну сесію не викликаються.

Робота, що виконана не по своєму варіанту або не повністю висвітлює питання завдання, до заліку не приймається. Така робота повинна бути виконана повторно з урахуванням зауважень рецензента.

В принципі, весь матеріал, який потрібен для одержання чисельних значень величин, що шукаються, наведено в основному тексті та додатках наданих методичних вказівок. Крім того методичні вказівки супроводжуються чисельними прикладами, так що дане видання дає змогу виконати розрахункову роботу без звертання до інших літературних джерел. Проте, для розуміння отриманих результатів потрібна проробка відповідних розділів підручників (див., наприклад, [1 - 7]); більш точні посилання наведено в поясненнях до рішення задач).

При пошуку значення функції $y(x)$ при допомозі таблиць у разі попадання аргументу функції між табличними значеннями x_1 і x_2 слід скористатися якою-небудь інтерполяційною формулою, наприклад формулою лінійної інтерполяції:

$$y(x) = y(x_1) + \frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1)$$

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА №1 (PP-1)

ЗАВДАННЯ

Задача 1. Параметри суміші газів. Процеси з ідеальним газом.

Суміш газів (молекулярні азот N_2 , кисень O_2 та вуглекислий газ CO_2) задана своїм об'ємним складом (дивись таблицю 4). Початкова температура суміші $t_1 = 20$ °С, початковий тиск суміші $P_1 = 101.3$ кПа, маса суміші $m_{\text{сум}} = 1$ кг.

Вважаючи компоненти суміші ідеальними газами, розрахувати:

- 1) молярну масу суміші;
- 2) молярний та масовий склад суміші (в процентах та в кіломолях і кілограмах, відповідно);
- 3) парціальні тиски компонент суміші;
- 4) питомі газові сталі компонент та питому газову сталу суміші;
- 5) загальний об'єм та густину суміші; зведені (парціальні) об'єми, що займають компоненти суміші.

Вважаючи, що питома (масова) ізохорна теплоємність дорівнює для N_2 - $c_{vN_2} = 0.743$ кДж/(кг·К), для O_2 - $c_{vO_2} = 0.659$ кДж/(кг·К), для CO_2 - $c_{vCO_2} = 0.651$ кДж/(кг·К), розрахувати:

- 6) питому (масову) ізохорну теплоємність суміші;
- 7) питому (об'ємну) ізохорну теплоємність суміші;
- 8) питому (молярну) ізохорну теплоємність кожної із компонент суміші та суміші в цілому;
- 9) питому (масову) ізобарну теплоємність кожної із компонент суміші та суміші в цілому.

Нехтуючи залежністю теплоємності від температури, розрахувати:

- 10) внутрішню енергію кожної із компонент суміші U_i , беручи за початок відліку внутрішню енергію компонент при температурі $t_0 = 0$ °С - U_{0i} (тобто приймаємо $U_{0N_2} = U_{0O_2} = U_{0CO_2} = 0$);
- 11) внутрішню енергію суміші;
- 12) ентальпію кожної із компонент суміші та суміші в цілому;
- 13) показник адиабати кожної із компонент суміші та суміші в цілому.

Далі окремо вивчаються п'ять оборотних процесів, що переводять суміш із початкового стану (P_1, t_1, V_1) у кінцевий стан (P_2, t_2, V_2).

Розглянути ізобарне розширення суміші до кінцевої температури t_2 , °С (дивись таблицю 1). Розрахувати:

- 14) кінцевий об'єм суміші;
- 15) кінцеву внутрішню енергію та її зміну;
- 16) кінцеву ентальпію та її зміну;
- 17) роботу, що супроводжує розширення суміші;
- 18) теплоту, що передається у процесі.

Розглянути процеси (ізотермічний, ізохорний, адіабатний, політропний), при яких тиск суміші досягне P_2 , кПа (дивись таблицю 4).

Вважаючи процес ізотермічним, розрахувати:

- 19) кінцевий об'єм суміші;
- 20) кінцеву внутрішню енергію та її зміну;
- 21) кінцеву ентальпію та її зміну;
- 22) роботу, що витрачена на розширення суміші;
- 23) теплоту, що передається у процесі.

Вважаючи процес ізохорним, розрахувати:

- 24) кінцеву температуру суміші;
- 25) кінцеву внутрішню енергію та її зміну;
- 26) кінцеву ентальпію та її зміну;
- 27) роботу, що витрачена на розширення суміші;
- 28) теплоту, що передається у процесі.

Вважаючи процес адіабатним, розрахувати:

- 29) кінцевий об'єм суміші;
- 30) кінцеву температуру суміші;
- 31) кінцеву внутрішню енергію та її зміну;
- 32) кінцеву ентальпію та її зміну;
- 33) роботу, що витрачена на розширення суміші;
- 34) теплоту, що передається у процесі.

Вважаючи процес політропним з показником політропи n (дивись таблицю 4), розрахувати:

- 35) кінцевий об'єм суміші;
- 36) кінцеву температуру суміші;
- 37) кінцеву внутрішню енергію та її зміну;
- 38) кінцеву ентальпію та її зміну;
- 39) роботу, що витрачена на розширення суміші;
- 40) теплоту, що передається у процесі.

Таблиця 4 - Варіанти даних до задачі 1 з РР-1

Остання	Об'ємні частки, %	Передостан	t_2 ,	P_2	
---------	-------------------	------------	---------	-------	--

цифра шифру	N_2	O_2	CO_2	ня цифра шифру	$^{\circ}C$	кПа	n
0	10	85	5	0	280	470	1.1
1	18	80	2	1	120	400	0.6
2	25	70	5	2	160	350	1.7
3	37	43	20	3	200	330	1.6
4	45	45	10	4	240	310	1.5
5	60	33	7	5	280	470	1.1
6	70	20	10	6	350	540	0.5
7	78	21	1	7	400	570	0.8
8	80	15	5	8	450	620	0.7
9	90	2	8	9	500	660	1.3

Результати доцільно оформити у вигляді двох таблиць (дивися приклад у відповідних поясненнях до рішень).

Задача 2. Розрахунок термодинамічних процесів зміни стану водяної пари.

До одного кілограму водяної пари, яка має початковий тиск P_1 і ступінь сухості x_1 , підводиться теплота q . Використовуючи i - s -діаграму водяної пари дослідити два процеси:

- А) ізотермічне розширення із початкового стану;
- Б) ізобарне розширення із початкового стану.

У кожному із випадків визначити:

- 1) параметри кінцевого стану пари
(у випадку “А” – P_2 -тиск, v_2 - питомий об`єм, i_2 - питому ентальпію, s_2 - питому ентропію, u_2 - питому внутрішню енергію;
у випадку “Б” – T_3 -температуру, v_3 - питомий об`єм, i_3 - питому ентальпію, s_3 - питому ентропію, u_3 - питому внутрішню енергію);
- 2) зміну внутрішньої енергії Δu ;
- 3) зміну ентальпії Δi ;
- 4) зміну ентропії Δs ;
- 5) роботу розширення l .

Таблиця 5. Варіанти даних до задачі 2 з РР-1

Остання Цифра шифру	P_1 , МПа	x_1	Передостання цифра шифру	q , кДж/кг
0	2,5	0.97	0	500
1	3	0.96	1	480
2	3,5	0.95	2	460
3	4	0.94	3	440
4	4,5	0.93	4	420
5	5	0.92	5	410
6	6	0.91	6	430
7	4	0.90	7	450

8	3	0.91	8	470
9	2.5	0.92	9	490

Результати доцільно оформити у вигляді двох таблиць (дивися приклад у методиці розрахунку задачі 2).

Задача 3. Параметри суміші газів. Витікання газів.

У приміщенні компресорної станції об'ємом V сталася розгерметизація трубопроводу, по якому під тиском P_1 при температурі t_1 транспортується горючий газ. Крізь наскрізний отвір площею f , що утворився в трубопроводі, газ виходить у приміщення.

Розрахувати, за який час τ у всьому об'ємі компресорної станції може утворитися вибухонебезпечна суміш, якщо її температура $t = 20^\circ\text{C}$, а тиск $P = 100$ кПа. Коефіцієнт витатку отвору $\xi = 0.7$. Обмін повітря не враховувати.

Вихідні дані приведено в таблиці 6.

Таблиця 6 - Варіанти даних до задачі 3 з РР-1

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$V \cdot 10^{-2}, \text{ м}^3$	35	40	45	35	40	45	25	30	25	30
$f \cdot 10^4, \text{ м}^2$	3.2	4.9	7.0	1.7	4.1	5.2	6.0	4.8	3.6	2.5
Передостання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1, \text{ МПа}$	0.5	0.7	0.9	1.1	1.2	1.3	0.5	0.2	0.6	0.7
$t_1, ^\circ\text{C}$	22	27	32	37	42	22	27	32	37	42
Газ	метан	етан	пропан	бутан	етилен	пропілен	бутилен	ацетилен	аміак	водень

ВКАЗІВКИ ДО РІШЕННЯ ЗАДАЧ РР-1

Задача 1.

Всі розрахункові формули є у практично будь-якому підручнику з технічної термодинаміки (дивіться, наприклад, [1 - 7]).

Методика розрахунку супроводжується чисельним прикладом суміші із об'ємним складом: N_2 - 65%, O_2 - 25%, CO_2 - 10%, і параметрами процесів: $t_2 = 300^\circ\text{C}$, $P_2 = 400$ кПа, $n = 1.55$. Результати цього варіанту занесено до таблиць 7 і 8.

1. Молярна маса суміші розраховується за формулою

$$\mu_{\text{сум}} = \sum_i \mu_i r_i,$$

де i - індекс, що вказує на компоненти суміші (N_2 , O_2 , CO_2); сума береться по усім компонентам; μ_i - молярні маси газів ($\mu_{N_2} = 14 \cdot 2 = 28$ кг/кмоль, $\mu_{O_2} = 16 \cdot 2 = 32$ кг/кмоль, $\mu_{CO_2} = 12 + 16 \cdot 2 = 44$ кг/кмоль); r_i - об'ємна частка i -го компонента.

$$\mu_{\text{сум}} = 0.65 \cdot 28 + 0.25 \cdot 32 + 0.10 \cdot 44 = 30.6 \text{ кг/кмоль.}$$

Тут і далі при розрахунках усі частки виражаються прямо (а не в процентах).

2. Молярні частки збігаються з об'ємними (із r_i), а масові (g_i) розраховуються за формулою

$$g_i = \mu_i \cdot r_i / \mu_{\text{сум}}.$$

$$g_{N_2} = 28 \cdot 0.65 / 30.6 = 0.595 ;$$

$$g_{O_2} = 32 \cdot 0.25 / 30.6 = 0.261 ;$$

$$g_{CO_2} = 44 \cdot 0.10 / 30.6 = 0.144 .$$

Маси компонент розраховуються за формулами

$$m_i = g_i \cdot m_{\text{сум}} .$$

$$m_{N_2} = 0.595 \cdot 1 = 0.595 \text{ кг;}$$

$$m_{O_2} = 0.261 \cdot 1 = 0.261 \text{ кг;}$$

$$m_{CO_2} = 0.144 \cdot 1 = 0.144 \text{ кг.}$$

Кількість молей розраховується за формулами

$$v_i = m_i / \mu_i ,$$

$$v_{\text{сум}} = m_{\text{сум}} / \mu_{\text{сум}} \text{ або } v_{\text{сум}} = \sum_i v_i .$$

$$v_{N_2} = 0.595 / 28 = 0.0213 \text{ кмоль;}$$

$$v_{O_2} = 0.261 / 32 = 0.00816 \text{ кмоль;}$$

$$v_{CO_2} = 0.144 / 44 = 0.00327 \text{ кмоль;}$$

$$v_{\text{сум}} = 1 / 30.6 = 0.0327 \text{ кмоль;}$$

$$v_{\text{сум}} = 0.0213 + 0.00816 + 0.00327 = 0.0327 \text{ кмоль.}$$

3. Парціальний тиск i -го компонента розраховується за формулою

$$P_i = r_i \cdot P_1 .$$

$$\begin{aligned} P_{N_2} &= 0.65 \cdot 101.3 = 65.8 \text{ кПа}; \\ P_{O_2} &= 0.25 \cdot 101.3 = 25.3 \text{ кПа}; \\ P_{CO_2} &= 0.10 \cdot 101.3 = 10.1 \text{ кПа}. \end{aligned}$$

4. Питомі газові сталі компонент суміші та самої суміші розраховуються за формулами

$$R_i = R_o / \mu_i, \quad R_{\text{сум}} = R_o / \mu_{\text{сум}},$$

де $R_o = 8.314 \text{ кДж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К})$ - універсальна газова стала.

$$\begin{aligned} R_{N_2} &= 8.314/28 = 0.297 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \\ R_{O_2} &= 8.314/32 = 0.260 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \\ R_{CO_2} &= 8.314/44 = 0.189 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); \\ R_{\text{сум}} &= 8.314/30.6 = 0.272 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

5. Об'єм суміші V_1 отримуємо із рівняння стану суміші ідеальних газів,

$$V_1 = m_{\text{сум}} \cdot R_{\text{сум}} \cdot T_1 / P_1, \quad \text{де } T_1 = t_1 + 273, \text{ К.}$$

$$V_1 = 1 \cdot 0.272 \cdot (20 + 273) / 101.3 = 0.787 \text{ м}^3.$$

Парціальний об'єм i -ої компоненти дорівнює

$$V_i = r_i \cdot V_1 .$$

$$\begin{aligned} V_{N_2} &= 0.65 \cdot 0.787 = 0.512 \text{ м}^3; \\ V_{O_2} &= 0.25 \cdot 0.787 = 0.197 \text{ м}^3; \\ V_{CO_2} &= 0.10 \cdot 0.787 = 0.0787 \text{ м}^3. \end{aligned}$$

Густина суміші дорівнює

$$\rho_{\text{сум}} = m_{\text{сум}} / V_1.$$

$$\rho_{\text{сум}} = 1 / 0.787 = 1.27 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

6. Питома (масова) ізохорна теплоємність суміші дорівнює

$$c_{v \text{ сум}} = \sum_i g_i \cdot c_{v i},$$

де $c_{v i}$ - питомі (масові) ізохорні теплоємності відповідних компонент суміші, Дж/(кг·К) (значення $c_{v i}$ наведені в умовах задачі).

$$c_{v \text{ сум}} = 0.595 \cdot 0.743 + 0.261 \cdot 0.659 + 0.144 \cdot 0.651 = 0.708 \text{ кДж/(кг·К)}.$$

7. Питома (об'ємна) ізохорна теплоємність суміші дорівнює

$$c_{v' \text{ сум}} = \rho_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}},$$

$$c_{v' \text{ сум}} = 1.27 \cdot 0.708 = 0.899 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{К)}.$$

8. Питомі (кіломольні) ізохорні теплоємності компонент суміші та самої суміші розраховуються за формулами

$$c_{v \mu i} = c_{v i} \cdot \mu_i,$$

$$c_{v \mu \text{ сум}} = c_{v \text{ сум}} \cdot \mu_{\text{сум}}.$$

або

$$c_{v \mu \text{ сум}} = \sum_i r_i \cdot c_{v \mu i}.$$

$$c_{v \mu N_2} = 0.743 \cdot 28 = 20.8 \text{ кДж/(кмоль·К)};$$

$$c_{v \mu O_2} = 0.659 \cdot 32 = 21.1 \text{ кДж/(кмоль·К)};$$

$$c_{v \mu CO_2} = 0.651 \cdot 44 = 28.6 \text{ кДж/(кмоль·К)};$$

$$c_{v \mu \text{ сум}} = 0.708 \cdot 30.6 = 21.7 \text{ кДж/(кмоль·К)}.$$

$$c_{v \mu \text{ сум}} = 0.65 \cdot 20.8 + 0.25 \cdot 21.1 + 0.10 \cdot 28.6 = 21.7 \text{ кДж/(кмоль·К)}.$$

