

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЦИВІЛЬНОГО ЗАХИСТУ
УКРАЇНИ**

А.Я.Шаршанов

Курс лекцій з дисципліни

«ЕНЕРГОТЕХНОЛОГІЯ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ»

**Для підготовки фахівців освітнього рівня
бакалавр**

галузь знань 16 «Хімічна та біоінженерія»

спеціальність 161 «Хімічні технології та інженерія»

спеціалізація «Радіаційний та хімічний захист»

Харків 2017

У курсі лекцій надано основи енерготехнології хіміко-технологічних процесів. Матеріал викладається, починаючи з основних понять та визначень дисципліни і закінчуючи безпосереднім застосуванням її висновків та описом конкретних ситуацій. При цьому особлива увага надається методам оцінки енергоефективності процесів.

Курс лекцій призначено для курсантів та слухачів денної та заочної форми навчання вищих навчальних закладів, що готують фахівців з цивільної безпеки та з хімічної технології. Він також може бути корисним ад'юнктам, викладачам цих навчальних закладів, науковим працівникам, що займаються питаннями енергоефективності.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є теплотехнічні схеми та цикли установок генерування енергії, методи аналізу та основи раціонального енергоспоживання, отримання енергії на основі відновлювальних джерел.

Міждисциплінарні зв'язки. Дисципліна *«Енерготехнологія хіміко-технологічних процесів»* базується на знаннях, котрі повинні бути отримані під час вивчення дисциплін освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» циклу природничо-наукової підготовки таких як "Фізика", "Вища математика", "Загальна та неорганічна хімія". Отримані знання використовуються при вивченні дисциплін професійного напрямку "Процеси та апарати хімічної технології", "Загальні основи хімічної технології".

Програма навчальної дисципліни складається з таких модулів:

1. Теоретичні основи аналізу енергоефективності
2. Основи енергозбереження

Метою викладання навчальної дисципліни *«Енерготехнологія хіміко-технологічних процесів»* є підготування фахівців, здатних вирішувати практичні задачі щодо генерування теплоти у технологічних об'єктах, енерготехнологічного комбінування, оптимізації теплових схем процесів хімічної технології та раціонального використання вторинних енергетичних ресурсів, оцінки енергетичної ефективності процесів, скорочення теплових викидів у навколишнє середовище, отримання енергії на основі відновлювальних джерел.

Основними завданнями вивчення дисципліни *«Енерготехнологія хіміко-технологічних процесів»* є навчити майбутніх фахівців навикам грамотного керівництва проектуванням і експлуатацією сучасного хімічного виробництва щодо питань визначення повного резерву енергозбереження, а також основних напрямків і засобів реалізації цього резерву; розробки на базі концепції енергозбереження перспективних моделей і енергозберігаючих і екологічно безпечних теплотехнічних об'єктів; розробки і створення теплотехнічного обладнання на принципі безвідходної технології і інтенсивного енергозбереження, а також найбільш повного використання вторинних енергоресурсів.

Розділ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ АНАЛІЗУ

ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ

Тема 1. ОСНОВНІ ЗАКОНИ ТЕРМОДИНАМІКИ

Лекція 1. ТЕРМОДИНАМІКИ. ЗАКОНИ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ

1.1 Предмет термодинаміки. Основні поняття

1.1.1 Предмет та метод термодинаміки

Термодинаміка як розділ фізики вивчає закономірності перетворення речовини та енергії в різноманітних процесах, що відбуваються в макроскопічних системах та супроводжуються тепловими ефектами.

Технічна термодинаміка вивчає закономірності перетворення теплової та механічної енергії й властивості тіл, що беруть участь у цих перетвореннях. При цьому мається на увазі практичне використання набутих знань у техніці.

Макроскопічною системою називається будь-який матеріальний об'єкт, що складається з великої кількості часток (атомів, молекул, іонів). Розглядаючи лише макроскопічні системи, термодинаміка вивчає закономірності теплової форми руху матерії, що зумовлені наявністю величезної кількості мікроструктурних часток, що хаотично рухаються та взаємодіють одна з одною.

Фізичні властивості макросистем вивчаються статистичними та термодинамічними методами.

Статистичний метод ґрунтується на використанні теорії ймовірностей та певних модельних уявлень про будову речовини із мікрочастинок. Це основний метод статистичної фізики.

Термодинамічний метод є феноменологічним (не вимагає використання модельних уявлень про структуру речовини, а розглядає явище у цілому). Він базується на прямому узагальненні дослідних даних.

Усі основні висновки термодинаміки можна отримати методом дедукції, використовуючи два основні закони термодинаміки.

Термодинаміка як окрема наука існує з XIX століття. Вона виникла у зв'язку з необхідністю вивчення процесів перетворення теплоти у роботу в парових машинах. У XX столітті термодинаміка охопила більш широке коло питань. Нині термодинамічний метод дослідження широко застосовується в різноманітних розділах фізики, хімії, біології, багатьох інших науках й галузях техніки. Термодинаміка відіграє важливу роль у системі знань, що необхідні інженерові будь-якого фаху.

1.1.2 Тепло, внутрішня енергія, механічна робота

Нагадаємо деякі з основних понять термодинаміки, одним з найважливіших серед яких є енергія.

Енергія – міра різноманітних форм матеріального руху та взаємодії. Кожній формі відповідає певний вид енергії. Енергію, що відповідає молекулярному хаотичному руху, називають у термодинаміці **внутрішньою енергією** (U); вона складається з кінетичної енергії хаотичного руху молекул, потенційної енергії сил міжмолекулярної взаємодії та внутрішньомолекулярної енергії.

Повну енергію тіла, як стверджує "Фізика", можна умовно поділити на дві частини

$$E_{\text{пов}} = U + E_{\text{зов}}, \quad (1.1)$$

де $E_{\text{зов}}$ – зовнішня енергія тіла, яка складається із кінетичної енергії руху тіла як цілого та потенційної енергії його взаємодії із зовнішніми об'єктами. Наприклад, на Землі

$$E_{\text{зов}} = \frac{mw^2}{2} + mgh$$

(m , w , h – відповідно маса, швидкість руху та висота підйому тіла; g – прискорення вільного падіння). З формули (1.1) видно, що внутрішня енергія співпадає з повною енергією, за вирахуванням зовнішньої енергії тіла. Саме співвідношення $U = E_{\text{пов}} - E_{\text{зов}}$ через відсутність припущень про мікроскопічну будову тіла є термодинамічним визначенням внутрішньої енергії.

На відміну від понять енергії та виду енергії, існує поняття **форми передачі енергії** (способу обміну енергією) при енергетичних взаємодіях. Розрізняють дві форми: роботу та теплоту.

Перша форма енергообміну, яка зумовлена силовою дією одного тіла на інше і супроводжується переміщенням тіла, називається **роботою** (її величину будемо позначати L).

Друга форма пов'язана з наявністю різниці температур та зумовлена хаотичним рухом мікрочастинок, що складають макротіло. Обмін енергією в цьому випадкові відбувається або при безпосередньому контакті тіл, що мають різну температуру, або випромінюванням. Кількість енергії, що передано у формі хаотичного руху молекул, називається **теплотою** (позначатимемо її Q).

Одиницями виміру енергетичних величин (E , U , L , Q) у системі СІ є Джоуль (Дж), у техніці часто використовують позасистемну одиницю кілоджоуль (кДж); інколи зустрічаються ще калорії (кал) і кілокалорії (ккал).

1.1.3 Термодинамічна система

Задля вивчення макроскопічного об'єкта, його, як мінімум уявно, виділяють з навколишнього світу, називаючи термодинамічною системою.

Термодинамічна система являє собою сукупність матеріальних тіл, що знаходяться у механічній та тепловій взаємодії одне з одним і з зовнішніми тілами, які їх оточують.

Вибір системи довільний і диктується умовами задачі, що вирішується. Тіла, що не входять до системи, називають **навколишнім середовищем**.

Система відокремлена від навколишнього середовища **контрольною поверхнею**.

Прикладом найпростішої системи є газ у циліндрі з поршнем. Навколишнє середовище для такої системи – зовнішні тіла; контрольна поверхня – стінки циліндра та поршень.

Механічна взаємодія у системі здійснюється крізь контрольні поверхні. При цій взаємодії самою системою або над системою здійснюється робота.

У загальному випадку система може обмінюватися з навколишнім середовищем речовиною. Така система називається **відкритою**. Приклад відкритої системи – потоки газу або пари в турбінах та трубопроводах.

Якщо речовина не проходить крізь границі системи, то така система називається **закритою**.

Термодинамічна система, що не може обмінюватися теплотою із навколишнім середовищем, називається **теплоізованою** або **адіабатною**.

Термодинамічна система, що не обмінюється із навколишнім середовищем ані речовиною, ані теплотою, називається **ізованою (замкненою)**.

Надані визначення зведено до таблиці 1.1.

Термодинамічну систему, яку використовують для перетворення теплоти у роботу, називають **робочим тілом**. Так, робочим тілом можна вважати суміш повітря з парами бензину, яка утворюється у карбюраторі двигуна внутрішнього згоряння, та продукти згоряння.

Таблиця 1.1 – Класифікація термодинамічних систем

Взаємодія із зовнішнім середовищем		Назва системи	
Обмін речовиною	обмінюється	Відкрита	Ізована (замкнена)
	не обмінюється	Закрита	
Теплообмін	не обмінюється	Теплоізована (адіабатна)	
	обмінюється	Неадіабатна	

1.1.4 Термодинамічні параметри стану робочого тіла

Термодинамічним станом робочого тіла називається стан цього тіла із фіксованою сукупністю його фізичних параметрів.

Макроскопічні фізичні величини, що описують властивості робочого тіла в даний момент, називаються **термодинамічними параметрами стану**. До основних параметрів стану, що можуть бути безпосередньо виміряні простими технічними засобами, відносяться абсолютний тиск, температура та питомий об'єм (або густина). Ці три параметри носять назву **термічних параметрів стану**.

1.1.4.1 Тиск

Абсолютний тиск (P) являє собою середній результат силової дії молекул речовини на стінки судини та дорівнює відношенню нормальної компоненти сили (Φ) до площі поверхні (F), на яку діє сила

$$P \equiv \frac{\Phi}{F} .$$

Одиниці виміру тиску – $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$. У техніці використовують декілька позасистемних одиниць:

бар – $1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$;

міліметр ртутного стовпа – $1 \text{ мм рт.ст.} = 133 \text{ Па}$;

міліметр водяного стовпа – $1 \text{ мм вод.ст.} = 9.81 \text{ Па}$;

технічна атмосфера – $1 \text{ ата} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 98.1 \text{ кПа}$.

У зв'язку з частими вимірюваннями, у техніці виділяють декілька видів тиску: атмосферний (барометричний), надлишковий (манометричний), вакууметричний.

Атмосферним або **барометричним тиском** B називається гідростатичний тиск, з яким атмосфера діє на усі предмети, що знаходяться у ній. За **нормальний атмосферний тиск** приймають 101325 Па (760 мм рт. ст.), що відповідає тиску атмосфери за температури 0°C на широті 45° на висоті 0 м над рівнем моря.

Прилади, що застосовуються у техніці (рідинні та пружинні манометри), фіксують різницю між дійсним (абсолютним) P та атмосферним B тисками, тобто так званий **надлишковий (манометричний) тиск** $P_{\text{ман}}$:

$$P_{\text{ман}} \equiv P - B .$$

Прилади для виміру тиску нижче атмосферного називаються вакуумметрами. Вони фіксують різницю між тиском атмосфери і абсолютним тиском – **вакууметричний тиск** ($P_{\text{вак}}$):

$$P_{\text{вак}} \equiv B - P .$$

1.1.4.2 Температура

Температура – міра нагрятості тіла. Цей параметр стану визначає напрям теплових потоків (від більш нагрітого тіла до менш нагрітого).

Згідно з молекулярно-кінетичною теорією, абсолютна температура прямо пропорційна середній кінетичній енергії теплового руху молекул.

Основною шкалою виміру температури у системі СІ є шкала Кельвіна (позначається “К”), але на практиці часто використовується більш звична шкала – шкала Цельсія ($^{\circ}\text{C}$). Величина одиниці виміру – градус – в обох системах однакова, а початкові точки відліку різняться. Які точки обираються за базові, відомо з курсу фізики. Температурі 0 К відповідає відсутність теплового руху. Температурі 0°C приблизно відповідає співіснування льоду та води, а температурі 100°C – кипіння води за нормального атмосферного тиску.

Із достатньою для пожежної практики точністю можна вважати, що температура за шкалою Кельвіна (T) пов’язана з температурою за шкалою Цельсія (t) співвідношенням

$$T = t + 273, \text{ К, або } t = T - 273, ^{\circ}\text{C}.$$

1.1.4.3 Питомий об’єм і густина

До основних параметрів стану відносяться **питомий об’єм** v (це об’єм одиниці маси речовини) та **густина речовини** ρ (маса одиниці об’єму). Формули, що є визначеннями середніх значень даних величин, мають вид:

$$v \equiv V/m, \text{ м}^3/\text{кг},$$

$$\rho \equiv m/V, \text{ кг/м}^3,$$

де m і V – відповідно маса речовини і об’єм, який вона займає. Неважко побачити, що ці величини обернені одна до одної, тобто

$$v = 1/\rho.$$

1.2 Рівняння стану термодинамічної системи

Перейдемо до подальшого опису термодинамічних систем.

Якщо всі термодинамічні параметри системи постійні у часі та однакові в усіх точках системи, то такий стан системи називають **рівноважним станом**. Тільки у рівноважних станах термодинамічні параметри є однозначно визначеними величинами. За незмінних зовнішніх умов вони залишаються сталими скільки завгодно.

Якщо поміж різними точками системи існують різниці тиску, температур, густини або інших термодинамічних параметрів, то вона є **нерівноважною**. У такій системі під дією градієнтів (різниць) параметрів виникають потоки теплоти, речовини та т.д., що прагнуть повернути систему до стану рівноваги.

Рівноважні стани термодинамічної системи можна відображати за допомогою графіків. Так, якщо за координатними осями відкладати значення параметрів стану, то будь-якому рівноважному стану буде відповідати точка на такому графіку. Нерівноважний стан таким способом відобразити неможливо, бо хоч один із його параметрів не має певного значення.

Ізольована система завжди приходить до стану рівноваги і вийти з нього самостійно не може.

У рівновазі параметри стану системи визначаються зовнішніми умовами. Зміна останніх призводить до порушення рівноваги, що викликає у системі процес переходу до нового рівноважного стану. В ході процесу стан системи є нерівноважним, але якщо зміна зовнішніх умов йде досить повільно (за час, що значно перевищує характерний час релаксації системи), то її термодинамічні параметри встигають підлаштуватися до нових майже рівноважних (квазірівноважних) значень, і систему в кожен момент можна розглядати як майже рівноважну (квазірівноважну).

Якщо зміна зовнішніх умов буде проходити нескінченно повільно, то вона буде супроводжуватися процесом, в ході якого система буде проходити відповідні рівноважні стани. Саме такий процес, що складається із неперервної послідовності рівноважних станів, має назву **рівноважного (квазістаціонарного) процесу**.

Слід відмітити, що в рівноважному процесі в кожен момент часу виконуються умови рівноваги не тільки в системі, але і на її границях. Це означає рівність тисків і рівність температур (за умови неадіабатності) на границях системи із зовнішнім середовищем.

Через нескінченну повільність рівноважний процес є абстракцією. Всі реальні процеси складаються з послідовності нерівноважних станів системи і носять назву **нерівноважних процесів**.

Оскільки рівноважним процесам відповідає послідовність рівноважних станів, стає можливим зображати такі процеси лініями на графіках. У випадку нерівноважних процесів така процедура не коректна, і тому ми будемо лише умовно зображати їх пунктирними лініями.

Поняття рівноважного стану і рівноважного процесу дуже важливі в термодинаміці, бо всі кількісні висновки термодинаміки можна використовувати безумовно тільки у випадках рівноважних процесів.

Для рівноважної термодинамічної системи існує функціональний зв'язок між параметрами стану, який має назву **рівняння стану**.

У випадку однокомпонентної речовини (пари, газу, рідини) рівнянню стану можна надати узагальненого виду:

$$f(P, v, T) = 0 ,$$

або $P = f_p(v, T)$, або $v = f_v(P, T)$, або $T = f_T(v, P)$, де f, f_p, f_v, f_T – різні записи функції зв'язку. Таким чином із трьох основних параметрів, що характеризують стан рівноважної системи, незалежними є будь-які два.

Для розв'язання задач методами термодинаміки необхідно знати рівняння стану. Вид рівняння залежить від властивостей речовини, яка утворює робоче тіло. У технічній термодинаміці ми найчастіше будемо працювати з газами, тому основний інтерес звернемо на рівняння стану газу.

1.2.1 Рівняння стану ідеального газу

З курсу фізики відомі поняття ідеального та реального газів. **Ідеальний газ** – газ, що складається з молекул, розмір яких є нехтовно малим, у порівнянні з відстанями між ними, а силами взаємодії між молекулами можна знехтувати. **Реальний газ** – газ, у якому сили взаємодії поміж молекулами є істотними. Термодинаміка не розглядає будову речовини; в ній, за визначенням, газ є ідеальним в тій мірі, в якій він задовольняє рівнянню стану ідеального газу. Через це дане рівняння відіграє в термодинаміці дуже важливу роль. У практиці рівняння стану ідеального газу важливе тому, що у багатьох випадках із достатньою точністю гази ведуть себе як ідеальні.

У курсі фізики показано, що рівняння стану ідеального газу має вид:

$$P = n k T, \text{ Па}, \quad (1.2)$$

де n – густина кількості частинок газу, м^{-3} ; $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – стала Больцмана; T – абсолютна температура газу, К.

У техніці, як правило, використовують іншу форму запису цього закону. Так, якщо виразити число молекул N в об'ємі V через кількість кіломолей газу ν у цьому об'ємі та число Авогадро $N_A = 6.023 \cdot 10^{26} \text{ кмоль}^{-1}$ ($N = \nu N_A$), то параметр n можна представити у вигляді:

$$n \equiv \frac{N}{V} = \frac{\nu \cdot N_A}{V}.$$

Далі, з рівняння (1.2), вводячи **універсальну газову сталу**

$$R_0 = k N_A = 1.380 \cdot 10^{-23} \cdot 6.023 \cdot 10^{26} = 8314 \text{ Дж/(кмоль К)}, \quad (1.3)$$

можна отримати **рівняння стану для довільної кількості кіломолей ідеального газу**:

$$P V = \nu R_0 T. \quad (1.4)$$

Якщо виразити кількість молей газу ν (кмоль) через його масу m (кг) і молярну масу μ (кг/кмоль)

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

то формула (1.4) набуде вигляду **рівняння Менделєєва–Клапейрона**

$$P V = \frac{m}{\mu} R_0 T. \quad (1.5)$$

В останньому рівнянні параметром, що конкретизує газ, є кіломолярна маса. Часто зручніше у рівнянні стану використовувати інший параметр, що залежить від молярної маси – **питому газову сталу** R . Вона дорівнює

$$R \equiv R_0 / \mu, \text{ Дж/(кг К)}. \quad (1.6)$$

В такому випадку формула (1.5) перетворюється на **рівняння стану для довільної маси ідеального газу**:

$$P V = m R T. \quad (1.7)$$

Поділивши обидві частини останнього співвідношення на масу газу, отримаємо **рівняння стану одиниці маси ідеального газу**:

$$P \nu = R T. \quad (1.8)$$

Якщо ділити рівняння (1.7) на об'єм, то воно набуде ще однієї розповсюдженої форми:

$$P = \rho R T. \quad (1.9)$$

Останній в даній главі варіант запису даного співвідношення можна отримати, поділивши (1.4) на кількість кіломолей. Тоді, позначивши об'єм кіломоля символом V_μ ($V_\mu \equiv V/\nu$), отримаємо **рівняння стану одного кіломоля ідеального газу**:

$$P V_\mu = R_0 T. \quad (1.10)$$

Використовуючи останнє рівняння, легко розрахувати об'єм кіломоля ідеального газу:

$$V_{\mu} = \frac{R_0 T}{P}.$$

Ця формула демонструє відомий з курсу хімії **закон Авогадро** (1811), який стверджує, що *за однакових умов (тисків та температур) мольні об'єми будь-яких ідеальних газів збігаються*. Неважко розрахувати, що за нормальних умов ($T = 273.15 \text{ К}$, $P = 101325 \text{ Па}$) цей об'єм приблизно дорівнює $V_{\mu} = 22.4 \text{ м}^3/\text{кмоль}$.

1.2.2 Основні закони ідеальних газів

Зміна стану термодинамічної системи називається **термодинамічним процесом**. Так, наприклад, при переміщенні поршня у циліндрі об'єм, а також тиск і температура газу, який знаходиться всередині, будуть змінюватися, тобто буде проходити процес розширення або стискання газу.

Через те що у більшості випадків газу ведуть себе як ідеальні, закони ідеальних газів мають велике значення у практиці. Вони дозволяють прогнозувати поведінку газів у багатьох термодинамічних процесах.

Історично основні газові закони спочатку експериментально було відкрито різними вченими. Потім, на основі узагальнення, було отримане рівняння стану ідеального газу. В даному випадку рух буде зворотнім – буде показано, що всі газові закони є наслідками рівняння стану ідеального газу. Ми розпочнемо з узагальненого газового закону.

1.2.2.1 Узагальнений газовий закон

Розглянемо ідеальний газ в якості робочого тіла. Проведемо довільний термодинамічний процес, витримуючи незмінним склад газу. Нас буде цікавити зв'язок між термодинамічними параметрами газу (P , T , v) у будь-яких двох рівноважних станах (зафіксуємо їх індексами “1” і “2”), які проходить робоче тіло у процесі. Таке співвідношення можна отримати, спираючись на рівняння стану ідеального газу у формі (1.8). Виразимо з нього питому газову сталу газу:

$$R = \frac{P \cdot v}{T}.$$

Через те що в ході процесу склад газу не змінюється, незмінною залишається і його питома газова стала: $R = \text{const}$, тобто в ході процесу в рівноважних станах параметри стану задовольняють рівнянню

$$\frac{P \cdot v}{T} = \text{const} , \quad (1.11)$$

або інакше

$$\frac{P_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot v_2}{T_2} .$$

Формула (1.11) є записом *узагальненого газового закону*.

1.2.2.2 Закон Бойля–Маріотта

Якщо газ переходить з одного стану до іншого за постійної температури (ізотермічно) $T = \text{const}$, зокрема $T_1 = T_2$, то рівняння (1.11) набуває форми

$$P v = \text{const}, \quad (1.12)$$

або

$$P_1 v_1 = P_2 v_2 ,$$

або (з використанням густини)

$$P/\rho = \text{const}, \text{ чи } P_1/\rho_1 = P_2/\rho_2 .$$

Отримані співвідношення відповідають *закону Бойля–Маріотта* (1662): *за постійної температури густина ідеального газу змінюється прямо пропорційно (а питомий об'єм – обернено пропорційно) до тиску газу*. Тобто в ізотермічному процесі спостерігається гіперболічна залежність тиску від об'єму (див. рисунок 1.1).

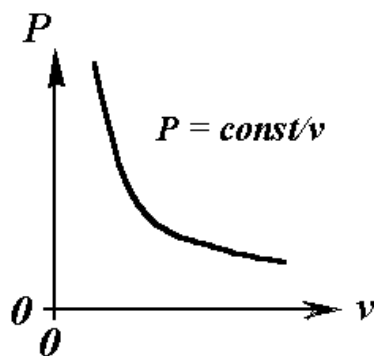


Рисунок 1.1 – Графік залежності тиску ідеального газу від питомого об'єму в ізотермічному процесі

Закон Бойля–Маріотта має широке застосування. Наприклад, він дозволяє визначити час, протягом якого можна використовувати одну заправку ізолюючого протигазу.

1.2.2.3 Закон Гей–Люсака

Якщо зміна стану ідеального газу відбувається за постійного тиску (ізобарно) $P = \text{const}$, зокрема $P_1 = P_2$, то з рівняння (1.11) випливає, що

$$v/T = \text{const}, \quad (1.13)$$

або інакше

$$v_1/T_1 = v_2/T_2.$$

Останнє співвідношення є **законом Гей–Люсака** (1802). Воно стверджує, що у процесах, які проходять за постійного тиску, питомий об'єм ідеального газу змінюється прямо пропорційно до абсолютної температури газу, тобто спостерігається лінійна залежність питомого об'єму від абсолютної температури (див. рисунок 1.2).

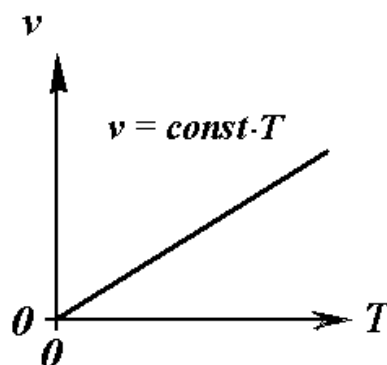


Рисунок 1.2 – Графік залежності питомого об'єму ідеального газу від абсолютної температури в ізобарному процесі

Спираючись на закон Гей–Люсака, можна пояснити рух газів при пожежі. Як правило, в такому випадку тиск газів можна вважати сталим, і тому їх нагрів, згідно із законом Гей–Люсака, приводить до збільшення питомого об'єму (зменшення густини). Внаслідок цього з'являється незбалансована сила гідростатичного тиску на розігріті газу з боку холодних газів. Вона сприяє розповсюдженню продуктів згоряння угору.

Користуючись законом Гей–Люсака, можна розрахувати важливий у таких випадках параметр β – **коефіцієнт об'ємного розширення за постійного тиску**. Він показує відносну зміну об'єму за ізобарного збільшення температури на один градус. Для визначення β у випадку ідеального газу треба взяти похідну за температурою від рівняння (1.13). В результаті отримаємо, що

$$\beta \equiv \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T}. \quad (1.14)$$

З практики відомо, що коефіцієнти β різних газів практично однакові і залежать тільки від температури, що підтверджує формулу (1.14).

1.2.2.4 Закон Шарля

Якщо зміна стану ідеального газу відбувається за незмінного об'єму (ізохорно) $v = \text{const}$, зокрема $v_1 = v_2$, то з рівняння (1.11) витікає, що

$$P/T = \text{const}, \quad (1.15)$$

або інакше

$$P_1/T_1 = P_2/T_2.$$

Це співвідношення є математичним виразом **закону Шарля** (1787): *за сталого питомого об'єму відношення абсолютного тиску газу до його абсолютної температури – величина стала*. Відповідну залежність наведено на рисунку 1.3.

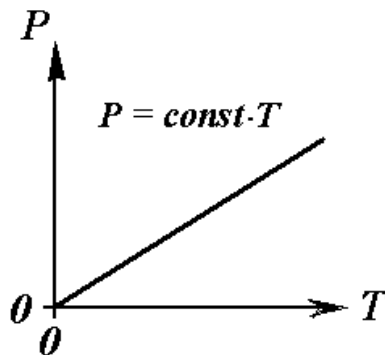


Рисунок 1.3 – Графік залежності тиску ідеального газу від абсолютної температури в ізохорному процесі

Використовуючи закон Шарля, можна з'ясувати велику кількість питань, наприклад, визначити температуру руйнування балона з газом за умови досягнення критично великого тиску. Таке явище може статися при пожежі через перегрів. Це не абстрактна задача. Відомі декілька випадків загибелі людей внаслідок подібного розвитку подій.

1.3 Газові суміші

Поняття “газова суміш” широко використовується як у загальній інженерній практиці, так і у пожежній справі.

Як правило, пожежа пов’язана з окисленням у повітрі палива, що знаходиться у газовій фазі, тобто з реакцією у газовій суміші пари палива та кисню. Якщо урахувати, що повітря само є сумішшю газів, то обсяг питань, які пов’язані з поняттям суміші, поширюється майже на усі випадки горіння. Їх вивчення є необхідним, бо, наприклад, тільки знаючи властивості суміші, можна розрахувати час досягнення вибухонебезпечної концентрації горючого газу у приміщенні у випадку аварійної розгерметизації трубопроводу, або з’ясувати, чи досягне вогнегасної концентрації подана до приміщення кількість водяної пари і таке інше.

1.3.1 Поняття газової суміші. Закон Дальтона

Більшість газів, що використовується на практиці, складається з молекул декількох видів, які хімічно не взаємодіють між собою. Так, наприклад, атмосферне повітря складається переважно з азоту та кисню, або продукти згоряння різноманітних речовин містять у собі азот, вуглекислий газ, сірчаний газ, водяну пару та інші гази. Молекули одного виду складають **компоненту суміші**. У багатьох випадках, якщо тиск невисокий, поведінка подібної суміші є поведінкою суміші ідеальних газів. При цьому **суміш ідеальних газів** розглядається як сукупність компонент, що не взаємодіють одна з одною і кожна з яких являє собою ідеальний газ.

Кожна компонента у газовій суміші поводить себе як окремий газ за температури T , що дорівнює температурі суміші. Він займає увесь об’єм V , який займає суміш газів. Його молекули створюють тиск, який називається **парціальним тиском** даної компоненти. Для кожної з компонент суміші ці параметри підпорядковуються рівнянню стану ідеального газу (див. (1.4)–(1.7)):

$$\begin{aligned} & P_i V = m_i R_i T, \\ \text{або} & P_i V = \nu_i R_0 T, \\ \text{або} & P_i \cdot V = \frac{m_i}{\mu_i} R_0 T, \end{aligned} \tag{1.16}$$

де P_i – парціальний тиск i -ої компоненти; ν_i , m_i та μ_i – відповідно, кількість молей, маса та молярна маса i -ої компоненти суміші, $R_i \equiv R_0/\mu_i$ – питома газова стала i -ої компоненти суміші. Індекс i позначає компоненту суміші.