9. Питомі (масові) ізобарні теплоємності компонент суміші та самої суміші розраховуються за формулами

$$c_{p i} = c_{v i} + R_i,$$

$$c_{p \text{ сум}} = c_{v \text{ сум}} + R_{\text{сум}},$$

або

$$c_{p \text{ сум}} = \sum_i g_i \cdot c_{p i}.$$

$$c_{p N_2} = 0.743 + 0.297 = 1.040 \text{ кДж/(кг·К)};$$

$$c_{p O_2} = 0.659 + 0.260 = 0.919 \text{ кДж/(кг·К)};$$

$$c_{p CO_2} = 0.651 + 0.189 = 0.840 \text{ кДж/(кг·К)};$$

$$c_{p \text{ сум}} = 0.708 + 0.272 = 0.980 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$c_{p \text{ сум}} = 0.595 \cdot 1.040 + 0.261 \cdot 0.919 + 0.144 \cdot 0.840 = 0.980 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

10. Внутрішня енергія компонент суміші дорівнює (з урахуванням умови $U_{0 N_2} = U_{0 O_2} = U_{0 CO_2} = 0$)

$$U_i = U_{0i} + c_{vi} \cdot m_i \cdot (t_1 - t_0) = c_{vi} \cdot m_i \cdot (t_1 - t_0) .$$

$$U_{N_2} = 0.743 \cdot 0.595 \cdot (20-0) = 8.84 \text{ кДж};$$

$$U_{O_2} = 0.659 \cdot 0.261 \cdot (20-0) = 3.44 \text{ кДж};$$

$$U_{CO_2} = 0.651 \cdot 0.144 \cdot (20-0) = 1.87 \text{ кДж}.$$

11. Внутрішня енергія суміші дорівнює (з урахуванням співвідношення $U_0 = U_{0 N_2} + U_{0 O_2} + U_{0 CO_2}$)

$$U_I = U_0 + c_{v \text{ сум}} \cdot m_{\text{сум}} \cdot (t_1 - t_0) = c_{v \text{ сум}} \cdot m_{\text{сум}} \cdot (t_1 - t_0) ,$$

або

$$U_I = \sum_i U_i .$$

$$U_I = 0.708 \cdot 1 \cdot (20-0) = 14.2 \text{ кДж};$$

або

$$U_I = 8.84 + 3.44 + 1.87 = 14.2 \text{ кДж}.$$

12. Ентальпія i -ої компоненти суміші дорівнює

$$I_i = U_i + P_i \cdot V_i .$$

$$I_{N_2} = 8.84 + 101.3 \cdot 0.512 = 60.7 \text{ кДж};$$

$$I_{O_2} = 3.44 + 101.3 \cdot 0.197 = 23.4 \text{ кДж};$$

$$I_{CO_2} = 1.87 + 101.3 \cdot 0.0787 = 9.84 \text{ кДж}.$$

Ентальпія суміші дорівнює

$$I_I = \sum_i I_i$$

або

$$I_I = U_I + P_I \cdot V_I .$$

$$I_I = 60.7 + 23.4 + 9.84 = 93.9 \text{ кДж};$$

$$I_I = 14.2 + 101.3 \cdot 0.787 = 93.9 \text{ кДж}.$$

13. Показник адиабати i -ої компоненти дорівнює

$$k_i = c_{p i} / c_{v i} = (c_{v i} + R_i) / c_{v i} = 1 + R_i / c_{v i} .$$

$$k_{N_2} = 1 + 0.297 / 0.743 = 1.40 ;$$

$$k_{O_2} = 1 + 0.260 / 0.659 = 1.39 ;$$

$$k_{CO_2} = 1 + 0.189 / 0.651 = 1.29 .$$

Показник адиабати суміші дорівнює

$$k_{\text{сум}} = c_{p \text{ сум}} / c_{v \text{ сум}} = (c_{v \text{ сум}} + R_{\text{сум}}) / c_{v \text{ сум}} = 1 + R_{\text{сум}} / c_{v \text{ сум}}$$

або

$$k_{\text{сум}} = 1 + \frac{1}{\sum_i \frac{r_i}{k_i - 1}}$$

$$k_{\text{сум}} = 1 + 0.272 / 0.708 = 1.384 ;$$

або

$$k_{\text{сум}} = 1 + \frac{1}{\frac{0.65}{1.40 - 1} + \frac{0.25}{1.39 - 1} + \frac{0.10}{1.29 - 1}} = 1.384$$

Процеси.

Ізобарний процес ($P_2 = P_1$).

14. Кінцевий об'єм суміші розраховується за формулою

$$V_2 = V_1 \cdot T_2 / T_1 = V_1 \cdot (t_2 + 273) / (t_1 + 273) .$$

$$V_2 = 0.787 \cdot (300 + 273) / (20 + 273) = 1.539 \text{ м}^3 .$$

15. Кінцева внутрішня енергія суміші дорівнює

$$U_2 = U_0 + m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0) = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0) .$$

$$U_2 = 1 \cdot 0.708 \cdot (300 - 0) = 212.4 \text{ кДж} .$$

Зміна внутрішньої енергії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1$$

або

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1) .$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 212.4 - 14.2 = 198.2 \text{ кДж};$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.708 \cdot (300 - 20) = 198.2 \text{ кДж}.$$

16. Кінцева ентальпія суміші дорівнює

$$I_2 = U_2 + P_2 \cdot V_2 .$$

$$I_2 = 212.4 + 101.3 \cdot 1.539 = 368.3 \text{ кДж}.$$

Зміна ентальпії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = I_2 - I_1 ,$$

або

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{p \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1) .$$

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = 368.3 - 93.9 = 274.4 \text{ кДж};$$

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.980 \cdot (300 - 20) = 274.4 \text{ кДж}.$$

17. Робота, яку витрачено на розширення суміші, дорівнює

$$L = P_1 \cdot (V_2 - V_1) .$$

$$L = 101.3 \cdot (1.539 - 0.787) = 76.2 \text{ кДж}.$$

18. Теплота процесу

$$Q = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + L$$

або

$$Q = \Delta I_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{p \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1) .$$

$$Q = 198.2 + 76.2 = 274.4 \text{ кДж};$$

$$Q = 1 \cdot 0.980 \cdot (300 - 20) = 274.4 \text{ кДж}.$$

Ізотермічний процес ($t_2 = t_1$).

19. Кінцевий об'єм суміші розраховується за формулою

$$V_2 = V_1 \cdot P_1 / P_2 .$$

$$V_2 = 0.787 \cdot 101.3 / 400 = 0.1993 \text{ м}^3.$$

20. Кінцева внутрішня енергія суміші

$$U_2 = U_0 + m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0) = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0) .$$

$$U_2 = 1 \cdot 0.708 \cdot (20 - 0) = 14.2 \text{ кДж}.$$

Зміна внутрішньої енергії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1$$

або

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1) .$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 14.2 - 14.2 = 0 \text{ кДж}.$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.708 \cdot (20 - 20) = 0 \text{ кДж}.$$

21. Кінцева ентальпія суміші дорівнює

$$I_2 = U_2 + P_2 \cdot V_2 .$$

$$I_2 = 14.2 + 400 \cdot 0.1993 = 93.9 \text{ кДж}.$$

Зміна ентальпії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = I_2 - I_1 ,$$

або

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{p \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1) .$$

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = 93.6 - 93.6 = 0 \text{ кДж}.$$

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.980 \cdot (20 - 20) = 0 \text{ кДж}.$$

22. Робота, яку витрачено на розширення суміші, дорівнює

$$L = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln(V_2/V_1) = P_1 \cdot V_1 \cdot \ln(P_1/P_2) .$$

$$L = 101.3 \cdot 0.787 \cdot \ln(101.3/400) = - 109.5 \text{ кДж}.$$

23. Теплота процесу

$$Q = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + L = L .$$

$$Q = - 109.5 \text{ кДж}.$$

Ізохорний процес ($V_2 = V_1$).

24. Кінцева температура суміші розраховується за формулою

$$T_2 = T_1 \cdot P_2 / P_1, \text{ К}; \quad t_2 = T_2 - 273, \text{ }^\circ\text{С}.$$

$$T_2 = (20 + 273) \cdot 400 / 101.3 = 1157 \text{ К}; \quad t_2 = 1157 - 273 = 884 \text{ }^\circ\text{С}.$$

25. Кінцева внутрішня енергія суміші

$$U_2 = U_0 + m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0) = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0).$$

$$U_2 = 1 \cdot 0.708 \cdot (884 - 0) = 625.9 \text{ кДж}.$$

Зміна внутрішньої енергії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1$$

або

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1).$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 625.9 - 14.2 = 611.7 \text{ кДж};$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.708 \cdot (884 - 20) = 611.7 \text{ кДж}.$$

26. Кінцева ентальпія суміші дорівнює

$$I_2 = U_2 + P_2 \cdot V_2.$$

$$I_2 = 625.9 + 400 \cdot 0.787 = 940.7 \text{ кДж}.$$

Зміна ентальпії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = I_2 - I_1,$$

або

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{p \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1).$$

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = 940.7 - 93.9 = 846.8 \text{ кДж};$$

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.980 \cdot (884 - 20) = 846.7 \text{ кДж}.$$

27. Робота, яку витрачено на розширення суміші, дорівнює

$$L = 0, \text{ кДж}.$$

28. Теплота процесу

$$Q = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + L = \Delta U_{1 \rightarrow 2},$$

тобто

$$Q = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1).$$

$$Q = 1 \cdot 0.708 \cdot (884 - 20) = 611.7 \text{ кДж.}$$

Адіабатний процес ($Q = 0$).

29. Кінцевий об'єм суміші розраховується за формулою

$$V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{k_{\text{сум}}}}.$$

$$V_2 = 0.787 \cdot \left(\frac{101.3}{400} \right)^{\frac{1}{1.384}} = 0.292 \text{ м}^3.$$

30. Кінцева температура суміші розраховується за формулою

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k_{\text{сум}} - 1}{k_{\text{сум}}}}, \text{ К; } t_2 = T_2 - 273, ^\circ\text{C}.$$

$$T_2 = (20 + 273) \cdot \left(\frac{400}{101.3} \right)^{\frac{1.384 - 1}{1.384}} = 429 \text{ К, } t_2 = 429 - 273 = 156, ^\circ\text{C}.$$

31. Кінцева внутрішня енергія суміші

$$U_2 = U_0 + m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0) = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0).$$

$$U_2 = 1 \cdot 0.708 \cdot (156 - 0) = 110.4 \text{ кДж.}$$

Зміна внутрішньої енергії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1$$

або

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1).$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 110.4 - 14.2 = 96.2 \text{ кДж};$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.708 \cdot (156 - 20) = 96.3 \text{ кДж}.$$

32. Кінцева ентальпія суміші дорівнює

$$I_2 = U_2 + P_2 \cdot V_2 .$$

$$I_2 = 110.4 + 400 \cdot 0.292 = 227.2 \text{ кДж}.$$

Зміна ентальпії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = I_2 - I_1 ,$$

або

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{p \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1) .$$

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = 227.2 - 93.9 = 133.3 \text{ кДж};$$

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.980 \cdot (156 - 20) = 133.3 \text{ кДж}.$$

33. Робота, яку витрачено на розширення суміші, дорівнює

$$L = \frac{P_1 \cdot V_1}{k_{\text{сум}} - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k_{\text{сум}} - 1}{k_{\text{сум}}}} \right] = \frac{P_1 \cdot V_1 - P_2 \cdot V_2}{k_{\text{сум}} - 1} ,$$

або

$$L = - \Delta U_{1 \rightarrow 2} .$$

$$L = \frac{101.3 \cdot 0.787}{1.384 - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{400}{101.3} \right)^{\frac{1.384 - 1}{1.384}} \right] = -96.3 \text{ кДж}.$$

$$L = \frac{101.3 \cdot 0.787 - 400 \cdot 0.292}{1.384 - 1} = -96.6 \text{ кДж}.$$

$$L = - \Delta U_{1 \rightarrow 2} = -96.3 \text{ кДж}.$$

34. Теплота процесу

$$Q = 0, \text{ кДж}.$$

Політропний процес.

35. Кінцевий об'єм суміші розраховується за формулою

$$V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$V_2 = 0.787 \cdot \left(\frac{101.3}{400} \right)^{\frac{1}{1.55}} = 0.324 \text{ м}^3.$$

36. Кінцева температура суміші розраховується за формулою

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}, \text{ К}; \quad t_2 = T_2 - 273, ^\circ\text{C}.$$

$$T_2 = (20 + 273) \cdot \left(\frac{400}{101.3} \right)^{\frac{1.55-1}{1.55}} = 477 \text{ К}, \quad t_2 = 477 - 273 = 204, ^\circ\text{C}.$$

37. Кінцева внутрішня енергія суміші

$$U_2 = U_0 + m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0) = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_0).$$

$$U_2 = 1 \cdot 0.708 \cdot (204 - 0) = 144.4 \text{ кДж}.$$

Зміна внутрішньої енергії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1$$

або

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{v \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1).$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 144.4 - 14.2 = 130.2 \text{ кДж};$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.708 \cdot (204 - 20) = 130.3 \text{ кДж}.$$

38. Кінцева ентальпія суміші дорівнює

$$I_2 = U_2 + P_2 \cdot V_2.$$

$$I_2 = 144.4 + 400 \cdot 0.324 = 274.0 \text{ кДж}.$$

Зміна ентальпії суміші у процесі дорівнює

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = I_2 - I_1,$$

або

$$\Delta I_{1 \rightarrow 2} = m_{\text{сум}} \cdot c_{p \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1).$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 274.0 - 93.9 = 180.1 \text{ кДж};$$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 1 \cdot 0.980 \cdot (204 - 20) = 180.3 \text{ кДж}.$$

39. Робота, яку витрачено на розширення суміші, дорівнює

$$L = \frac{P_1 \cdot V_1}{n-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \frac{P_1 \cdot V_1 - P_2 \cdot V_2}{n-1},$$

$$L = \frac{101.3 \cdot 0.787}{1.55 - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{400}{101.3} \right)^{\frac{1.55-1}{1.55}} \right] = -91.0 \text{ кДж}.$$

$$L = \frac{101.3 \cdot 0.787 - 400 \cdot 0.324}{1.55 - 1} = -90.7 \text{ кДж}.$$

40. Теплота процесу

$$Q = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + L,$$

або

$$Q = m_{\text{сум}} \cdot c_{n \text{ сум}} \cdot (t_2 - t_1).$$

де

$$c_{n \text{ сум}} = c_{v \text{ сум}} \cdot (n-k)/(n-1)$$

- питома (масова) теплоємність суміші у політропному процесі.

$$Q = 130.2 + (-91.0) = 39.2 \text{ кДж}.$$

$$c_{n \text{ сум}} = 0.708 \cdot (1.55 - 1.384)/(1.55 - 1) = 0.214 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$Q = 1 \cdot 0.214 \cdot (204 - 20) = 39.4 \text{ кДж}.$$

Результати доцільно оформити у вигляді двох таблиць. Дивися заповнені таблиці 7 та 8 (в них початкові дані виділено жирним шрифтом, а загальні початкові дані ще й підкреслено).

Таблиця 7 – Параметри початкового стану суміші.

nn	Величина	N_2	O_2	CO_2	Суміш
1	Об'ємні частки, %	65	25	10	100
2	Масові частки, %	59.5	26.1	14.4	100
3	Молярні частки, %	65	25	10	100
4	Парціальні тиски, кПа	65.8	25.3	10.1	<u>101.3</u>
5	Парціальні об'єми, м ³	0.512	0.197	0.079	0.787
6	Масовий склад суміші, кг.	0.595	0.261	0.144	<u>1.000</u>

7	Молярний склад суміші, моль	21.3	8.16	3.27	32.7
8	Густину суміші, кг/м ³	-	-	-	1.27
9	Молярна маса, кг/кмоль	28	32	44	30.6
10	Питома газова стала, кДж/(кг·К).	0.297	0.260	0.189	0.272
11	Питома масова ізохорна теплоємність, кДж/(кг·К).	0.743	0.659	0.651	0.708
12	Питома об'ємна ізохорна теплоємність суміші, кДж/(м ³ ·К).	-	-	-	0.899
13	Питома молярна ізохорна теплоємність, кДж/(кмоль·К).	20.8	21.1	28.6	21.7
14	Питома масова ізобарна теплоємність, кДж/(кг·К).	1.040	0.919	0.840	0.980
15	Внутрішня енергія при 20 °С, кДж	8.84	3.44	1.87	14.2
16	Ентальпія при 20 °С, кДж	60.7	23.4	9.84	93.6
17	Показник адіабати	1.4	1.39	1.29	1.384

Таблиця 8 - Параметри термодинамічних процесів газу

nn	Початкові параметри стану.	Чисельне значення параметру.				
1	Температура, °С.	20				
2	Тиск, кПа	101.3				
3	Об'єм, м ³	0.787 (nn. 5 таблиці 7)				
4	Внутрішня енергія, кДж.	14.2 (nn. 15 таблиці 7)				
5	Ентальпія, кДж	93.9 (nn. 16 таблиці 7)				
nn	Кінцеві параметри стану	Процес				
		ізобарний	ізотермічний	ізохорний	адіабатний	політропний
1	Температура, °С	300	20	884	156	204
2	Тиск, кПа	101.3	400	400	400	400
3	Об'єм, м ³	1.539	0.1993	0.787	0.292	0.324
4	Внутрішня енергія, кДж	212.4	14.2	625.9	110.4	144.4
5	Зміна внутр. енергії, кДж	198.2	0	611.7	96.3	130.2
6	Ентальпія, кДж	368.3	93.9	940.7	227.2	274.0
7	Зміна ентальпії, кДж	274.4	0	846.4	133.3	180.2
8	Робота процесу, кДж	76.2	-109.5	0	-96.3	-91.0
9	Теплота процесу, кДж	274.4	-109.5	611.7	0	39.3
10	Показник політропи	0	1	∞	1.384	1.55

Задача 2.

Докладний розбір питання можна подивитись у підручниках з технічної термодинаміки (дивіться наприклад [1, 3 - 7]).

Для опису стану речовини можна користуватися будь-якою парою термодинамічних параметрів. Ми будемо використовувати *i-s*-діаграму, бо вона зручна при обчисленні енергетичних величин (теплоти та роботи). На рисунку 19 приведено її схематичне зображення у випадку водяної пари.

Сама діаграма наведена у додатку 3 (вона зберігається у файлі `diagramma_sostoyaniy_vody_i_vodyanogo_para.pdf`).

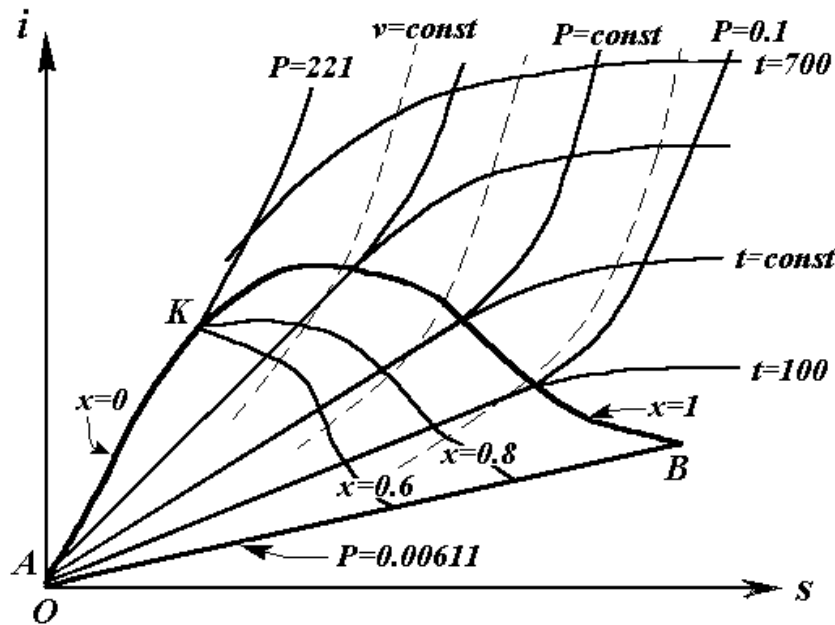


Рисунок 19 - Схематичне зображення i - s -діаграми водяної пари.
 Значення тиску P наводиться у барах, температури t – у градусах Цельсія, ступеня сухості x - у долях.

Опишемо основні особливості цієї діаграми. Критична точка K розміщена лівіше максимуму пограничної кривої AKB . Нижня погранична крива відповідає лінії AK . Верхня погранична крива KB закінчується у точці B . На діаграмі нанесено ізобару OB ($P = 0.00611$ бар), яка відповідає тиску у потрійній точці. Область нижче відповідає двофазній суміші "пара - льод".

Лінія KB відповідає стану сухої насиченої пари ($x=1$). Вона відокремлює області вологої насиченої від області перегрітої пари.

Область, обмежена ізобарою OB та пограничною кривою OKB - область вологої насиченої пари. У цій області ізобароізотерми є прямими лініями, які втялом розбігаються від точки O до верхньої пограничної кривої. Це пов'язано саме із ізобароізотермічністю процесу пароутворення.

У області перегрітої пари, що розташована над верхньою пограничною кривою KB , ізобари підіймаються угору із опуклістю додолу. Ізотерми у цій області підіймаються угору із опуклістю угору. При цьому по мірі відходу від верхньої пограничної кривої вони асимптотично наближаються до горизонтальних ліній, що відповідає поведженню ідеального газу, ентальпія якого визначається температурою.

На діаграму також нанесено сітку ізохор ($v=const$) - пунктирні лінії на рисунку 19. Вони підіймаються угору більш круто, ніж лінії ізобар. В області вологої насиченої пари наноситься також сітка ліній постійного ступеня сухості пари ($x=const$), які сходяться у критичній точці K .

Розглянемо загальні засади розрахунку процесів зміни стану пари з використанням i - s -діаграми стану

Спочатку за заданими даними на діаграмі будується графік процесу. У ході побудови, знаходячи ізокриві, що проходять крізь задані точки, визначаємо чисельні значення параметрів пари у початковому та кінцевому станах.

В будь-якій точці одразу ж можна прочитати значення наступних термодинамічних параметрів: питомої ентальпії i , питомої ентропії s , питомого об'єму v , тиску P , температури t , а в області вологої насиченої пари ще і ступеня сухості пари x .

Знаючи питому ентальпію, тиск та питомий об'єм, можна за загальною формулою обчислити питому внутрішню енергію у довільному стані

$$u = i - P v . \quad (1)$$

Формула (1) дозволяє визначити зміну внутрішньої енергії пари у будь-якому процесі $n \rightarrow k$:

$$\Delta u_{n \rightarrow k} = u_k - u_n = i_k - i_n - (P_k v_k - P_n v_n) ,$$

Питома робота може бути розрахована на основі першого закону термодинаміки

$$l_{n \rightarrow k} = q_{n \rightarrow k} - \Delta u_{n \rightarrow k}$$

де $q_{n \rightarrow k}$ - питома теплота процесу.

Теплоти процесів визначаються по відповідним формулам (дивися таблицю 9)

Таблиця 9- Зв'язок енергетичних параметрів у процесах

Процес $n \rightarrow k$	Зміна внутрішньої енергії, $\Delta u_{n \rightarrow k}$	Теплота $q_{n \rightarrow k}$	Робота $l_{n \rightarrow k}$
Ізотермічний $T = T_n = T_k = const$	$i_k - i_n - (P_k v_k - P_n v_n)$	$T (s_k - s_n)$	$q_{n \rightarrow k} - \Delta u_{n \rightarrow k}$
Ізобарний $P = P_n = P_k = const$	$i_k - i_n - P (v_k - v_n)$	$i_k - i_n$	$P (v_k - v_n)$, або $q_{n \rightarrow k} - \Delta u_{n \rightarrow k}$

Перейдемо безпосередньо до викладення методики використання i - s -діаграми водяної пари (остання є в додатках). Розрахунки будемо демонструвати на прикладі процесів, що розпочиналися із початкового стану з тиском $P_1 = 1.5 \text{ МПа} = 1500 \text{ кПа}$ і ступенем сухості $x_1 = 0.94$, в ході яких до водяної пари підводилося $q = 490 \text{ кДж/кг}$ тепла.

Порядок визначення параметрів початкового стану

Розрахунки всіх процесів починаються з визначення параметрів початкового стану системи. Для цього необхідно знайти точку на i - s -діаграмі, яка відповідає початковому стану (дивися, наприклад, точку I на рисунку 20). В нашій задачі початкова точка I визначається перетином ізобари $P = P_I$ із лінією постійного ступеня сухості $x = x_I$. Порядок дії викладено далі.

1. Визначити точку, яка відповідає початковому стану на діаграмі. Для цього:

- 1.1. визначити лінію, яка є ізобарою $P = P_I$ ($P_I = 1500$ кПа);
- 1.2. визначити лінію постійного ступеня сухості $x = x_I$ ($x_I = 0.94$).

Точка перетину цих двох ліній і буде точкою I , що відповідає початковому стану системи.

2. Визначити значення термодинамічних параметрів (які прямо нанесені на сітку діаграми) у початковому стані I . Для цього необхідно визначити ізолінії, які перетинають точку I , тобто треба:

- 2.1. для визначення питомого об'єму знайти, яка ізохора перетинає точку I (об'єм, що відповідає цій ізохорі, і буде давати v_I ($v_I = 0.13$ м³/кг);
- 2.2. для визначення температури знайти, яка ізотерма перетинає точку I (температура, що відповідає цій ізотермі, і буде давати t_I ($t_I = 200^\circ\text{C}$));
- 2.3. для визначення питомої ентропії знайти, яка лінія постійної ентропії (ізоентропа) перетинає точку I (для цього необхідно через точку I провести перпендикуляр до вісі ентропій; значення питомої ентропії на цьому перпендикулярі і буде давати s_I ($s_I = 6.20$ кДж/(кг·К)));
- 2.4. для визначення питомої ентальпії знайти, яка лінія постійної ентальпії (ізоентальпа) перетинає точку I (для цього необхідно через точку I провести перпендикуляр до вісі ентальпій; значення питомої ентальпії на цьому перпендикулярі і буде давати i_I ($i_I = 2680$ кДж/кг)).

3. Розрахувати значення питомої внутрішньої енергії у стані I (для чого скористатися загальним термодинамічним співвідношенням (1))

$$u_I = i_I - P_I v_I. \quad (u_I = 2680 - 1500 \cdot 0.13 = 2485 \text{ кДж/кг})$$

Порядок визначення параметрів ізотермічного процесу.

Графічним зображенням ізотермічного процесу є лінія $1 \rightarrow 2$ (дивіться рисунок 20).

Нехай кінцева точка 2 ізотермічного процесу задається кількістю наданого тепла. Тоді вона розташована на перетині ізотерми $t = t_I$ із

ізоентропою $s = s_2$. Кінцеве значення питомої ентропії (s_2) розраховується із зв'язку питомої теплоти q , що надається тілу в ізотермічному процесі, із зміною ентропії –

$$q = T \cdot (s_2 - s_1) \Rightarrow s_2 = s_1 + q/T_1.$$

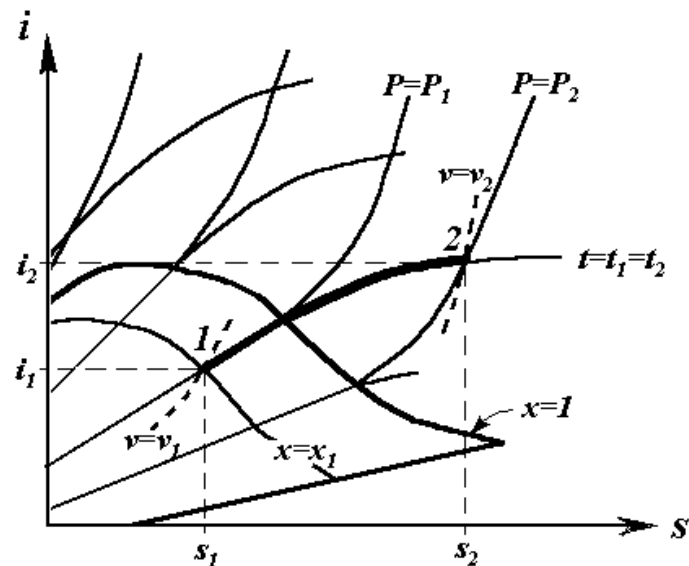


Рисунок 20 - Схематичне зображення ізотермічного процесу на i - s -діаграмі

У зв'язку з сказаним розрахунок йде по наступній схемі.

4. Визначити кінцеву точку ізотермічного процесу. Для цього:
 - 4.4. розрахувати ентропію кінцевого стану ізотермічного процесу

$$s_2 = s_1 + q/T_1 = s_1 + q/(t_1 + 273);$$

$$(s_2 = 6.20 + 490/(200 + 273) = 7.24 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}))$$

- 4.5. знайти лінію, яка є ізоентропою $s = s_2$ (це вертикаль, що перетинає вісь ентропій у точці s_2 ($s_2 = 7.24 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$);
- 4.6. знайти точку перетину ізоентропи $s = s_2$ з ізотермою $t = t_2$ ($t_2 = t_1 = 200 \text{ }^\circ\text{C}$); це і є кінцева точка **2**.
5. Дотримуючись методики пункту **2**, визначити у точці **2** значення термодинамічних параметрів, які безпосередньо нанесено на діаграму:
 - 5.4. для визначення питомого об'єму знайти, яка ізохора перетинає точку **2** (об'єм, що відповідає цій ізохорі, і буде давати v_2 ($v_2 = 0.60 \text{ м}^3/\text{кг}$);
 - 5.5. для визначення тиску знайти, яка ізобара перетинає точку **2** (тиск, що відповідає цій ізобарі, і буде давати P_2 ($P_2 = 370 \text{ кПа}$);

- 5.6. для визначення питомої ентальпії знайти, яка лінія постійної ентальпії (ізоентальпа) перетинає точку **2** (для цього необхідно через точку **2** провести перпендикуляр до вісі ентальпій; значення питомої ентальпії на цьому перпендикулярі і буде давати i_2 ($i_2 = 2865$ кДж/кг)).
6. Розрахувати значення питомої внутрішньої енергії у стані **2** (для чого скористатися загальним термодинамічним співвідношенням (1))

$$u_2 = i_2 - P_2 v_{2..} \quad (u_2 = 2865 - 370 \cdot 0.60 = 2640 \text{ кДж/кг})$$

7. Розрахувати значення енергетичних параметрів у процесі:
7.4. зміна внутрішньої енергії дорівнює

$$\Delta u_{1 \rightarrow 2} = u_2 - u_1 \quad (\Delta u_{1 \rightarrow 2} = 2640 - 2485 = 155 \text{ кДж/кг});$$

- 7.2. зміна ентальпії дорівнює

$$\Delta i_{1 \rightarrow 2} = i_2 - i_1 \quad (\Delta i_{1 \rightarrow 2} = 2865 - 2680 = 185 \text{ кДж/кг});$$

- 7.3. зміна ентропії дорівнює

$$\Delta s_{1 \rightarrow 2} = s_2 - s_1 \quad (\Delta s_{1 \rightarrow 2} = 7.24 - 6.20 = 1.04 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)});$$

- 7.4. робота поширення дорівнює

$$l_{1 \rightarrow 2} = q_{1 \rightarrow 2} - \Delta u_{1 \rightarrow 2} \quad (l_{1 \rightarrow 2} = 490 - 155 = 335 \text{ кДж/кг}) .$$

Порядок визначення параметрів ізобарного процесу.