Основний закон, що визначає поведінку суміші ідеальних газів, – **закон Дальтона**. Він стверджує, що повний тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків окремих газів, які складають суміш, тобто

$$P = \sum_{i=1}^z P_i, \quad (1.17)$$

де P – повний тиск суміші; z – кількість компонент суміші.

1.3.2 Способи задання складу суміші

Кількість речовини можна задати декількома різними способами: масою, об'ємом або кількістю молей. Відповідно до цього існує декілька способів задання складу суміші газів: масовими, об'ємними та мольними частками.

1.3.2.1 Масові частки

Масовою часткою i -ої компоненти (g_i) називається відношення маси i -ої компоненти (m_i) до загальної маси суміші (m):

$$g_i \equiv \frac{m_i}{m}. \quad (1.18)$$

Оскільки загальна маса є сумою мас компонент, тобто

$$m = \sum_{i=1}^z m_i,$$

сума усіх масових часток дорівнює одиниці:

$$\sum_{i=1}^z g_i = \sum_{i=1}^z \frac{m_i}{m} = 1.$$

1.3.2.2 Об'ємні частки

Для прояснення даного поняття необхідно відповісти на питання: який об'єм суміші припадає на молекули даного виду? Для цього потрібно, витримуючи постійними температуру та тиск суміші, забрати з неї молекули інших компонентів разом із об'ємом, який на них припадає. Величина об'єму, який залишиться, носить назву зведеного об'єму. Таким чином **зведений (парціаль-**

ний) об'єм i -го компонента суміші – об'єм, який займав би i -ий газ, якби він сам за температури суміші створював тиск суміші.

Відповідно до цього визначення зведений об'єм i -ої компоненти V_i задовольняє рівнянню

$$P V_i = \nu_i R_0 T . \quad (1.19)$$

Існування зведеного об'єму дає можливість ввести поняття об'ємної частки. **Об'ємною часткою i -ої компоненти суміші** (r_i) називається відношення зведеного об'єму i -ої компоненти газу до загального об'єму суміші (V):

$$r_i \equiv \frac{V_i}{V} . \quad (1.20)$$

Якщо порівняти рівняння (1.16) та (1.19), то можна побачити, що у випадку суміші ідеальних газів виконується співвідношення:

$$r_i \equiv \frac{V_i}{V} = \frac{P_i}{P} ,$$

тобто відношення парціального тиску до повного співпадає з відповідною об'ємною часткою.

З останньої формули і закону Дальтона (1.17) витікає, що сума зведених об'ємів усіх компонент суміші дорівнює повному об'єму суміші:

$$V = \sum_{i=1}^z V_i .$$

Отже, сума об'ємних часток дорівнює одиниці

$$\sum_{i=1}^z r_i = 1 .$$

1.3.2.3 Мольні частки

Мольною часткою i -го компонента суміші називається відношення кількості молей i -ої компоненти суміші (ν_i) до загальної кількості молей усіх компонент суміші ($\nu_{\text{сум}}$):

$$\frac{\nu_i}{\nu_{\text{сум}}} .$$

У випадку ідеальних газів мольні частки чисельно дорівнюють об'ємним. Цей висновок можна отримати з рівняння (1.19), яке після підсумовування за усіма компонентами дає один із варіантів запису рівняння стану суміші ідеальних газів:

$$P V = v_{\text{сум}} R_0 T, \quad (1.21)$$

де загальна кількість молей суміші виражена співвідношенням

$$v_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^z v_i.$$

Поділивши рівняння (1.19) на (1.21), отримаємо доказ збігу мольних та об'ємних часток:

$$r_i \equiv \frac{V_i}{V} = \frac{v_i}{v_{\text{сум}}}.$$

1.3.3 Середні параметри суміші газів

1.3.3.1 Уявна молярна маса суміші

Для того щоб зручно було визначати параметри суміші, доцільно ввести наступну умовну величину – **середню (уявну) мольну масу суміші**. Вона дорівнює відношенню маси усієї суміші (m) до загальної кількості молей усіх компонент суміші ($v_{\text{сум}}$):

$$\mu_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{v_{\text{сум}}}. \quad (1.22)$$

Останнє співвідношення можна розписати, використовуючи масовий або об'ємний склад:

$$\mu_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{v_{\text{сум}}} = \frac{m}{\sum_{i=1}^z v_i} = \frac{m}{\sum_{i=1}^z \frac{m_i}{\mu_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^z \frac{m_i}{m \cdot \mu_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^z \frac{g_i}{\mu_i}}; \quad (1.23)$$

$$\mu_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{V_{\text{сум}}} = \frac{\sum_{i=1}^z m_i}{V_{\text{сум}}} = \frac{\sum_{i=1}^z v_i \cdot \mu_i}{V_{\text{сум}}} = \sum_{i=1}^z \frac{v_i}{V_{\text{сум}}} \cdot \mu_i = \sum_{i=1}^z r_i \cdot \mu_i.$$

1.3.3.2 Зв'язок між масовими та об'ємними частками

Масові та об'ємні частки пов'язані між собою. Так,

$$g_i \equiv \frac{m_i}{m} = \frac{v_i \cdot \mu_i}{V_{\text{сум}} \cdot \mu_{\text{сум}}} = \frac{\frac{v_i}{V_{\text{сум}}} \mu_i}{\mu_{\text{сум}}} = \frac{r_i \cdot \mu_i}{\mu_{\text{сум}}}. \quad (1.24)$$

Використовуючи формули (1.23) та (1.24), можна виписати підсумкові формули для перерахунку одних часток у інші:

$$r_i = \frac{(g_i / \mu_i)}{\sum_{j=1}^z (g_j / \mu_j)}, \quad g_i = \frac{r_i \cdot \mu_i}{\sum_{j=1}^z r_j \cdot \mu_j}.$$

1.3.3.3 Питома газова стала та рівняння стану суміші ідеальних газів

Беручи за основу співвідношення (1.21), можна, використовуючи визначення молярної маси суміші (1.22), зробити ще одну форму запису рівняння стану газової суміші:

$$P V = m R_{\text{сум}} T, \quad (1.25)$$

де $R_{\text{сум}}$ – питома газова стала суміші, яка дорівнює

$$R_{\text{сум}} \equiv \frac{R_0}{\mu_{\text{сум}}} = \frac{R_0}{\sum_{i=1}^z r_i \cdot \mu_i} = \sum_{i=1}^z g_i \cdot R_i. \quad (1.26)$$

(При записі останнього співвідношення використано формулу (1.23)).

Густина та питомий об'єм суміші визначаються звичайним способом:

$$\rho_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{V}, \quad v_{\text{сум}} \equiv \frac{V}{m}.$$

1.4 Теплоємність

Через те що пожежа завжди пов'язана з виділенням, а тому і поглинанням, великої кількості енергії, дуже важливим стає зв'язок температури тіла з теплом, яке отримує тіло. Основна фізична величина, яка відображає цей зв'язок, – теплоємність. Ця обставина і визначає важливість даного поняття у пожежній практиці.

Останню тезу легко проілюструвати: наприклад, за фіксованих умов час нагрівання тіл обернено пропорційний до величини їх теплоємності. Цей час диктує як вибір систем автоматичного виявлення та гасіння пожеж, так і можливість дії пожежних підрозділів на пожежі.

1.4.1 Основні визначення

При проведенні термодинамічного аналізу необхідно вміти визначити кількість енергії, яка бере участь у процесі. Точний її розрахунок надає можливість вірно оцінити кількість тепла, яка виділяється в ході хімічної реакції процесу горіння, визначити ефективність теплотехнічних приладів.

Тепло, що віддається тілу у будь-якому процесі, викликає зміну стану тіла і в загальному випадку супроводжується зміною температури. Відношення кількості тепла δQ_x , яке отримує тіло за нескінченно малої зміни його стану у рівноважному процесі, до відповідної зміни температури dT називається **теплоємністю тіла в даному (x) процесі**:

$$C_x \equiv \frac{\delta Q_x}{dT}, \text{ Дж/К.} \quad (1.27)$$

Величина C_x визначення (1.27) залежить не тільки від температури, а й від виду процесу підведення тепла. Наприклад, процес може проходити за сталою об'єму або тиску. Одна й та сама система, залежно від характеру процесу, може мати теплоємність у межах від $-\infty$ до $+\infty$. Індекс “x”, який вказує на цю залежність, ми надалі, як правило, виписувати не будемо.

Загальна кількість тепла, яка передається в даному процесі, визначається співвідношенням

$$Q_x = \int_1^2 \delta Q_x = \int_{T_1}^{T_2} C_x dT, \quad (1.28)$$

де інтеграл розраховується від початкового стану 1 до кінцевого стану 2.

1.4.2 Масова, об'ємна та мольна теплоємність

Теплоємність тіла залежить від його розмірів, через це для опису властивостей речовин більш зручною характеристикою є питома теплоємність. Залежно від обраної одиниці кількості речовини виділяють три види питомої теплоємності: масову, об'ємну та мольну.

Теплоємність, що віднесено до одиниці маси (1 кг) тіла, називають **питомою масовою теплоємністю** і позначають:

$$c \equiv \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{m \cdot dT}, \text{ Дж/(кг K)}, \quad (1.29)$$

де C – теплоємність тіла у процесі; m – маса тіла.

Теплоємність, віднесена до одиниці об'єму тіла (1 м³), називають **питомою об'ємною теплоємністю** і позначають c' :

$$c' \equiv \frac{C}{V} = \frac{\delta Q}{V \cdot dT}, \text{ Дж/(м}^3\text{ K)}, \quad (1.30)$$

де V – об'єм тіла.

Теплоємність, віднесена до одного кіломоля (1 кмоль) речовини тіла, називають **питомою молярною теплоємністю** і позначають c_μ :

$$c_\mu \equiv \frac{C}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT}, \text{ Дж/(кмоль K)}, \quad (1.31)$$

де ν – кількість кіломолей речовини в тілі.

Використовуючи визначення (1.29)–(1.31) та співвідношення $\nu = m/\mu$ і $\rho = m/V$, легко отримати взаємозв'язок між різними питомими теплоємностями:

$$c = \frac{c'}{\rho} = \frac{c_\mu}{\mu}, \quad (1.32)$$

де ρ – густина речовини тіла; μ – її молекулярна маса.

Слід пам'ятати, що в технічній літературі часто не оговорюють, яка теплоємність використовується у розрахунках. У таких випадках це питання можна вирішити, спираючись на розмірність величин.

1.4.3 Дійсна та середня теплоємність

Оскільки теплоємність у загальному випадку залежить не тільки від виду процесу, а й від температури, в термодинаміці використовують дійсну та середню теплоємності.

Теплоємності, які введено формулами (1.27), (1.29)–(1.31), визначаються за малих змін температури тіла поблизу фіксованих значень T . Їх називають **дійсними теплоємностями**, і вони досить часто суттєво залежать від температури T .

Значення дійсної теплоємності газів занесено до таблиць, що містяться у довідниках. Інколи дійсну теплоємність апроксимують аналітичними залежностями, наприклад

$$c(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3,$$

де a_0, a_1, a_2, a_3 – характерні для кожної окремої речовини константи, які не залежать від температури t .

Часто на практиці для визначення кількості тепла користуються середніми теплоємностями. Покажемо їх властивості на прикладі питомої масової теплоємності. Для зручності будемо використовувати поняття **питомої теплоти** (q) як кількості теплоти (Q), що припадає на одиницю маси (m) робочого тіла:

$$q \equiv Q/m, \text{ Дж/кг} . \quad (1.33)$$

Спираючись на останнє поняття, дійсну питому масову теплоємність можна задати формулою (див. (1.29))

$$c(t) = \delta q/dT, \text{ Дж/(кг K)}, \quad (1.34)$$

в якій використано позначку $\delta q = \delta Q/m$.

Формула (1.28) дає зв'язок між питомою теплотою і дійсною питомою теплоємністю:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt, \quad (1.35)$$

Введемо поняття середньої теплоємності c_m як середньої інтегральної теплоємності на інтервалі температур. Тоді вона за визначенням дорівнює

$$c_m(t_1, t_2) \equiv \frac{\int_{t_1}^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1}. \quad (1.36)$$

Величина у чисельнику останньої формули є (згідно з (1.35)) питомою теплотою процесу. Таким чином ми отримали, що

$$c_m(t_1, t_2) = \frac{q}{t_2 - t_1}, \quad (1.37)$$

або

$$c_m(t_1, t_2) = \frac{Q}{m \cdot (t_2 - t_1)}.$$

Внаслідок еквівалентності визначень (1.36) і (1.37), можна вважати, що **середня (питома) теплоємність на інтервалі температур** від t_1 до t_2 – це відношення (питомої) кількості тепла, яке одержує тіло у процесі, до величини температурного інтервалу $(t_2 - t_1)$.

Знаючи середню теплоємність, неважко визначити тепло, яке передається у процесі:

$$Q = m c_m(t_1, t_2) \cdot (t_2 - t_1). \quad (1.38)$$

Якщо відома дійсна теплоємність $c(t)$, то середнє її значення легше розрахувати, базуючись на визначенні (1.36). Так, якщо дійсна теплоємність не залежить від температури, то вона співпадає зі своїм середнім значенням.

Якщо дійсна теплоємність є лінійною функцією температури

$$c(t) = a + b t,$$

то її середнє значення дорівнює:

$$c_m(t_1, t_2) \equiv \frac{\int_{t_1}^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} (a + b \cdot t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{a \cdot (t_2 - t_1) + b \cdot \frac{t_2^2 - t_1^2}{2}}{t_2 - t_1} = a + b \cdot \frac{t_2 + t_1}{2},$$

тобто у такому разі

$$c_m(t_1, t_2) = c\left(\frac{t_2 + t_1}{2}\right).$$

Остання формула означає, що за лінійної залежності дійсної теплоємності від температури середнє значення теплоємності дорівнює дійсній теплоємності за середньої температури.

Згідно з визначенням, середня теплоємність у загальному випадку залежить від двох температур – меж інтервалу t_1 і t_2 . Це ускладнює її використання, бо робить неможливим пряме занесення до звичайних таблиць. З метою обійти цю складність, середню теплоємність на довільному інтервалі температур $c_m(t_1, t_2)$ виражають через середні теплоємності на інтервалах із однією фіксованою границею – $c_m(0, t_2)$ і $c_m(0, t_1)$. До довідників занесено функцію однієї змінної – $c_m(0, t)$. Формулу зв'язку можна отримати, виходячи із визначення (1.36), використавши відоме із математики правило розбиття ділянок інтегрування:

$$\begin{aligned} c_m(t_1, t_2) &\equiv \frac{\int_{t_1}^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{\int_{t_1}^0 c(t) dt + \int_0^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{-\int_0^{t_1} c(t) dt + \int_0^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1} = \\ &= \frac{t_2 \cdot c_m(0, t_2) - t_1 \cdot c_m(0, t_1)}{t_2 - t_1}. \end{aligned}$$

Таким чином з останніх формул витікає, що якщо в якомусь процесі робоче тіло змінило температуру від t_1 до t_2 , то кількість тепла, яке воно отримало, пов'язана із середньою теплоємністю тіла у цьому процесі співвідношенням

$$Q = m [t_2 c_m(0, t_2) - t_1 c_m(0, t_1)]. \quad (1.39)$$

Середня теплоємність має просту геометричну інтерпретацію, яка ілюструється рисунком 1.4. Згідно із геометричним змістом визначеного інтеграла (1.35), площа криволінійної трапеції під лінією $c(t)$ відповідає питомій кількості тепла, що підводиться до тіла у процесі 1–2. Із визначення (1.37) виходить, що значення середньої теплоємності повинно бути таким, щоб площа прямокутника з висотою $c_m(t_1, t_2)$ дорівнювала площі криволінійної трапеції.

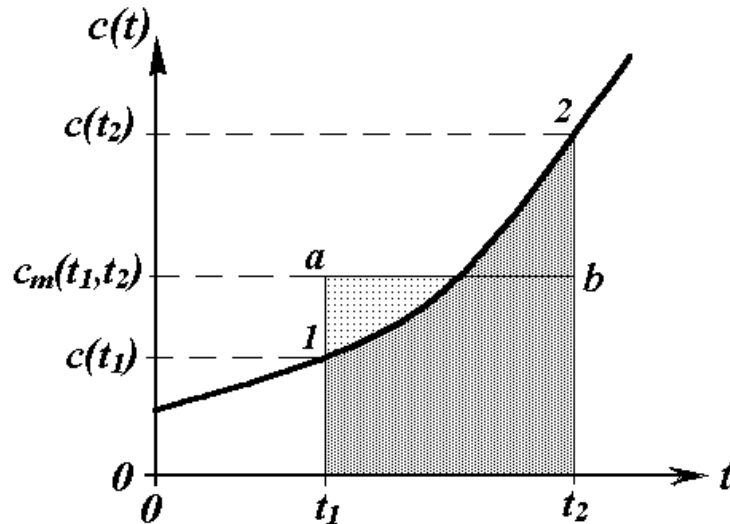


Рисунок 1.4 – Графік залежності дійсної питомої теплоємності від температури. Площа криволінійної трапеції $t_1-1-2-t_2$ дорівнює площі прямокутника $t_1-a-b-t_2$

Значення середньої теплоємності для найбільш розповсюджених газів та речовин можна знайти у відповідних довідникових таблицях.

1.4.4 Ізобарна та ізохорна теплоємності

Як вже було відмічено, теплоємність залежить від процесу. Надалі буде показано, що теплоємність ізобарного ($P = \text{const}$) процесу завжди є більшою за теплоємність ізохорного ($V = \text{const}$) процесу. Так, у випадку ідеальних газів виконується співвідношення (**закон Майєра**):

$$c_p - c_v = R, \quad (1.40)$$

де c_p , c_v – відповідно питомі масові ізобарна та ізохорна теплоємності газу, а R – його питома газова стала.

Значення питомих ізобарної та ізохорної теплоємностей (c_p , c_v , c_p' , c_v' , $c_{p,\mu}$, $c_{v,\mu}$) можна знайти у відповідних довідниках.

1.4.5 Теплоємність суміші ідеальних газів

Теплоємність суміші ідеальних газів дорівнює сумі теплоємностей її компонентів, тобто

$$C_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^z C_i, \text{ Дж/К}, \quad (1.41)$$

де z – кількість компонент суміші; C_i – теплоємність i -ої компоненти, Дж/К.

Спираючись на формулу (1.41), можна зв'язати питомі (масові, об'ємні або мольні) теплоємності газових сумішей у відповідних процесах зі складом суміші та питомими теплоємностями їх компонентів:

1) за заданого масового складу суміші:

$$c_{\text{сум}} \equiv \frac{C_{\text{сум}}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^z C_i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^z m_i \cdot c_i}{m} = \sum_{i=1}^z \frac{m_i}{m} c_i = \sum_{i=1}^z g_i \cdot c_i, \text{ Дж/(кг К)},$$

де g_i – масова частка i -го компонента; c_i – питома масова теплоємність i -го компонента, Дж/(кг К);

2) за заданого об'ємного складу:

$$c'_{\text{сум}} \equiv \frac{C_{\text{сум}}}{V} = \frac{\sum_{i=1}^z C_i}{V} = \frac{\sum_{i=1}^z V_i \cdot c'_i}{V} = \sum_{i=1}^z \frac{V_i}{V} \cdot c'_i = \sum_{i=1}^z r_i \cdot c'_i, \text{ Дж/(м}^3 \text{ К)},$$

де r_i – об'ємні частки; c'_i – питомі об'ємні теплоємності компонент, Дж/(м³ К);

3) питома мольна теплоємність суміші розраховується за допомогою формул:

$$c_{\mu.\text{сум}} \equiv \frac{C_{\text{сум}}}{\nu_{\text{сум}}} = \frac{\sum_{i=1}^z C_i}{\nu_{\text{сум}}} = \frac{\sum_{i=1}^z \nu_i \cdot c_{\mu.i}}{\nu_{\text{сум}}} = \sum_{i=1}^z \frac{\nu_i}{\nu_{\text{сум}}} \cdot c_{\mu.i} = \sum_{i=1}^z r_i \cdot c_{\mu.i}, \text{ Дж/(кмоль К)},$$

де $\nu_{\text{сум}}$ – кількість молей суміші газів, кмоль; $c_{\mu.i}$ – питомі молярні теплоємності компонент, Дж/(кмоль К).

Формули перерахунку одних питомих теплоємностей в інші для суміші мають таку ж форму, як і для окремих компонент. Так, якщо $\rho_{\text{сум}}$ – це густина суміші, то виконуються співвідношення:

$$c_{\text{сум}} = c'_{\text{сум}} / \rho_{\text{сум}} = c_{\mu.\text{сум}} / \mu_{\text{сум}}.$$

Лекція 2. ЗАКОНИ ТЕРМОДИНАМІКИ

2.1 Перший закон термодинаміки

Закон збереження та перетворення енергії є фундаментальним законом природи, що має загальний характер. Цей закон стверджує: енергія не зникає і не виникає знов, вона лише переходить з однієї форми існування до іншої у різноманітних фізичних та хімічних процесах. Іншими словами, для будь-якої ізольованої системи (тобто термодинамічної системи, що не обмінюється із навколишнім середовищем ані роботою, ані теплотою, ані речовиною) загальна кількість енергії, що міститься у цій системі, зберігається незмінною.

Відомі різні види енергії тіла: енергія теплового руху мікрочасток, що складають тіло, енергія взаємодії мікрочастинок, кінетична і потенціальна енергія всього тіла у цілому. Перші дві, як вже говорилося, складають внутрішню енергію тіла. Перший закон термодинаміки є твердженням про зміну цієї величини у термодинамічних процесах.

2.1.1 Внутрішня енергія та зовнішня робота

У першій главі було розглянуто основні поняття термодинаміки, зокрема теплоту та роботу як форми передачі енергії. Відмітимо їх головні особливості. **Теплота** – форма передачі енергії, що визначається контактом між тілами з різною температурою. **Робота** – відображає інший механізм передачі енергії. У випадку механічної роботи обов'язково має місце зміна об'єму.

Не має сенсу говорити про те, що тіло має якийсь запас теплоти та роботи. Можна лише додати або відняти якусь кількість теплоти або зробити якусь роботу.

Відповідно до закону збереження енергії, теплота, що підводиться до тіла фіксованого об'єму, призводить до зростання його внутрішньої енергії. Внутрішня енергія тіла, як вже відмічалось, складається з енергії поступного та обертального руху молекул, які утворюють тіло, енергії внутрішніх молекулярних коливань, потенційної енергії сил зціплення між молекулами, внутрішньої молекулярної енергії.

Для кожної речовини сили взаємодії між молекулами залежать від відстані між ними, тобто від питомого об'єму, а енергія хаотичного руху молекул визначає температуру. Через це внутрішню енергію U (Дж) (питому внутрішню енергію $u \equiv U/m$ (Дж/кг)) можна представити як функцію двох параметрів – температури та об'єму:

$$U = f(T, V).$$

Внутрішня енергія тіла у будь-якому стані не залежить від процесу, що передував цьому стану. Це означає, що внутрішня енергія – функція стану тіла (системи).

У загальному випадку об'єм тіла при нагріванні збільшується. Якщо тіло, що розглядається, міститься у середовищі із тиском P_c , то за збільшення об'єму тіла буде здійснюватись робота проти сил Φ зовнішнього тиску.

2.1.1.1 Робота розширення

Розглянемо процес збільшення об'єму V тіла довільної форми, яке знаходиться у середовищі із тиском P_c . Нехай площа поверхні тіла має величину F (дивись рисунок 2.1). Якщо зміну об'єму тіла dV вважати нескінченно малою величиною, то збільшення об'єму можна представити як процес переміщення окремих ділянок із площами dF поверхні цього тіла на відстані dx . Таким чином

$$dV = \int_F dF dx.$$

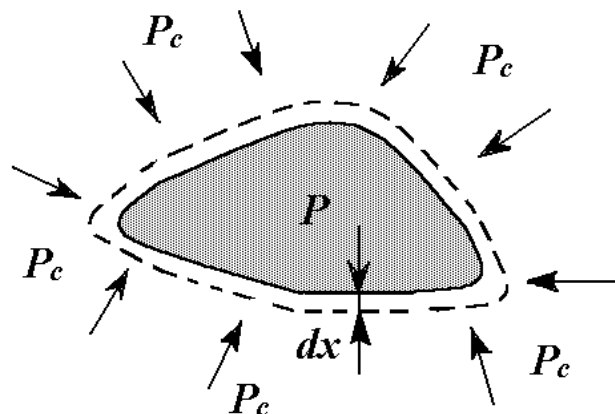


Рисунок 2.1 – Збільшення об'єму тіла в середовищі з тиском P_c

Оскільки тиск – сила, що діє за нормаллю на одиницю площі поверхні тіла, то очевидно, що сила, яка діє на ділянку поверхні тіла, дорівнює $d\Phi = P_c \cdot dF$. Внаслідок цього робота, яку потрібно затратити, щоб, незважаючи на протидію зовнішнього тиску, перемістити точки поверхні тіла на малі відстані dx , розраховується, як

$$\delta L = \int_F d\Phi dx = P_c \cdot \int_F dF dx. \quad (2.1)$$

Оскільки очевидно, що

$$\delta L = P_c \cdot dV, \quad (2.2)$$

то робота по зміні об'єму тіла від V_1 до V_2 дорівнює

$$L = \int_{V_1}^{V_2} P_c \cdot dV. \quad (2.3)$$

Робота L проти сил зовнішнього тиску, пов'язана зі збільшенням об'єму системи, носить назву **роботи розширення**. Робота розширення здійснюється системою над навколишнім середовищем.

Якщо $V = \text{const}$, то які би змін не зазнавали інші параметри, що характеризують стан тіла (P , V), робота розширення буде дорівнювати 0 (нулю).

Ми будемо розглядати рівноважні процеси. Для них є справедливою рівність $P = P_c$, де P – тиск у середині системи. В цьому випадку

$$\delta L = P dV,$$

тобто

$$L = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV. \quad (2.4)$$

На P – V діаграмі робота розширення зображається площею під кривою процесу. Дивись рисунок 2.2.

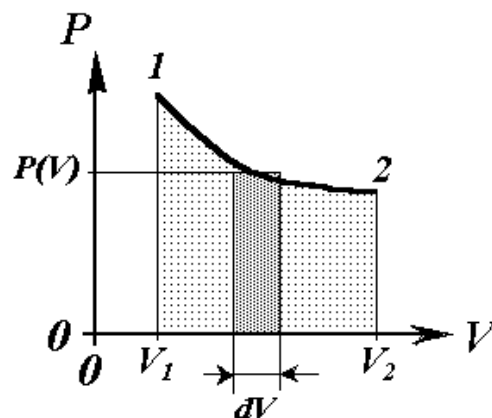


Рисунок 2.2 – Графік залежності тиску системи від її об'єму у термодинамічному процесі 1–2

Вся замальована площа відповідає повній роботі процесу L , а темному прямокутнику відповідає елементарна робота $\delta L = P(V) dV$.

Важливо підкреслити, що робота розширення системи від стану 1 до стану 2 залежить не лише від параметрів цих станів, але і від того, яким шляхом здійснюється процес розширення. Це добре видно на рисунку 2.3, на якому зображено графіки двох різних процесів (1A2 та 1B2) з однаковими початковим (1) і кінцевим (2) станами.

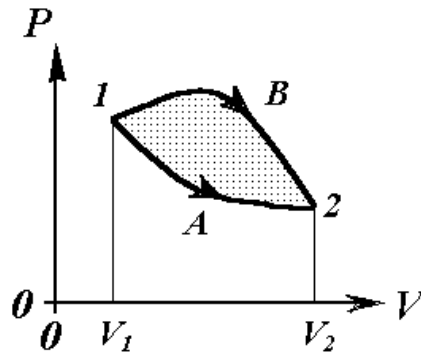


Рисунок 2.3 – Графік залежності тиску системи від її об'єму у термодинамічних процесах між станами 1 та 2

Зафарбована площа відповідає різниці робіт у процесах 1A2 і 1B2.

Залежно від шляхів інтегрування величина (2.4) буде мати різні значення. Таким чином, робота розширення є функцією процесу.

Далі ми будемо розглядати, головним чином, системи, що здійснюють роботу розширення проти сил зовнішнього тиску. Будь-який вид роботи, віднесений до одиниці маси (m) робочого тіла, будемо позначати символом l й називати **питомою роботою** ($l \equiv L/m$, Дж/кг). Будь-який вид питомої роботи, за винятком роботи розширення, будемо відображати символом l^* . Тоді

$$\delta l = P \cdot dv + \delta l^* .$$

$$l_{1-2} = \int_{v_1}^{v_2} P \cdot dv + l_{1-2}^* . \quad (2.5)$$

2.1.1.2 Робота проитовхування

Розглянемо ще одне поняття – робота проитовхування. **Робота проитовхування** – це робота, яку потрібно витратити для того, щоб ввести тіло до середовища, що має тиск, рівний тиску тіла у стані, що розглядається. Неважко обчислити її величину. Розглянемо газоподібне середовище із тиском P , обмежене контрольною поверхнею КП, та тіло, що знаходиться за межами середовища, але має тиск середовища і об'єм $V = F h$, де F – площа перетину тіла, а h

– його висота (дивись рисунок 2.4, *a*). Введемо це тіло до газового середовища (дивись рисунок 2.4, *б*).