Графічним зображенням ізобарного процесу є лінія **1→3** (дивіться рисунок 21).

$$u_3 = i_3 - P_3 v_{3.} \quad (u_3 = 3170 - 1500 \cdot 0.20 = 2870 \text{ кДж/кг})$$

11. Розрахувати значення енергетичних параметрів у процесі:

11.4. зміна внутрішньої енергії дорівнює

$$\Delta u_{1 \rightarrow 3} = u_3 - u_1 \quad (\Delta u_{1 \rightarrow 3} = 2870 - 2485 = 385 \text{ кДж/кг});$$

11.2. зміна ентальпії дорівнює

$$\Delta i_{1 \rightarrow 3} = i_3 - i_1 = q \quad (\Delta i_{1 \rightarrow 3} = 3170 - 2680 = 490 \text{ кДж/кг});$$

11.3. зміна ентропії дорівнює

$$\Delta s_{1 \rightarrow 3} = s_3 - s_1 \quad (\Delta s_{1 \rightarrow 3} = 7.15 - 6.20 = 0.95 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)});$$

11.4. робота поширення дорівнює

$$l_{1 \rightarrow 3} = q_{1 \rightarrow 3} - \Delta u_{1 \rightarrow 3} \quad (l_{1 \rightarrow 3} = 490 - 385 = 105 \text{ кДж/кг}),$$

що у даному випадку повинно збігатися з

$$l_{1 \rightarrow 3} = P_1 (v_3 - v_1) \quad (l_{1 \rightarrow 3} = 1500 \cdot (0.20 - 0.13) = 105 \text{ кДж/кг}).$$

Результати доцільно оформити у вигляді двох таблиць. Дивися заповнені таблиці 10 та 11 (в яких початкові дані виділено жирним шрифтом).

Таблиця 10 - Параметри стану водяної пари

№ стану	Термодинамічний параметр						
	Ступінь сухості, x	Тиск P , кПа	Питомий об'єм, v , м ³ /кг	Температура t , °С	Питома ентальпія i , кДж/кг	Питома ентропія, s , $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$	Питома внутрішня енергія, u , кДж/кг
1	0.94	1500	0.13	200	2680	6.20	2485
2	-	370	0.60	200	2865	7.24	2640
3	-	1500	0.20	360	3170	7.15	2870

Таблиця 11 – Зміни енергетичних величин у процесах водяної пари.

Зміна величини у процесі	
--------------------------	--

Напрямок процесу	Зміна питомої внутрішньої енергії Δu , кДж/кг	Зміна питомої ентальпії Δi , кДж/кг	Зміна питомої ентропії Δs , $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$	Питома робота l , кДж/кг
$1 \rightarrow 2$	155	185	1.04	335
$1 \rightarrow 3$	385	490	0.95	105

Задача 3.

Для рішення задачі необхідно вивчити матеріал, що викладено у 3.4 та 1.9 в книзі [2], або в главі 7 (3, 4) та главах 2 (3), 3, 4 (2, 3, 5) у підручнику [5].

Час утворення вибухонебезпечної концентрації визначається співвідношенням

$$\tau = \frac{M_1}{G_1},$$

де M_1 - маса горючого газу в приміщенні при концентрації, що дорівнює нижній концентраційній межі запалення (НКМЗ), кг; G_1 - масовий видаток горючого газу крізь отвір у трубопроводі, кг/с.

Із рівняння стану горючого газу, який знаходиться в суміші у приміщенні, виходить, що

$$M_1 = \frac{P r_1 V}{R_1 T}.$$

Тут P , V , T - відповідно, тиск, об'єм і температура (по абсолютній шкалі температур) суміші (дані за умовами); r_1 - значення НКМЗ горючого газу в об'ємних частках (додаток А); $R_1 = 8314/\mu_1$ - питома газова стала горючого газу, Дж/(кг К); μ_1 - молярна маса горючого газу (додаток А), кг/кмоль.

Формула, що задає видаток газу, визначається співвідношенням між безрозмірним параметром

$$\beta = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (2)$$

(де k - показник адіабати газу, який витікає, (додаток А)) і відношенням тиску газу в приміщенні та в трубопроводі. Так, якщо $P/P_1 > \beta$, то

$$G_1 = \xi \cdot f \cdot P_1 \cdot \sqrt{\frac{2k}{(k-1)R_1 T_1} \left[\left(\frac{P}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad (3)$$

а при $P/P_1 < \beta$

$$G_1 = \xi \cdot f \cdot P_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{k}{R_1 T_1}}. \quad (4)$$

Порядок вирішення задачі 3 буде продемонстровано у випадку, коли об'єм приміщення компресорної станції складає $V = 2000 \text{ м}^3$, тиск у трубопроводі - $P_1 = 0.5 \text{ МПа} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$, газ у трубопроводі – метан, його температура у трубопроводі $t_1 = 17 \text{ }^\circ\text{C}$, площа отвору - $f = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

1. З'ясуємо з дозвуковою чи звуковою швидкістю буде витікати газ.

1.1. За формулою (2) розрахуємо параметр β .

$$\beta = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{2}{1.3+1} \right)^{\frac{1.3}{1.3-1}} = 0.546.$$

1.2 Знайдемо відношення тисків P/P_1 .

$$P/P_1 = 1 \cdot 10^5 / (5 \cdot 10^5) = 0.2$$

1.3 Порівнюючи β та відношення P/P_1 . визначимо режим витікання.

$$P/P_1 = 0.2 < \beta = 0.546 \Rightarrow$$

швидкість витікання звукова, що для даного видатку задає формулу(4).

2. Визначимо питому газову сталу горючого газу.

$$R_1 = 8314/\mu_1 = 8314/16 = 520 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K}),$$

де μ_1 - молекулярна маса горючого газу (з додатку А у метану $\mu_1 = 16 \text{ кг/кмоль}$).

3. Розрахуйте секундний видаток газу (за формулою (3), або (4)).

З пункту 1 витікає, що треба скористатися формулою (4).

$$G_1 = \xi \cdot f \cdot P_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{k}{R_1 T_1}} =$$

$$= 0.7 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^5 \sqrt{\left(\frac{2}{1.3+1}\right)^{\frac{1.3+1}{1.3-1}} \frac{1.3}{520 \cdot (17+273)}} = 0.120 \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

4. З додатку А випишемо значення НКМЗ горючого газу.

$$r_1 = 0.05.$$

5. Розрахуємо масу газу в приміщенні при НКМЗ.

$$M_1 = \frac{P \cdot r_1 \cdot V}{R_1 \cdot T} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 0.05 \cdot 2000}{520 \cdot (20+273)} = 65.6 \text{ кг}.$$

6. Розрахуємо час утворення вибухонебезпечної концентрації.

$$\tau = \frac{M_1}{G_1} = \frac{65.6}{0.12} = 547 \text{ с} = 9.1 \text{ хв}.$$

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА №2 (РР-2)

ЗАВДАННЯ

Задача 1. Стационарна теплопередача крізь плоску стіну

При тривалій пожежі у підвальному приміщенні встановилася стаціонарна температура середовища t_f' , а у приміщенні з боку першого поверху – температура $t_f'' = 20^\circ\text{C}$ (дивись рисунок 22). Відповідно до даних експерименту, температурні залежності коефіцієнтів тепловіддачі від газового середовища підвалу до перекриття (α_1) та від поверхні перекриття до повітря приміщень першого поверху (α_2) мають вигляд:

$$\alpha_1 = 11.63 \cdot \exp(0.0023 \cdot t_f'), \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}; \quad (1)$$

$$\alpha_2 = 4.07 \cdot \sqrt[3]{|t_{\text{пов}} - t_f''|}, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}, \quad \text{при } |t_{\text{пов}} - t_f''| \leq 60^\circ\text{C}; \quad (2)$$

$$\alpha_2 = 11.63 \cdot \exp(0.0023 \cdot t_{\text{пов}}), \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}, \quad \text{при } (t_{\text{пов}} - t_f'') > 60^\circ\text{C}, \quad (3)$$

де $t_{\text{пов}}$ - температура підлоги з боку першого поверху, $^\circ\text{C}$.

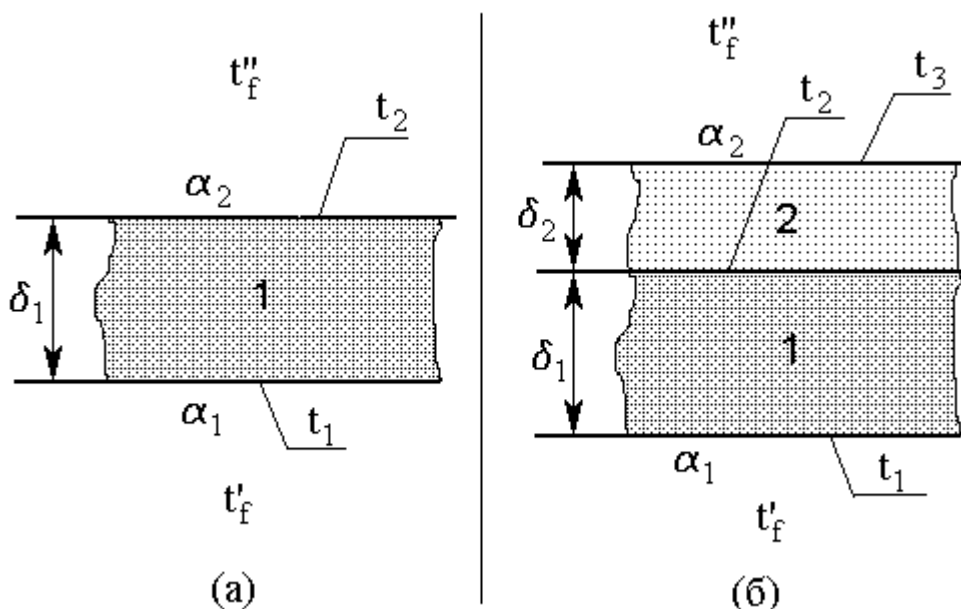


Рисунок 22 – Схема теплопередачі від підвалу до приміщень 1-го поверху:
а) крізь перекриття без настилу; б) крізь перекриття з настилом.

Визначити температуру на поверхні перекриття з боку першого поверху, якщо плита перекриття має товщину δ_1 і зроблена з піщаного бетону з коефіцієнтом теплопровідності

$$\lambda_1 = 1.05 - 5.8 \cdot 10^{-4} \cdot t_{\text{сер}}, \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}, \quad (4)$$

де $t_{\text{сер}} = (t_1 + t_2)/2$, а t_1 та t_2 – температури перекриття з боку підвалу та першого поверху, °С, відповідно. Як зміниться температура на поверхні перекриття, якщо з боку першого поверху на бетон настелити дошки товщиною δ_2 . Коефіцієнт теплопровідності деревини уперек волокон $\lambda_2 = 0,168 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$. Визначити також температуру t_3 на зовнішній поверхні дощатої підлоги.

Вихідні дані (t_f' , δ_1 , δ_2) наведено у таблиці 12. Знаючи, що температура піролізу деревини становить $t_{\text{п}} = 200^\circ\text{С}$, зробити висновок щодо можливості загоряння настилу.

Таблиця 12- Варіанти даних до задачі 1 з РР-2

Остання цифра шифру	t_f' , °С	Передостання цифра шифру	δ_1 , см	δ_2 , см
1	300	1	16	2
2	400	2	18	3
3	500	3	20	4
4	600	4	22	5
5	700	5	24	4
6	350	6	17	3
7	450	7	19	2
8	550	8	21	3
9	650	9	23	4
0	750	0	25	5

Задача 2. Конвекційний теплообмін. Теплопередача.

Рукавна лінія діаметром d поперечно обдувається повітрям зі швидкістю $w_{\text{п}}$. Температура повітря $t_{\text{п}}$. По рукавній лінії зі швидкістю $w_{\text{в}}$ рухається вода, температура якої на вході до рукавної лінії $t_{\text{вп}}$. Розрахувати максимальну довжину рукавної лінії зі умови, щоб температура на виході з рукавної лінії була $t_{\text{вк}} = 1^\circ\text{С}$. Товщина стінки рукавної лінії $b = 2 \text{ мм}$, еквівалентний коефіцієнт теплопровідності матеріалу рукава прийняти $\lambda = 0.12 \text{ Вт}/(\text{м К})$.

Вихідні дані наведені в таблиці 13.

Таблиця 13 - Варіанти даних до задачі 2 з РР-2

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$w_{\text{п}}$, м/с	10	8	6	4	2	1	3	5	7	9

$t_{п}, ^\circ\text{C}$	-40	-30	-20	-10	-20	-30	-40	-30	-20	-10
Перед-остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$w_{в}, \text{м/с}$	1,1	2,1	1,6	1,5	4,2	3,2	2,4	2,1	1,6	1,0
$t_{вп}, ^\circ\text{C}$	6	5	4	3	4	5	6	5	4	3
$d, \text{мм}$	66	77	89	66	77	89	66	77	89	66

Задача 3. Теплообмін випромінюванням.

Визначити мінімальну відстань, що забезпечує безпеку об'єкта, сусіднього з тим, що горить, при наступних вихідних даних: проекція факела полум'я об'єкта, що горить, має прямокутну форму розміром $d \cdot h$, його температура t_1 , ступінь чорноти ϵ_1 ; на поверхні об'єкта, що не горить: значення допустимої температури t_2 , значення допустимої густини теплового потоку (критичної густини потоку) $q_{кр}$, ступінь чорноти поверхні ϵ_2 . Коефіцієнт безпеки прийняти рівним β .

З'ясуйте безпечну відстань від факела для особового складу, що працює на пожежі без засобів захисту від теплового впливу за умови: а) короткочасного перебування; б) тривалої роботи. При короткочасному тепловому впливі для шкіри людини $q_{кр.к} = 1120 \text{ Вт/м}^2$. При тривалому - $q_{кр.т} = 560 \text{ Вт/м}^2$. Температуру і ступінь чорноти шкіри людини прийняти $t_2 = 37^\circ\text{C}$ і $\epsilon_2 = 0,95$, відповідно. Прийняти коефіцієнт безпеки $\beta = 1$.

При рішенні задачі враховувати тільки теплообмін випромінюванням. Вихідні дані наведені в таблиці 14.

Таблиця 14 - Варіанти даних до задачі 3 з РР-2

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d, \text{м}$	8	10	12	14	16	15	13	11	9	7
$h, \text{м}$	12	15	16	21	20	25	17	14	12	14
$t_1, ^\circ\text{C}$	1050	1100	1150	1200	1230	1260	1300	1330	1360	1400
ϵ_1	0,8	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,35	0,3
Перед-остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t_2, ^\circ\text{C}$	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440
ϵ_2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95
$q_{кр} \cdot 10^{-3}, \text{Вт/м}^2$	20	18	16	14	12	11	13	15	17	19
β	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1

Задача 4. Нестационарна теплопровідність. Стационарні граничні умови 3 роду.

Залізобетонна плита перекриття завтовшки b обігривається з одного боку середовищем з температурою t_f протягом τ хвилин. Коефіцієнт теплообміну плити з середовищем на поверхні, що обігривається,

$$\alpha = 11,63 \cdot \exp(0,0023 \cdot t_f), \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Початкова температура перекриття становить $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Коефіцієнт теплопровідності залізобетону $\lambda = 1,2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, коефіцієнт температуропроводності $a = 5,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$.

Розрахуйте температуру на відстані s від поверхні, що обігривається: а) приймаючи перекриття за необмежену пластину, протилежна сторона якої теплоізолювана; б) розглядаючи перекриття як полуобмежене тіло.

Вихідні дані наведені в таблиці 15.

Таблиця 15 - Варіанти даних до задачі 4 з РР-2

Остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b , см	18	20	22	24	25	18	20	22	24	25
s , см	2	3	4	5	7	9	10	11	8	6
Перед-остання цифра шифру	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_f , $^\circ\text{C}$	800	850	900	950	1000	1050	1100	1150	1200	1250
τ , хв	70	60	50	40	45	55	65	60	50	40

ВКАЗІВКИ ДО РІШЕННЯ ЗАДАЧ РР-2

Задача 1

Для рішення задачі необхідно вивчити матеріал, викладений у питаннях 2.8, 2.9, 2.14 - 2.16 теоретичної частини даного посібника, або 12.2 у підручнику [1].

У задачі 1 досліджується процес теплопередачі між гарячим газовим середовищем підвалу і відносно холодним повітрям приміщення першого поверху. Даний процес у випадку простого перекриття – це теплопередача крізь одношарову плоску стінку, у випадку перекриття з дощатим настилом – теплопередача крізь двошарову плоску стінку. Окремо розглянемо ці два варіанти.

У випадку одношарової стінки (дивись рисунок 22. а) питомий стаціонарний тепловий потік розраховується за формулою

$$q = \frac{t'_f - t''_f}{R_{\alpha 1} + R_{\lambda 1} + R_{\alpha 2}}, \quad (5)$$

де

$$R_{\alpha 1} \equiv 1/\alpha_1, \quad R_{\alpha 2} \equiv 1/\alpha_2, \quad (6)$$

- термічні опори тепловіддачі по різні боки перекриття, а

$$R_{\lambda 1} \equiv \delta_1/\lambda_1, \quad (7)$$

- термічний опір теплопровідності бетонного перекриття.

Знаючи потік, можна визначити температури на поверхнях плити. Дійсно, через незмінність стаціонарного потоку у просторі виконуються співвідношення

$$q = \frac{t'_f - t_1}{R_{\alpha 1}} = \frac{t_1 - t_2}{R_{\lambda 1}} = \frac{t_2 - t''_f}{R_{\alpha 2}},$$

що для температур дає

$$t_1 = t'_f - q R_{\alpha 1}, \quad (8)$$

$$t_2 = t''_f + q R_{\alpha 2}. \quad (9)$$

Якщо плита покрита настилом (дивись рисунок 22. б) співвідношення дещо трансформуються. У цьому разі питомий стаціонарний тепловий потік розраховується за формулою

$$q = \frac{t'_f - t''_f}{R_{\alpha 1} + R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + R_{\alpha 2}}, \quad (10)$$

де

$$R_{\lambda 2} \equiv \delta_2/\lambda_2, \quad (11)$$

- термічний опір теплопровідності дощатого настилу. Незмінність потоку у просторі приводить до співвідношень

$$q = \frac{t'_f - t_1}{R_{\alpha 1}} = \frac{t_1 - t_2}{R_{\lambda 1}} = \frac{t_2 - t_3}{R_{\lambda 2}} = \frac{t_3 - t''_f}{R_{\alpha 2}},$$

що для розрахунку температур крім формули (5) дає

$$t_2 = t_1 - q R_{\lambda 1}, \quad (12)$$

$$t_3 = t''_f + q R_{\alpha 2}. \quad (13)$$

Основна проблема розрахунків полягає у тому, що термічні опори $R_{\lambda 1}$ і $R_{\alpha 2}$, згідно з співвідношеннями (2), (4), самі залежать від шуканих невідомих температур t_1 , t_2 (та t_3 , у випадку б). Через це задача вирішується методом послідовних наближень. У початковому (нульовому) наближенні температури t_1 , t_2 (та t_3 , у випадку б) вибираються більш-менш довільно. Далі на їх основі з використанням формул (2), (4) розраховуються термічні опори $R_{\lambda 1}$, $R_{\alpha 2}$ і далі питомий потік q , що дає змогу за формулами (8), (9) (або (8), (12), (13) у випадку б) розрахувати температури t_1 , t_2 (та t_3 , у випадку б) у наступному наближенні.

Точність результатів контролюється порівнянням величин температур у однакових точках у послідовних наближеннях. Коли відносне розходження значень температури стає менше заданої величини (у нас 5%), розрахунки припиняються.

Методика розрахунку

Нижче наведені співвідношення, послідовне застосування яких дозволяє вирішити задачу методом послідовних наближень (номер наближення "n = 0, 1, 2, ..." ставиться над позначкою відповідної величини верхнім індексом у дужках).

У випадку "а" використовуються формули (1), (14) - (18), розрахунки завершують за умови (19). У випадку "б" використовуються формули (1), (14), (15), (20) - (22) і (17), розрахунки завершують за умов (19) і (23).

Значення температур нульового наближення $t_1^{(0)}$, $t_2^{(0)}$ (та $t_3^{(0)}$ у випадку "б") вибираються довільно в межах умов $t'_f > t_1^{(0)} > t_2^{(0)} > t''_f$ (у випадку "б": $t'_f > t_1^{(0)} > t_2^{(0)} > t_3^{(0)} > t''_f$).

$$\lambda_1^{(n)} = 1.05 - 5.8 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{t_1^{(n)} + t_2^{(n)}}{2}, \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}, \quad (14)$$

$$\alpha_2^{(n)} = \alpha_2(t_{\text{нов}}^{(n)}), \quad (\alpha_2 \text{ з формул (2), (3)}) \quad (15)$$

$$q^{(n)} = \frac{t'_f - t''_f}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1^{(n)}} + \frac{1}{\alpha_2^{(n)}}}, \quad (16)$$

$$t_1^{(n+1)} = t'_f - \frac{q^{(n)}}{\alpha_1}, \quad (17)$$

$$t_2^{(n+1)} = t_f'' + \frac{q^{(n)}}{\alpha_2^{(n)}}, \quad (18)$$

$$\left| \frac{t_2^{(n+1)} - t_2^{(n)}}{t_2^{(n+1)}} \right| \leq 0.05, \quad (19)$$

$$q^{(n)} = \frac{t_f' - t_f''}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1^{(n)}} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2^{(n)}}}, \quad (20)$$

$$t_2^{(n+1)} = t_1^{(n+1)} - q^{(n)} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1^{(n)}}, \quad (21)$$

$$t_3^{(n+1)} = t_f'' + \frac{q^{(n)}}{\alpha_2^{(n)}}, \quad (22)$$

$$\left| \frac{t_3^{(n+1)} - t_3^{(n)}}{t_3^{(n+1)}} \right| \leq 0.05, \quad (23)$$

Проілюструємо розрахунки температури на прикладі теплопередачі крізь плиту з настилом за наступних умов: $t_f' = 530^\circ\text{C}$, $\delta_1 = 17,5$ см, $\delta_2 = 3,5$ см (за загальними умовами: $t_f'' = 20^\circ\text{C}$, $\lambda_2 = 0,168$ Вт/(м² К)).

Візьмемо у нульовому наближенні ($n = 0$)

$$t_1^{(0)} = 400^\circ\text{C}, \quad t_2^{(0)} = 200^\circ\text{C}, \quad t_3^{(0)} = 100^\circ\text{C}.$$

1. Згідно з формулою (1)

$$\alpha_1 = 11.63 \cdot \exp(0.0023 \cdot 530) = 39.35 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}};$$

2. Згідно з формулою (14)

$$\lambda_1^{(0)} = 1.05 - 5.8 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{400 + 200}{2} = 0.876 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}.$$

3. Згідно з формулою (15), враховуючи, що $t_{\text{пов}} = t_3$ і $|t_3^{(0)} - t_f''| = |100 - 20| > 60^\circ\text{C}$, згідно з (3) отримаємо

$$\alpha_2^{(0)} = 11.63 \cdot \exp(0.0023 \cdot t_3^{(0)}) = 11.63 \cdot \exp(0.0023 \cdot 100) = 14.6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}}.$$

4. Згідно з формулою (20)

$$q^{(0)} = \frac{t'_f - t''_f}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1^{(0)}} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2^{(0)}}} = \frac{530 - 20}{\frac{1}{39.35} + \frac{0.175}{0.876} + \frac{0.035}{0.168} + \frac{1}{14.6}} = 1016 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

5. Згідно з формулою (17)

$$t_1^{(1)} = t'_f - \frac{q^{(0)}}{\alpha_1} = 530 - \frac{1016}{39.35} = 504^\circ \text{C}.$$

6. Згідно з формулою (21)

$$t_2^{(1)} = t_1^{(1)} - q^{(0)} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1^{(0)}} = 504 - 1016 \cdot \frac{0.175}{0.876} = 301^\circ \text{C}.$$

7. Згідно з формулою (22)

$$t_3^{(1)} = t''_f + \frac{q^{(0)}}{\alpha_2^{(0)}} = 20 + \frac{1016}{14.6} = 90^\circ \text{C}.$$

8. Згідно з формулами (19) та (23) перевіримо точність результату

$$\left| \frac{t_2^{(1)} - t_2^{(0)}}{t_2^{(1)}} \right| = \left| \frac{301 - 200}{301} \right| \approx 0.34 > 0.05,$$

$$\left| \frac{t_3^{(1)} - t_3^{(0)}}{t_3^{(1)}} \right| = \left| \frac{90 - 100}{90} \right| \approx 0.11 > 0.05$$

Через незадовільну точність продовжуємо розрахунок, але вже у першому наближенні ($n = 1$). Повертаємось до пункту 2.

2'. Згідно з формулою (14)

$$\lambda_1^{(1)} = 1.05 - 5.8 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{504 + 301}{2} = 0.817 \frac{\text{Вт}}{\text{м К}}.$$

3'. Згідно з формулою (15), враховуючи, що $t_{\text{пов}} = t_3$ і $|t_3^{(1)} - t''_f| = |90 - 20| > 60^\circ \text{C}$, згідно з (3) отримаємо

$$\alpha_2^{(1)} = 11.63 \cdot \exp(0.0023 \cdot t_3^{(1)}) = 11.63 \cdot \exp(0.0023 \cdot 90) = 14.3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}}.$$

4'. Згідно з формулою (20)

$$q^{(1)} = \frac{t'_f - t''_f}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1^{(1)}} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2^{(1)}}} = \frac{530 - 20}{\frac{1}{39.35} + \frac{0.175}{0.817} + \frac{0.035}{0.168} + \frac{1}{14.3}} = 985 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

5'. Згідно з формулою (17)

$$t_1^{(2)} = t'_f - \frac{q^{(1)}}{\alpha_1} = 530 - \frac{985}{39.35} = 505^\circ \text{C}.$$

6'. Згідно з формулою (21)

$$t_2^{(2)} = t_1^{(2)} - q^{(1)} \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1^{(1)}} = 505 - 985 \cdot \frac{0.175}{0.817} = 294^\circ \text{C}.$$

7'. Згідно з формулою (22)

$$t_3^{(2)} = t''_f + \frac{q^{(1)}}{\alpha_2^{(1)}} = 20 + \frac{985}{14.3} = 89^\circ \text{C}.$$

8'. Згідно з формулами (19) та (23) перевіримо точність результату

$$\left| \frac{t_2^{(2)} - t_2^{(1)}}{t_2^{(2)}} \right| = \left| \frac{294 - 301}{294} \right| \approx 0.02 < 0.05,$$

$$\left| \frac{t_3^{(2)} - t_3^{(1)}}{t_3^{(2)}} \right| = \left| \frac{89 - 90}{89} \right| \approx 0.01 < 0.05.$$

Таким чином з точністю не гіршою за 2% температура по різні боки дощатого настилу становить $t_2 = 294^\circ \text{C}$, $t_3 = 89^\circ \text{C}$. Через те, що t_2 більша за температуру піролізу деревини $t_p = 200^\circ \text{C}$, ситуація щодо становища у приміщенні першого поверху є пожежонебезпечною.

Задача 2

Для рішення задачі необхідно вивчити матеріал, викладений у питаннях 2.8–2.10, 2.12, 2.14, 2.15 теоретичної частини даного посібника, або 9.3.2, 12.2 у підручнику [1], або в 13.5, 14.2, 14.3 та 19.3 у підручнику [2], або в главі 9 (1, 2, 5) і главі 11 (3) у підручнику [5].

Процес передачі тепла від води до повітря крізь стінку рукава є процесом теплопередачі. У зв'язку з цим потік тепла Q , що йде крізь поверхню рукава задовольняє основному рівнянню теплопередачі (дивись співвідношення (42) з питання 2.14 теоретичної частини даного

посібника), з якого слідує, що довжина рукавної лінії L пропорційна потоку Q , Вт:

$$Q = K \cdot (t_b - t_n) \cdot \pi \cdot d_{\text{сер}} \cdot L, \text{ Вт}, \quad (24)$$

де K - коефіцієнт теплопередачі від води до повітря, Вт/(м²К); $t_b = (t_{\text{вп}} + t_{\text{вк}})/2$ - середня температура води в рукавній лінії, °С; $d_{\text{сер}} = d + b$ - середній діаметр рукава, м. У свою чергу, потік тепла співпадає з щосекундним зменшенням ентальпії води, яке супроводжує її охолодження,

$$Q = c_{\text{р.в}} \cdot G_{\text{в}} \cdot (t_{\text{вп}} - t_{\text{вк}}), \text{ Вт}, \quad (25)$$

де $c_{\text{р.в}}$ - питома ізобарна теплоємність води, Дж/(кг К); $G_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} w_{\text{в}} \pi d^2/4$ - масовий видаток води крізь рукав, кг/с; $\rho_{\text{в}}$ - густина води, кг/м³.

Через те, що товщина стінок рукава значно менша за його діаметр, при розрахунку коефіцієнта теплопередачі використовується формула, що описує плоску ситуацію

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{b}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1}, \quad (26)$$

де α_1 - коефіцієнт тепловіддачі від води до поверхні рукава, Вт/(м² К); α_2 - коефіцієнт тепловіддачі від поверхні рукава до повітря, Вт/(м² К).

Коефіцієнти тепловіддачі зв'язані з числами подібності Нуссельта Nu_1 та Nu_2

$$\alpha_1 = Nu_1 \cdot \frac{\lambda_{\text{в}}}{d}, \quad \alpha_2 = Nu_2 \cdot \frac{\lambda_{\text{п}}}{d_3},$$

де $\lambda_{\text{в}}$ та $\lambda_{\text{п}}$ - коефіцієнти теплопровідності води та повітря, відповідно, Вт/(м К); $d_3 = d + 2b$ - зовнішній діаметр рукава, м.