При введенні тіла до середовища з боку останнього буде діяти сила $P \cdot V$. Через це, щоб ввести тіло до середовища, необхідно витратити роботу

$$L = P F h = P V.$$

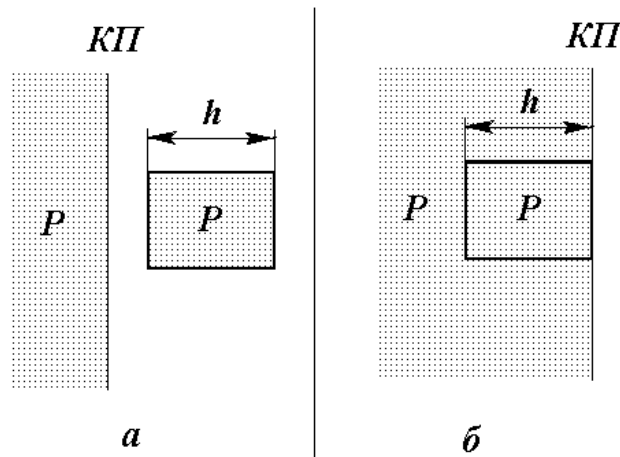


Рисунок 2.4 – Схематичне зображення тіла об'ємом V поза середовищем (*a*) й у середовищі (*б*)

Саме цю роботу називають роботою проштовхування. Її можна розглядати як потенційну енергію зв'язку даного тіла із навколишнім середовищем, що знаходиться у механічній рівновазі з тілом (тобто має такий же тиск).

2.1.2 Рівняння першого закону термодинаміки для закритої системи

У загальному випадку, внаслідок підведення теплоти до тіла, температура тіла підвищується і, внаслідок зміни об'єму тіла, проводиться робота. Тобто тепло Q йде на зміну внутрішньої енергії тіла U та на виконання роботи L .

$$Q = \Delta U + L.$$

Це і є **перший закон термодинаміки**. Поділивши останнє співвідношення на масу робочого тіла, отримаємо вираз рівняння у питомих величинах:

$$q_{1-2} = \Delta u_{1-2} + l_{1-2}, \quad (2.6)$$

де q_{1-2} – питома теплота, яку передано тілу при нагріванні від стану 1 до стану 2; $\Delta u \equiv u_2 - u_1$ – зміна питомої внутрішньої енергії тіла в тому ж процесі, яка дорівнює різниці питомої внутрішньої енергії у точках 1 та 2; l_{1-2} – питома робота, виконувана тілом у процесі 1–2. Рівняння (2.6) являє собою запис першого за-

кону термодинаміки. Останній, як вже відмічалось, є окремим випадком більш загального закону – закону збереження енергії.

У диференціальній формі це співвідношення має вид:

$$\delta q = du + \delta l. \quad (2.7)$$

Умовимося надалі теплоту, що підводиться до системи, вважати позитивною, а теплоту, що відводиться, – від'ємною. Відповідно робота, яку виконує система, – позитивна, а робота, виконувана над системою, – від'ємна.

Вище було показано, що робота розширення є функцією процесу. Також можна показати, що теплота, яка підводиться до тіла або відводиться від нього, є функцією процесу, тобто залежить від шляху, яким здійснюється перехід із початкового стану до кінцевого. Нагадаємо, що, на відміну від q та l , внутрішня енергія не є функцією процесу, а є функцією стану – її величина задається параметрами системи у даному стані.

Якщо мати справу тільки з роботою розширення, то формули 1-го закону термодинаміки (2.6)–(2.7) можна використовувати у виді:

$$q_{1-2} = (u_2 - u_1) + \int_{v_1}^{v_2} P \cdot dv, \quad (2.8)$$

$$\delta q = du + P dv. \quad (2.9)$$

Джоулем було доведено, що для ідеального газу питома внутрішня енергія системи є функцією тільки температури (не залежить від питомого об'єму), таким чином у випадку ідеального газу можна записати, що

$$du = c_v dT. \quad (2.10)$$

2.1.3 Ентальпія

Як буде видно з подальшого, важливу роль у різних термодинамічних розрахунках відіграє сума внутрішньої енергії системи U та добутку тиску системи на її об'єм. Ця величина називається **ентальпією** або **тепловмістом**.

$$I \equiv U + P V, \text{ Дж.}$$

Питома масова ентальпія за визначенням дорівнює

$$i \equiv I/m = u + P v, \text{ Дж/кг.} \quad (2.11)$$

Початок відліку ентальпії пов'язаний із початком відліку внутрішньої енергії (при $u=0$ $i = P v$). Так, для води прийнято, що $u=0$ у потрійній точці води, тобто при $t = 0.01$ °C , $P = 68.8$ Па, $v = 0.0010002$ м³/кг. Значення ентальпії в цьому стані дорівнює $i = P v = 0.611$ Дж/кг.

Через те що ентальпія визначається тільки через параметри стану, вона також є функцією стану:

$$i = f(P, T).$$

Розглянемо, який вид має перший закон термодинаміки в ізобарному процесі. Для цього перепишемо роботу, виділивши з неї роботу протитовхування:

$$\delta l = P dv = d(Pv) - v dP.$$

З урахуванням останнього співвідношення, перший закон термодинаміки набуває форми

$$\delta q = du + \delta l = du + d(Pv) - v dP = di - v dP.$$

Але в ізобарному процесі $dP=0$, тому в цьому випадку закон спрощується до

$$\delta q = di. \quad (2.12)$$

Таким чином, теплота, що підводиться в ізобарному процесі, витрачається лише на зміну ентальпії.

Відмітимо, що ентальпія ідеального газу, як і його внутрішня енергія, залежить тільки від температури:

$$di = c_p dT. \quad (2.13)$$

2.1.4 Властивості теплоємності, які витікають з першого закону термодинаміки

2.1.4.1 Зв'язок ізохорної та ізобарної теплоємності

Стосовно до ідеального газу можна виявити зв'язок між величинами c_p і c_v . Так, візьмемо похідну за температурою від визначення (2.11):

$$\frac{di}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{d(Pv)}{dT}. \quad (2.14)$$

Скористаємося тим, що

$$\frac{di}{dT} = c_p, \quad \text{а} \quad \frac{du}{dT} = c_v.$$

Крім того, з рівняння стану ідеального газу ($P v = R T$) випливає, що

$$\frac{d(Pv)}{dT} = R.$$

Об'єднавши три останні співвідношення з рівнянням (2.14), отримаємо теоретичний доказ **закону Майєра**:

$$c_p = c_v + R. \quad (2.15)$$

Нагадуємо, що цю формулу ми продекларували у попередній главі.

2.1.4.2 Межі значень теплоємності

З першого закону термодинаміки відразу витікає твердження про те, що теплоємність залежить від виду процесу, в якому відбувається передача тепла. Справді, за визначенням питома (масова) теплоємність дорівнює

$$c_x \equiv \frac{\delta q_x}{dt},$$

де δq_x – питома тепло, яке передається у ході перебігу процесу x , що супроводжувався зміною температури на величину dt . Але тоді, згідно з першим законом термодинаміки, дістаємо

$$c_x = du/dt + \delta l_x/dt,$$

де du та δl_x – відповідно зміна питомої внутрішньої енергії та питома робота, які супроводжують зміну температури системи на величину dt в ході перебігу x -процесу. Перша складова дорівнює питомій ізохорній теплоємності c_v ; друга складова, залежно від процесу, може мати будь-яке значення від $-\infty$ до $+\infty$. Саме тому значення теплоємності c_x можуть знаходитися у таких саме межах.

2.2 Рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу

Закон збереження енергії виконується у будь-яких системах – і в нерухомих і у тих, що рухаються.

У відкритій системі повна енергія, крім виконання роботи та теплообміну, змінюється ще і за рахунок масообміну.

Розглянемо рух потоку газу у каналі довільної форми. При розгляді потоку, на відміну від нерухомого середовища, слід враховувати ще одну складову загальної енергії – кінетичну енергію потоку. Так, кінетична енергія деякої фіксованої малої кількості речовини у потоці дорівнює

$$E_{\text{кін}} = \delta m \cdot \frac{w^2}{2},$$

де δm – маса цієї кількості речовини; w – швидкість газу у потоці. Якщо між двома перетинами за довжиною каналу (позначимо їх 1 та 2, рисунок 2.5) швидкість потоку змінюється від w_1 до w_2 , то і кінетична енергія цієї частини потоку (маси δm) змінюється на величину

$$\Delta E_{\text{кін}} = \delta m \cdot \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right).$$

Щоб отримати величину зміни кінетичної енергії для одного кілограма газу, треба останню формулу розділити на δm . В результаті для зміни питомої кінетичної енергії отримаємо співвідношення:

$$\Delta e_{\text{кін}} = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}. \quad (2.16)$$

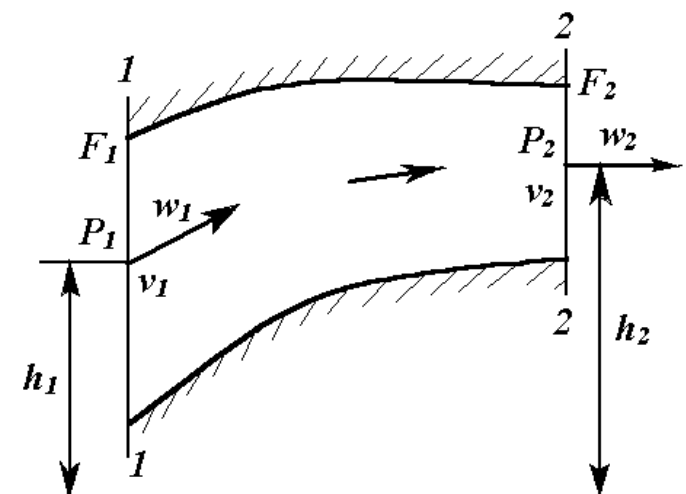


Рисунок 2.5 – Схема руху потоку у каналі

Індексми 1 і 2 позначено фізичні величини у відповідних перетинах: F – площа перетину; P – тиск; v – питомий об'єм; w – швидкість руху; h – висота над початковим рівнем.

Розглянемо стаціонарний потік у каналі довільної форми. Площу перетину каналу 1 позначимо F_1 , а перетину 2 – F_2 . Тиск, який має речовина, що рухається у перетинах 1 та 2, позначимо відповідно P_1 та P_2 .

Застосуємо рівняння першого закону термодинаміки до фіксованої маси рідини. Відповідно до нього тепло, яке отримає одиниця маси потоку при проходженні якоїсь ділянки, дорівнює

$$q_{1-2} = (u_2 - u_1) + l_{1-2}. \quad (2.17)$$

Тут індекси 1 та 2 позначають відповідні величини у двох перетинах потоку. Величина питомої внутрішньої енергії u визначається звичайним способом. Складнощі виникають тільки при розрахунках l_{1-2} – роботи одиниці маси потоку при проходженні між перетинами 1 і 2. З чого ж складається ця робота потоку? Розглянемо її складові.

Першою буде робота проштовхування:

$$l_{np} = l_{(2)} - l_{(1)} = P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1,$$

де $l_{(2)}$ – робота проштовхування, яку виконує потік, що виходить із перетину 2 (знак +); $l_{(1)}$ – робота проштовхування, яку виконують над потоком у перетині 1 (знак -). Робота проштовхування – перша частина роботи, виконувана потоком.

Якщо швидкість потоку у перетині 2 відрізняється від швидкості у перетині 1, то відповідна зміна кінетичної енергії визначається співвідношенням (2.16). Це друга частина роботи.

Якщо перетини розміщені на різній висоті, то повинна бути витрачена робота для того, щоб підняти порцію речовини, що тече, із висоти h_1 на висоту h_2 . Ця робота дорівнює зміні потенційної енергії у полі сил тяжіння:

$$l_{\text{пот}} = g(h_2 - h_1),$$

де g – прискорення вільного падіння. Це – третя складова роботи, що пов'язана із потоком.

У загальному випадку потік може виконувати також інші види робіт, наприклад, обертати колесо турбіни. Позначимо цю питому роботу $l_{\text{техн}}$. Це – четверта складова роботи.

До п'ятої складової роботи потоку відноситься робота, що витрачається на подолання сил тертя на стінках каналу. Позначимо її $l_{\text{терт}}$.

Отже, питома робота, яка виконується потоком, у загальному випадку записується наступним чином:

$$l_{1-2} = P_2 v_2 - P_1 v_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) + l_{\text{техн}} + l_{\text{терт}}, \quad (2.18)$$

або у диференціальній формі для горизонтального потоку ($dh = 0$):

$$\delta l = P dv = d(Pv) + w dw + \delta l_{\text{техн}} + \delta l_{\text{терт}}. \quad (2.19)$$

З урахуванням останніх співвідношень і визначення ентальпії ($i \equiv u + Pv$), перший закон термодинаміки (2.17) (у випадку горизонтального потоку) набуває виду:

$$q_{1-2} = i_2 - i_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + l_{\text{техн}} + l_{\text{терт}}, \quad (2.20)$$

або у диференційній формі (для елемента потоку) –

$$\delta q = di + w dw + \delta l_{\text{техн}} + \delta l_{\text{терт}}. \quad (2.21)$$

Ці рівняння являють собою запис **першого закону термодинаміки для потоку**. Далі їх буде використано в ході дослідження явища витікання.

2.3 Другий закон термодинаміки

2.3.1 Основні положення другого закону термодинаміки

Перший закон термодинаміки являє собою рівняння балансу енергії й надає можливість зв'язати теплоту та роботу процесу, якщо відомі початкова та кінцева внутрішня енергія системи. Проте перший закон не дозволяє встановити можливість того чи іншого процесу та його напрямок, хоча вкрай необхідно знати, в якій мірі частина одного виду енергії може перейти до іншого виду. Необхідно також уміти визначати можливу роботу системи до моменту досягнення нею термодинамічної рівноваги.

Вирішити ці питання можна за допомогою другого закону термодинаміки, який встановлює існуючий у природі напрямок усіх природних процесів. Згідно з цим законом, всі самодовільні процеси у природі йдуть завжди у певному напрямку і не можуть, без витрати енергії, здійснюватися у протилежному напрямку.

Другий закон термодинаміки ґрунтується на явищах, що постійно спостерігаються у природних умовах, – прагненні самодовільного здійснення таких процесів як: передача енергії у формі тепла від тіл із вищою температурою до тіл із нижчою температурою; розширення тіла від стану з вищим тиском до стану з нижчим тиском; передача електричної енергії від джерела з вищим потенціалом до джерела із нижчим потенціалом.

Природна спрямованість процесів дозволяє людству виробляти необхідну йому кількість енергії. Для здійснення протиприродних процесів завжди потрібно витрачати енергію у формі теплоти або роботи.

Так, при розширенні газу можна одержати корисну роботу, а для того щоб стиснути газ, зменшити об'єм та підвищити його тиск, необхідно витратити певну кількість енергії. Використовуючи природну течію води згори додола, можна із допомогою, наприклад, гідротурбіни виробляти необхідну енергію; але для того щоб змусити воду текти знизу угору, слід витратити енергію на привод насосів. Використовуючи природний перехід тепла від гарячого тіла до холодного, можна із допомогою теплового двигуна виробляти механічну енергію. Щоб відняти тепло від холодного тіла і віддати його навколишньому середовищу з більш високою температурою, треба у холодильній установці витратити певну кількість енергії. Через те що отримання необхідної для цієї мети енергії проводиться лише шляхом здійснення природних процесів (розширення стиснутого газу у циліндрі двигуна, течія води згори додола у гідротурбінах та т.п.), то можна зробити висновок: неможливо здійснити протиприродний процес без супутнього йому природного процесу. Останнє твердження і є одним із варіантів формулювання другого закону термодинаміки.

2.3.2 Основні формулювання другого закону термодинаміки

Отже, другий закон термодинаміки встановлює, що всі природні процеси, що дозволяють виробити необхідну людині енергію, йдуть завжди у певному напрямку – від вищого потенціалу до нижчого. Роботу у цих процесах можна одержувати до тих пір, доки не наступить повна рівновага системи, що розглядається (рівність температур, рівність тисків та т.п.). Протиприродний процес можна здійснити у тому разі, якщо витратити роботу або здійснити інший природний процес, що дозволить дістати необхідну для цього енергію.

Існує кілька формулювань одержаного експериментальним шляхом ***другого закону термодинаміки***. Ось деякі з них.

1. *Тепло не може переходити від холодного тіла до теплого без компенсації* (тобто без змін у стані інших тіл) (Клаузіус).

2. *Природа прагне до переходу від менш ймовірних станів до більш ймовірних* (Больцман).

3. *Не можливі такі процеси, єдиним кінцевим результатом яких було б відняття від якогось тіла тепла і перетворення цього тепла цілком у роботу.*

Ще одне формулювання наведене у пункті 2.4.2.

Далі ми розглянемо наслідки 2-го закону термодинаміки.

2.4 Оборотні та необоротні процеси. Поняття ентропії

2.4.1 Оборотні та необоротні процеси

Введемо важливе поняття оборотного процесу. *Процес оборотний*, якщо його можливо провести у прямому і зворотному напрямку без кінцевих змін у стані навколишніх тіл. Слід відмітити, що з визначення рівноважного процесу (дивись главу 1) витікає, що оборотним може бути тільки рівноважний процес.

Оборотний процес, очевидно, має таку властивість: якщо при прямому ході на якійсь елементарній ділянці система отримує тепло δQ і здійснює роботу δL , то при зворотному ході на тій самій ділянці система віддає тепло ($-\delta Q$) і над нею здійснюється робота ($-\delta L$). З цієї причини після проходження прямого і зворотного процесів система повертається до початкового стану без змін у навколишніх тілах.

Внаслідок наявності втрат на тертя та подолання інших опорів, всі реальні процеси, які спостерігаються, відбуваються так, що якщо спробувати їх здійснити у зворотному напрямку, то на це доведеться затратити більше енергії, ніж було отримано у прямому процесі. Справді, прояв сил тертя обов'язково викличе різницю тиску між частками середовища $\Delta P_{\text{тер}}^B$, якщо це внутрішнє тертя, або різницю тиску між окремими тілами $\Delta P_{\text{тер}}^3$, якщо сили тертя виникають між цими тілами. Очевидно, що поява означеної різниці тисків ($\Delta P_{\text{тер}}^B, \Delta P_{\text{тер}}^3$, далі позначимо ΔP) буде зменшувати корисну роботу, наприклад, при розширенні газу $l_{\text{роз}}$, та збільшувати роботу на його стиск $l_{\text{ст}}$. При цьому $l_{\text{ст}} > l_{\text{роз}}$, що вказує на необоротність процесів.

Також призведе до необоротності і поява різниці температур поміж частками тіла ΔT_B або між двома тілами ΔT_3 . В цьому випадку з'явиться природний тепловий потік, звернути який можна, лише витративши додаткову кількість енергії, бо, згідно із другим законом термодинаміки, тепло мимовільно не може переходити від холодного тіла до більш гарячого.

Таким чином, всі реальні процеси є необоротними, бо здійснення їх у зворотному напрямку вимагає додаткової витрати роботи і у кінцевому підсумку викликає які-небудь зміни у навколишніх тілах.

На противагу цьому можна уявити собі процеси, в яких теплообмін відбувається за нульової різниці температур ($\Delta T = 0$), а тертя та різниця тисків як у середині газу, так і між газом та стінкою відсутні ($\Delta P = 0$). Якщо здійснювати такий процес у прямому та зворотному напрямках, то ніяких кінцевих змін у стані навколишніх тіл не відбувається. Яка кількість енергії у формі тепла та роботи буде у прямому процесі, наприклад, підведена, точно така ж кількість

енергії у зворотному процесі буде відведена. Саме такі ідеальні процеси є **цілком оборотними процесами**.

Внутрішньо оборотними процесами називають процеси, в яких дотримуються умови оборотності ($\Delta T_v = 0$, $\Delta P_v = 0$) лише у середині системи, а умови зовнішньої оборотності не додержуються. (Наприклад, таким можна вважати нагрів газу у судині, якщо у будь-який момент часу у кожній точці цього газу тиск та температура будуть однаковими, а різниця температур між зовнішнім джерелом тепла та газом буде кінцева.)

У технічній термодинаміці звичайно розглядають внутрішньо оборотні процеси.

2.4.2 Ентропія як параметр стану термодинамічної системи

Для розрахунку максимальної роботи та її втрат, які викликані необоротністю реальних процесів, відомих нам термічних (P , v , T) та калориметричних (i , u) параметрів виявляється недостатньо.

Не вистачає, зокрема, параметра, за допомогою якого можна було б виражати теплоту процесу, бо вираження кількості тепла через теплоємність є неповним. Не вистачає й параметра для графічного зображення тепла на діаграмі стану (аналогічного роботі у P - v -координатах).

До того ж отримане вище рівняння першого закону термодинаміки (2.7), або

$$\delta q = du + P dv = di - v dP,$$

точно кажучи, не є диференціальним. Справді, якщо du та di є повними диференціалами (тобто приростами параметрів стану), то δq та δl не являють собою повних диференціалів, бо величини q та l залежать від шляху процесу.

Окремо взяті доданки $P dv$ та $v dP$ також не є повними диференціалами, хоч їх сума є диференціалом від Pv :

$$d(Pv) = P \cdot dv + v \cdot dP.$$

Якщо врахувати, що параметри P та v пов'язані поміж собою рівнянням стану, то рівняння першого закону термодинаміки можна привести до іншого виду, перетворивши його у рівняння повних диференціалів введенням множника $1/T$ (В математиці доведено, що диференціальний двочлен завжди можна перетворити на повний диференціал шляхом помноження на інтегруючий множник.):

$$\frac{\delta q}{T} = \frac{du}{T} + \frac{P \cdot dv}{T} = \frac{di}{T} - \frac{v \cdot dP}{T},$$

де $\delta q/T$ – повний диференціал, що відповідає приросту нового параметра.

Справедливість цього твердження можна показати на прикладі ідеальних газів, для яких $du = c_v \cdot dT$, $di = c_p \cdot dT$, $P \cdot v = R \cdot T$. При цьому рівняння 1-го закону термодинаміки набуває вигляду:

$$\frac{\delta q}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P}. \quad (2.22)$$

Оскільки всі члени правих частин рівняння (2.22) є повними диференціалами, то і величина $\delta q/T$ є повним диференціалом якогось нового параметра – **питомої ентропії** s , Дж/(кг К). Останню віднесено до 1 кг маси тіла ентропією S (тобто $s \equiv S/m$). У загальному випадку сама **ентропія**, за визначенням, – це величина, повний диференціал якої співпадає із відношенням

$$dS \equiv \delta Q/T, \text{ Дж/К}, \quad (2.23)$$

де δQ – елементарна кількість теплоти, яку отримує система в оборотному процесі.

Таким чином, з урахуванням (2.22) у випадку ідеальних газів, маємо

$$ds \equiv \frac{\delta q}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P},$$

що у разі незмінної теплоємності дає

$$s = c_v \ln T + R \ln v + \text{const}_v = c_p \ln T - R \ln P + \text{const}_p.$$

Звідси виходить, що повний приріст питомої ентропії у будь-якому процесі ідеального газу становить

$$s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1) + R \ln(v_2/v_1) = c_p \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1) \quad (2.24)$$

де індекси 1 та 2 відмічають, відповідно, початковий та кінцевий стани.

Таким чином, ми показали, що ентропія є функцією стану системи, тобто величина приросту ентропії у процесах не залежить від їх шляхів, а визначається лише значеннями початкових та кінцевих параметрів стану тіла:

$$s = s_1(T, P) \quad \text{або} \quad s = s_2(T, v).$$

Відмітимо ще одну важливу властивість ентропії – вона є адитивною величиною. Це означає, що ентропія системи дорівнює сумі ентропій окремих частин цієї системи.

З'ясуємо співвідношення між зміною ентропії в оборотних та необоротних процесах. Для цього розглянемо два процеси між близькими станами рівноваги (1 та 2) якоїсь системи.

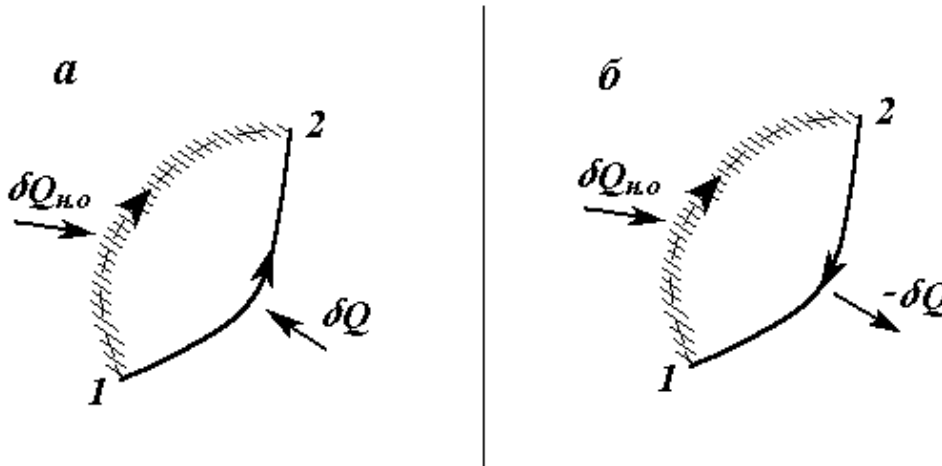


Рисунок 2.6 – Схеми процесів: *a* – необоротного і оборотного процесів 1→2; *б* – колового процесу 1→2→1. Штрихова лінія вказує на невизначеність параметрів стану системи в ході необоротного процесу.

Перший процес є необоротним (на рисунку 2.6 його відображено штриховою смугою). Перший закон термодинаміки для цього процесу має вигляд:

$$\delta Q_{\text{н.о.}} = dU + \delta L_{\text{н.о.}},$$

де $\delta Q_{\text{н.о.}}$ та $\delta L_{\text{н.о.}}$ – кількість тепла, яку отримує система, та робота, яку вона виконує, а dU – зміна внутрішньої енергії системи у ході переходу 1→2.

Другий процес – оборотний (на рисунку 2.6, *a* його відображено суцільною лінією). У цьому випадку перший закон термодинаміки дає вираз:

$$\delta Q = dU + \delta L,$$

де δQ та δL – відповідні кількість тепла та робота системи в оборотному переході 1→2.

Оскільки другий процес є оборотним, стає можливим здійснити коловий (циклічний) процес 1→2→1 (дивись рисунок 2.6, *б*), який складається з прямого необоротного переходу 1→2 та зворотного оборотного повернення 2→1 (в процесі 2→1 система отримує тепло ($-\delta Q$) і робить роботу ($-\delta L$)).

Як впливає з двох останніх рівнянь, у ході процесу 1→2→1 система отримує тепло $\delta Q_{\text{ц.}} = \delta Q_{\text{н.о.}} - \delta Q$, яке співпадає з роботою $\delta L_{\text{ц.}} = \delta L_{\text{н.о.}} - \delta L$. Аналіз

знаків величин $\delta Q_{ц}$ і $\delta L_{ц}$, який проводиться на основі другого закону термодинаміки (третє формулювання у пункті 2.3.2), показує, що єдиним можливим варіантом є співвідношення $\delta Q_{ц} = \delta L_{ц} < 0$ (яке означає віддачу системою теплоти $\delta Q_{ц}$ за рахунок проведеної над нею роботи $\delta L_{ц}$). Звідси, скориставшись тим, що в оборотному процесі $1 \rightarrow 2$ існує зв'язок $\delta Q = T \cdot dS$, отримаємо шукану закономірність $\delta Q_{ц} = \delta Q_{н.о} - T \cdot dS < 0$, тобто

$$dS > \frac{\delta Q_{н.о}}{T} \quad (2.25)$$

– необоротність процесів завжди викликає додатковий приріст ентропії.

Об'єднавши формули (2.23), (2.25), та позначивши δQ тепло, що підводиться у довільному елементарному процесі, можна отримати співвідношення:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T},$$

яке є вірним для будь-якого процесу і набуває форми рівності у випадку оборотних процесів.

Відмітимо, що оскільки нерівноважні процеси є необоротними, нерівність (2.25) виконується і для них. Це означає зростання ентропії у нерівноважних процесах.

(Далі ми не будемо відрізняти записи δq і dq , δQ і dQ , δl і dl та таке інше.)

Визначення (2.23) дає змогу записати рівняння, що пов'язує ентропію з іншими параметрами стану (перший закон термодинаміки у рівноважних процесах):

$$T \cdot ds = du + P \cdot dv. \quad (2.26)$$

Формула (2.26) називається **термодинамічною тотожністю** або **об'єднаним рівнянням термодинаміки**.

У випадку нерівноважних процесів співвідношення (2.25) і перший закон термодинаміки приводять до **основної нерівності термодинаміки**:

$$T \cdot ds > du + P \cdot dv.$$

Використовуючи поняття ентропії, можна дати ще одне формулювання **другого закону термодинаміки**.

4. У процесах, які проходять в ізольованій системі, її ентропія не зменшується.