Числа Нуссельта, в свою чергу, обчислюються за допомогою відповідних критеріальних рівнянь (додаток Б). При цьому, через те, що розглядається ситуація вимушеної конвекції, необхідно в кожному випадку визначати величини, критерію Рейнольдса Re : при течії води в рукаві він дорівнює $Re_1 = w_{\text{в}} d / \nu_{\text{в}}$, а при обдуванні цього рукава повітрям - $Re_2 = w_{\text{п}} d_3 / \nu_{\text{п}}$, де $\nu_{\text{в}}$, і $\nu_{\text{п}}$ - коефіцієнти кінематичної в'язкості води та повітря відповідно. Фізичні параметри, значення яких невідомі, зокрема критерій Прандтля Pr , необхідно брати в довідкових таблицях. При цьому для води можна скористатися додатком В, а для повітря - додатком Г. Відмітимо,

що в даних умовах співмножник $(Pr_f/Pr_w)^{0.25}$ (додаток Б) з великою точністю дорівнює одиниці й тому в критеріальних рівняннях може не враховуватися.

Методика розрахунку

1. Випишіть значення коефіцієнту теплопровідності, кінематичної в'язкості, критерію Прандтля, питомої ізобарної теплоємності та густини води при температурі t_w (додаток В), а також коефіцієнт теплопровідності, кінематичної в'язкості та критерій Прандтля повітря при температурі t_n (додаток Г).

2. Розрахуйте число Рейнольдса для руху води в рукаві. Доберіть формулу для розрахунку критерію Нуссельта Nu_1 (додаток Б). Обчисліть коефіцієнт тепловіддачі від води до поверхні рукава.

3. Розрахуйте число Рейнольдса при поперечному обтіканні рукава повітрям. Доберіть формулу для розрахунку критерію Нуссельта Nu_2 (додаток Б). Обчисліть коефіцієнт тепловіддачі від поверхні рукава до повітря.

4. Розрахуйте коефіцієнт теплопередачі від води, що рухається по рукаву, до повітря.

5. Розрахуйте величину щосекундного зменшення ентальпії води під час руху в рукаві.

6. Розрахуйте максимальну довжину рукавної лінії при дотриманні умови припустимого зменшення ентальпії води.

Проілюструємо розрахунки довжини рукавної лінії за наступних умов: $w_n = 6$ м/с, $t_n = -30^\circ\text{C}$, $w_w = 3$ м/с, $t_{wn} = 5^\circ\text{C}$, $d = 77$ мм (за загальними умовами: $t_{wk} = 1^\circ\text{C}$, $b = 2$ мм, $\lambda = 0,12$ Вт/(м К)).

1. Випишемо значення коефіцієнту теплопровідності λ_w , кінематичної в'язкості ν_w , критерію Прандтля Pr_w , питомої ізобарної теплоємності c_{pw} та густини води ρ_w при середній температурі води t_w (додаток В), а також коефіцієнт теплопровідності λ_n , кінематичної в'язкості ν_n та критерій Прандтля Pr_n повітря при температурі t_n (додаток Г).

1.1. Середня температура води дорівнює $t_w = (t_{wn} + t_{wk})/2 = (5+1)/2 = 3^\circ\text{C}$.

З додатку В беремо властивості води за температури 3°C . Величини отримуємо, спираючись на їх значення за температур 0°C і 10°C , використовуючи формулу лінійної інтерполяції, наведену на початку РР-1.

$$\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3,$$

$$c_{pw} = 4,212 + (4,191 - 4,212) \cdot 3/10 = 4,206 \text{ кДж/(кг К)} \approx 4210 \text{ Дж/(кг К)},$$

$$\lambda_w = [55,1 + (57,5 - 55,1) \cdot 3/10] \cdot 10^{-2} = 0,558 \text{ Вт/(м К)},$$

$$\nu_w = [1,789 + (1,306 - 1,789) \cdot 3/10] \cdot 10^{-6} = 1,64 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$$

$$Pr_w = 13,67 + (9,52 - 13,67) \cdot 3/10 = 12,4$$

1.2. З додатку Г беремо властивості повітря за температури -30°C .

$$\lambda_{\text{п}} = 2,19 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м К)},$$

$$\nu_{\text{п}} = 10,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

$$\text{Pr}_{\text{п}} = 0,723.$$

2. Розрахуємо критерій Рейнольдса для руху води в рукаві. Доберемо формулу для розрахунку критерію Нуссельта Nu_1 (додаток Б). Обчислимо коефіцієнт тепловіддачі від води до поверхні рукава.

2.1. Критерій Рейнольдса для руху води у рукаві становить

$$\text{Re}_1 = \frac{w_{\text{в}} \cdot d}{\nu_{\text{в}}} = \frac{3 \cdot 0,077}{1,64 \cdot 10^{-6}} = 1,41 \cdot 10^5.$$

2.2. Згідно з додатком Б

$$\text{Nu}_f = C \cdot \text{Re}_f^n \cdot \text{Pr}_f^{0,43} \cdot \text{Gr}_f^k \cdot \left(\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w} \right)^{0,25},$$

$\text{Re}_1 > 1 \cdot 10^4$, звідки витікає, що $C = 0,021$, $n = 0,8$, $k = 0$, тобто

$$\text{Nu}_1 = 0,021 \cdot (1,41 \cdot 10^5)^{0,8} \cdot 12,4^{0,43} \cdot 1 \cdot 1 = 816$$

(можна перевірити, що температура води вища за температуру внутрішньої поверхні рукава на долі градуса. Через цю обставину у критеріальному рівнянні $\text{Pr}_{\text{в,ф}} \approx \text{Pr}_{\text{в}} = \text{Pr}_{\text{в,в}}$).

2.3. Коефіцієнт тепловіддачі від води до поверхні рукава дорівнює

$$\alpha_1 = \text{Nu}_1 \cdot \frac{\lambda_{\text{в}}}{d} = 816 \cdot \frac{0,588}{0,077} = 6230 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ К}}.$$

3. Розрахуємо критерій Рейнольдса при поперечному обтіканні рукава повітрям. Доберемо формулу для розрахунку критерію Нуссельта Nu_2 (додаток Б). Обчислимо коефіцієнт тепловіддачі від поверхні рукава до повітря.

3.1. Критерій Рейнольдса для обтікання рукава повітрям становить ($d_3 = d + 2 \cdot b = 77 + 2 \cdot 2 = 88 \text{ мм}$)

$$\text{Re}_2 = \frac{w_{\text{п}} \cdot d_3}{\nu_{\text{п}}} = \frac{6 \cdot 0,081}{10,8 \cdot 10^{-6}} = 4,50 \cdot 10^4.$$

3.2. Згідно з додатком Б

$$\text{Nu}_f = C \cdot \text{Re}_f^n \cdot \text{Pr}_f^m \cdot \left(\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w} \right)^{0,25},$$

$2 \cdot 10^5 > \text{Re}_2 > 1 \cdot 10^3$, звідки витікає, що $C = 0,25$, $n = 0,6$, $m = 0,38$, тобто

$$\text{Nu}_2 = 0,25 \cdot (4,50 \cdot 10^4)^{0,6} \cdot 0,723^{0,38} \cdot 1 = 137.$$

3.3. Коефіцієнт тепловіддачі від повітря до поверхні рукава дорівнює

$$\alpha_2 = \text{Nu}_2 \cdot \frac{\lambda_{\text{п}}}{d_3} = 137 \cdot \frac{0,0219}{0,081} = 37,0 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{ К}}.$$

4. Розрахуємо коефіцієнт теплопередачі від води, що рухається по рукаву, до повітря. Згідно з формулою (26)

$$K = \left(\frac{1}{6230} + \frac{0.002}{0.12} + \frac{1}{37.0} \right)^{-1} = 22.8 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}}.$$

5. Розрахуємо величину щосекундного зменшення ентальпії води під час руху в рукаві.

5.1. Витрата води крізь рукав дорівнює

$$G_v = \rho_v \cdot w_v \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} = 1000 \cdot 3 \cdot 3.14 \cdot \frac{0.077^2}{4} = 14.0 \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

5.2. Швидкість зменшення ентальпії води згідно з формулою (25) дорівнює

$$Q = 4210 \cdot 14.0 \cdot (5 - 1) = 2.36 \cdot 10^5, \text{ Вт.}$$

6. Розрахуємо максимальну довжину рукавної лінії при дотриманні умови припустимого зменшення ентальпії води. Згідно з рівнянням (24) (враховуючи, що $d_{\text{сер}} = d + b = 77 + 2 = 79$ мм), отримаємо оцінку

$$L = \frac{Q}{\pi \cdot K \cdot d_{\text{сер}} \cdot (t_v - t_{\text{п}})} = \frac{2.36 \cdot 10^5}{3.14 \cdot 22.8 \cdot 0.079 \cdot (3 - (-30))} = 1260 \text{ м.}$$

Задача 3

Для рішення задачі необхідно вивчити матеріал, викладений у питаннях 2.6, 2.13 теоретичної частини даного посібника, або 11.5.4, 11.6 у підручнику [1], або в 18.7 у підручнику [2], або в главі 10 (8) у [5].

Для об'єкта, розташованого поблизу пожежі, ситуація безпечна, якщо виконується умова пожежної безпеки, тобто, якщо у будь-якій точці поверхні об'єкта густина результуючого теплового променистого потоку (q) між факелом і поверхнею об'єкта буде меншою за критичну ($q_{\text{кр}}$). Остання вимога з урахуванням коефіцієнту безпеки β і співвідношенням (38) (з теоретичної частини даного посібника) має вигляд формули:

$$\beta \cdot q = \beta \cdot \varepsilon_{\text{зв}} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \Psi_{2-1} \leq q_{\text{кр}},$$

де $C_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{К}^4)$ - коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла; T_1 - середня абсолютна температура поверхні факела, К; T_2 - абсолютна температура зверненої до факела поверхні об'єкта, К (дивись рисунок 9); $\varepsilon_{\text{зв}} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2$ - зведений ступінь чорноти відкритої системи, що

складається з поверхонь факела і об'єкта; ψ_{2-1} - середній коефіцієнт опромінювання поверхні тіла 2 (об'єкта) на поверхню тіла 1 (факела).

Безпечною відстанню r_6 є та мінімальна відстань, на якій виконується умова пожежної безпеки, тобто

$$\beta q(r_6) = q_{кр}.$$

Якщо врахувати, що у співвідношенні (38) від відстані r між об'єктами суттєво залежить лише коефіцієнт опромінювання $\psi_{2-1}(r)$, то останньому рівнянню зручніше надати вигляд:

$$\psi_{2-1}(r_6) = \psi_{кр}, \quad (27)$$

де

$$\psi_{кр} \equiv \frac{q_{кр}}{\beta \cdot \epsilon_{зв} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}.$$

Коефіцієнт опромінювання є геометричною характеристикою системи двох поверхонь, що взаємно випромінюють. Його величина залежить від форми, розмірів і взаємного розміщення цих поверхонь. Формули для розрахунку значення коефіцієнту опромінювання для конкретних умов наведено в літературі (див. [1], [3], [5]). Один з варіантів розрахунку ψ_{2-1} наведено у пункті 2.13 даного посібника.

Будемо вважати, що спалахування опромінюваної поверхні починається з елементарної площадки, яка розташована напроти середини факелу. За умовою вертикальна проекція факелу на площину, до якої належить елементарна площадка, має форму прямокутника кінцевих розмірів. Геометрія задачі опромінення в цьому випадку представлена на рисунку 23, у відповідності до якого величину коефіцієнта опромінення можна розрахувати за формулою:

$$\psi_{2-1} = 4 \cdot \psi'_{2-1},$$

де коефіцієнт опромінення ψ'_{2-1} на базовий прямокутник (дивись рисунок 10) розраховується за формулою (40) з пункту 2.13 даного посібника, або визначається за номограмою рисунка 11.

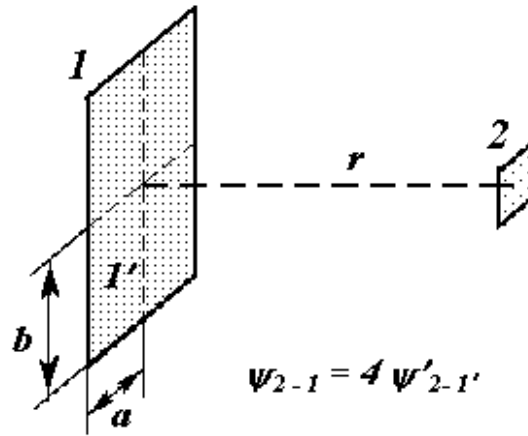


Рисунок 23 – Геометрія задачі опромінення

У нашому випадку базовий прямокутник співпадає з чвертю поверхні факела і його розміри дорівнюють $a = d/2$ і $b = h/2$.

У термінах функції $\psi'_{2-1}(r)$ рівнянню (27), яке задає мінімальну безпечну відстань, можна надати вигляд, більш зручний для подальших розрахунків:

$$\psi'_{2-1}(r) = \psi'_{кр}, \quad (28)$$

де

$$\psi'_{кр} = \frac{\Psi_{кр}}{4} \equiv \frac{q_{кр}}{4 \cdot \beta \cdot \varepsilon_{зв} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}. \quad (29)$$

Рівняння (28) у загальному випадку вирішується методом послідовних наближень. Згідно з ним, задаючи відстань r , розраховують величину $\psi'_{2-1}(r)$, а потім, порівнюючи $\psi'_{2-1}(r)$ з $\psi'_{кр}$, обирають нове значення r , для якого повторюють процедуру до досягнення необхідної точності. Зважаючи на те, що функція $\psi'_{2-1}(r)$ із зростанням r спадає монотонно, шукана величина $r = r_6$ повинна отримуватися в результаті невеликої кількості кроків.

Якщо за три прийоми не вдається отримати задовільний результат, то корисно побудувати графік $y(r) = \psi'_{2-1}(r)$ і за ним обрати значення r , що відповідає рівнянню $y = \psi'_{кр}$.

Добір відстані r , при якій $\psi'_{2-1}(r) = \psi'_{кр}$, можна зробити і за номограмою (див. [1, 2, 5]).

У випадку відстаней r , великих у порівнянні з розмірами факелу (тобто коли $r \gg a$ та $r \gg b$) з відносною точністю $\sim (a+b)^2/r^2$ функцію $\psi'_{2-1}(r)$ можна розраховувати за формулою (41). У цьому разі рівняння (28) можна прямо розвиршити відносно безпечної відстані:

$$r = \sqrt{\frac{a \cdot b}{\pi \cdot \psi'_{кр}}} = \sqrt{\frac{d \cdot h \cdot \beta \cdot \varepsilon_{зв} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{\pi \cdot q_{кр}}}. \quad (30)$$

Методика розрахунку

1. За формулою (29) розрахуйте величину $\psi'_{кр}$. Визначить розміри базового прямокутника.

2. Задайте відстань r між об'єктом, що горить, і сусіднім з ним, зважаючи її безпечною. Визначте величину $\psi'_{2-1}(r)$ коефіцієнту опромінювання базового прямокутника (за допомогою номограми рисунку 11 чи за наведеною вище формулою (40)).

3. Порівняйте одержану величину $\psi'_{2-1}(r)$ з допустимим (критичним) значенням $\psi'_{кр}$. При незадовільному збігу цих величин (розходження понад 5%) розрахунок повторюється в наступному наближенні (за більш задовільного значення r).

4. Безпечну відстань для особового складу можна розрахувати аналогічно, або безпосередньо за формулою (30).

Проілюструємо розрахунки безпечної відстані за наступних умов: $d = 12$ м, $h = 18$ м, $t_1 = 1130^\circ\text{C}$, $\varepsilon_1 = 0.75$, $t_2 = 330^\circ\text{C}$, $\varepsilon_2 = 0.8$, $\beta = 1.5$, $q_{кр} = 15 \cdot 10^3$ Вт/м² (за загальними умовами для особового складу: $t_2 = 37^\circ\text{C}$, $\varepsilon_2 = 0.95$, $\beta = 1$, $q_{кр,к} = 1120$ Вт/м², $q_{кр,т} = 560$ Вт/м²).

1.1. За формулою (29) розрахуємо величину $\psi'_{кр}$.

$$\psi'_{кр} = \frac{15 \cdot 10^3}{4 \cdot 1.5 \cdot 0.75 \cdot 0.8 \cdot 5.67 \cdot \left[\left(\frac{1130 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{330 + 273}{100} \right)^4 \right]} = 0.0196.$$

1.2. Визначимо розміри базового прямокутника.

$$a = d/2 = 12/2 = 6 \text{ м}, \quad b = h/2 = 18/2 = 9 \text{ м}.$$

2.1. Задамо відстань між об'єктом, що горить, і сусіднім з ним: $r = 24$ м.

2.2. Визначимо величину $\psi'_{2-1}(r)$ коефіцієнту опромінювання базового прямокутника за формулою (40) з пункту 2.13 даного посібника:

$$\psi'_{2-1} = \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left[\frac{6}{\sqrt{6^2 + 24^2}} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{9}{\sqrt{6^2 + 24^2}}\right) + \frac{9}{\sqrt{9^2 + 24^2}} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{6}{\sqrt{9^2 + 24^2}}\right) \right] = 0.0263$$

(якщо теж саме робити за допомогою номограми рисунку 11:

$$r/a = 24/6 = 4.00, \quad r/b = 24/9 = 2.67;$$

далі за номограмою $\psi'\left(\frac{r}{a}; \frac{r}{b}\right) = \psi'(4.00; 2.67) \approx 0.0265$).

3. Порівняємо одержану величину $\psi'_{2-1}(r)$ з $\psi'_{кр}$:

$$\frac{|\psi'_{2-1} - \psi'_{кр}|}{\psi'_{кр}} = \frac{|0.0263 - 0.0196|}{0.0196} = 0.34 > 0.05.$$

Відносне розходження перевищує 5%, через це треба повторити розрахунки починаючи з пункту 2.1.

2.1'. Через те, що $\psi'_{2-1}(24 \text{ м}) > \psi'_{кр}$, а функція $\psi'_{2-1}(r)$ монотонно убиває треба брати $r > 24 \text{ м}$.

Задамо відстань $r = 30 \text{ м}$.

2.2'. Визначимо величину $\psi'_{2-1}(r)$ коефіцієнту опромінювання базового прямокутника за формулою (40) з пункту 2.13 даного посібника:

$$\psi'_{2-1} = \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left[\frac{6}{\sqrt{6^2 + 30^2}} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{9}{\sqrt{6^2 + 30^2}}\right) + \frac{9}{\sqrt{9^2 + 30^2}} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{6}{\sqrt{9^2 + 30^2}}\right) \right] = 0.0176$$

(якщо теж саме робити за допомогою номограми рисунку 11:

$$r/a = 30/6 = 5.00, \quad r/b = 30/9 = 3.33;$$

далі за номограмою $\psi'\left(\frac{r}{a}; \frac{r}{b}\right) = \psi'(5.00; 3.33) \approx 0.0178$).

3'. Порівняємо одержану величину $\psi'_{2-1}(r)$ з $\psi'_{кр}$:

$$\frac{|\psi'_{2-1} - \psi'_{кр}|}{\psi'_{кр}} = \frac{|0.0176 - 0.0196|}{0.0196} = 0.10 > 0.05.$$

Відносне розходження перевищує 5%, через це треба повторити розрахунки починаючи з пункту 2.1'.

2.1". Через те, що $\psi'_{2-1}(24 \text{ м}) > \psi'_{\text{кр}} > \psi'_{2-1}(30 \text{ м})$, а функція $\psi'_{2-1}(r)$ монотонно убиває треба брати $30 \text{ м} > r > 24 \text{ м}$.

Для прискорення розрахунків задамо відстань, спираючись на метод лінійної інтерполяції

$$\begin{aligned} r &\approx r_1 + \frac{r_2 - r_1}{\psi'_{2-1}(r_2) - \psi'_{2-1}(r_1)} \cdot [\psi'_{\text{кр}} - \psi'_{2-1}(r_1)] = \\ &= 24 + \frac{30 - 24}{0.0176 - 0.0263} \cdot (0.0196 - 0.0263) = 28.6 \text{ м} \end{aligned}$$

2.2". Визначимо величину $\psi'_{2-1}(r)$ коефіцієнту опромінювання базового прямокутника за формулою (40) з пункту 2.13 даного посібника:

$$\begin{aligned} \psi'_{2-1} &= \frac{1}{2 \cdot 3.14} \cdot \left[\frac{6}{\sqrt{6^2 + 28.6^2}} \cdot \text{arctg} \left(\frac{9}{\sqrt{6^2 + 28.6^2}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{\sqrt{9^2 + 28.6^2}} \cdot \text{arctg} \left(\frac{6}{\sqrt{9^2 + 28.6^2}} \right) \right] = 0.0192 \end{aligned}$$

(якщо теж саме робити за допомогою номограми рисунку 11:

$$r/a = 28.6/6 = 4.77, \quad r/b = 28.6/9 = 3.18;$$

далі за номограмою $\psi' \left(\frac{r}{a}; \frac{r}{b} \right) = \psi'(4.77; 3.18) \approx 0.0190$).

3". Порівняємо одержану величину $\psi'_{2-1}(r)$ з $\psi'_{\text{кр}}$:

$$\frac{|\psi'_{2-1} - \psi'_{\text{кр}}|}{\psi'_{\text{кр}}} = \frac{|0.0192 - 0.0196|}{0.0196} = 0.02 < 0.05.$$

Відносне розходження не перевищує 5%, через це можна взяти за мінімальну безпечну відстань $r_6 = 28.6 \text{ м}$.

(Такий результат графічно можна отримати дещо швидше. Треба:

1) скористатися результатом пункту 2.2 і провести на номограмі рисунку 11 пряму лінію через точки з координатами $(0, 0)$ і $(r/a, r/b) = (4.00, 2.67)$;

2) знайти точку перетину цієї прямої з лінією $\psi'_{\text{кр}} = 0.196$ і визначити координати цієї точки: $r_6/a = 4.75$, $r_6/b = 3.15$.

3) розрахувати безпечну відстань:

$$r_6 = (r_6/a) \cdot a = 4.75 \cdot 6 = 28.5 \text{ м}, \text{ або } r_6 = (r_6/b) \cdot b = 3.15 \cdot 9 = 28.4 \text{ м.})$$

4. За формулою (30) розрахуємо безпечну відстань для особового складу:

за умови короткочасного опромінення ($q_{кр.к} = 1120 \text{ Вт/м}^2$)

$$r = \sqrt{\frac{12 \cdot 18 \cdot 1.5 \cdot 0.75 \cdot 0.95 \cdot 5.67 \cdot \left[\left(\frac{1130 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{37 + 273}{100} \right)^4 \right]}{3.14 \cdot 1120}} = 120 \text{ м}$$

за умови тривалого опромінення ($q_{кр.т} = 560 \text{ Вт/м}^2$)

$$r = \sqrt{\frac{12 \cdot 18 \cdot 1.5 \cdot 0.75 \cdot 0.95 \cdot 5.67 \cdot \left[\left(\frac{1130 + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{37 + 273}{100} \right)^4 \right]}{3.14 \cdot 560}} = 170 \text{ м.}$$

Задача 4

Для рішення задачі необхідно вивчити матеріал, викладений у питаннях 2.17–2.19, 2.20 (співвідношення (59) – (63)) теоретичної частини даного посібника, або 13.1.3.1, 13.1.5.2 у підручнику [1], або в розділах 11.3 та 11.6 у підручнику [2], або в главі 12 (3,4) у підручнику [5].

У теорії теплообміну для рішення задач теплопровідності відомими можуть бути: температура на зовнішній поверхні тіла; густина теплового потоку на поверхні тіла; температура середовища, що омиває поверхню тіла, та закон теплообміну між середовищем і поверхнею тіла (коефіцієнт тепловіддачі). Перший тип задач називається задачами з граничними умовами першого роду, другий - задачами з граничними умовами другого роду, третій - задачами з граничними умовами третього роду.

У випадку стаціонарних граничних умов третього роду відомі рішення рівнянь теплопровідності, що дозволяють розраховувати одновимірне температурне поле в необмежених плоских пластинах і в полуобмеженому просторі.

При однобічному нагріванні плити завтовшки b протягом τ хвилин (і другому теплоізолюваному боці) температура в плиті (у відповідності до співвідношення (61) пункту 2.20 теоретичної частини даного посібника) розраховується за формулою

$$t(x, \tau) = t_f - (t_f - t_0) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \cos\left(\mu_i \cdot \frac{x}{b}\right) \cdot \exp(-\mu_i^2 \cdot Fo). \quad (31)$$

де $x=b-s$ - відстань від поверхні, що не обігривається, до заданої ізотермічної площини в плиті, м (так на теплоізолюваній поверхні $x = 0$, а

на протилежній поверхні - $x = b$); t_f - температура зовнішнього середовища, °C; t_0 - початкова температура плити, °C; коефіцієнт A_i задовольняє співвідношенню (63) теоретичної частини даного посібника. Величини μ_i є взятими у радіанах коренями характеристичного рівняння (62). Перші три корені (μ_1 , μ_2 та μ_3) разом з відповідними значеннями коефіцієнтів A_i (A_1 , A_2 та A_3) при різних величинах числа Бі ($Bi = \alpha \cdot b / \lambda$ - критерій Біо) наведені у додатку Д. Зміна температури у часі визначається параметром $Fo = a \cdot \tau / b^2$, що має назву числа (критерію) Фур'є.

При розрахунку температури у випадку, коли $Fo > 0.25$, можна обмежитися тільки одним першим членом ряду, якщо $0.25 > Fo > 0.1$ - сумою двох перших членів ряду, якщо $Fo < 0.1$ - сумою не менш ніж трьох перших членів ряду.

При нагріванні полуобмеженого простору протягом часу τ температура на відстані $x = s$ від гарячої поверхні (згідно з співвідношенням (55) пункту 2.19 даного посібника) розраховується за формулою

$$t(x, \tau) = t_0 + (t_f - t_0) \cdot [\operatorname{erfc}(X_1) - \exp(X_3) \cdot \operatorname{erfc}(X_2)]. \quad (32)$$

Тут $\operatorname{erfc}(X)$ - додаткова функція помилок, зв'язана співвідношенням $\operatorname{erfc}(X) = 1 - \operatorname{erf}(X)$ з більш відомим Гаусовим інтегралом помилок (функцією Крампа) $\operatorname{erf}(X)$. Чисельні значення $\operatorname{erf}(X)$ при різних X наведені у додатку Ж. Параметри X_1 , X_2 та X_3 задаються формулами

$$X_1 = \frac{s}{2\sqrt{a\tau}}, \quad X_2 = X_1 + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{a\tau}, \quad X_3 = \left(s + \frac{\alpha}{\lambda} \cdot a\tau \right) \cdot \frac{\alpha}{\lambda}. \quad (33)$$

Методика розрахунку

а) Приймаючи плиту за необмежену плоску пластину :

1. Розрахуйте числа (критерії) Біо та Фур'є.
2. За числом Фур'є визначте, скільки членів ряду в розрахунковому рівнянні (31) треба враховувати.

3. За числом Біо з додатку Д выпишіть значення μ_i та A_i . Якщо необхідно, скористайтесь при цьому методом лінійної інтерполяції.

4. Розрахуйте температуру в плиті перекриття на заданій відстані від поверхні, беручи за основу формулу (31) з визначеним раніше (у пункті 2) числом доданків.

б) Приймаючи плиту за полуобмежене тіло:

1. За формулами (33) розрахуйте аргументи функції Крампа (X_1 та X_2) та експоненти (X_3) з співвідношення (32).
2. Визначте значення функції Крампа.

3. За формулою (32) розрахуйте значення температури, що шукається.

4. Порівняйте температури, одержані у випадках "а" та "б". У разі $Fo \ll 1$ вони повинні добре співпадати (для поліпшення збігу необхідно у випадку "а" враховувати більше число доданків у сумі формули (32)).

Проілюструємо розрахунки температур за наступних умов: $b = 21$ см, $s = 8$ см, $t_f = 1030^\circ\text{C}$, $\tau = 50$ хв. (за загальними умовами: $t_0 = 20^\circ\text{C}$, $\lambda = 1,2$ Вт/(м·К), $a = 5,6 \cdot 10^{-7}$ м²/с, коефіцієнт тепловіддачі розраховується за формулою $\alpha = 11,63 \cdot \exp(0,0023 \cdot t_f)$, Вт/(м²·К)).

а) Приймаючи плиту за необмежену плоску пластину :

1. Розрахуємо числа Біо та Фур'є.

1.1. Коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha = 11,63 \cdot \exp(0,0023 \cdot t_f) = 11,63 \cdot \exp(0,0023 \cdot 1030) = 124,3 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

1.2. Критерій Біо

$$Bi = \alpha \cdot b / \lambda = 124,3 \cdot 0,21 / 1,2 = 21,75.$$

1.3. Критерій Фур'є

$$Fo = a \cdot \tau / b^2 = 5,6 \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 60 / 0,21^2 = 0,0381.$$

2. Через те, що $Fo = 0,0381 < 0,1$, у розрахунковому рівнянні (31) візьмемо суму трьох перших членів ряду.

3. За числом $Bi = 21,75$ за допомогою додатку Д визначимо значення μ_i та A_i . Скористаємось для цього методом лінійної інтерполяції, згідно з яким

$$\begin{aligned} \mu_i(21,75) &= \mu_i(20) + \frac{\mu_i(30) - \mu_i(20)}{30 - 20} \cdot (21,75 - 20) = \\ &= \mu_i(20) + [\mu_i(30) - \mu_i(20)] \cdot 0,175 \end{aligned}$$

Беручи дані з таблиці 16 (яка є фрагментом таблиці з додатку Д), отримаємо

$$\mu_1 = 1,496 + [1,520 - 1,496] \cdot 0,175 = 1,500,$$

$$\mu_2 = 4,492 + [4,562 - 4,492] \cdot 0,175 = 4,504,$$

$$\mu_3 = 7,495 + [7,606 - 7,495] \cdot 0,175 = 7,514.$$

Таблиця 16 – Дані з Додатку Д

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	A_1	A_2	A_3
20,0	1,496	4,492	7,495	1,270	-0,415	0,239
30,0	1,520	4,562	7,606	1,272	-0,420	0,247

Аналогічно

$$A_1 = 1.270 + [1.272 - 1.270] \cdot 0.175 = 1.270,$$

$$A_2 = -0.415 + [-0.420 + 0.415] \cdot 0.175 = -0.416,$$

$$A_3 = 0.239 + [0.247 - 0.239] \cdot 0.175 = 0.240.$$

4. Розрахуємо температуру в плиті перекриття.