Спираючись на останнє твердження, покажемо, що в замкнених системах незмінність ентропії можлива лише в ізотермічних і адіабатних процесах. Дійс-

но, розглянемо ізолювану систему, яка складається з двох підсистем, які мають між собою термічний зв'язок (дивись рисунок 2.7). Нехай температура першої підсистеми дорівнює T_1 , температура другої підсистеми дорівнює T_2 , причому $T_1 \geq T_2$. В ході термодинамічного процесу із першої підсистеми до другої перейде якась кількість тепла $dQ \geq 0$. Це призведе до зменшення ентропії першої підсистеми на величину $dS_1 \geq -dQ/T_1$ і збільшення ентропії другої підсистеми на величину $dS_2 \geq dQ/T_2$. Повна зміна ентропії системи (dS_c) дорівнює сумі змін ентропії її підсистем. Через це, згідно з останнім формулюванням другого закону термодинаміки, можна записати:

$$dS_c = dS_1 + dS_2 \geq -dQ/T_1 + dQ/T_2 = dQ (1/T_1 - 1/T_2) \geq 0 .$$

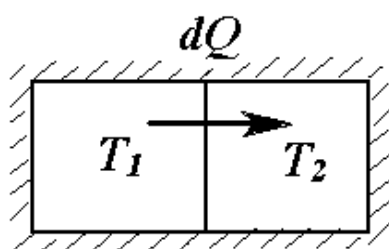


Рисунок 2.7 – Схема процесу передачі тепла dQ між підсистемами ізолюваної системи

Таким чином, ми отримали, що ентропія системи може залишитися незмінною (тобто $dS_c=0$) тільки в адіабатних ($dQ=0$) або ізотермічних ($T_1=T_2$) процесах.

2.4.3 T-s-діаграма. Властивості ентропії

В термодинаміці часто зручно відображати процеси в T - s -координатах. Якщо на T - s -діаграмі (дивись рисунок 2.8) зобразити довільний рівноважний процес (1–2) і виділити елементарну ділянку (що має ширину ds та висоту $T(s)$), то площа, яку зафарбовано, дорівнює питомій теплоті dq відповідного елементарного процесу:

$$dq = T \cdot ds , \tag{2.27}$$

а площа під лінією процесу (1→2) дорівнює загальній питомій кількості тепла, що передається у процесі:

$$q = \int_1^2 T(s) ds . \tag{2.28}$$

На цій підставі T - s -діаграма має назву **теплової діаграми**. Її широко використовують у теплових розрахунках термодинамічних процесів.

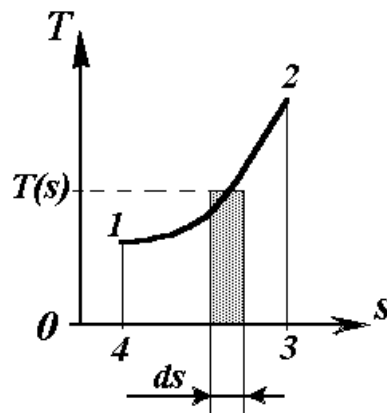


Рисунок 2.8 – T - s -діаграма процесу 1–2

Площа зафарбованого прямокутника дорівнює питомому теплу $dq = T ds$ відповідного елементарного процесу. Площа криволінійної трапеції 1–2–3–4 дорівнює загальній теплоті процесу 1→2.

2.5 Колові процеси або цикли

2.5.1 Поняття циклу. Прямий та зворотний цикли

Для того щоб робоче тіло у тепловому двигуні безупинно виконувало роботу при розширенні (1→2) (дивись рисунок 2.9), його слід повертати до початкового стану (2→1). Тобто необхідно створити **замкнений (коловий) процес** або **цикл**.

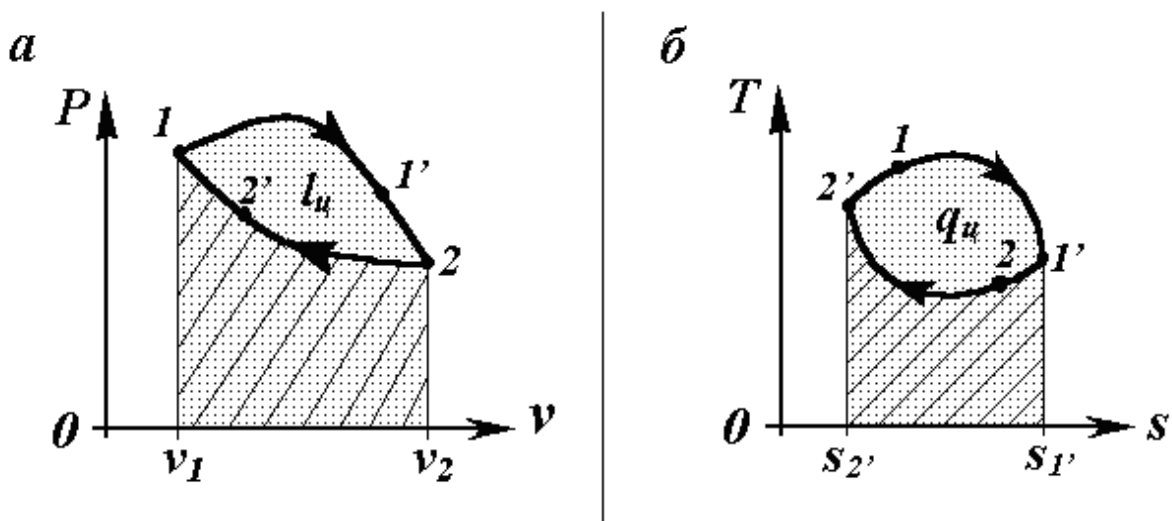


Рисунок 2.9 – Схематичне зображення P - v - та T - s -діаграм циклу

а) Зафарбована площа за величиною відповідає питомій роботі процесу

розширення $1 \rightarrow 2$, заштрихована – питомій роботі процесу стиску $2 \rightarrow 1$, зафарбована незаштрихована – питомій роботі циклу $l_{\text{ц}}$.

б) Зафарбована площа за величиною відповідає питомій теплоті процесу отримання тепла $2' \rightarrow 1'$, заштрихована – питомій теплоті процесу віддачі тепла $1' \rightarrow 2'$, зафарбована незаштрихована – питомій теплоті циклу $q_{\text{ц}}$.

Розрізняють прямий (тепловий двигун) та зворотний (холодильна машина) цикл. Очевидно, що у тепловому двигуні робота розширення повинна бути більше роботи, що витрачається на стиск. У зв'язку з цим цикли теплових двигунів на P - v -діаграмі завжди повинні бути спрямовані за годинниковою стрілкою. Це **прямий цикл**.

У випадку, коли цикл здійснюється не за годинниковою стрілкою, робота стиску стає більше роботи розширення, і ми маємо справу із так званими **зворотними циклами**, за якими діють компресори та холодильні машини.

Робота циклу $l_{\text{ц}}$ – це алгебраїчна сума робіт у всіх процесах розширення і стиску в ході циклу. Аналогічно **теплота циклу** $q_{\text{ц}}$ – це алгебраїчна сума теплоти, що задіяна у процесах підведення та відведення тепла протягом циклу.

З діаграми (рисунок 2.9,а) видно, що корисна робота циклу $l_{\text{ц}}$ дорівнює різниці робіт розширення та стиску, тобто відповідає площі у середині лінії циклу на P - v -діаграмі. Аналогічно з діаграми (рисунок 2.9,б) випливає, що теплота циклу $q_{\text{ц}}$ відповідає площі, яку обмежує лінія циклу на T - s -діаграмі.

Якщо застосувати перший закон термодинаміки (2.6) до циклу, то, внаслідок збігу початкового і кінцевого станів у такому процесі, зміна внутрішньої енергії робочого тіла після циклу дорівнює нулю, що приводить до важливого співвідношення:

$$q_{\text{ц}} = l_{\text{ц}}.$$

Теплові двигуни є тепловими машинами прямого циклу. Їхню будову схематично представлено на рисунку 2.8.

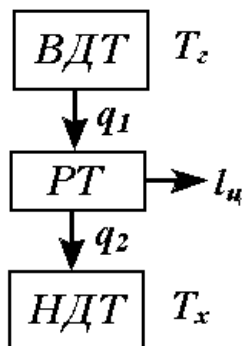


Рисунок 2.10 – Схема будови теплової машини

Машина складається з: 1) вищого джерела теплоти (ВДТ) – деякого тіла з температурою T_r , що перевищує температуру робочого тіла; 2) робочого тіла (РТ) – тіла (наприклад, газу у циліндрі з поршнем), здатного перетворювати внутрішню енергію теплового руху в роботу механічного переміщення; 3) нижнього джерела теплоти (НДТ) – тіла, що має температуру T_x , меншу за температуру робочого тіла.

В ході роботи теплової машини РТ отримує тепло (q_1) від більш нагрітого ВДТ, виконує роботу ($l_{ц}$) і віддає тепло (q_2) холоднішому НДТ, за рахунок чого повертається до початкового стану.

2.5.2 Термічний ККД циклу

Оскільки машини прямого циклу дають корисну роботу $l_{ц}$ за рахунок теплоти q_1 , яку отримують від ВДТ, то для оцінки ефективності прямого циклу застосовують **термічний коефіцієнт корисної дії** (ККД). Під ним розуміють відношення роботи циклу до одержаного від ВДТ тепла. Використовуючи співвідношення $q_{ц}=l_{ц}$ і $q_{ц}=q_1 - q_2$, неважко показати, що ККД циклу дорівнює

$$\eta_t \equiv \frac{l_{ц}}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}. \quad (2.29)$$

Добре видно, що тепловий ККД не може досягати одиниці.

2.5.3 Прямий цикл Карно

Розглянемо цикл теплового двигуна, який вперше досліджував Саді Карно у 1824 році. Означений цикл зображено на рисунках 2.11 та 2.10. Цей цикл створювався як такий, що реалізує максимальний ККД. Внаслідок цієї обставини він повинен складатися з оборотних процесів, бо необоротність завжди означає додаткові втрати. Але, як показано в цій главі раніше, оборотними можуть бути ізотермічний і адіабатний процеси, тому цикл Карно містить тільки ізотерми та адіабати.

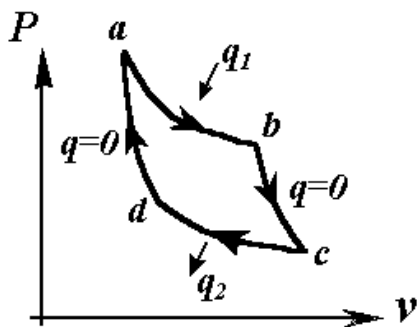


Рисунок 2.11 – P-v-діаграма прямого циклу Карно

Далі викладено послідовність процесів у циклі Карно.

З лівого крайнього положення a відбувається ізотермічне розширення газу у положення b . При цьому питомий об'єм збільшується від v_a до v_b при $T = T_1 = \text{const}$ із підведенням питомого тепла $q_{a-b}=q_1$.

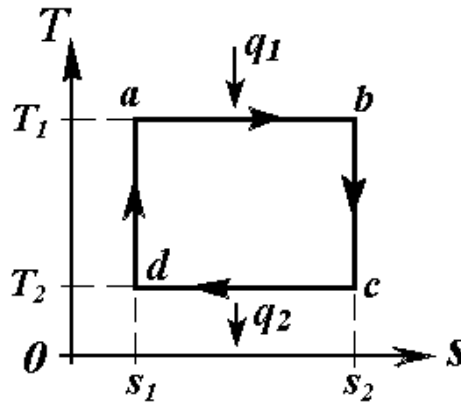


Рисунок 2.12 – T-s-діаграма прямого циклу Карно

Далі у процесі $b-c$ розширення здійснюється адіабатно ($q_{b-c}=0$). Цей процес супроводжується зменшенням температури від значення T_1 до значення T_2 .

Корисна робота виконується у процесах $a-b$ та $b-c$.

Далі з крайнього правого стану c при русі ліворуч здійснюється спочатку ізотермічний (при $T = T_2 = \text{const}$) стиск $c-d$ та відведенням питомого тепла $q_{c-d}=q_2$.

Від точки d йде адіабатний ($q_{d-a}=0$) стиск $d-a$ зі збільшенням температури та тиску до значень початкового стану a . Цикл закінчується.

Одержимо вираз для роботи даного циклу. Скористаємось тим, що у загальному випадку робота циклу $l_{\text{ц}}$ дорівнює теплоті циклу $q_{\text{ц}}$. Це дає можливість розрахувати $l_{\text{ц}}$ як різницю між всім підведеним (q_1) та відведеним (q_2) теплом у циклі ($q_{\text{ц}} = q_1 - q_2$). Найбільш простий вигляд цикл Карно має на T - s -діаграмі. Через це при розрахунках ми скористаємось нею (дивись рис. 2.12).

Так, питома теплота, яка підводиться у процесі $a-b$, дорівнює

$$q_1 = T_1 \cdot (s_2 - s_1),$$

а питома теплота, яка відводиться у процесі $c-d$, дорівнює

$$q_2 = T_2 \cdot (s_2 - s_1).$$

Таким чином, робота циклу має величину:

$$l_{\text{ц}} = q_{\text{ц}} = q_1 - q_2 = (T_1 - T_2)(s_2 - s_1).$$

Остання формула дає змогу визначити термічний ККД циклу Карно:

$$\eta_{t.K} \equiv \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.30)$$

З формули (2.30) витікають наступні твердження про ККД циклу Карно:

- 1) ККД циклу Карно залежить лише від температур джерел та не залежить від фізичної природи робочого тіла машини;
- 2) ККД циклу Карно зростає зі зростанням $T_{\text{г}}$ та спадає із зростанням $T_{\text{х}}$;
- 3) ККД циклу Карно є меншим за 1 та наближається до 1 при $T_{\text{х}}=0$ або $T_{\text{г}}=\infty$;
- 4) ККД циклу Карно дорівнює 0, якщо $T_{\text{г}} = T_{\text{х}}$;
- 5) ККД циклу Карно є більшим за ККД будь-якої іншої теплової машини, що діє у тому ж інтервалі температур.

Доказ останнього надзвичайно важливого твердження легше всього отримати у T - s -змінних.

Розглянемо (дивись рисунок 2.13) довільний цикл – цикл I та цикл II – цикл Карно, в якому температура вищого джерела теплоти (T_1) відповідає максимальній температурі циклу I, а температура нижчого джерела (T_2) відповідає мінімальній температурі циклу I. Із допомогою T - s -діаграми можна легко показати, що ККД циклу Карно є максимальним. Для цього, користуючись тим, що теплоті відповідає площа на T - s -діаграмі, запишемо вирази для визначення термічного ККД обох циклів:

$$\eta_t^I = 1 - \frac{q_2^I}{q_1^I} = 1 - \frac{b + (e + f)}{a + b + e + f},$$

$$\eta_{t.K}^{II} = 1 - \frac{q_2^{II}}{q_1^{II}} = 1 - \frac{b}{a + b + e + f + (c + d)}.$$

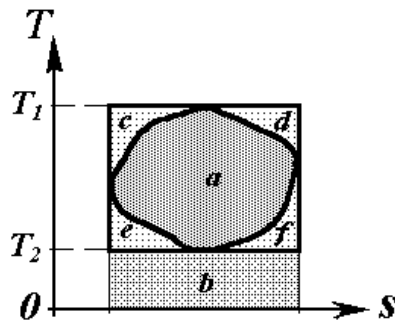


Рисунок 2.13 – T - s -діаграми довільного циклу і циклу Карно, який має такі ж мінімальну і максимальну температури, що і довільний цикл

Буквами a, b, c, d, e, f позначено відповідні площі.

Порівнявши два останні вирази, неважко отримати, що

$$\eta_t^I \leq \eta_{t.K}^{II}.$$

Очевидно, що цикл Карно є еталоном, у порівнянні з яким можна визначати ступінь ефективності будь-якого циклу, що здійснюється у даному інтервалі температур.

2.5.4 Зворотний цикл Карно

Розглянемо зворотний цикл Карно, тобто цикл, у якому тепло відбирається від холодного джерела (холодильника) та віддається гарячому джерелу (навколишньому середовищу, конденсатору) за рахунок виконання роботи (компресор). За цим циклом діють холодильні машини. Діаграми цього циклу зображено на рисунку 2.14.

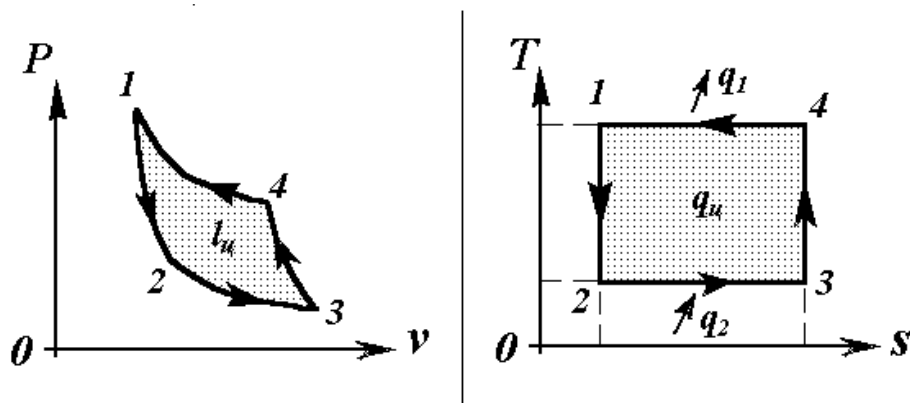


Рисунок 2.14 – P - v - та T - s -діаграми зворотного циклу Карно
Стрілками показано напрямок проходження циклу (1–2–3–4–1).

Ефективність роботи такого циклу характеризується **холодильним коефіцієнтом**, який дорівнює відношенню відведеної від нижчого джерела кількості тепла до роботи циклу:

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_{\text{ц}}}. \quad (2.31)$$

На відміну від ККД, холодильний коефіцієнт може бути більше одиниці.

Можна довести, що, у порівнянні з іншими циклами, найбільше значення холодильного коефіцієнта у заданому інтервалі температур холодильної камери T_x та навколишнього середовища T_0 має зворотний цикл Карно. Цей максимальний холодильний коефіцієнт дорівнює

$$\varepsilon_{\text{Карно}} = \frac{T_{\text{x}}}{T_0 - T_{\text{x}}}.$$

Глава 3. ОСНОВНІ ТЕРМОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ

3.1 Основні рівняння та положення дослідження

Предметом даної глави є рівноважні ізотермічні, адіабатні, ізохорні, ізобарні та політропні процеси ідеальних газів. З певною мірою наближення можна вважати, що реальні процеси газів можуть бути саме такими. Тому їх вивчення є важливим для практики.

Так, наприклад, можна вважати адіабатним процес розширення газу безпосередньо після хімічної реакції, що супроводжує вибух. Це обґрунтовує застосування рівнянь адіабатного процесу для розрахунку розміру панелей, що легко відкидаються під дією вибуху, запобігаючи руйнуванню будівлі.

Нагрівання газів та пари у закритих судинах можна вважати ізохорним процесом і використовувати його рівняння для визначення максимальних допустимих тиску та температури.

Дослідження термодинамічних процесів ідеальних газів буде спиратися на розглянуті у попередніх главах рівняння:

1) рівняння стану ідеального газу:

$$P v = R T ; \quad (3.1)$$

або його наслідок – узагальнений газовий закон довільного процесу (1→2):

$$P_1 v_1 / T_1 = P_2 v_2 / T_2 ; \quad (3.2)$$

2) рівняння першого закону термодинаміки:

$$dq = du + dl ; \quad (3.3)$$

3) визначення питомої механічної роботи:

$$dl = P dv ; \quad (3.4)$$

4) визначення питомої теплоємності c :

$$dq = c dT ; \quad (3.5)$$

5) рівняння зв'язку між зміною питомої внутрішньої енергії і зміною температури ідеального газу:

$$du = c_v dT ; \quad (3.6)$$

6) рівняння зв'язку між зміною питомої ентальпії і зміною температури ідеального газу:

$$di = c_p dT ; \quad (3.7)$$

7) рівняння зв'язку між зміною питомої ентропії і параметрами ідеальних газів у рівноважних процесах із незмінною теплоємністю:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1) + R \ln(v_2/v_1) = c_p \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1). \quad (3.8)$$

У дослідження процесу входить:

1. Встановлення рівняння процесу або зв'язку параметрів у ньому.
2. Визначення роботи газу в процесі.
3. Визначення кількості тепла, відведеного або підведеного у процесі, зміни внутрішньої енергії, зміни ентальпії.
4. Зображення процесу у P - v - та T - s -координатах.
5. Визначення зміни ентропії.

У подальшому аналізі, крім рівнянь (3.1)–(3.8), буде використано деякі додаткові співвідношення. Нагадаємо їх.

З формули Май'єра (дивись (2.15)) $c_p = c_v + R$ можна одержати вирази, що спрощують розрахунки. Ці співвідношення пов'язують ізохорну та ізобарну теплоємності з питомою газовою сталою і **показником (коефіцієнтом) адіабати k** :

$$k \equiv c_p / c_v . \quad (3.9)$$

Неважко показати, що

$$c_p = \frac{k}{k-1} R, \quad c_v = \frac{1}{k-1} R . \quad (3.10)$$

3.2 Дослідження основних термодинамічних процесів

3.2.1 Ізохорний процес

Процес, у ході якого об'єм не змінюється, має назву **ізохорного процесу**. Таким чином, його визначення має вид формули $V = \text{const}$, що з урахуванням узагальненого газового закону (3.2) дає відомий закон Шарля:

$$P/T = \text{const}, \quad P_1 / T_1 = P_2 / T_2 . \quad (3.11)$$

Робота в ізохорному процесі дорівнює 0 (виходячи зі зв'язку механічної роботи зі зміною об'єму (3.4)). Дійсно,

$$dv = 0 \Rightarrow dl_v = 0 \Rightarrow l_v = 0 .$$

Оскільки у даному процесі $c = c_v$, то у випадку, коли теплоємність не залежить від температури T , можна, проінтегрувавши (3.5), визначити питому теплоту процесу:

$$q_v = c_v (T_2 - T_1). \quad (3.12)$$

Коли $c_v = f(t)$, то, використовуючи поняття середньої теплоємності (дивись формулу (1.39)), отримаємо:

$$q_v = t_2 c_{v,m}(0, t_2) - t_1 c_{v,m}(0, t_1) . \quad (3.13)$$

Інтегруючи формулу (3.6) за сталої теплоємності, для зміни питомої внутрішньої енергії маємо:

$$\Delta u = c_v (T_2 - T_1).$$

Інтегруючи (3.7) за постійної теплоємності, для зміни ентальпії будемо мати формулу:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

Відповідно до (3.8), зміна ентропії в ізохорному процесі дорівнює:

$$\Delta s_v = c_v \ln(T_2/T_1) = c_v \ln(P_2/P_1). \quad (3.14)$$

Графіки ізохорного процесу представлено на рисунку 3.1.

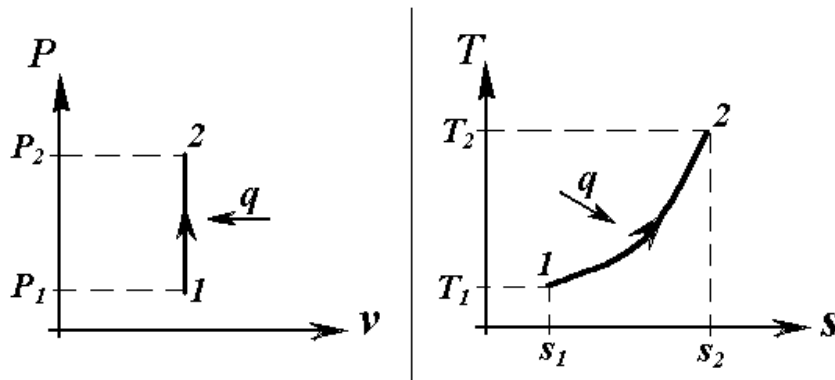


Рисунок 3.1 – Графік ізохорного процесу у P - v - та T - s -координатах

Оскільки робота в даному процесі дорівнює нулю, з першого закону термодинаміки випливає, що

$$q_v = \Delta u,$$

тобто все надане тепло йде на зміну внутрішньої енергії.

3.2.2 Ізобарний процес

Визначення **ізобарного процесу** – процес, що проходить за сталого тиску: $P = \text{const}$. З урахуванням узагальненого газового закону (3.2), рівняння ізобарного процесу набуває виду закону Гей-Люсака:

$$v/T = \text{const}, \quad v_1/T_1 = v_2/T_2.$$

Оскільки тиск є сталим, рівняння (3.4) легко інтегрується. Результатом є твердження, що питома робота розширення в ізобарному процесі дорівнює:

$$l_p = P (v_2 - v_1), \quad (3.15)$$

або з урахуванням рівняння стану (3.1):

$$l_p = R (T_2 - T_1). \quad (3.16)$$

Очевидно, що у випадку, коли теплоємність не залежить від температури, інтегруючи рівняння (3.5)–(3.7), одержимо, що тепло, підведене у процесі, зміна внутрішньої енергії та зміна ентальпії дорівнюють, відповідно

$$q_p = c_p (T_2 - T_1), \quad \Delta u = c_v (T_2 - T_1), \quad \Delta i = c_p (T_2 - T_1). \quad (3.17)$$

Коли теплоємність залежить від температури $c_p = f(t)$, згідно з (1.39), маємо:

$$q_p = t_2 c_{p,m}(0, t_2) - t_1 c_{p,m}(0, t_1), \quad (3.18)$$

де $c_{p,m}(0, t)$ – питома ізобарна теплоємність, середня на інтервалі від 0 до t .

Зміна ентропії розраховується із загального для ентропії ідеального газу виразу (3.8). За умови $P_1 = P_2$, отримаємо:

$$\Delta s_p = c_p \ln(T_2/T_1) = c_p \ln(v_2/v_1). \quad (3.19)$$

P - v - та T - s -діаграми процесу зображено на рисунку 3.2.

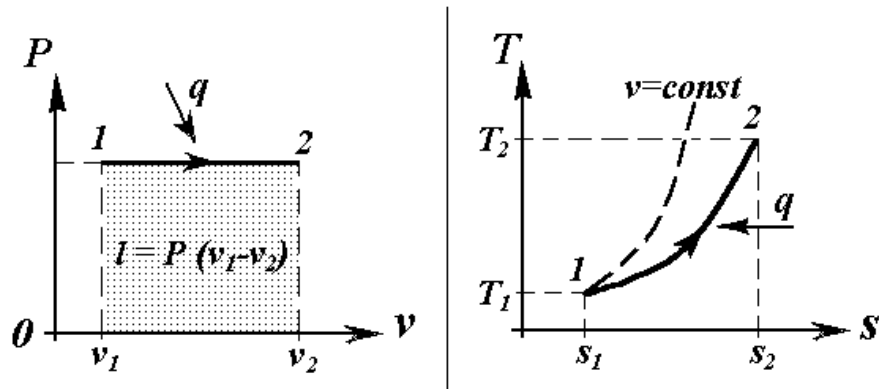


Рисунок 3.2 – P - v - та T - s -діаграми ізобарного процесу 1–2 (неперервна лінія)

В означеному процесі (1–2) робота розширення проводиться за збільшення температури газу. Встановимо, яка частка з підведеної кількості тепла в ізобарному процесі перетворюється у роботу розширення. Для цього використаємо перший закон термодинаміки (3.3) і співвідношення (3.5) та (3.6)

$$\frac{dl_p}{dq_p} = \frac{dq_p - du}{dq_p} = 1 - \frac{du}{dq_p} = 1 - \frac{c_v \cdot dT}{c_p \cdot dT} = 1 - \frac{1}{k}, \quad (3.20)$$

де величина k – коефіцієнт адіабати (3.9).

Наприклад, для повітря $k = 1.4$. В цьому випадку, як видно з (3.20), лише порядку 28 % тепла, підведеного в ізобарному процесі, може бути перетворено у роботу. Інші 72 % йдуть на розігрів газу в процесі розширення.

3.2.3 Ізотермічний процес

Ізотермічним процесом називається процес, що відбувається за постійної температури. Наприклад, таким можна вважати витікання повітря при диханні у протигазі.

Рівняння процесу має вид $T = \text{const}$, який, з урахуванням узагальненого газового закону (3.2), набуває форми закону Бойля–Маріотта:

$$Pv = \text{const}, \quad P_1 v_1 = P_2 v_2. \quad (3.21)$$

У P - v -координатах ізотерма є гіперболою, яка асимптотично наближається до осей координат; в T - s -координатах – це пряма, паралельна осі ентропії. (Дивись рисунок 3.3.)

Робота в ізотермічному процесі визначається прямим розрахунком, виходячи з визначення (3.4). При цьому використовується рівняння стану ідеального газу (3.1).