4.1. Згідно з пунктом 2 розрахуємо три доданки θ_i суми формули (31) при $x = b - s = 0.21 - 0.08 = 0.13$ м.

$$\theta_i \equiv A_i \cdot \cos\left(\mu_i \cdot \frac{x}{b}\right) \cdot \exp(-\mu_i^2 \cdot Fo).$$

$$\theta_1 = 1.270 \cdot \cos\left(1.500 \cdot \frac{0.13}{0.21}\right) \cdot \exp(-1.500^2 \cdot 0.0381) = 0.698,$$

$$\theta_2 = -0.416 \cdot \cos\left(4.504 \cdot \frac{0.13}{0.21}\right) \cdot \exp(-4.504^2 \cdot 0.0381) = 0.180,$$

$$\theta_3 = 0.240 \cdot \cos\left(7.514 \cdot \frac{0.13}{0.21}\right) \cdot \exp(-7.514^2 \cdot 0.0381) = -0.002.$$

4.2. Розрахуємо температуру

$$t(x, \tau) \approx 1030 - (1030 - 20) \cdot (0.698 + 0.180 - 0.002) = 145^\circ \text{C}.$$

б) Приймаючи плиту за полуобмежене тіло:

1. За формулами (33) розрахуємо аргументи функції Крампа (X_1 та X_2) та експоненти (X_3) з співвідношення (32).

$$X_1 = \frac{0.08}{2\sqrt{5.6 \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 60}} = 0.976,$$

$$X_2 = 0.976 + \frac{124.3}{1.2} \sqrt{5.6 \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 60} = 5.22,$$

$$X_3 = \left(0.08 + \frac{124.3}{1.2} \cdot 5.6 \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 60\right) \cdot \frac{124.3}{1.2} = 26.31.$$

2. Визначимо значення функції Крампа.

2.1. Значення $\text{erf}(X_1)$ визначимо за таблицею додатку Ж, використовуючи метод лінійної інтерполяції:

$$\text{erf}(X_1) = \text{erf}(0.976) = \text{erf}(0.96) + \frac{\text{erf}(0.98) - \text{erf}(0.96)}{0.98 - 0.96} \cdot (0.976 - 0.96) =$$

$$= 0.8254 + \frac{0.8312 - 0.8254}{0.98 - 0.96} \cdot (0.976 - 0.96) = 0.830$$

2.2. Значення добутку $\exp(X_3) \cdot \operatorname{erfc}(X_2)$ визначимо, використовуючи асимптотику функції Крампа за великих значень аргументу (дивись, наприклад, додаток Ж):

$$\exp(X_3) \cdot \operatorname{erfc}(X_2) \approx \exp(X_3) \cdot \frac{\exp(-X_2^2)}{\sqrt{\pi} \cdot X_2} = \frac{\exp(26.31 - 5.22^2)}{\sqrt{3.14} \cdot 5.22} = 0.042.$$

3. За формулою (32) розраховуємо значення температури:

$$t(x, \tau) = 20 + (1030 - 20) \cdot [1 - 0.830 - 0.042] = 149^\circ \text{C}.$$

4. Розрахуємо відносне розходження температур, одержаних у випадках "а" та "б" (через те, що плита має кінцеву товщину, за основу береться випадок "а")

$$\left| \frac{t_a - t_b}{t_a} \right| = \left| \frac{145 - 149}{145} \right| \approx 0.03.$$

Через те, що вимога великої товщини пластини (дивись співвідношення (54) теоретичної частини посібнику)

$$\frac{b}{2\sqrt{a\tau}} = \frac{1}{2\sqrt{Fo}} = \frac{1}{2\sqrt{0.0381}} \approx 2.6 > 0.6$$

виконується з запасом, розходження у 3% означає, що для поліпшення збігу необхідно у випадку "а" враховувати більше (не три, а чотири) доданки у сумі по "і" формули (31).

ЛІТЕРАТУРА

Основна:

1. Рябова І.Б., Сайчук І.В., Шаршанов А.Я. Термодинаміка і теплопередача у пожежній справі. –Харків: АПБУ, 2002. –352 с.
2. Кошмаров Ю.А., Башкирцев М.П. Термодинамика и теплопередача в пожарном деле.-М.: ВИПТШ МВД СССР, 1987. - 444 с.
3. Задачник по термодинамике и теплопередаче в пожарном деле. Под ред. Башкирцева М.П. -М.: ВИПТШ МВД СССР, 1979. -318 с.
4. Лабораторний практикум по курсу “Термодинаміка та теплопередача”/ Упорядники: І.Б.Рябова, А.Я.Шаршанов. — Харків: ХІПБ, 1998. –55 с.

Додаткова:

5. Башкирцев М.П, Бубырь Н.Ф., Минаев Н.А., Онучков Д.Н. Основы пожарной теплофизики.-М.: Стройиздат, 1984. -200 с.
6. Ларииков Н.Н. Теплотехника.-М.: Стройиздат, 1985. -432 с.
7. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача. – М.: Высшая школа, 1975.
8. Техническая термодинамика/ Под ред. В.И.Крутова.-М.: Высшая школа, 1981.
9. Юдаев Б.Н. Техническая термодинамика и теплопередача.-М.: Высшая школа, 1988.
- 10.Новиков. И.И., Воскресенский К.Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. – М.: Атомиздат, 1977.
- 11.Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи.-М.: Энергия, 1973. -320 с.
- 12.Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача.-М.: Энергия, 1975. 488 с.
- 13.Задачник по термодинамике и теплопередаче/ Под ред. Ю.А.Кошмарова.-М.: ВИПТШ МВД РФ, 1995.
- 14.Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче.-М.: Энергия, 1980.
- 15.Ройтман М.Я. Пожарная профилактика в строительном деле.-М.: РИО ВИПТШ МВД СССР, 1975. -528 с.
- 16.Романенко П.Н., Башкирцев М.П., Светашов И.Т. Пожарная профилактика систем отопления и вентиляции. -М: РИО ВШ МВД СССР, 1973, -363 с.
- 17.Астапенко В.М. и др. Термогазодинамика пожаров в помещении.- М.: Стройиздат, 1988.

18. Кошмаров Ю.А. Прогнозирование опасных факторов пожара в помещении. Учебное пособие. –М.: Академия ГПС МВД России, 2000. 118 с.
19. Справочник руководителя тушения пожара. М., Стройиздат, 1987.

ДОДАТКИ

Додаток А.

Таблиця А - Деякі фізико-хімічні параметри газів

Найменування газів	Хімічна формула	Молярна маса, μ кг/кмоль	Показник адиабати k	НКМЗ % (об)
Аміак	NH ₃	17.0	1.3	15.5
Ацетилен	C ₂ H ₂	26.04	1.24	2
Бутан	C ₄ H ₁₀	58.12	1.09	1.9
Бутилен	C ₄ H ₈	56.11	1.12	1.6
Водень	H ₂	2.02	1.4	4.0
Повітря	-	28.97	1.4	-
Метан	CH ₄	16.04	1.3	5
Пропан	C ₃ H ₈	44.09	1.13	2.1
Пропілен	C ₃ H ₆	42.08	1.15	2.2
Етан	C ₂ H ₆	30.07	1.19	2.9
Етилен	C ₂ H ₄	28.05	1.25	3

Критеріальні рівняння вимушеної конвекції

Індекси означають, що в якості температур, при яких потрібно визначити величину критеріїв подібності, треба брати температури: f - рідини (газу), w - стінки.

а) Вимушений рух у трубах.

$$Nu_f = C \cdot Re_f^n \cdot Pr_f^{0.43} \cdot Gr_f^k \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25}$$

Таблиця Б 1- Значення параметрів критеріального рівняння у випадку сталого режиму руху у трубах

Re	Режим руху	C	п	k
$2300 > Re$	ламінальний	0.17	0.33	0.1
$10^4 < Re$	турбулент	0.021	0.8	0

При $2300 < Re_f < 10^4$ реалізується перехідний режим конвекційного руху. В цьому випадку середнє значення Nu_f визначається співвідношенням

$$Nu_f = K_0 \cdot Pr_f^{0.43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25}$$

де величина K_0 береться з таблиці Б.2.

Таблиця Б.2 - Значення параметрів критеріального рівняння у випадку перехідного режиму руху у трубах

$Re_f \cdot 10^{-3}$	2.3	2.5	3.0	3.5	4	5	6	7	8	9	10
K_0	3.6	4.9	7.5	10	12.2	16.2	20	24	27	30	33

б) Вимушене поперечне обтікання поодинокій труби

$$Nu_f = C \cdot Re_f^n \cdot Pr_f^m \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0.25}$$

Таблиця Б.3 - Значення параметрів критеріального рівняння у випадку поперечного обтікання труб

Re_f	C	n	m	Характ. розмір
$5 \cdot 10^3$	0.5	0.5	0.38	Зовнішній діаметр труби
$1 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^5$	0.25	0.6		
$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	0.023	0.8	0.37	

Наведені критеріальні рівняння описують труби, довжина яких більша за діаметр в 50 і більше разів.

Додаток В

Таблиця В - Фізичні параметри води при тиску 1.013 бар
(760мм.рт.ст.)

t, °C	ρ , кг/м ³	c_p , кДж/(кг К)	$\lambda \cdot 10^{-2}$, Вт/(м К)	$\nu \cdot 10^{-6}$, м ² /с	P_r
0	999.9	4.211	55.1	1.789	13.67
10	999.7	4.191	57.5	1.306	9.52
20	999.2	4.183	59.9	1.006	7.02

Додаток Г

Таблиця Г - Фізичні параметри сухого повітря при тиску 1.013 бар
(760мм.рт.ст.)

t, °C	ρ , кг/м ³	c_p , кДж/(кг К)	$\lambda \cdot 10^{-2}$, Вт/(м К)	$\nu \cdot 10^{-6}$, м ² /с	P_r
-50	1.584	1.013	2.03	9.23	0.728
-40	1.515	1.013	2.11	10.04	0.728.
-30	1.453	1.013	2.19	10.80	0.723
-20	1.395	1.009	2.23	11.79	0.716
-10	1.342	1.009	2.36	12.43	0.712
0	1.293	1.005	2.44	13.28	0.707
10	1.247	1.005	2.51	14.16	0.705

Таблиця Д - Корені характеристичного рівняння $\text{ctg}(\mu) = \mu/Bi$ та значення сталих

$$A_i = \frac{2\sin(\mu_i)}{\mu_i + \sin(\mu_i) \cdot \cos(\mu_i)}$$

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	A_1	A_2	A_3
0	0.000	3.142	6.283	1.000	-0.000	0.000
0.001	0.032	3.142	6.283	1.000	-0.000	0.000
0.01	0.010	3.145	6.285	1.002	-0.002	0.001
0.1	0.311	3.173	6.299	1.016	-0.020	0.005
0.2	0.433	3.204	6.315	1.031	-0.038	0.010
0.3	0.522	3.234	6.331	1.045	-0.056	0.015
0.4	0.593	3.264	6.346	1.058	-0.072	0.020
0.5	0.653	3.292	6.362	1.070	-0.087	0.024
0.6	0.705	3.320	6.377	1.081	-0.103	0.029
0.7	0.751	3.348	6.392	1.092	-0.115	0.034
0.8	0.791	3.374	6.407	1.102	-0.128	0.038
0.9	0.827	3.400	6.422	1.111	-0.140	0.042
1.0	0.860	3.426	6.437	1.119	-0.152	0.047
1.5	0.988	3.542	6.510	1.154	-0.201	0.067
2.0	1.077	3.644	6.578	1.178	-0.237	0.085
3.0	1.193	3.809	6.704	1.210	-0.288	0.115
4.0	1.265	3.935	6.814	1.229	-0.322	0.140
5.0	1.314	4.034	6.910	1.240	-0.344	0.159
6.0	1.350	4.112	6.992	1.248	-0.360	0.174
7.0	1.377	4.175	7.064	1.253	-0.372	0.186
8.0	1.398	4.226	7.126	1.257	-0.381	0.196
9.0	1.415	4.269	7.181	1.260	-0.388	0.204
10.0	1.429	4.306	7.228	1.261	-0.393	0.210
15.0	1.473	4.426	7.396	1.268	-0.408	0.232
20.0	1.496	4.492	7.495	1.270	-0.415	0.239
30.0	1.520	4.562	7.606	1.272	-0.420	0.247
40.0	1.533	4.598	7.665	1.272	-0.422	0.250
50.0	1.540	4.620	7.701	1.273	-0.423	0.252
60.0	1.545	4.635	7.726	1.273	-0.423	0.253
80.0	1.551	4.654	7.757	1.273	-0.424	0.254
100.0	1.555	4.666	7.776	1.273	-0.424	0.254
∞	1.5708	4.7124	7.8540	1.2732	-0.4244	0.2546

Таблиця Ж - Значення гаусова інтеграла помилок (функції Крампа)

A	erf(A)	A	erf(A)	A	erf(A)	A	erf(A)
0,00	0,0000	0,50	0,5205	1,00	0,8427	1,50	0,9661
0,02	0,0216	0,52	0,5379	1,02	0,8508	1,52	0,9684
0,04	0,0451	0,54	0,5549	1,04	0,8586	1,54	0,9706
0,06	0,0676	0,56	0,5716	1,06	0,8661	1,56	0,9726
0,08	0,0901	0,58	0,5876	1,08	0,8733	1,58	0,9745
0,10	0,1125	0,60	0,6039	1,10	0,8802	1,60	0,9763
0,12	0,1348	0,62	0,6194	1,12	0,8868	1,62	0,9780
0,14	0,1569	0,64	0,6346	1,14	0,8931	1,64	0,9796
0,16	0,1790	0,66	0,6494	1,16	0,8991	1,66	0,9811
0,18	0,2009	0,68	0,6638	1,18	0,9048	1,68	0,9826
0,20	0,2227	0,70	0,6778	1,20	0,9103	1,70	0,9838
0,22	0,2443	0,72	0,6914	1,22	0,9155	1,72	0,9850
0,24	0,2657	0,74	0,7047	1,24	0,9205	1,74	0,9861
0,26	0,2869	0,76	0,7175	1,26	0,9252	1,76	0,9872
0,28	0,3079	0,78	0,7300	1,28	0,9297	1,78	0,9882
0,30	0,3286	0,80	0,7421	1,30	0,9340	1,80	0,9892
0,32	0,3491	0,82	0,7538	1,32	0,9381	1,90	0,9928
0,34	0,3694	0,84	0,7651	1,34	0,9419	2,00	0,9953
0,36	0,3893	0,86	0,7761	1,36	0,9456	2,10	0,9970
0,38	0,4090	0,88	0,7867	1,38	0,9460	2,20	0,9981
0,40	0,4284	0,90	0,7969	1,40	0,9523	2,30	0,9989
0,42	0,4475	0,92	0,8068	1,42	0,9554	2,40	0,9993
0,44	0,4662	0,94	0,8163	1,44	0,9583	2,50	0,9996
0,46	0,4847	0,96	0,8254	1,46	0,9611	2,60	0,9998
0,48	0,5027	0,98	0,8312	1,48	0,9637	2,70	0,9999

При $A > 2.7$ функція $\text{erf}(A)$ дорівнює 1 з похибкою менш ніж 0.01%. При розрахунках функції Крампа у цій області значень аргументу A можна скористатися асимптотичною формулою:

$$\text{erf}(A) = 1 - \frac{\exp(-A^2)}{\sqrt{\pi} \cdot A} \left[1 + O\left(\frac{1}{A^2}\right) \right],$$

де виразом $O(Z)$ позначається величина порядку Z .

Додаток З

I-s-діаграма стану води і водяної пари (i-s ентальпія-ентропія)
(зберігається у файлі `i-s-diagramma_vodyanogo_para.pdf`).

Зміст

Загальні положення (Програма дисципліни).....	2
Загальні вказівки до вивчення дисципліни.....	9
Мінімальні питання, що необхідні для засвоєння дисципліни.....	12
Мінімальні теоретичні відомості з дисципліни.....	14
Розрахункові (контрольні) роботи.....	62
Розрахункова робота №1	
Завдання.....	63
Вказівки до рішення задач.....	66
Розрахункова робота №2	
Завдання.....	90
Вказівки до рішення задач.....	93
Література.....	113
Додатки.....	115
Зміст.....	120