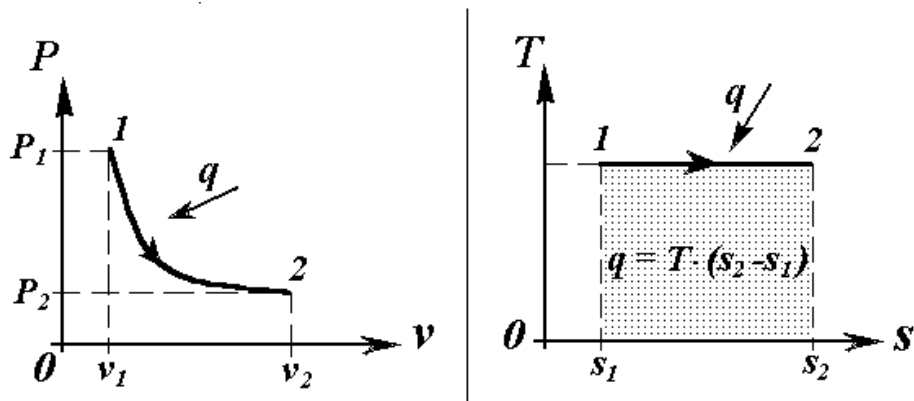


Рисунок 3.3 – P - v - та T - s -діаграми ізотермічного процесу 1–2

Так, питома робота газу у довільному процесі дорівнює:

$$l = \int_{v_1}^{v_2} P dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{RT}{v} dv.$$

Далі, оскільки процес є ізотермічним, останній інтеграл спрощується до

$$l_T = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = RT \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = RT \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right). \quad (3.22)$$

Знов використавши рівняння стану ідеального газу, вираз (3.22) можна трансформувати у формулу:

$$l_T = P_1 \cdot v_1 \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = P_1 \cdot v_1 \cdot \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right). \quad (3.23)$$

Теплоту процесу можна знайти, спираючись на перший закон термодинаміки. Скористаємося тим, що, згідно з (3.6), зміна внутрішньої енергії в ізотермічному процесі дорівнює нулю. Тоді з (3.3) отримаємо:

$$dq_T = dl_T \Rightarrow q_T = l_T. \quad (3.24)$$

Формула (3.24) означає, що вся підведена в ізотермічному процесі кількість тепла може бути перетворена у роботу розширення газу, і навпаки, у процесі стиску від робочого тіла необхідно відводити кількість теплоти, еквівалентну роботі, що витрачається на стиск.

На підставі (3.24) кількість тепла, підведена або відведена від газу при $T=\text{const}$, може бути знайдена з формул (3.22) або (3.23).

Як вже відмічалось, зі співвідношень (3.6) та (3.7) випливає, що при $T = \text{const}$ для ідеального газу зміна внутрішньої енергії та ентальпії дорівнює 0, тобто

$$u(T) = \text{const}, \quad i(T) = \text{const}.$$

Для розрахунку зміни ентропії можна просто скористатися формулою (3.8) (взявши $T_1 = T_2$). Інший варіант дії – спиратися на загальне визначення зміни ентропії: $ds = dq/T$. З нього випливає, що в ізотермічному процесі

$$\Delta s_T = q_T/T, \quad (3.25)$$

або із урахуванням (3.22), (3.24)

$$\Delta s_T = R \ln(v_2/v_1) = R \ln(P_1/P_2). \quad (3.26)$$

3.2.4 Адіабатний (ізоентронний) процес

Під **адіабатним процесом** розуміють процес зміни стану робочого тіла без теплообміну із навколишнім середовищем, тобто основною умовою протікання такого процесу є:

$$dq = 0. \quad (3.27)$$

В оборотному процесі $ds = dq/T$, таким чином адіабатний оборотний процес є **ізоентронним процесом**.

Адіабатний процес надалі буде використовуватися в якості моделі робочого розширення газу або пари у двигуні.

Виведемо рівняння адіабатного процесу у P - v -координатах. При цьому ми будемо розглядати тільки оборотні (ізоентронні) процеси, не аналізуючи необоротних адіабатних процесів типу вибуху.

З першого закону термодинаміки (3.3) і рівняння (3.27) маємо зв'язок:

$$du = - dl. \quad (3.28)$$

З (3.28) видно, що в адіабатному процесі робота розширення здійснюється лише за рахунок падіння внутрішньої енергії газу.

Надалі скористаємося зв'язком між внутрішньою енергією та температурою (3.6) і співвідношенням (3.10). З них випливає, що

$$du = c_v \cdot dT = \frac{R}{k-1} dT,$$

або з урахуванням рівняння стану ідеального газу (3.1):

$$du = \frac{d(P \cdot v)}{k - 1}.$$

Підставимо останню формулу і визначення роботи ($dl = P dv$) у рівняння (3.28) і поділимо результат на Pv . Отримаємо

$$dP/P + k dv/v = 0. \quad (3.29)$$

Інтегруючи (3.29), одержимо кінцеве *рівняння адіабатного процесу (рівняння Пуассона)*:

$$P v^k = \text{const}. \quad (3.30)$$

Із (3.30) витікає, що

$$P_1 v_1^k = P_2 v_2^k. \quad (3.31)$$

Використавши рівняння стану (3.1), можна записати рівняння адіабатного процесу у змінних T, v :

$$T v^{k-1} = \text{const}, \quad T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_2^{k-1}, \quad (3.32)$$

або у змінних T, P :

$$T/P^{(k-1)/k} = \text{const}, \quad T_1/P_1^{(k-1)/k} = T_2/P_2^{(k-1)/k}. \quad (3.33)$$

Розглянемо взаємне розташування адіабати та ізотерми (дивись рисунок 3.4).

Покажемо, що адіабата у P - v -координатах завжди крутіша за ізотерму. Нехай адіабата та ізотерма перетинаються у точці (P_0, v_0) (дивись рисунок 3.4). Тоді у P - v -координатах рівняння ізотерми (3.21) і адіабати (3.30) мають вигляд, відповідно

$$P = P_0 v_0/v, \quad P = P_0 (v_0/v)^k. \quad (3.34)$$

Тангенси кутів нахилу залежностей $P(v)$ визначаються величинами похідних dP/dv , які у точці (P_0, v_0) , згідно з (3.34), для ізотермічного й адіабатного процесів дорівнюють, відповідно

$$dP/dv = -P_0/v_0, \quad dP/dv = -k P_0/v_0.$$

Звідси витікає, що через нерівність $k > 1$ адіабата йде більш круто ніж ізотерма.

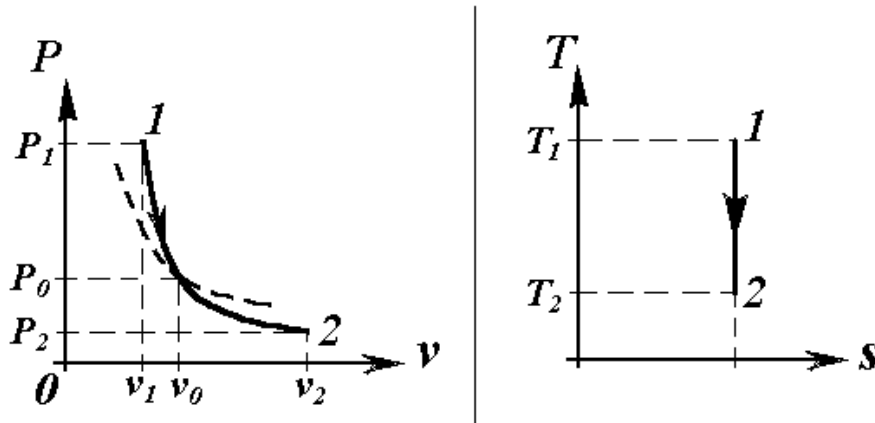


Рисунок 3.4 – P - v - та T - s -діаграми адіабатного процесу 1–2
Жирною пунктирною лінією на P - v -діаграмі зображено графік ізотермічного процесу.

Знайдемо вираз для роботи в адіабатному процесі. Це можна зробити безпосередньо, беручи інтеграл від $dl = P(v) dv$. Можна діяти інакше. Так, з рівняння (3.28) видно, що

$$l_{\text{ад}} = -\Delta u = c_v (T_1 - T_2). \quad (3.35)$$

Через виконання співвідношення (3.10) рівняння (3.35) набуває вигляду:

$$l_{\text{ад}} = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2). \quad (3.36)$$

Скориставшись рівнянням (3.1) у станах 1 та 2, можна надати формулі (3.36) наступної форми:

$$l_{\text{ад}} = \frac{P_1 \cdot v_1 - P_2 \cdot v_2}{k-1}. \quad (3.37)$$

І нарешті, спираючись на зв'язок (3.31), можна привести вираз (3.37) до вигляду:

$$l_{\text{ад}} = \frac{P_1 \cdot v_1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right) = \frac{P_1 \cdot v_1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right). \quad (3.38)$$

Зміна ентальпії в адіабатному процесі розраховується за загальною формулою (3.7), яка при інтегруванні у випадку постійних теплоємностей дає вираз:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

Об'єднавши визначення зміни ентропії в оборотному процесі ($ds = dq/T$) із визначенням адіабатного процесу ($dq = 0$), неважко побачити, що в даному випадку зміна ентропії дорівнює нулю, тобто

$$\Delta s = 0 \quad \Leftrightarrow \quad s = \text{const.}$$

3.2.5 Політропний процес

Політропний процес – процес, протягом якого теплоємність робочого тіла залишається постійною.

Аналіз визначення політропного процесу приводить до висновку, що основні термодинамічні процеси – ізохорний, ізобарний, ізотермічний та адіабатний, – якщо вони протікають за постійної теплоємності, є окремими випадками політропного процесу.

Теплоємність політропного процесу c_n може набувати значень від $-\infty$ до $+\infty$.

Кількість теплоти, що бере участь у політропному процесі, можна визначити звичайним співвідношенням (3.5):

$$dq_n = c_n dT, \tag{3.39}$$

яке для процесу $1 \rightarrow 2$ в цілому дає

$$q_n = c_n (T_2 - T_1).$$

Рівняння політропного процесу виводиться на підставі рівняння (3.39), першого закону термодинаміки (3.3):

$$dq_n = du + dl_n = c_v dT + P dv \tag{3.40}$$

та рівняння стану ідеального газу (3.1) у формі

$$d(P v) = R dT. \tag{3.41}$$

Виключивши q та T з цих рівнянь, знайдемо **диференціальне рівняння політропного процесу** у P - v - змінних:

$$dP/P = -n dv/v, \quad (3.42)$$

в якому символом n позначено **показник (коефіцієнт) політропи**:

$$n \equiv \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n}. \quad (3.43)$$

Інтегруючи співвідношення (3.42) в межах від початку до кінця процесу, знаходимо

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n, \quad (3.44)$$

або

$$P v^n = \text{const}. \quad (3.45)$$

Отримане рівняння називається **рівнянням політропного процесу**.

Скориставшись рівнянням стану ідеального газу (3.1), можна (аналогічно адіабатному процесу) переписати рівняння політропного процесу у змінних T , v :

$$T v^{n-1} = \text{const}, \quad T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1}, \quad (3.46)$$

або у змінних T , P :

$$T/P^{(n-1)/n} = \text{const}, \quad T_1/P_1^{(n-1)/n} = T_2/P_2^{(n-1)/n}. \quad (3.47)$$

Показник політропи n має для кожного процесу певне значення, яке (користуючись (3.44), (3.46), (3.47)) може бути визначене за координатами двох будь-яких точок за одним із рівнянь:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}, \quad n-1 = \frac{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}{\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}, \quad \frac{n-1}{n} = \frac{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}.$$

Фіксація n (відповідно до (3.43)) задає також теплоємність процесу:

$$c_n = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (3.48)$$

Значення показника політропи і теплоємності в основних термодинамічних процесах наведено у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Назва процесу	Теплоємність c_n	Показник політропи n
Ізохорний	c_v	$\pm\infty$
Ізобарний	c_p	0
Ізотермічний	$\pm\infty$	1
Адіабатний	0	k

Зміна внутрішньої енергії визначається інтегруванням загальної формули (3.6), що дає зв'язок:

$$\Delta u = c_v \Delta T.$$

Рівняння роботи у політропному процесі має вид, аналогічний до адіабатного процесу. Роботу політропного процесу можна знайти, скориставшись першим законом термодинаміки і співвідношеннями (3.10), (3.48):

$$l_n = q_n - \Delta u = c_n \Delta T - c_v \Delta T = (c_n - c_v)(T_2 - T_1) = -R(T_2 - T_1)/(n-1),$$

тобто

$$l_n = \frac{R \cdot (T_1 - T_2)}{n-1} = \frac{P_1 \cdot v_1 - P_2 \cdot v_2}{n-1}. \quad (3.49)$$

Виходячи з (3.44), останній формулі можна також надати вигляду:

$$l_n = \frac{P_1 \cdot v_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right) = \frac{P_1 \cdot v_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right). \quad (3.50)$$

Зміна ентальпії у політропному процесі розраховується за загальною формулою:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

Зміну ентропії газу легко знайти, спираючись на визначення ентропії в оборотному процесі $ds = dq/T$. Звідси

$$\Delta s = \int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{dq}{T} = \int_{T_1}^{T_2} c_n \frac{dT}{T} = c_n \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1} \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right). \quad (3.51)$$

Зображення політропного процесу на діаграмах показано на рисунку 3.5.

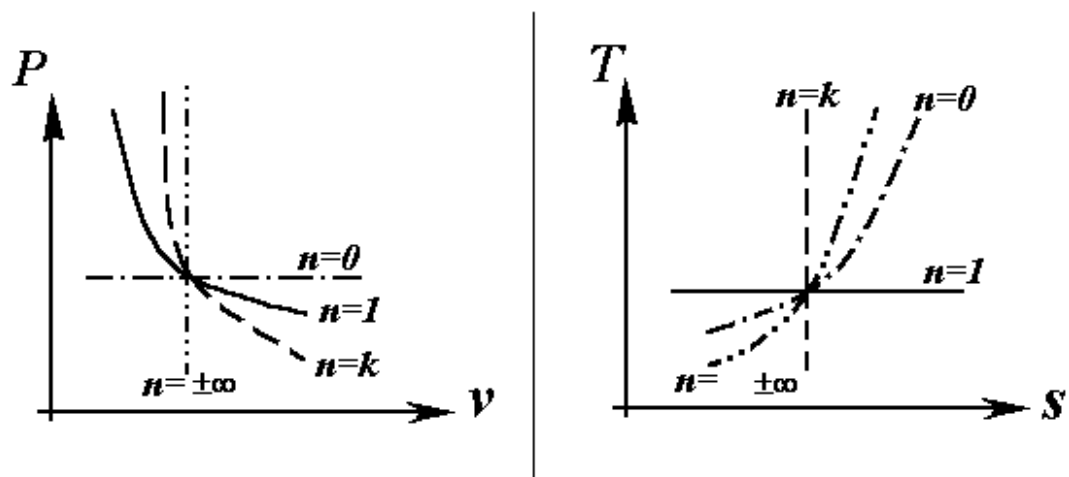


Рисунок 3.5 – P - v - та T - s -діаграми політропних процесів

Лекція 4. ТЕРМОДИНАМІКА РІДИН ТА ПАРИ

Тема, яку викладено у даній главі, має надзвичайно різноманітні технічні застосування. Передусім це пов'язано із поширеністю застосування водяної пари в якості робочого тіла багатьох теплових машин, систем обігріву, охолодження, транспортування тепла. Останнє пов'язано з тим, що води багато (і тому вона дешева), водяний пар не токсичний, добре транспортується, має значну теплоємність. Природно, загальні закономірності переходу рідини до пароподібного стану виконуються і для інших речовин. Вони відіграють важливу роль у роботі всіляких перегінних апаратів, які застосовуються для виділення речовин із розчину.

Знання закономірностей процесів випаровування необхідне для розуміння підготовчих етапів процесів горіння, які докладно вивчаються у курсі “Теорія розвитку та припинення горіння”. Справа в тому, що найбільш розповсюдженим варіантом горіння є реакція із парою пального, яке у початковому стані часто знаходиться у рідинній фазі, і тому стає важливим процес переходу із рідкого до газоподібного стану.

Ці закономірності важливі і при водяному гасінні, в результаті якого вода, як правило, переходить до пароподібного стану.

Процес пароутворення треба враховувати при пожежі на резервуарах нафтопродуктів. Іноді він призводить до дуже небезпечного явища – викиду нафтопродукту з резервуара.

Необхідно розуміти і поведінку води при гасінні пожеж водяною парою. Цей процес може супроводжуватися конденсацією пари на поверхнях більш холодної огорожі, що треба враховувати для правильного визначення необхідної кількості пари.

4.1 Фазові перетворення: основні поняття та визначення

4.1.1 Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса

У попередній главі було розглянуто поведінку газів в умовах, коли їх можна вважати ідеальними. Це наближення є вірним, коли можна нехтувати взаємодією молекул газу між собою. Воно виконується за високих значень температури або питомого об'єму газу. У разі зменшення цих параметрів роль взаємодії молекул газу між собою зростає. Одне з найпростіших рівнянь, яке якісно вірно враховує цю обставину, – *рівняння Ван-дер-Ваальса*:

$$(P + a/v^2)(v - b) = R T. \quad (4.1)$$

Тут a та b – експериментальні сталі (свої для кожного газу), що визначаються особливостями сил взаємодії молекул між собою. Стала b враховує зменшення об'єму, в якому рухаються молекули, яке викликане тим, що вони самі займають деякий об'єм. Складова a/v^2 враховує внесок у тиск взаємодії молекул, що б'ються об стінку (їхня кількість є пропорційною $1/v$), із сусідніми молекулами (їхня кількість також є пропорційною $1/v$). Добре видно, що за зростанням v рівняння (4.1) переходить у рівняння стану ідеального газу.

4.1.2 Поняття фаз

Зі зменшенням питомого об'єму рівняння стану набуває все більш складного вигляду. Ця обставина викликана тим, що речовина за малих v переходить у рідинний стан. Нагадаємо поняття, пов'язані із цим переходом.

З досвіду відомо, що одна і та ж речовина, залежно від умов (температури та тиску), може знаходитися у різних фазах. **Фаза** – це однорідна система із однаковими фізичними властивостями речовини в усіх її частинах. Кожна фаза являє собою одне з агрегатних станів речовини (твердий, рідкий, газоподібний). Фази можуть співіснувати. Тоді вони роз'єднані поверхнею розділу, при перетинанні якої спостерігається різка зміна властивостей речовини.

Перехід речовини з однієї фази до іншої називається **фазовим переходом**. Так, перехід речовини з твердої фази до рідинної називається **плавленням**, а зворотний перехід із рідкої фази у тверду – **кристалізацією**. Фазовий перехід із твердої фази у газоподібну, що відбувається за низького тиску, називається **сублімацією**, а зворотний процес – **десублімацією**. Перехід речовини з рідкої фази у газоподібну називають **пароутворенням**. Газова фаза, що утворюється при цьому, носить назву **пари**. Природно, що пара поблизу фазового переходу не підкоряється рівнянню стану ідеального газу. Процес перетворення пари у рідину називають **конденсацією** (особливості цього переходу розглянуто [у пункті 8.2](#)).

4.1.3 Види пароутворення

Пароутворення може відбуватися двома різними способами – шляхом процесів випаровування та кипіння.

Сутність процесу випаровування полягає в тому, що найбільш рухомі (енергійні) молекули рідини, переборюючи тяжіння міжмолекулярних сил, відриваються від маси рідини і переходять у вільний простір, тобто у газову фазу. Процес випаровування за наявності вільної поверхні рідини йде завжди. Зі зростанням температури він прискорюється, оскільки при цьому у рідині зростає частка енергійних молекул.

Кипіння рідини може мати місце і за відсутності вільної поверхні. При ньому пароутворення відбувається за рахунок випаровування рідини в середи-

ну бульбашок пари, що утворюються в об'ємі рідини, – спочатку на стінках судини та на змулених у рідині пилинках.

Основні відмінності процесів пароутворення занесено до таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Види пароутворення	
Випаровування	Кипіння
– за будь-якої температури	– за температури кипіння
– з вільної поверхні рідини	– по всьому об'єму рідини

4.1.4 Фазова P - T -діаграма

У замкнутому об'ємі пара прагне до термодинамічної рівноваги із рідиною (тобто до такого стану, за якого тиск і температура рідини і пари мають однакове значення). Пара, що перебуває у термодинамічній рівновазі з рідиною, називається **насиченою парюю**. Тиск насиченої пари P та її температура T_s (що дорівнює температурі кипіння) пов'язані рівнянням рівноваги фаз:

$$T_s = f_{\text{кип}}(P). \quad (4.2)$$

Виявляється, що температура насиченої пари та її тиск однозначно задають одне одного. (Так, для води при $P = 1$ атм температура кипіння дорівнює $t_s = 100^\circ\text{C}$, при $P = 0.5$ атм – $t_s = 81^\circ\text{C}$, а при $P = 2$ атм – $t_s = 120^\circ\text{C}$.) Це призводить до того, що температура води, яка кипить у відкритому посуді, залишається незмінною до повного википання рідини. Як наслідок, у горах не вдається через низький тиск і, відповідно, низьку температуру кипіння зварити м'ясо і, навпаки, у скороварці через високий тиск і, відповідно, високу температуру кипіння їжа готується швидше.

Якщо у координатах P - T побудувати криву (4.2), то її точки будуть відповідати тим станам, у яких має місце рівновага фаз.

Аналогічно у процесі плавлення дві фази (тверда та рідинна) можуть знаходитися у рівновазі лише за певних значень тиску та температур $T_{\text{пл}}$:

$$T_{\text{пл}} = f_{\text{пл}}(P).$$

При сублімації температура в умовах рівноваги фаз (твердої та газоподібної) також є функцією тиску:

$$T_{\text{суб}} = f_{\text{суб}}(P).$$

Графічне зображення цих залежностей називається **фазовою діаграмою**. Характерна діаграма зображена на рисунку 4.1.

За допомогою цієї діаграми, знаючи тиск і температуру речовини, легко з'ясувати, в якому фазовому стані вона знаходиться. Тут лінія $A-O$ являє собою **криву плавлення (твердіння)** (пунктиром $A_{\sigma}-O$ зображено криву плавлення у випадку води), лінія $O-K$ – **криву кипіння (конденсації)**, а лінія $O-B$ – **криву сублімації (десублімації)**. Криву $O-K$ інколи називають **лінією насичення**. Ці лінії розділяють області газоподібного стану III , рідкого стану II та твердого стану I .

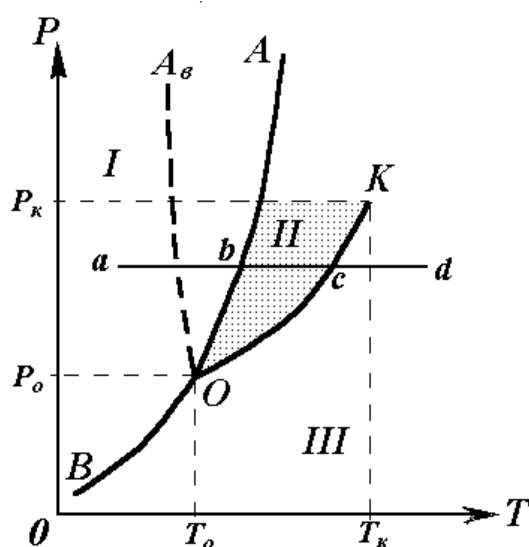


Рисунок 4.1 – Фазова P - T -діаграма

I – тверда фаза; II – рідинна фаза; III – газова фаза; O – потрійна точка; K – критична точка.

Точка O являє собою **потрійну точку**, в якій одночасно співіснують три фази (тверда, рідинна та газоподібна). У води це – точка, де співіснують лід, рідинна вода та водяна пара. В ній $P_o = 611$ Па, $t_o = 0.01^\circ\text{C}$ (273.16 K) (при цьому у рідини $v_o = 0.001$ м³/кг).

Дослідження показали, що крива плавлення $O-A$ не закінчується навіть за надвисоких тисків (сотнях тисяч атмосфер). У свою чергу лінія насичення $O-K$ закінчується у точці K , що називається **критичною точкою** фазових перетворень. Тиск, який відповідає цій точці P_k , та температура T_k називаються **критичним тиском** та **критичною температурою**. Для води $P_k = 22.13$ МПа, $t_k = 374^\circ\text{C}$ (647 K) (при цьому $v_k = 0.00326$ м³/кг).

На рисунку 4.1 можна простежити, як змінюється стан речовини у процесі ізобарного нагрівання (лінія $a-b-c-d$). Ділянка $a-b$ відповідає нагріванню твердої фази до температури плавлення, ділянка $b-c$ – нагріванню рідкої фази до температури кипіння, ділянка $c-d$ – нагріванню газової фази. У точках "b" та "c" відбуваються фазові перетворення. Вони супроводжуються ізотермічним виділенням (або поглинанням при зворотному русі) теплоти, яка називається **теплотою фазового переходу**. При переході речовини з рідкої фази до газоподібної тепло витрачається на подолання міжмолекулярного тяжіння і на роботу

розширення. Теплоту, що витрачається у процесі пароутворення за постійного тиску на переведення 1 кг рідини, взятої за температури кипіння, у пару тієї ж температури, називають **питомою теплотою пароутворення** і позначають літерою r . (При плавленні теплота витрачається на руйнування кристалічної решітки твердого тіла. Вона має назву **теплоти плавлення**.)

4.2 Пароутворення за постійного тиску

4.2.1 Послідовність процесів при пароутворенні. Види пари

Розглянемо більш докладно рівноважний процес пароутворення (кипіння). Нехай у циліндрі з поршнем, що вільно рухається, знаходиться рідина масою $m = 1$ кг за температури T_0 . Поршень підтримує у речовині, що знаходиться у циліндрі, тиск $P < P_k$. При цьому питомий об'єм рідини становить v_0 (рисунок 4.2, a_0).

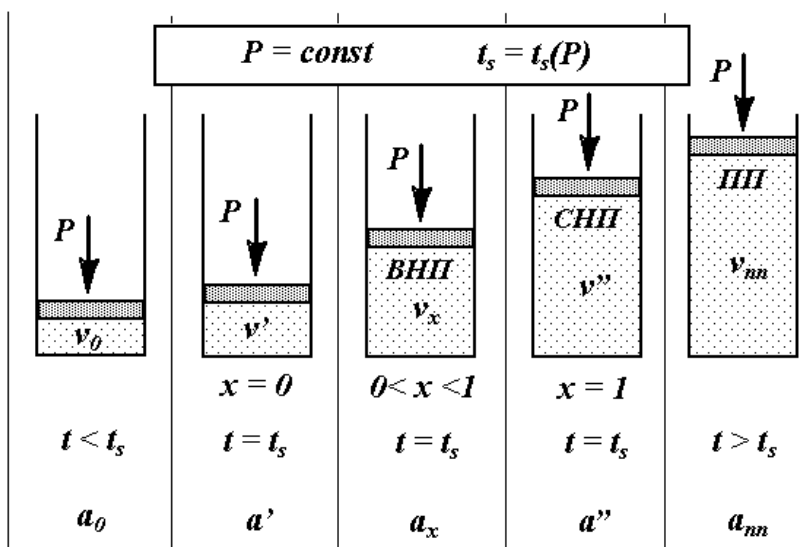


Рисунок 4.2 – Послідовність станів речовини при ізобарному пароутворенні

До рідини від зовнішнього джерела підводиться теплота, при цьому тиск залишається незмінним. Підведення тепла призводить до збільшення температури та питомого об'єму рідини до моменту, коли температура рідини досягне температури кипіння, яка визначається рівнянням (4.2). При цьому питомий об'єм складе величину v' .

Подальше підведення теплоти призведе до появи додаткової фази – пари. Воно буде супроводжуватися кипінням рідини. При цьому кількість рідини буде зменшуватися, приводячи до відповідного зростання кількості пари.

Відмітимо важливу особливість процесу. У замкненому об'ємі процес кипіння супроводжується зустрічним процесом конденсації, який зумовлено

тим, що деякі із молекул пари, ударяючись об поверхню рідини, залишаються в ній. Як результат, за фіксованих зовнішніх умов встановлюється динамічна рівновага, за якої у кожний момент кількість рідини, що випаровується, дорівнює кількості пари, яка конденсується. Додавання тепла лише переводить додаткову частину рідини у пару, після чого рівновага поновлюється. При цьому оскільки тиск P залишається незмінним, то і температура фаз при кипінні залишиться незмінною, тобто процес кипіння є ізобарно-ізотермічним.

Якщо продовжувати підведення тепла, то настане момент, коли вся рідина перейде у газоподібний стан. При цьому температура середовища буде залишатися на колишньому рівні t_s . Цей стан робочого тіла називається **сухою насиченою парою (СНП)**. Питомий об'єм при цьому дорівнює v'' (відповідну картинку наведено на рисунку 4.2, a'').

В інтервалах поміж станами a' та a'' система є двофазною (їй відповідає рисунок 4.2, a_x). Вона являє собою суміш із m' кг краплин рідини, які знаходяться у зваженому стані, та m'' кг сухої насиченої пари ($m' + m'' = m$). Двофазну суміш "рідина-пар" прийнято називати **вологою насиченою парою (ВНП)**. Щоб однозначно задати стан вологої пари, вводять додатковий параметр, що називається ступенем сухості пари. Ми будемо позначати його літерою x . **Ступінь сухості пари**, за визначенням, дорівнює відношенню маси сухої насиченої пари m'' у вологій насиченій парі до загальної маси двофазної суміші:

$$x \equiv m'' / (m' + m''). \quad (4.3)$$

(Вміст рідини характеризується величиною $1-x = m' / (m' + m'')$, яку називають **ступенем вологості** двофазної суміші.)

4.2.2 Зміна термодинамічних параметрів при пароутворенні

Нескладно визначити питомий об'єм речовини, що кипить (вологої насиченої пари), у довільному стані зі ступенем сухості x . Він дорівнює повному об'єму вологої насиченої пари, поділеному на повну масу цієї двофазної суміші. Так, повний об'єм дорівнює сумі об'ємів фаз (рідини $V' = v' m'$ та сухої пари $V'' = v'' m''$). Таким чином

$$v_x \equiv \frac{V}{m} = \frac{V' + V''}{m' + m''} = \frac{v' \cdot m' + v'' \cdot m''}{m' + m''}.$$

Використавши (4.3), можна переписати останнє співвідношення:

$$v_x = v'' x + v' (1-x). \quad (4.4)$$

Цілком аналогічно для питомої внутрішньої енергії u_x , питомої ентальпії i_x та питомої ентропії s_x вологої насиченої пари можна записати:

$$u_x = u'' x + u' (1-x), \quad (4.5)$$

$$i_x = i'' x + i' (1-x), \quad (4.6)$$

$$s_x = s'' x + s' (1-x), \quad (4.7)$$

де u', i', s' та u'', i'', s'' – відповідно питомі внутрішня енергія, ентальпія, ентропія рідини (за температури кипіння) та сухої насиченої пари.

З першого закону термодинаміки виходить, що в ізобарному процесі теплота, яка підводиться, дорівнює зміні ентальпії робочого тіла. Застосувавши це твердження до процесу повного переведення кипінням 1 кг рідини у пару, отримаємо співвідношення:

$$r = i'' - i',$$

звідки з (4.6) випливає, що

$$i_x = i' + r x. \quad (4.8)$$

Якщо скористатися ізотермічністю процесу кипіння за постійного тиску, то можна записати, що зміна ентропії у процесі википання дорівнює:

$$s'' - s' = r/T_s.$$

З урахуванням останнього співвідношення, питому ентропію вологої насиченої пари можна, спираючись на (4.7), зобразити формулою

$$s_x = s' + r x/T_s. \quad (4.9)$$

Термодинамічні параметри $v', i', s', v'', i'', s''$ та r за різних значень температур кипіння і відповідних їм тисків наведено у довідникових таблицях властивостей речовин. Це дозволяє розраховувати всі термодинамічні характеристики вологої насиченої пари за довільних ступенів сухості x . При цьому для визначення питомої внутрішньої енергії необхідно скористатися загальним термодинамічним співвідношенням:

$$u_x = i_x - P v_x. \quad (4.10)$$

За досягнення стану сухої насиченої пари ступінь сухості пари стає рівним $x = 1$. Якщо далі продовжувати підведення тепла до пари за постійного тиску, то це призведе до зростання не тільки питомого об'єму, а й температури.

Пара, температура якої перевищує температуру кипіння t_s за даного тиску P , називається **перегрітою парою** (рисунок 4.2, a_{nn}). Із підвищенням ступеня перегріву пара за своїми властивостями наближається до ідеального газу.

4.3 Діаграми водяної пари

4.3.1 P - v -діаграма водяної пари

P - v -діаграму водяної пари наведено на рисунку 4.3. Тут O – потрійна точка води, K – критична точка води, лінія $O-K$ – вода, що кипить ($x = 0$, **нижня погранична крива**), лінія $K-a_x$ – стани з однаковим ступенем сухості вологої пари ($x=const$), лінія $K-C$ – суха насичена пара ($x=1$, **верхня погранична крива**), лінія $O-A$ відокремлює область рідини від області суміші рідини твердою фазою (льодом). Відповідно області I – вода, що не кипить, II – волога насичена пара, III – перегріта пара. За тиску вище за критичний (P_k) рідина від пари не відрізняється.

Нескладно розрахувати питомі теплоти, необхідні для процесів на ізобарі $a_0 - a_{nn}$. Приймаючи, що ізобарні теплоємності у рідинній ($c_{p,рід}$) та газоподібній ($c_{p,пар}$) фазі не залежать від температури, отримаємо, що нагрівання рідини до температури кипіння потребує тепла:

$$q_{a_0 \rightarrow a'} = i_{a'} - i_{a_0} = c_{p,рід} \cdot (t_s - t_0).$$

Перехід рідини, що кипить, у стан вологої насиченої пари з довільним ступенем сухості x вимагає затрат:

$$q_{a' \rightarrow a_x} = i_{a_x} - i_{a'} = r \cdot x, \quad (4.11)$$

що для переводу в суху насичену пару ($x=1$) дає

$$q_{a' \rightarrow a''} = i_{a''} - i_{a'} = r.$$

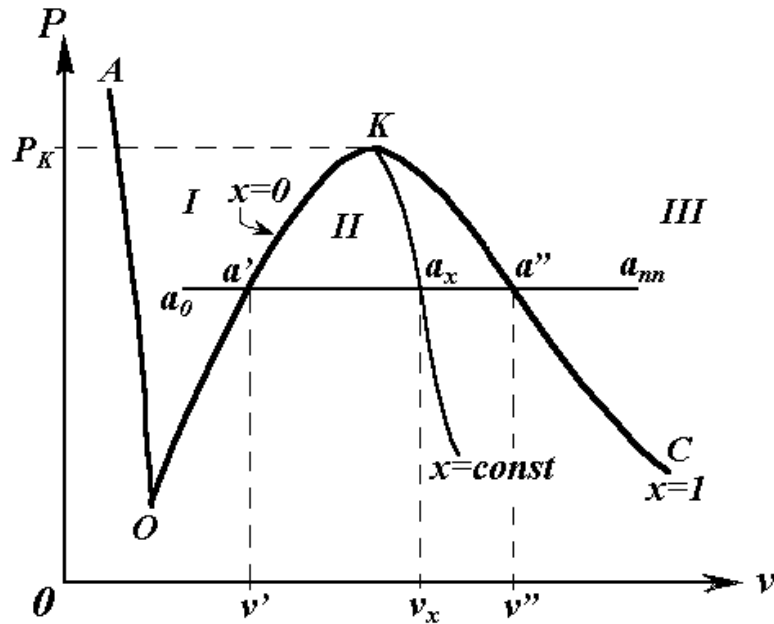


Рисунок 4.3 – P - v -діаграма водяної пари

Лінія $a_0 - a' - a_x - a'' - a_{nn}$ відповідає ізобарному переводу рідини у стан перегрітої пари.

Подальший нагрів перегрітої пари потребує

$$q_{a'' \rightarrow a_{nn}} = i_{a_{nn}} - i_{a''} = c_{p, \text{пар}} \cdot (t_{\text{пп}} - t_s).$$

У випадку води при тиску в одну атмосферу $c_{p, \text{рід}} = 4.19$ кДж/(кг К), $c_{p, \text{пар}} = 1.96$ кДж/(кг К), $r = 2260$ кДж/кг.

4.3.2 T - s -діаграма водяної пари

Оскільки процес кипіння є ізобаричним й ізотермічним водночас, P - v та T - s -діаграми якісно у значній мірі подібні. Відмінності виникають через те, що в областях води (I) та перегрітої пари (III) ізобари, природно, не співпадають з ізотермами (дивись рисунок 4.4).

Зміна питомої ентропії у цих процесах, за умови їх рівно важності, розраховується, виходячи із загального співвідношення:

$$\Delta s_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \frac{dq}{T}.$$

У результаті ізобарне нагрівання рідини до температури кипіння супроводжується зміною питомої ентропії:

$$\Delta s_{a_0 \rightarrow a'} = \int_{T_0}^{T_s} \frac{c_{p,\text{рід}}}{T} dT = c_{p,\text{рід}} \cdot \ln \left(\frac{T_s}{T_0} \right).$$

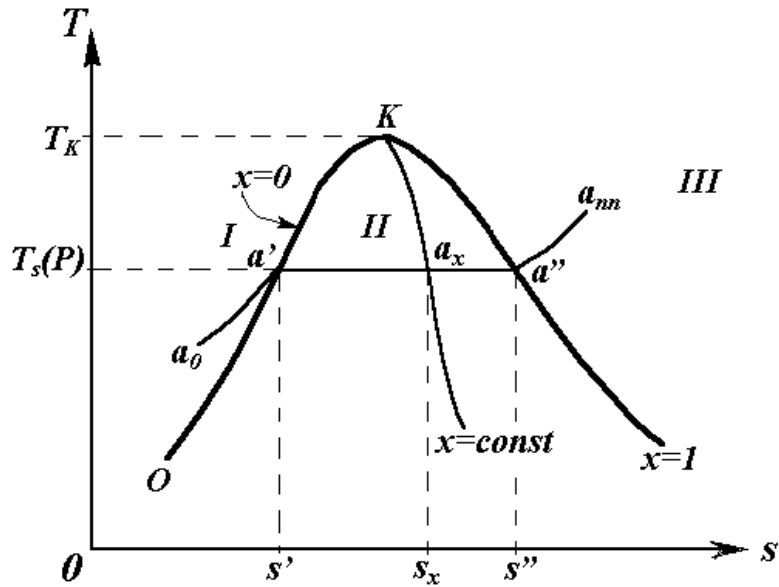


Рисунок 4.4 – T-s-діаграма водяної пари

Лінія $a_0 - a' - a_x - a'' - a_{nn}$ відповідає ізобарному переводу рідини у стан перегрітої пари.

Зміна ентропії за ізобарної зміни ступеня сухості вологої насиченої пари (починаючи з $x=0$) дорівнює

$$\Delta s_{a' \rightarrow a_x} = \int_{a'}^{a_x} \frac{dq}{T} = \frac{q_{a' \rightarrow a_x}}{T_s} = \frac{r \cdot x}{T_s}, \quad (4.12)$$

що для переведення у стан сухої насиченої пари ($x=1$) дає

$$\Delta s_{a' \rightarrow a''} = \frac{r}{T_s}.$$

Рівноважне нагрівання перегрітої пари також супроводжується відповідною зміною ентропії:

$$\Delta s_{a'' \rightarrow a_{nn}} = \int_{T_s}^{T_{nn}} \frac{c_{p,\text{пар}}}{T} dT = c_{p,\text{пар}} \cdot \ln \left(\frac{T_{nn}}{T_s} \right).$$

Наведені співвідношення однозначно пов'язують величини термодинамічних параметрів у різних станах системи. Вони дозволяють, задавши значення термодинамічних параметрів у одному стані, обчислити їх в інших станах. За домовленістю, у якості вихідної взято потрійну точку води. Прийнято, що вона є початком відліку внутрішньої енергії та ентропії, тобто в ній

$$u_o = 0, \quad s_o = 0.$$

В результаті питома ентальпія у потрійній точці води дорівнює

$$i_o = u_o + P_o v_o = 0.00061 \text{ кДж/кг},$$

що дозволяє при розрахунках вважати, що $i_o = 0$.

4.3.3 Рівняння Клапейрона–Клаузіуса

Рівняння Клапейрона–Клаузіуса встановлює зв'язок між питомою тепловою фазового перетворення r , зміною питомого об'єму при переході речовини з рідинної фази до газоподібної ($v'-v''$) та похідної dP/dT_s , яка визначає вид лінії рівняння рівноваги фаз $T_s = f_{\text{кип}}(P)$.

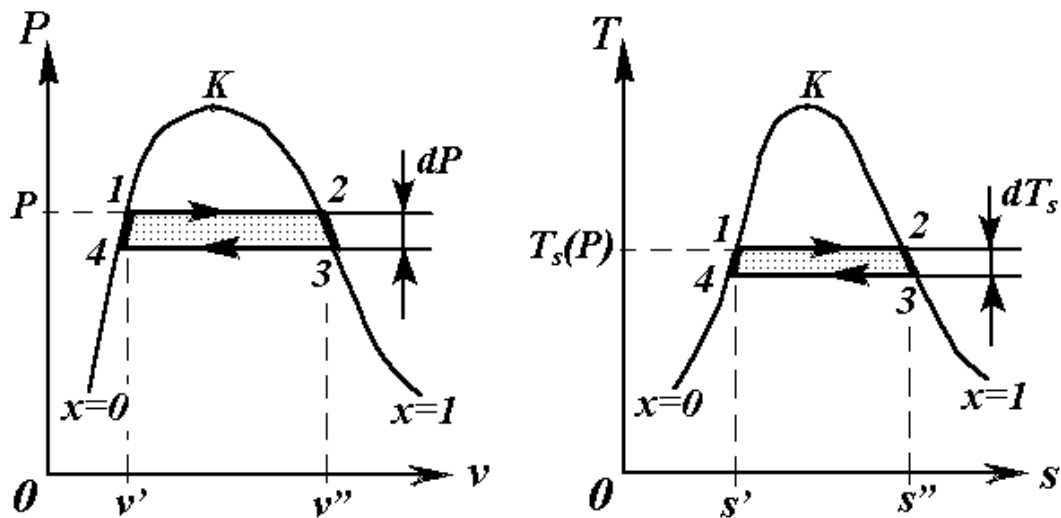


Рисунок 4.5 – P - v та T - s -діаграми циклу насиченої пари

Для отримання рівняння розглянемо у P - v та T - s -діаграмах (рисунок 4.5) елементарний цикл 1–2–3–4–1, який протікає в області вологої насиченої пари і тому складається з двох ізобароізотерм і ділянок верхньої та нижньої пограничної кривої.

Робота циклу, виражена у P - v -координатах, дорівнює

$$dl_{\text{ц}} = (v'' - v') dP. \quad (4.13)$$

Теплота цього ж циклу, розрахована у записі у T - s -змінних, має вид:

$$dq_{\text{ц}} = (s'' - s') dT_s = r dT_s / T_s. \quad (4.14)$$

Але робота в оборотному процесі, що розглядається, співпадає із теплотою цього процесу ($dl_{\text{ц}} = dq_{\text{ц}}$). В результаті з (4.13) і (4.14) одержуємо **рівняння Клапейрона–Клаузіуса**:

$$\frac{dP}{dT_s} = \frac{r}{T_s \cdot (v'' - v')}.$$

Це рівняння дозволяє визначати невідому величину (наприклад, питомий об'єм СНП v'' , який важко вимірювати), якщо відомі інші.

4.3.4 i - s -діаграма водяної пари

Для опису рівноважного стану речовини можна користуватися будь-якою парою термодинамічних параметрів. На початку XX сторіччя було запропоновано у технічних розрахунках використовувати i - s -діаграму. Справа в тому, що використання P - v та T - s -діаграм при обчисленні теплоти та роботи пов'язане із визначенням площ. Діаграма i - s у цих випадках вимагає виміру відрізків, що значно зручніше.

На рисунку 4.6 схематично зображено i - s -діаграму водяної пари.

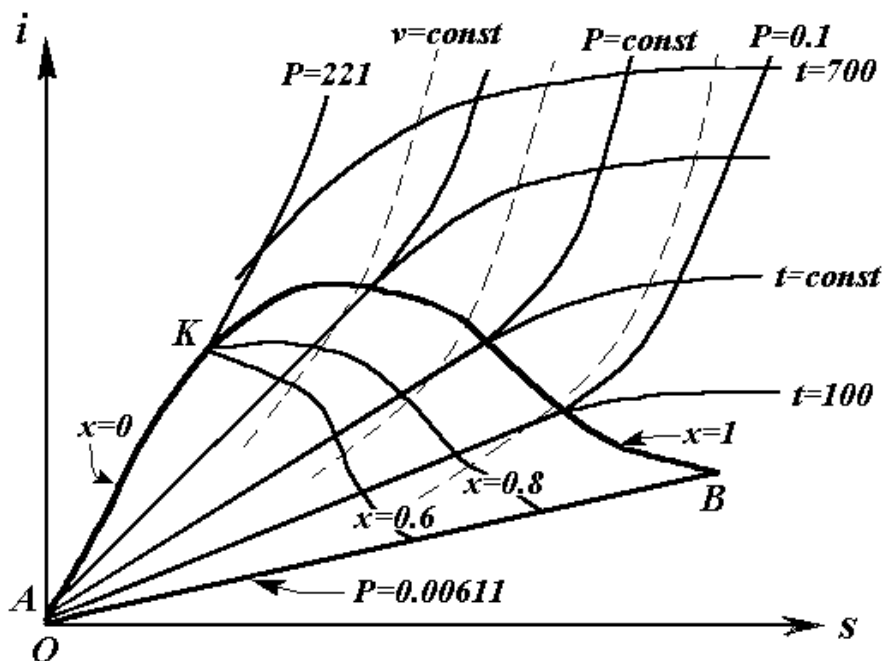


Рисунок 4.6 – Схематичне зображення i - s -діаграми водяної пари

Значення тиску P наводиться у барах, температури t – у градусах Цельсія, ступеня сухості x – у долях.

Розглянемо особливості цієї діаграми. Критична точка K розміщена лівіше максимуму пограничної кривої AKB . Нижня погранична крива відповідає лінії AK . Верхня погранична крива KB закінчується у точці B . На діаграмі нанесено ізобару OB ($P = 0.00611$ бар), яка відповідає тиску у потрійній точці. Область нижче відповідає двофазній суміші "пара - лід".

Лінія KB відповідає стану сухої насиченої пари ($x=1$). Вона відокремлює області вологої насиченої і перегрітої пари.

Область, обмежена ізобарою OB та пограничною кривою OKB , – область вологої насиченої пари. У цій області ізобароізотерми є прямими лініями, які віялом розбігаються від точки O до верхньої пограничної кривої. Це пов'язано саме з ізобароізотермічністю процесу пароутворення. При ньому отримане тепло, з одного боку (ізобарного), дорівнює

$$dq = di,$$

а з іншого боку (ізотермічного) –

$$dq = T_s(P) ds.$$

У результаті виконується співвідношення:

$$di = T_s(P) ds,$$

яке, внаслідок сталості множника $T_s(P)$, є рівнянням прямої у i - s -змінних. Тангенс кута нахилу цієї лінії співпадає із температурою кипіння $T_s(P)$.

Такі самі висновки можна отримати, розглянувши рівняння (4.11) і (4.12), що описують ізобарне пароутворення. Виключивши з цих формул ступінь сухості x , отримаємо зв'язок:

$$i = i'(P) + T_s(P) [s - s'(P)], \quad (4.15)$$

де $i'(P)$ і $s'(P)$ є питомими ентальпією і ентропією рідинної води ($x=0$) за температурі кипіння $T_s(P)$. Залежність (4.15) у i - s -координатах дає пряму лінію.

В області перегрітої пари, розташованій над верхньою пограничною кривою KB , ізобари підіймаються угору із опуклістю додолу. Ізотерми у цій області підіймаються угору із опуклістю угору. При цьому, віддаляючись від верхньої пограничної кривої, ізотерми асимптотично наближаються до горизонтальних ліній, що відповідає поведінню ідеального газу, ентальпія якого визначається температурою.

На діаграму також нанесено сітку ізохор ($v=\text{const}$) – пунктирні лінії на рисунку 4.6. Ці криві підіймаються угору більш круто, ніж лінії ізобар. В області вологої насиченої пари наноситься також сітка ліній постійного ступеня сухості пари ($x=\text{const}$), які сходяться у критичній точці K .

4.3.5 Аналіз основних термодинамічних процесів водяної пари за допомогою i - s -діаграми

Розрахунок процесів зміни стану пари здійснюється за допомогою таблиць термодинамічних властивостей пари або за допомогою T - s чи i - s -діаграм стану. Ми розглянемо менш точний, але й менш трудомісткий метод розрахунку за допомогою i - s -діаграми. Етапи цієї процедури викладено далі.

Спочатку за заданими даними на діаграмі треба збудувати графік процесу. У ході побудови, знаходячи ізокриві, що проходять крізь задані точки, можна визначити чисельні значення параметрів пари у відповідних станах.

В будь-якій точці одразу ж можна прочитати рівноважні значення наступних термодинамічних величин: питомої ентальпії i , питомої ентропії s , питомого об'єму v , тиску P , температури t , а в області вологої насиченої пари – ще й ступеня сухості пари x .

Знаючи питому ентальпію, тиск та питомий об'єм, можна за загальною формулою обчислити питому внутрішню енергію у довільному стані:

$$u = i - P v. \quad (4.16)$$

Формула (4.16) дозволяє знайти зміну внутрішньої енергії пари у будь-якому процесі $1 \rightarrow 2$:

$$\Delta u_{1 \rightarrow 2} = u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - (P_2 v_2 - P_1 v_1).$$

Питома робота може бути розрахована на основі першого закону термодинаміки:

$$l_{1 \rightarrow 2} = q_{1 \rightarrow 2} - \Delta u_{1 \rightarrow 2},$$

де $q_{1 \rightarrow 2}$ – питома теплота процесу.

Теплоти процесів визначаються за відповідними формулами (дивись таблицю 4.2).

Таблиця 4.2

Процес $1 \rightarrow 2$	Зміна внутрішньої енергії $\Delta u_{1 \rightarrow 2}$	Теплота $q_{1 \rightarrow 2}$	Робота $l_{1 \rightarrow 2}$
Ізохорний	$i_2 - i_1 - v(P_2 - P_1)$	$\Delta u_{1 \rightarrow 2}$	0

$v=v_1=v_2=\text{const}$			
Ізобарний $P=P_1=P_2=\text{const}$	$i_2 - i_1 - v (P_2 - P_1)$	$i_2 - i_1$	$P (v_2 - v_1)$
Ізотермічний $T=T_1=T_2=\text{const}$	$i_2 - i_1 - v (P_2 - P_1)$	$T (s_2 - s_1)$	$q_{1\rightarrow 2} - \Delta u_{1\rightarrow 2}$
Адіабатний $s=s_1=s_2=\text{const}$	$i_2 - i_1 - v (P_2 - P_1)$	0	$- \Delta u_{1\rightarrow 2}$

Лекція 5. ТЕРМОДИНАМІКА ПРОЦЕСІВ ВИТІКАННЯ ГАЗІВ ТА ПАРИ

У техніці процес витікання є основним у газових і парових турбінах, а також у реактивних та ракетних двигунах. Цей процес має значення при розгляді великої кількості питань, пов'язаних із забезпеченням пожежної безпеки.

На багатьох підприємствах у технологічних процесах використовують вибухонебезпечні гази. При пошкодженні резервуарів або технологічного обладнання відбуваються процеси витікання пожежонебезпечних речовин, внаслідок яких у просторі може утворитися вибухонебезпечна концентрація, що робить ймовірними вибух та пожежу. Розрахунок характеристик процесу витікання та часу утворення вибухонебезпечної концентрації може бути проведений за допомогою рівнянь, що будуть розглянуті у даній главі.

Використовуючи рівняння витікання, можна розрахувати розміри трубопроводів, тиск у них і розміри сопел у системах пожежогасіння інертним газом, що підводять вогнегасний газ до осередку пожежі.

Процес витікання газу використовується, наприклад, в автомобілі газоводяного гасіння (АГВГ – 150). У цьому автомобілі високодисперсний газоводяний струмінь створюється у соплі авіаційного газотурбінного двигуна. Такі автомобілі використовуються при гасінні пожеж газонафтових фонтанів.

5.1 Витікання газів

5.1.1 Основні рівняння витікання

При розгляді витікання ми будемо вважати, що рідина рухається у каналі (дивись рисунок 2.5). Канал впливає на потік. У зв'язку з цим важливим стає напрямок руху. Це робить необхідним для розгляду витікання ввести додаткові поняття. Так, якщо при витіканні тиск падає, а швидкість руху зростає, то канал називається **соплом**; якщо при витіканні тиск зростає, а швидкість руху падає, то канал називається **дифузором**.

Течію у каналі ми будемо розглядати, використовуючи середні за перетином каналу значення тиску P , питомого об'єму v , швидкості руху w .

До основних рівнянь, які описують течію у каналі, відносяться: 1) рівняння енергії (першого закону термодинаміки); 2) рівняння роботи (рівняння руху); 3) рівняння видатку (суцільності); 4) рівняння стану рідини. Із них новим у даному викладі буде тільки третє рівняння, а специфіка середовища, яке тече (газ, пара, крапельна рідина), відображена у четвертому рівнянні.

5.1.1.1 Рівняння першого закону термодинаміки

Рівняння першого закону термодинаміки для стаціонарного потоку було розглянуто раніше (дивись формули (2.20), (2.21)).

Будемо вважати, що: 1) канал розташовано горизонтально; 2) можна нехтувати силами тертя; 3) потік не здійснює технічної роботи. У цьому випадку рівняння (2.20) набуває вигляду:

$$q_{1-2} = i_2 - i_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \quad (5.1)$$

(позначки вказано на рисунку 2.5) або у диференціальній формі (для елемента потоку) –

$$dq = di + wdw . \quad (5.2)$$

Нагадаємо, що формули (5.1) – (5.2) означають, що при витіканні тепло, яке підводиться, витрачається на зміну ентальпії потоку та на зміну його кінетичної енергії.

5.1.1.2 Рівняння роботи (рівняння руху)

Рівняння роботи також розглядалося нами раніше (дивись (2.18), (2.19)). В дійсності це співвідношення є наслідком рівняння руху рідини. Якщо нехтувати тертям та технічною роботою, рівняння роботи співпадають з відомим із курсу фізики рівнянням Бернуллі. У диференціальній формі для горизонтального каналу цьому рівнянню (див. (2.19)) можна надати вигляду:

$$wdw = -v \cdot dP. \quad (5.3)$$

Величина $wdw = d(w^2/2)$ є зміною питомої кінетичної енергії. Водночас це – робота, яку може виконати потік або в соплах реактивного двигуна, або на робочих лопатках турбіни. Ця величина носить назву **можливої роботи**.

Рівняння (5.3) є справедливим для довільного потоку. Воно пов'язує величину швидкості витікання з термодинамічними параметрами P та v . З рівняння видно, що для забезпечення зростання швидкості (збільшення кінетичної енергії) величина dP повинна бути від'ємною, тобто необхідною умовою прискорення потоку є падіння тиску в каналі в напрямку витікання.

5.1.1.3 Рівняння видатку (суцільності)

Перейдемо до рівняння видатку. Позначимо кількість речовини, що проходить крізь поперечний перетин каналу за одиницю часу (масовий видаток), символом G . Оскільки в каналі нема стоків (потік суцільний) і існує закон збереження речовини, масовий видаток стаціонарного потоку є незмінною величиною не тільки у часі, але й у просторі.

Таким чином, параметри потоку у довільному перетині пов'язані співвідношенням:

$$G = w F/v = \text{const}, \quad (5.4)$$

де F – площа перетину.

5.1.1.4 Рівняння стану

Замикає систему рівняння стану речовини, яка тече. Слід відмітити, що у вже розглянутих рівняннях не конкретизовано властивості речовини потоку. Рівняння (5.1)–(5.4) (в межах вже оговорених обмежень) придатні для опису як газів, так і крапельних рідин. Таким чином, тільки застосування рівняння стану конкретизує ситуацію. У випадку течії ідеального газу можна скористатися рівнянням (1.8):

$$P v = R T,$$

в якому під R і T слід розуміти питому газову сталу й абсолютну температуру газу потоку в даному перетині. Розгляд витікання пари потребує залучення таблиць її властивостей або i - s -діаграм.

5.1.2 Адіабатне витікання

5.1.2.1 Загальне співвідношення

У зв'язку з високою швидкістю витікання та малим часом перебування часток у середині апарата, можна знехтувати процесом теплообміну макрочасток речовини потоку (газу або пари) як із навколишнім середовищем, так і поміж собою, тобто вважати процес витікання адіабатним. В цих умовах рівняння (5.1) має вид:

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = i_1 - i_2, \quad (5.5)$$

де w_1 – швидкість газу (пари) на вході до каналу; w_2 – швидкість газу (пари) на виході з каналу. Тобто в адіабатному процесі приріст швидкості витікання відбувається за рахунок падіння ентальпії робочого тіла.

З останнього рівняння можна визначити швидкість витікання:

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (i_1 - i_2) + w_1^2}.$$

Як правило, площа перетину потоку на вході до каналу значно перевищує значення площі перетину на виході ($F_1 > F_2$), а зміна питомого об'єму вздовж каналу є незначною. У зв'язку з цим збереження потоку (дивись (5.4)) призводить до нерівності $w_1 \ll w_2$, тобто до можливості нехтувати вхідною швидкістю w_1 , у порівнянні з вихідною швидкістю w_2 . У такому наближенні остання формула спрощується до

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (i_1 - i_2)}, \text{ м/с.} \quad (5.6)$$

У формулі (5.6) питома ентальпія вимірюється в Дж/кг. Якщо задавати i у кДж/кг, то останнє рівняння набуває виду:

$$w_2 = 44,7 \cdot \sqrt{i_1 - i_2}, \text{ м/с.} \quad (5.7)$$

Рівняння (5.7) зручно застосовувати при розрахунку процесів витікання реальних робочих тіл (водяної пари), використовуючи при цьому i - s -діаграму водяної пари.

5.1.2.2 Швидкість витікання газу

Для розрахунку швидкості витікання газу візьмемо за основу загальне рівняння (5.5). Зв'яжемо зміну ентропії зі зміною температури, а далі скористаємось рівнянням стану ідеального газу. Отримаємо

$$i_1 - i_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2) = \frac{c_p}{R} (P_1 v_1 - P_2 v_2) = \frac{k}{k-1} (P_1 v_1 - P_2 v_2), \quad (5.8)$$

де k – стала адіабати (дивись (3.9), (3.10)).

Для подальших перетворень знов використаємо адіабатичність течії. Сумісно розглянемо співвідношення (5.2) (при $dq = 0$), (5.3), (3.7), (1.8):

$$0 = di + w dw, \quad w dw = -v dP,$$

$$di = c_p dT = k R dT / (k-1), \quad P v = R T.$$

З них неважко отримати рівняння

$$dP/P = -k dv/v,$$

яке співпадає з диференціальним рівнянням (3.29) – рівнянням адіабати для замкненої системи. Остання обставина є наслідком того, що в обох випадках розглядаються однакові процеси – процеси адіабатної зміни об'єму фіксованої маси газу. Таким чином, за адіабатної течії в каналі, як і в замкненій системі, виконується співвідношення (3.31):

$$P_1 v_1^k = P_2 v_2^k, \quad (5.9)$$

яке пов'язує значення параметрів у різних перетинах каналу.

Зробивши підстановку результатів (5.9) у (5.8) і далі у (5.5), отримаємо, що середню швидкість витікання можна визначати за формулою:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot P_1 v_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (5.10)$$

Використовуючи рівняння стану ідеального газу (1.8), виразу (5.10) можна також надати виду:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot R T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (5.11)$$

З аналізу формул (5.10) та (5.11) видно, що швидкість витікання тим вище, чим вищі початкові тиск P_1 , температура T_1 і питома газова стала R газу, та чим нижче протитиск P_2 .

5.1.2.3 Видаток витікання газу

Як вже відмічалось, за стаціонарної течії видаток є сталою величиною (5.4). Якщо при його розгляді взяти за основу вихідний перетин 2 і скористатися формулами (5.9) та (5.10), то відповідне розрахункове співвідношення набуває виду:

$$G = \frac{w_2 F_2}{v_2} = F_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{P_1}{v_1} \cdot \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}. \quad (5.12)$$

Залежності (5.10) і (5.12) – швидкості витікання і видатку від $\beta = P_2/P_1$ (відношення тисків у вихідному та початковому перетинах каналу) представлено на рисунку 5.1.

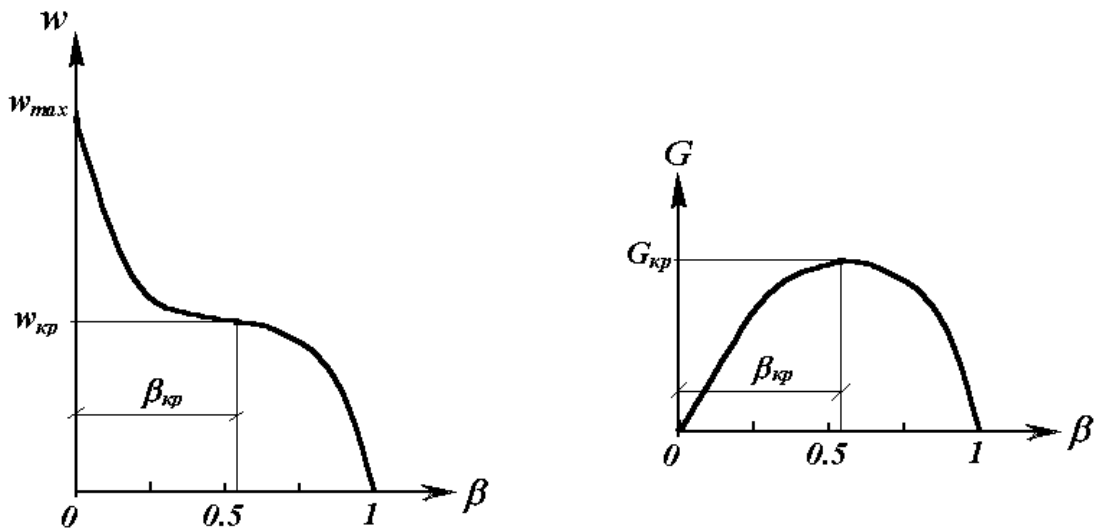


Рисунок 5.1 – Графік залежності швидкості витікання w і масової витрати G газу від відношення тисків $\beta = P_2/P_1$

5.1.2.4 Режими витікання

Як видно з рисунків 5.1, залежності $w(\beta)$ і $G(\beta)$ мають особливості при $\beta = \beta_{кр}$. Характер цих особливостей, як і значення $\beta_{кр}$, ми з'ясуємо далі, а поки займемося близьким питанням – залежністю витікання від поздовжнього профілю каналу. Відмітимо, що в явному вигляді у формулах (5.10) – (5.12) такої залежності немає. Тому аналіз потребує повернення до початкових співвідношень. Для цього розглянемо разом рівняння (5.3), (3.29) та (5.4):

$$w \, d w = -v \, d P, \quad d P / P = -k \, d v / v, \quad w \, F / v = \text{const}.$$

Комбінуючи їх, отримаємо формулу:

$$(M^2 - 1) \frac{dw}{w} = \frac{dF}{F}, \quad (5.13)$$

в якій символом M позначено **число Маха**. Останнє за визначенням дорівнює

$$M \equiv w/a$$

– відношенню швидкості потоку w до адіабатної швидкості звуку a в даному перетині (місцевої швидкості звуку). З курсу фізики відомо, що

$$a = \sqrt{kRT} = \sqrt{kPv}. \quad (5.14)$$

З (5.13) випливає, що при дозвукових швидкостях, тобто при $M < 1$ зростання швидкості ($dw > 0$) можливо тільки при звуженні каналу ($dF < 0$). При числах Маха, більших за одиницю (тобто надзвукових швидкостях), реалізується зворотна ситуація – зростання швидкості ($dw > 0$) можливо тільки при розширенні каналу ($dF > 0$).

5.1.2.5 Максимальна масова витрата та критична швидкість витікання

Згідно з рівнянням (5.13), поведінка газу у потоці при дозвукових і надзвукових швидкостях різниться. Зміна залежностей трапляється, якщо швидкість потоку досягає швидкості звуку. Через це перетин каналу, в якому швидкість потоку досягає швидкості звуку, називається **критичним перетином**. Параметри газу в цьому перетині також мають назву **критичних параметрів витікання**.

Для визначення критичного значення параметра $\beta = P_2/P_1$ прирівняємо швидкість витікання (5.10) до критичного значення швидкості руху газу – місцевої швидкості звуку у відповідному перетині $a_2 = \sqrt{kRT_2} = \sqrt{kP_2v_2}$ (див. (5.14)). В результаті, скориставшись зв'язком (5.9), отримаємо вираз:

$$\frac{2}{k-1} \left(1 - \beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}} \right) = \beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}},$$

в якому $\beta_{кр} \equiv (P_2/P_1)_{кр}$. Останнє рівняння дає формулу для розрахунку **критичного відношення тисків**:

$$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (5.15)$$

Величина $\beta_{кр}$ залежить тільки від коефіцієнта адіабати k . Останній, як правило, визначається кількістю атомів у молекулі газу. Характерні величини цих параметрів відображено у таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

Газ	$k = c_p/c_v$	$\beta_{кр}$
Одноатомний	1.7	0.48
Двохатомний	1.4	0.53
Трьох- і більше -атомний	1.3	0.55

Формула (5.15) дає змогу виразити всі критичні параметри через вхідні дані:

– **критичну швидкість:**

–

$$w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot P_1 v_1} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot R T_1}; \quad (5.16)$$

– **критичний питомий об'єм:** $v_{кр} = \frac{v_1}{\beta_{кр}^{1/k}};$

– **критичну температуру:** $T_{кр} = \frac{2}{k+1} T_1;$

– **критичну витрату:**

$$G_{кр} = F_2 \frac{w_{кр}}{v_{кр}} = F_2 \cdot \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot \frac{P_1}{v_1}}. \quad (5.17)$$

Відповідно до (5.12) (також дивись рисунок 5.1) критична витрата співпадає з максимально можливою.

5.1.2.6 Витікання із сопла, що звужується

Розглянемо, як виглядають загальні співвідношення (5.10), (5.12), якщо застосувати їх до течії у соплі, що звужується. При цьому, крім тиску у вхідному перетині (P_1), тиску у вихідному перетині (P_2), будемо ще відрізняти тиск у зовнішньому середовищі (P_c), в яке йде витікання із сопла (дивись рисунок 5.2). Нас будуть цікавити залежності від останнього тиску (P_c), через те, що саме він задається на практиці. Відповіді можна отримати, знайшовши зв'язок тиску P_2 із тиском P_c і підставивши цю залежність у загальні формули (5.10), (5.12).

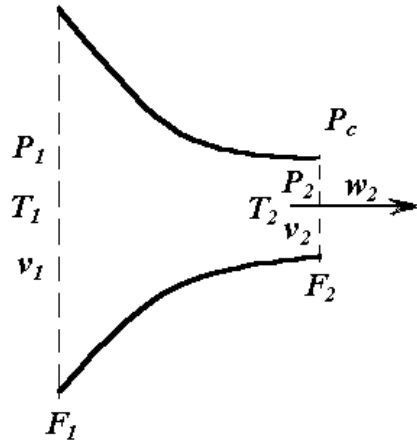


Рисунок 5.2 – Схема витікання з сопла, що звужується

Вид функції $P_2(P_c)$ визначається режимом витікання. За невеликого перепаду тисків P_1 і P_2 , а отже і дозвукової швидкості витікання, всяка зміна зовнішнього тиску P_c передається за потоком в середину каналу. Як результат, у вихідному перетині каналу встановлюється тиск P_2 , який дорівнює тиску у зовнішньому середовищі, тобто у цьому випадку $P_2 = P_c$. Якщо ж у вихідному перетині швидкість газу досягне місцевої швидкості звуку, тобто буде дорівнювати критичній швидкості, то ніяке зменшення зовнішнього тиску не буде впливати на течію в каналі. В цьому випадку тиск на виході з каналу буде дорівнювати критичному значенню $P_2 = P_{кр} > P_c$, де

$$P_{кр} = \beta_{кр} P_1. \quad (5.18)$$

Графік залежності $P_2(P_c/P_1)$ представлено на рисунку 5.3.

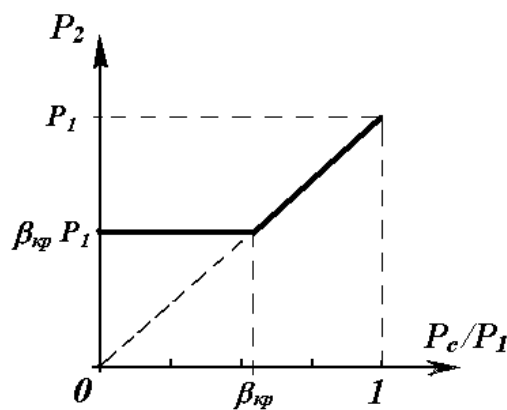


Рисунок 5.3 – Графік залежності тиску у вихідному перетині сопла, що звужується, від відношення тисків

Скориставшись функцією $P_2(P_c)$ і загальними співвідношеннями (5.10), (5.12), отримаємо залежності швидкості витікання і масової витрати від відно-

шення тиску у навколишньому середовищі до тиску в початковому перетині сопла (дивись рисунок 5.4).

Представлені графіки наочно демонструють, що при витіканні із сопла, що звужується, існує два режими течії: докритичний і критичний.

Докритичний режим реалізується при тисках, які задовольняють нерівностям:

$$1 > \frac{P_c}{P_1} \geq \beta_{кр}.$$

В цьому випадку тиск у вихідному перетині сопла P_2 дорівнює тиску у навколишньому середовищі P_c , що дозволяє розрахувати швидкість витікання і масову витрату, роблячи підстановку $P_2 = P_c$ у формули (5.10) та (5.12), відповідно.

Критичний режим має місце за відносно великого перепаду тисків:

$$\beta_{кр} \geq \frac{P_c}{P_1}.$$

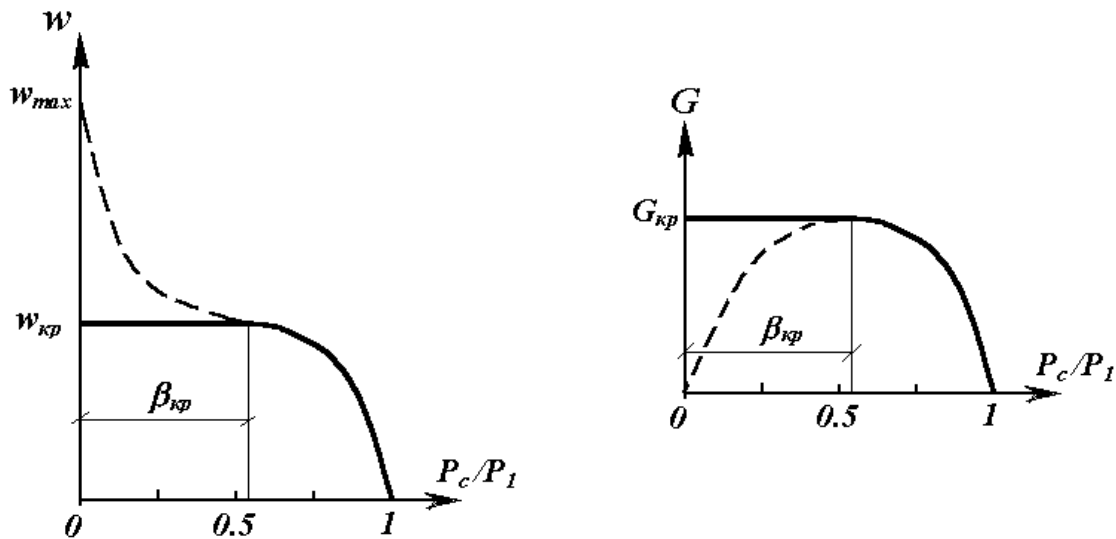


Рисунок 5.4 – Графіки залежності швидкості витікання газу w і витрати G від відношення тисків P_c/P_1 у соплі, що звужується

При ньому течія в каналі не залежить від зовнішнього тиску. Тиск у вихідному перетині дорівнює критичному значенню (5.18), масова витрата – критичній масовій витраті (5.17), а швидкість витікання – місцевій швидкості звуку у вихідному перетині, яка одночасно є критичною швидкістю (5.16).

5.1.3 Витікання із сопла Лаваля

У соплі, що тільки звужується, за будь-якого зовнішнього тиску неможливо отримати швидкість витікання, більшу за місцеву швидкість звуку. Реалізувати весь перепад тисків можна лише в разі використання так званого комбінованого сопла Лаваля (дивись рисунок 5.5).

Сопло Лаваля складається з короткої частини, що звужується (дозвукової), та частини, що розширюється (надзвукової). Досвід показує, що кут конусності Ω частини, що розширюється, не повинен перевищувати $8\text{--}12^\circ$, інакше можливий відрив потоку від стінок каналу (останній призводить до додаткових втрат енергії, а отже, до зменшення швидкості витікання).

При витіканні газу із сопла Лаваля до навколишнього середовища, яке має тиск, який менший за критичний, в самому вузькому перетині сопла встановлюються саме критичні тиск $P_{кр}$ та швидкість $w_{кр}$. У частині сопла, що розширюється, відбувається подальше збільшення швидкості газу та падіння тиску до тиску зовнішнього середовища $P_2 = P_c$. Швидкість витікання та видаток визначаються за формулами (5.10) та (5.12). За заданого видатку G площу мінімального перетину сопла можна обчислити за формулою (5.17) (взявши $G_{кр} = G$), а площу вихідного перетину – за формулою (5.12).

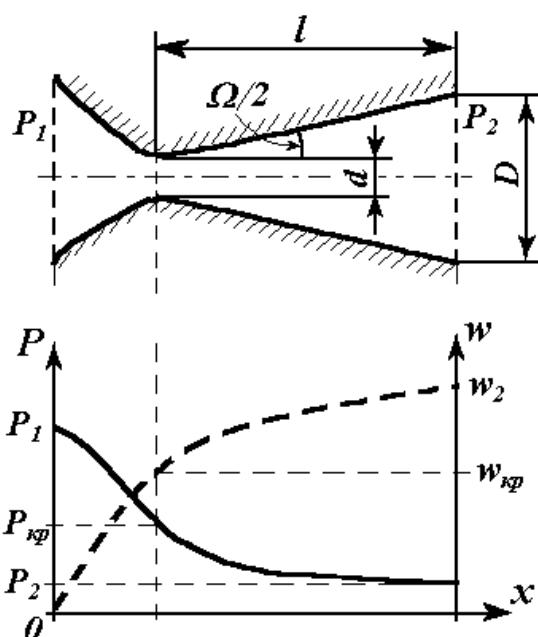


Рисунок 5.5 – Схема сопла Лаваля та графік розподілу тиску і швидкості при розрахунковому режимі течії вздовж сопла Лаваля

Довжина частини, що звужується, як правило, дорівнює діаметру вихідного перетину сопла. Довжину частини, що розширюється, можна розрахувати за формулою:

$$l = \frac{D-d}{2} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\Omega}{2}\right),$$

де d – мінімальний діаметр сопла; D – діаметр сопла у вихідному перетині.

Наведені вище формули мають відношення до оборотного процесу течії, тобто за відсутності сил тертя між газом і стінками каналу та внутрішнього тертя між струмами потоку через різницю швидкостей за перетином каналу. За наявності тертя дійсна швидкість газу w_d завжди буде меншою за теоретичну швидкість витікання w_T при оборотному процесі за того ж перепаду тисків.

Відношення w_d/w_T називають **коефіцієнтом швидкості сопла**:

$$\varphi_c \equiv w_d / w_T.$$

У каналів із добре обробленою поверхнею, згідно з експериментальними даними, коефіцієнт швидкості складає 0.96 – 0.98.

Втрати кінетичної енергії визначаються співвідношенням

$$(w_T^2 - w_d^2)/2 = (1 - \varphi_c^2) w_T^2/2 = \psi w_T^2/2,$$

в якому введено показник $\psi = (1 - \varphi_c^2)$ – **коефіцієнт втрат енергії**.

Маючи ці параметри, можна розрахувати **ККД сопла**:

$$\eta_c = (w_d^2/2)/(w_T^2/2) = \varphi_c^2 = 1 - \psi.$$

Таким чином, питома теплота, що виділяється у дійсному процесі витікання, оцінюється співвідношенням

$$q = \psi w_T^2/2 = \psi (i_1 - i_2).$$

5.2 Дроселювання газу та пари

Під **дроселюванням** розуміють необоротний процес падіння тиску при витіканні крізь місцеве звуження в каналі (заслінки, крани, вентиля, діафрагми і т.д.). Це явище використовується, наприклад, для зниження тиску або вимірювання видатку в трубопроводах. Дроселювання приводить до необоротного переводу частини кінетичної енергії робочого тіла у теплоту.

Схему течії в каналі з дроселюючим пристроєм зображено на рисунку 5.6. З рисунку видно, що у звуженні каналу відбувається різке падіння тиску, яке супроводжується зростанням швидкості руху. Далі (за дроселем) частина кінетичної енергії потоку перетворюється у потенційну, що приводить до деякого зростання тиску. Проте має місце необоротна втрата тиску на величину ΔP . Остання є тим більшою, чим меншою є відносна площа звуження.

5.2.1 Рівняння процесу дроселювання

Оскільки процес дроселювання є процесом витікання, то у випадках, коли можна нехтувати теплообміном, параметри потоку задовольняють першому закону термодинаміки для адіабатної проточної системи (дивись формулу (5.5), в якій індекси 1 і 2 відповідають параметрам (ентальпії та швидкості) робочого тіла до та після дроселюючого пристрою (рисунок 5.6)).

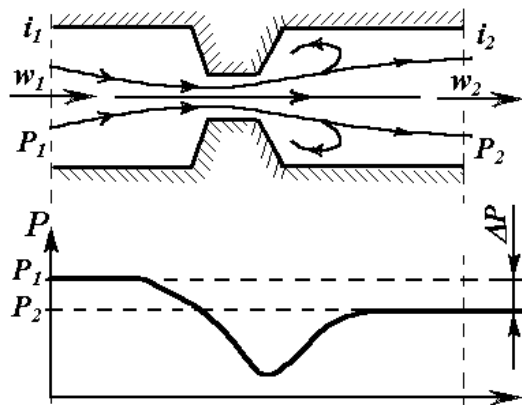


Рисунок 5.6 – Схема течії і графік розподілу тиску вздовж каналу із дроселюючим пристроєм

Як правило, результуючою зміною швидкості при дроселюванні можна нехтувати, тобто вважати, що $w_1 \approx w_2$. Таким чином, згідно з (5.5), питомі ентальпії по різні боки і на достатній відстані від дроселюючого пристрою задовольняють співвідношенню

$$i_1 = i_2. \quad (5.19)$$

Співвідношення (5.19) є основним для розрахунку результатів процесу дроселювання. Так, у випадку течії ідеального газу, оскільки в цьому випадку $di = c_p dt$, з (5.19) витікає ізотермічність процесу дроселювання, тобто

$$t_1 = t_2. \quad (5.20)$$

5.2.2 Дроселювання пари

Процес дроселювання пари (як і ідеального газу) є суто необоротним процесом, пов'язаним зі збільшенням ентропії. Параметри стану пари після дроселювання зручно визначати за допомогою i - s -діаграми (дивись рисунок 5.7, на якому зображено три процеси дроселювання). Точка, яка відповідає початковому стану пари (до дроселюючого пристрою), задається початковими

параметрами стану (температурою T_1 , тиском P_1 та т.п.). Точка, яка співвідноситься із кінцевим станом (після дроселювання), повинна відповідати тиску P_2 після дроселюючого пристрою. Другим параметром, який задає положення кінцевої точки, згідно з (5.19), є ентальпія. У зв'язку з цим для визначення положення кінцевої точки треба на i - s -діаграмі провести горизонтальну лінію із точки початкового стану до перетину з ізобарою кінцевого тиску $P = P_2$. Слід мати на увазі, що горизонтальна лінія $i = \text{const}$, що з'єднує початкову і кінцеву точки, не є зображенням процесу дроселювання, тобто ця лінія не відображає послідовності проміжних станів при дроселюванні. Відповідні відрізки іноді називають *умовним зображенням процесу дроселювання*.

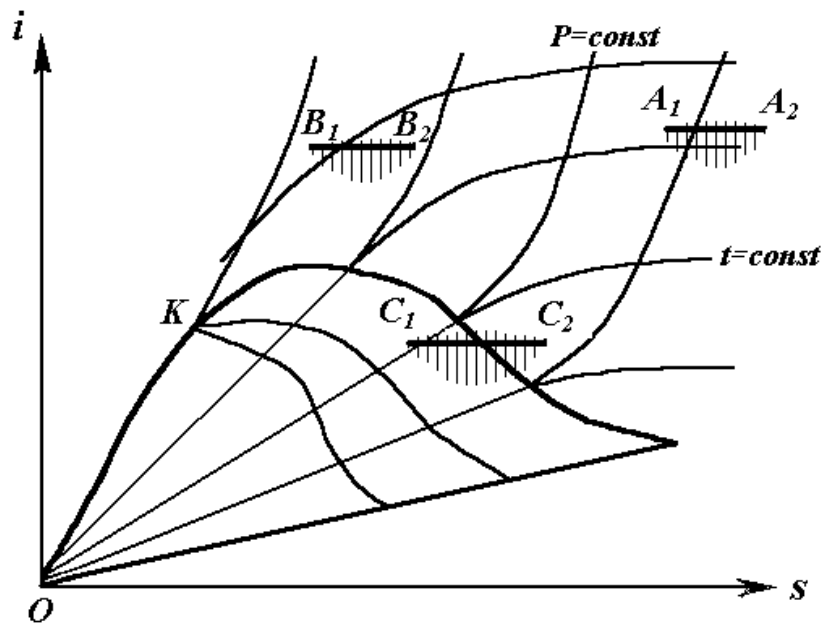


Рисунок 5.7 – Визначення параметрів дроселювання пари за i - s -діаграмою
Штрихові лінії символізують невизначеність параметрів стану при дроселюванні, внаслідок нерівноважності цього процесу.

На рисунку 5.7 приведено умовне зображення трьох процесів дроселювання пари. Процес $A_1 - A_2$ проходить в області перегрітої пари за низьких тисків. Тут пара за своїми властивостями є близькою до ідеального газу, і тому відрізок $A_1 - A_2$, згідно з (5.20), йде практично паралельно до ізотерми, тобто температура практично не змінюється. Процес $B_1 - B_2$ протікає також в області перегрітої пари, але за високих тисків. Відрізок $B_1 - B_2$ перетинає ізотерми, тут при дроселюванні температура зменшується. Процес дроселювання $C_1 - C_2$ починається в області вологої пари і призводить до збільшення ступеня сухості пари. В кінці процесу $C_1 - C_2$ пара стає перегрітою. Цей процес також супроводжується зменшенням температури пари. Слід відмітити, що в області дуже високих тисків і температур (які значно перевищують критичне значення) дроселювання супроводжується не зменшенням, а підвищенням температури.

Явище зміни температури пари (реального газу) при адіабатному дроселюванні називається *ефектом Джоуля–Томсона*. Різницю кінцевої і початкової температури $\Delta T = T_2 - T_1$ процесу адіабатного дроселювання називають *інтегральним дросель-ефектом*. Інтегральний дросель-ефект може досягати достатньо великої величини (наприклад, зменшення температури у декілька сот градусів). Залежно від початкових даних, зміна температури може мати як негативний, так і позитивний знак.

Тема 2. ОСНОВНІ ЗАКОНИ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ

Лекція 6. ВСТУП. СТАЦІОНАРНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ

6.1 Вступ до теплопередачі

До цього ми розглядали здебільшого стан тіл та їх поведінку у різноманітних процесах, наприклад, при нагріванні. Нас не турбувало питання, як тепло попадає у термодинамічну систему. Далі ми розглянемо це питання. Нас будуть цікавити основні закономірності передачі тепла між тілами.

Закономірності переносу теплоти та кількісні характеристики цього процесу є предметом дослідження теорії теплообміну (теплопередачі).

Вивчення теплопередачі у пожежній справі допомагає використовувати її закони для вирішення задач пожежної безпеки. Так, знання закономірностей теплопереносу дозволяє:

- 1) розрахувати температуру на зовнішній поверхні печі, що допомагає визначити можливість спалахування пального при контакті з нею, або розрахувати необхідну товщину теплоізоляційного шару (профілактика процесів виробництва);
- 2) визначити межу вогнестійкості та небезпечну глибину розташування арматури будівельних конструкцій або розрахувати протипожежні розриви між будівлями (профілактика у будівництві);
- 3) визначити безпечні від факела пожежі відстані роботи особового складу (пожежна тактика).

Без знання теплопередачі неможливо зрозуміти закономірності явищ, які розглядає теорія розвитку та припинення горіння.

6.1.1 Основні поняття

Основною задачею розділу “Теплопередача” є розрахунок характеристик процесу передачі тепла, до найважливіших з яких відноситься тепловий потік. Він характеризує інтенсивність процесів теплопередачі у часі. Кількісно тепловий потік визначається наступним чином: **тепловим потоком** крізь поверхню називається кількість тепла, яка пересікає цю поверхню за одиницю часу. Цьому визначенню відповідає формула

$$Q \equiv dQ'/d\tau, \text{ Вт}, \quad (6.1)$$

згідно з якою тепловий потік Q є похідною за часом τ (с) від кількості тепла Q' (Дж), яке пересікає поверхню. Якщо цікавитися середнім значенням теплового потоку за час $\Delta\tau$, то для нього інтегрування формули (6.1) за часом дає співвідношення:

$$\overline{Q} = \frac{\Delta Q'}{\Delta \tau}, \text{ Вт}, \quad (6.2)$$

в якому величина $\Delta Q'$ являє собою загальну кількість тепла, що пересікає поверхню за проміжок часу $\Delta \tau$.

Для кількісної характеристики просторового розподілу процесів теплопередачі вводиться поняття поверхневої густини теплового потоку, або питомого теплового потоку (у теплотехніці його ще звать “**тепловим навантаженням**”). За змістом це вектор, спрямований у напрямку перетікання тепла. За абсолютною величиною **питомий тепловий потік** дорівнює відношенню потоку dQ крізь елементарну поверхню (дивись рисунок 6.1,а) до величини dF_q , яка є площею проекції поверхні dF на площину, яка є нормальною до напрямку потоку. Тобто

$$q \equiv dQ/dF_q, \text{ Вт/м}^2, \quad (6.3)$$

де $dF_q = dF \cdot \cos \varphi$ (дивись рисунок 6.1,б).

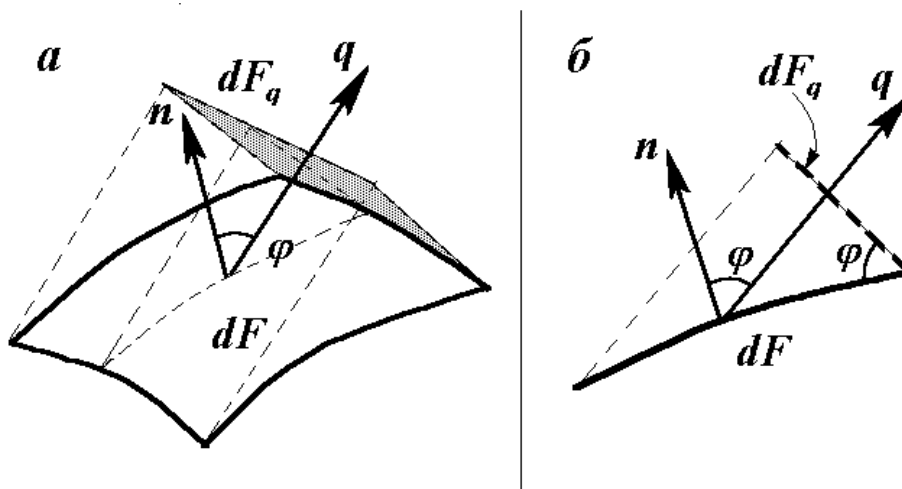


Рисунок 6.1 – Геометрія теплопередачі: а) просторова картина; б) переріз картини площиною, що проходить крізь n та q

Тепловий потік пересікає елементарну площину (з площею dF) у напрямку вектора питомого теплового потоку q . φ – кут між напрямком потоку і нормаллю n до поверхні. Зафарбовану площину (площею dF_q) вектор q пересікає по нормалі.

Знання питомого потоку q дає змогу розрахувати потік Q крізь будь-яку поверхню F . Згідно з визначенням (6.3), розрахунок ведеться за формулою:

$$Q = \int_F q \cdot \cos \varphi \cdot dF,$$

в якій інтеграл береться по поверхні F .

Якщо потік крізь поверхню спрямовано по нормалі до неї (тобто $\cos \varphi = 1$), то, згідно з формулою (6.3), середнє за площиною значення величини питомого теплового потоку розраховується за формулою:

$$\bar{q} \equiv \frac{Q}{F}, \text{ Вт/м}^2, \quad (6.4)$$

в якому Q – тепловий потік крізь поверхню площею F .

Надалі, з метою спрощення записів, ми не будемо відрізняти q від його середнього значення $\bar{q}$. Остання домовленість має сенс ще й тому, що у великій кількості випадків, внаслідок симетрії, ці величини співпадають.

Для опису теплообміну у випадках з циліндричною симетрією об'єктів (дивись рисунок 6.2) вводиться поняття **лінійної густини теплового потоку** (або скорочено: **лінійного теплового потоку**). Її середня величина дорівнює відношенню потоку тепла Q крізь бокову поверхню циліндричної ділянки до довжини цієї ділянки l :

$$q_l \equiv Q/l. \quad (6.5)$$

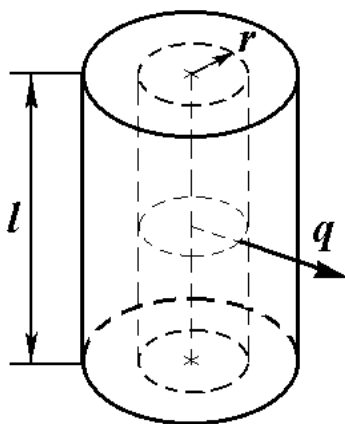


Рисунок 6.2 – Геометрія теплопередачі у випадку циліндричної симетрії

Зображено фрагмент циліндричного зразка та його циліндричний коаксіальний переріз; стрілкою позначено вектор питомого теплового потоку q ; l – довжина циліндричної ділянки; r – радіус перетину.

Неважко знайти зв'язок між величиною лінійної густини потоку q_l і питомим потоком q на відстані r від осі. Треба скористатися тим, що бокова поверхня ділянки циліндричного перетину радіуса r має площу $F = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot d \cdot l$ (де $d = 2 \cdot r$ – діаметр). Враховуючи це, з визначень (6.4), (6.5) отримаємо, що

$$q = \frac{Q}{2\pi \cdot r \cdot l} = \frac{q_l}{2\pi \cdot r} = \frac{q_l}{\pi \cdot d}. \quad (6.6)$$

Надалі ми в основному будемо розглядати стаціонарні процеси теплопередачі. (Нагадуємо, що **стаціонарність** будь-якого параметра означає його незмінність у часі.) З'ясуємо, як стаціонарність теплового потоку впливає на його просторову поведінку. У стаціонарних умовах тепловий потік, що входить у довільну область, яка не має джерел або стоків тепла, дорівнює тепловому потоку, що виходить з неї. Що це так, можна довести методом від противного. (Якби існувала незбалансованість потоків, то це означало би, що є області тіла, до яких надходить одна кількість тепла, а залишає – інша. Це, внаслідок збереження енергії, призвело би до зміни у часі температури цих областей, що суперечить стаціонарності).

Розглянемо, як стаціонарність впливає на просторову поведінку теплового потоку у випадках площинної, циліндричної та сферичної симетрії.

Якщо має місце площинна симетрія (дивись рисунок 6.3), то незмінність потоку тепла ($Q = \text{const}$) призводить до просторової незмінності питомого потоку:

$$q = \bar{q} \equiv \frac{Q}{F} = \text{const}, \quad (6.7)$$

де, як і у формулі (6.4), Q – тепловий потік крізь перетин площею F .

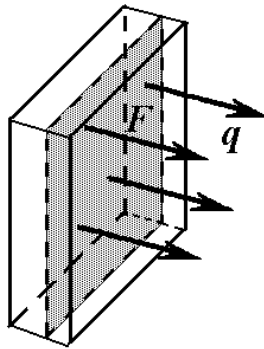


Рисунок 6.3 – Геометрія теплопередачі у випадку площинної симетрії

Зображено фрагмент необмеженої плоскої стінки; стрілками позначено вектори питомого теплового потоку q ; виділено перетин площею F , крізь який йде тепловий потік Q .

Якщо має місце циліндрична симетрія (дивись рисунок 6.2), то незмінність потоку тепла ($Q = \text{const}$), відповідно до визначення (6.5), призводить до незмінності лінійної густини потоку крізь циліндричні поверхні довільного радіуса:

$$q_l = \text{const},$$

що, у свою чергу, означає зменшення питомого потоку (зі зростанням відстані r від осі) за законом (6.6).

Якщо має місце сферична симетрія (дивись рисунок 6.4), то незмінність потоку тепла ($Q = \text{const}$) крізь сферичні поверхні різних радіусів (з урахуванням залежності $F=4\pi\cdot r^2$ площі поверхні сфери F від її радіуса r) призводить до зменшення величини середнього питомого потоку (зі зростанням відстані r) за законом

$$q = \bar{q} \equiv \frac{Q}{F} = \frac{Q}{4\pi \cdot r^2}. \quad (6.8)$$

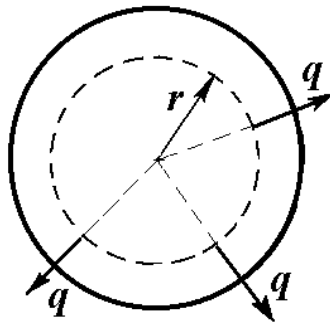


Рисунок 6.4 – Геометрія теплопередачі у випадку сферичної симетрії
Зображено головний переріз сферичного об'єкта площиною; стрілками позначено вектори питомого теплового потоку q ; r – радіус сферичної поверхні.

6.1.2 Види теплообміну

Відповідно до другого закону термодинаміки, самодовільний перенос теплоти у просторі виникає під дією різниці температур і завжди має напрямок у бік зменшення температури. Це загальне правило. Однак фізична його реалізація має декілька варіантів. Всі види передачі тепла можна звести до комбінації трьох фізично різних механізмів: теплопровідності, конвекційного теплообміну та передачі тепла випромінюванням (променистого теплообміну).

Теплопровідність – це перенос теплоти між тілами, що безпосередньо торкаються одне одного (або частками одного й того ж тіла), під час якого має місце обмін енергією руху мікроскопічних структурних частинок речовини (молекул, атомів, вільних електронів). Структурні частки більш нагрітої частини тіла, стикаючись у процесі безладного руху із сусідніми частками, передають їм частину своєї енергії хаотичного руху. У результаті більш холодне з цих тіл (часток тіла) нагрівається, а більш гаряче – охолоджується. За теплопровідності інтенсивність переносу тепла визначається швидкістю дифузії збуджень у системі мікрочастинок.

Конвекційний теплоперенос – перенос теплоти, який супроводжує конвекцію (рух макрочастинок) рідини між областями з різними температурами. (Закономірності конвекційного теплопереносу викладено у темі 9.) Рідиною у випадку конвекції називають середовище, що тече, тобто безпосередньо крапельну рідину, газ або сипуче середовище. За конвекційного теплопереносу макрочастинки рідини, нагріваючись в одній області, потім, внаслідок руху рідини (конвекції), переносять енергію в область з іншою температурою, де здійснюється подальший енергообмін. Оскільки швидкість макроскопічного руху речовини, як правило, перевищує швидкість дифузії, конвекційний механізм теплопереносу є більш інтенсивним, ніж проста теплопровідність.

Конвекція завжди супроводжується теплопровідністю як поміж частками рідини або газу, так і між рідиною або газом та поверхнями твердих тіл. Сумісний процес переносу теплоти конвекцією та теплопровідністю називається **конвекційним теплообміном**. Окремим випадком конвекційного теплообміну є **теповіддача** – конвекційний теплообмін між твердою стінкою та середовищем.

Теплове випромінювання характеризується переносом енергії від одного тіла до іншого електромагнітними хвилями. (Більш докладне визначення цього різновиду передачі енергії надано у пункті 11.1.)

Тепловіддача може супроводжуватися тепловим випромінюванням. У цьому випадку перенос теплоти здійснюється одночасно конвекцією та тепловим випромінюванням.

У загальному випадку теплота одночасно переноситься конвекцією, випромінюванням і теплопровідністю. Наприклад, при пожежі у приміщенні теплота від полум'я та продуктів згоряння переноситься конвекційним та променистим теплообміном до огорожуючих конструкцій приміщення, теплопровідністю передається по них, а потім знов конвекційним та променистим теплообміном від зовнішньої поверхні огорожі передається до навколишнього середовища. Такий процес називається **складним теплообміном** або **теплопередачею** (більш докладно визначення цього поняття дано у пункті 10.1).

У багатокомпонентних системах (наприклад, газових сумішах) процеси переносу теплоти супроводжуються переносом складових частин речовини – **масообміном**, котрий веде до зміни концентрацій складових суміші. Сумісне протікання процесів теплообміну та масообміну називається **тепломасообміном**.

6.2 Теплопровідність

Подальший матеріал глави присвячено питанню переносу тепла теплопровідністю. Конкретні механізми передачі енергії між частинками тіла різняться: у газах теплопровідність здійснюється шляхом дифузії молекул та атомів, у рідинах та твердих тілах – діелектриках – шляхом розповсюдження пружних хвиль. У металах теплопровідність – результат дифузії вільних електронів.

Передача теплоти теплопровідністю є домінуючим механізмом теплопередачі у твердих тілах (у рідинах та газах теплопровідність супроводжується конвекцією).

6.2.1 Основні поняття та визначення теплопровідності

Теплопровідність (як і інші види розповсюдження тепла) може мати місце тільки якщо температура у різних точках тіла не однакова. Для опису теплопровідності використовують декілька загальних понять, які ми зараз нагадаємо.

Сукупність значень температури t у даний момент часу τ для усіх точок простору називається **температурним полем**:

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

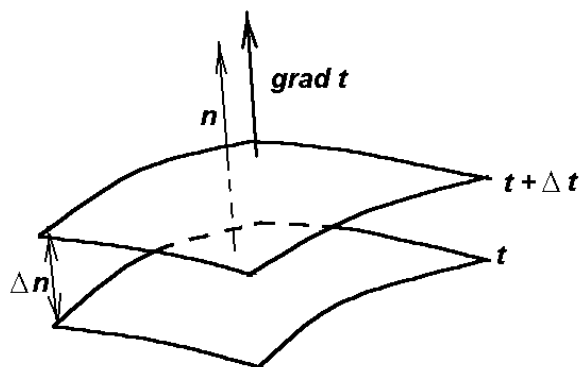
Розрізняють стаціонарне та нестаціонарне температурне поле. Якщо температура не залежить від часу – поле **стаціонарне**; у протилежному випадку ми маємо справу з **нестационарним** температурним полем.

Для дослідження полів використовують поняття ізоперехонь. Так, **ізотермічною поверхнею** називається геометрична множина точок, в яких середовище має однакову температуру. Оскільки в одній точці може бути тільки одне значення температури, то ізотермічні поверхні не можуть перетинатися, – вони можуть або замикатися в середині тіла, або закінчуватися на його границі.

Спираючись на поняття ізотермічної поверхні, можливо наочно ввести поняття градієнта температур. Розглянемо малі ділянки двох близько розташованих ізотермічних поверхонь із температурами t та $t + \Delta t$ (дивись рисунок 6.5). Межа відношення різниці температур Δt до відстані Δn (яка береться за нормаллю n до відповідних ізотермічних поверхонь), за умови, що Δn зменшується до нуля, задає величину **температурного градієнта**:

$$\text{grad } t \equiv \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta t}{\Delta n} \right), \text{ К/м.} \quad (6.9)$$

Цей вектор спрямовано за нормаллю до ізотермічної поверхні у напрямку збільшення температури. Він виражає зміну температури у градусах, яка припадає на 1 м відстані між ізотермічними поверхнями. (Чим більше значення температурного градієнта, тим менш рівномірний розподіл температури у тілі. Якщо усі точки тіла мають однакову температуру, то температурний градієнт в ньому дорівнює 0.)



**Рисунок 6.5 – Ділянки ізотермічних поверхонь із температурами t та $t+\Delta t$
 Δn – відстань між поверхнями (яка береться за нормаллю n до них).**

Зв'язок теплових потоків з температурним полем у випадку передачі тепла теплопровідністю встановив Фур'є. Згідно з Фур'є потік тепла dQ , що проходить крізь елементарну площину dF , яка лежить на ізотермічній поверхні, розраховується за формулою:

$$dQ = -\lambda \cdot \text{grad } t \cdot dF, \text{ Вт}, \quad (6.8.1)$$

або

$$q = -\lambda \cdot \text{grad } t, \text{ Вт/м}^2. \quad (6.8.2)$$

Ця закономірність носить назву **основного закону теплопровідності**, або **закону Фур'є**.

Тепловий потік і градієнт температур мають протилежні напрямки. Цю обставину у рівняннях (6.10.1), (6.10.2) враховує знак "-".

Здатність речовини проводити тепло теплопровідністю відображає коефіцієнт λ , який називається **коефіцієнтом теплопровідності** і має розмірність Вт/(м·К). Визначення величини λ неважко отримати, обернувши рівняння (6.10.2):

$$\lambda = |q / \text{grad } t|, \text{ Вт/(м·К)}.$$

Таким чином чисельно коефіцієнт теплопровідності дорівнює густині теплового потоку за градієнта температур в 1 К/м. Значення коефіцієнта теплопровідності наведено у теплофізичних довідниках. Залежно від стану речовини, λ за величиною може різнитися на порядки.

Відповідно до молекулярно-кінетичної теорії, коефіцієнт теплопровідності у газах залежить в основному від швидкості руху молекул, яка, у свою чергу, зростає зі збільшенням температури і зменшенням маси молекул. Тобто найбільшу теплопровідність має легкий газ – водень. (За кімнатних умов коефіцієнт теплопровідності водню – 0.2 Вт/(м·К), повітря – 0.025 Вт/(м·К)).

У металах теплопровідність забезпечується, головним чином, за рахунок теплового руху електронів провідності. Маса електрона у 3000 разів є меншою за масу молекули найлегшого газу. Відповідно і теплопровідність металів є набагато вищою, ніж у газів. Найвищий коефіцієнт теплопровідності має чисте срібло – 400 Вт/(м·К), у сталей $\lambda \approx 50$ Вт/(м·К).

У рідин (неметалів) коефіцієнт теплопровідності, як правило, менше, ніж 1 Вт/(м·К) (у води, одного з кращих рідинних провідників теплоти, $\lambda \approx 0.6$ Вт/(м·К)).

Неметалеві тверді речовини мають коефіцієнт теплопровідності, що не перевищує 10 Вт/(м·К).

Пористі матеріали – пробка, різноманітні волокнисті наповнювачі типу вапна та інші – мають найменший (окрім газів) коефіцієнт теплопровідності, який за малої густини набивки наближається до коефіцієнта теплопровідності повітря, що заповнює пори.

У анізотропних матеріалів, які мають різну структуру у різних напрямках (деревина, волокнисті та пресовані матеріали, кристали), теплопровідність залежить від напрямку розповсюдження теплового потоку. Наприклад, у деревини це зумовлено тим, що перпендикулярно до волокон тепловий потік пересікає більше повітряних зазорів, ніж уздовж волокон. Через це опір розповсюдженню тепла вздовж волокон значно менший.

Значний вплив на коефіцієнт теплопровідності можуть справляти температура, тиск, а у пористих матеріалах ще і вологість. Вплив вологості пояснюється тим, що вона відображає вміст води у порах матеріалу, а коефіцієнт теплопровідності води значно вищий, ніж у повітря. У довідниках, як правило, наведено умови, за яких визначено коефіцієнти теплопровідності. Характерні величини останніх наведено в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

Порядки величини коефіцієнта теплопровідності (Вт/(м·К))					
Гази			Метали		
	Теплоізоляційні матеріали				
	Будівельні матеріали та вогнетривки				
		Рідини			
10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2

6.2.2 Диференціальне рівняння стаціонарної теплопровідності та його рішення для однорідної плоскої стінки

Розглянемо теплопровідність плоскої однорідної стінки, товщина якої є малою у порівнянні із довжиною та шириною. На обох боках стінки температури не змінюються і дорівнюють, відповідно, t_1 та t_2 (нехай $t_1 > t_2$). У цьому випадку температурне поле одновимірне, а ізотермічні поверхні розташовані

паралельно поверхні стінки (перпендикулярно осі $0x$), як перетин на рисунку 6.3. Графік просторового розподілу температури стінки представлено на рисунку 6.6.

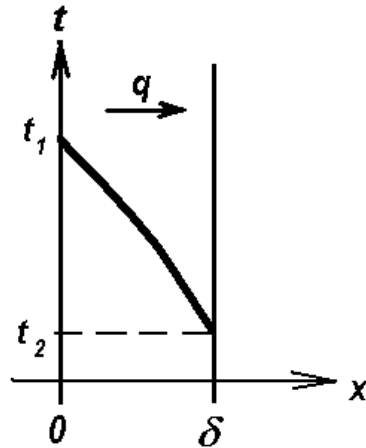


Рисунок 6.6 – Графік залежності температури від відстані у плоскій однорідній стінці

Відстань (x) відраховується від поверхні стінки за нормаллю до неї; t_1 – температура гарячої поверхні стінки; t_2 – температура холодної поверхні стінки; δ – товщина стінки; вектором q указано напрямок поширення теплового потоку.

За умов такої геометрії закон Фур'є (6.10.2) приймає вид:

$$q = -\lambda \cdot dt/dx, \quad (6.11)$$

тобто у даному випадку градієнт температури набуває форми dt/dx – похідної від температури за координатою.

Далі ми розглянемо стаціонарний розподіл температур. Це, за умови відсутності джерел тепла у товщі стіни, приводить (як відмічалось при виведенні формули (6.7)) до незмінного у просторі значення теплового потоку: $q = \text{const}$. Відокремивши змінні у рівнянні (6.11), отримаємо співвідношення:

$$q \cdot dx = -\lambda(t) \cdot dt. \quad (6.12)$$

Використовуючи сталість q , проінтегруємо рівняння (6.12) у межах координат від 0 до δ , що відповідає зміні температур від t_1 до t_2 . Це дає вираз:

$$q \cdot \delta = \int_{t_2}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt. \quad (6.13)$$

Кінцевий результат зручно представити у вигляді:

$$q = \frac{\lambda_{\text{сеп}}}{\delta} (t_1 - t_2), \text{ Вт/м}^2, \quad (6.14)$$

де

$$\lambda_{\text{сеп}} = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_2}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt, \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \quad (6.15)$$

– середнє на інтервалі температур від t_2 до t_1 значення коефіцієнта теплопровідності матеріалу стінки. Зрозуміло, що коли коефіцієнт теплопровідності не залежить від температури, то його середнє значення співпадає з наявним.

Рівняння (6.14) часто записують у формі, яка нагадує закон Ома для постійного струму:

$$q = (t_1 - t_2)/R, \text{ Вт/м}^2, \quad (6.16)$$

де величина

$$R = \delta/\lambda_{\text{сеп}}, \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт}, \quad (6.17)$$

є **термічним опором теплопровідності плоскої одношарової стінки**.

У пожежній практиці вираз (6.14) (або (6.16)) використовується для розрахунку:

- 1) теплового потоку ($Q = q \cdot F$);
- 2) товщини стінок опалювальних та технологічних печей, або теплоізоляційного шару:

$$\delta = \lambda_{\text{сеп}} \cdot (t_1 - t_2)/q, \text{ м}; \quad (6.18)$$

3) для розрахунку безпечної температури t_2 на поверхні, яка не обігрівается. В останньому випадку формула (6.14) ((6.16)) набуває вигляду:

$$t_2 = t_1 - q \cdot \delta/\lambda_{\text{сеп}}, \text{ або } t_2 = t_1 - q \cdot R. \quad (6.19)$$

Рівняння Фур'є (6.12) можна використати для визначення температури у довільному перетині x стінки. Для цього слід проінтегрувати його за товщиною стінки у межах від 0 до x . Тоді права частина рівняння (6.12) буде інтегруватися від $t(x=0) = t_1$ до $t(x) = t_x$. Результат, аналогічно до випадку формули (6.14), має вигляд:

$$q = \frac{\lambda_{x,\text{сеп}}}{x} (t_1 - t_x), \text{ Вт/м}^2, \quad (6.20)$$

де

$$\lambda_{x, \text{сер}} \equiv \frac{1}{t_1 - t_x} \int_{t_x}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt, \text{ Вт/(м·К)}. \quad (6.21)$$

Якщо коефіцієнт теплопровідності λ не залежить від температури, то $\lambda_{x, \text{сер}} = \lambda_{\text{сер}} = \lambda$ і рівняння (6.20) дає лінійну залежність t_x від x :

$$t_x = t_1 - q \cdot x / \lambda. \quad (6.22)$$

Останню, враховуючи (6.14), можна представити як

$$t_x = t_1 - (t_1 - t_2) \cdot x / \delta. \quad (6.23)$$

В дійсності коефіцієнт теплопровідності залежить від температури. Для більшості матеріалів можна вважати, що цей зв'язок має лінійний характер, тобто

$$\lambda(t) = \lambda_0 + \beta \cdot t, \text{ Вт/(м·К)}, \quad (6.24)$$

де величини λ_0 і β не залежать від температури і являють собою, відповідно, значення (при $t = 0$) та температурний коефіцієнт коефіцієнта теплопровідності. У такому випадку, згідно з формулою (6.21),

$$\lambda_{x, \text{сер}} = \lambda_0 + \beta \cdot (t_1 + t_x) / 2 = \lambda((t_1 + t_x) / 2), \text{ Вт/(м·К)}, \quad (6.25)$$

тобто середнє на ділянці шару значення коефіцієнта теплопровідності дорівнює його значенню за середньої температури.

Якщо підставити вираз (6.25) у формулу (6.20), то можна отримати квадратне рівняння відносно температури t_x і з нього, якщо у цьому буде потреба, виписати явний вигляд залежності температури від інших змінних.

Приступимо до вивчення процесів стаціонарної теплопровідності у системах з дещо більш складною геометрією, ніж однорідна плоска стінка. Такі процеси мають безпосереднє відношення до задач пожежної безпеки, бо вони, наприклад, визначають дію теплоізоляції.

6.2.3 Теплопровідність багат шарової плоскої стінки

Спочатку розглянемо теплопровідність крізь багат шарову плоску стінку. Будемо вважати, що стінка складається з n однорідних плоских шарів (дивись рисунок 6.7). Нехай товщини шарів $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ та їх середні коефіцієнти теплопровідності $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ є відомими величинами. Температура на зовнішніх поверхнях стіни зліва та справа дорівнює, відповідно, t_1 та t_{n+1} .

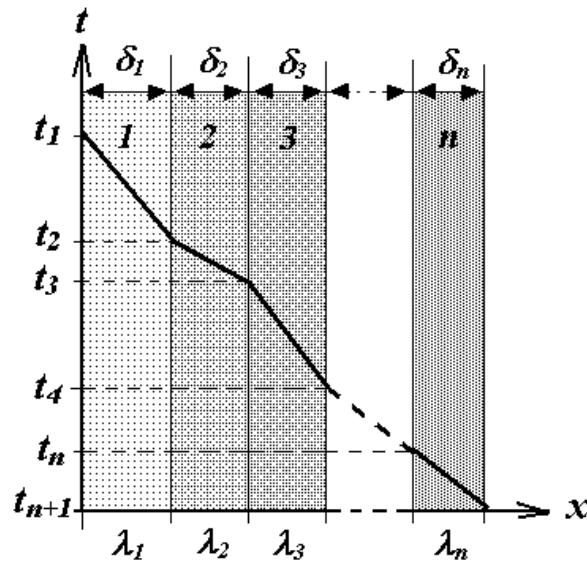


Рисунок 6.7 – Графік розподілу температури у n -шаровій плоскій стінці
 $1, 2, 3, \dots, n$ – номери шарів; $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ – товщини шарів;
 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n, t_{n+1}$ – температури на відповідних границях шарів (t_i, t_{i+1} – температура на поверхнях i -го шару; $i = 1, 2, \dots, n$)

Визначимо залежність питомого потоку q крізь багатошарову стінку від температури на її зовнішніх поверхнях (t_1 і t_{n+1}). В умовах стаціонарної теплопровідності за малої (відносно довжини та ширини) товщини стінки для i -го її шару буде виконуватися рівняння Фур'є, яке зручно записати у вигляді (6.16)

$$q_i = (t_i - t_{i+1}) / R_i, \quad (6.26)$$

де величина $R_i = \delta_i / \lambda_i$ позначає термічний опір i -го шару.

Спираючись на формулу (6.26), розпишемо різниці температур на кожному з n шарів стінки:

$$\begin{aligned} t_1 - t_2 &= q_1 \cdot R_1, \\ t_2 - t_3 &= q_2 \cdot R_2, \\ t_3 - t_4 &= q_3 \cdot R_3, \\ &\dots\dots\dots \\ t_n - t_{n+1} &= q_n \cdot R_n. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Далі, склавши окремо ліві та праві частини рівнянь (6.27), користуючись незмінністю потоку у стаціонарному процесі ($q = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_n$), отримаємо вираз:

$$t_1 - t_{n+1} = q \cdot \sum_{i=1}^n R_i.$$

Це співвідношення дозволяє визначити величину питомого теплового потоку:

$$q = (t_1 - t_{n+1})/R_{\Sigma}. \quad (6.28)$$

В останній формулі використано поняття повного *термічного опору теплопровідності багат шарової плоскої стінки* R_{Σ} , який легко виразити через термічні опори окремих шарів R_i :

$$R_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n R_i, \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт}. \quad (6.29)$$

Порівняння формул (6.26) і (6.28) показує, що багат шарова стінка веде себе як одношарова з термічним опором, який дорівнює повному термічному опору. При цьому, аналогічно до того, як електричний опір у послідовному електричному ланцюгу дорівнює сумі електроопорів елементів, які складають ланцюг, повний термічний опір багат шарової стінки дорівнює сумі термічних опорів складових шарів.

Спираючись на співвідношення (6.27) – (6.29), можна розрахувати температуру у будь-якій точці багат шарової стінки. Так, рухаючись покроково від першого шару, отримаємо ряд співвідношень:

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 - q \cdot R_1, \\ t_3 &= t_2 - q \cdot R_2 = t_1 - q (R_1 + R_2), \\ t_4 &= t_3 - q \cdot R_3 = t_1 - q (R_1 + R_2 + R_3), \end{aligned}$$

або для довільного k -го шару ($k = 1, 2, \dots, n$):

$$t_{k+1} = t_k - q \cdot R_{.k} = t_1 - q \cdot (R_1 + R_2 + \dots + R_{.k}) = t_1 - q \cdot \sum_{i=1}^k R_i. \quad (6.30)$$

В окремих випадках багат шарову стінку розглядають як одношарову з такою ж товщиною:

$$\delta_{\Sigma} \equiv \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots + \delta_n \equiv \sum_{i=1}^n \delta_i.$$

При цьому вводиться еквівалентний коефіцієнт теплопровідності стінки, який дорівнює:

$$\lambda_{\text{екв}} \equiv \frac{\delta_{\Sigma}}{R_{\Sigma}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (6.31)$$

У цих змінних формула (6.28) набуває вигляду закону Фур'є для одношарової стінки (дивись (6.14)):

$$q = \frac{\lambda_{\text{екв}}}{\delta_{\Sigma}} (t_1 - t_{n+1}), \text{ Вт/м}^2. \quad (6.32)$$

6.2.4 Теплопровідність циліндричної стінки

Розглянемо теплопровідність у системі, яка має циліндричну симетрію. Наближено ця властивість притаманна трубам із круглим перетином, ділянкам ізоляції таких труб та дротів і таке інше. Спочатку дослідимо теплопровідність крізь одношарову циліндричну стінку, потім – крізь багатошарову. При цьому будемо вважати, що стінка має необмежену довжину. Результати, які отримано за таких умов, можна використовувати, якщо діаметр відповідного циліндра значно менший як за його довжину, так і за радіус кривизни осі.

6.2.4.1 Одношарова циліндрична стінка

Розглянемо одношарову циліндричну стінку довжиною l . Нехай її внутрішній радіус дорівнює r_1 , а зовнішній – r_2 , коефіцієнт теплопровідності матеріалу $\lambda(t)$ є відомою функцією температури. Температура на внутрішній поверхні t_1 є всюди однаковою та стаціонарною. Те ж саме стосується і температури на зовнішній поверхні стінки t_2 . Будемо для визначеності вважати, що $t_1 > t_2$. Крім того, нехай зовнішній радіус r_2 малий, у порівнянні з довжиною l . За таких умов можна вважати, що тепловий потік в основному спрямовано за нормаллю до поверхні стінки, тобто вздовж радіуса. Температура стінки залежить тільки від змінної координати r (дивись рисунок 6.8). Нашою першою задачею буде розрахунок величини теплового потоку Q крізь бокову поверхню такої циліндричної стінки. З цією метою ми скористаємося основним рівнянням теплопровідності (рівнянням Фур'є) у формі (6.10.2).

З'ясуємо, як виглядає градієнт температури. Для цього виділимо у стінці кільцевий шар із радіусами поверхонь r та $r+dr$. Поверхні, які обмежують такий циліндричний шар, є ізотермічними поверхнями з температурами t та $t+dt$, відповідно. Таким чином, у випадку циліндричної симетрії, згідно з визначенням (6.9), вектор градієнта направлено вздовж радіуса і за величиною дорівнює похідній від температури за радіусом:

$$\text{grad } t = dt/dr, \text{ K/м.} \quad (6.33)$$

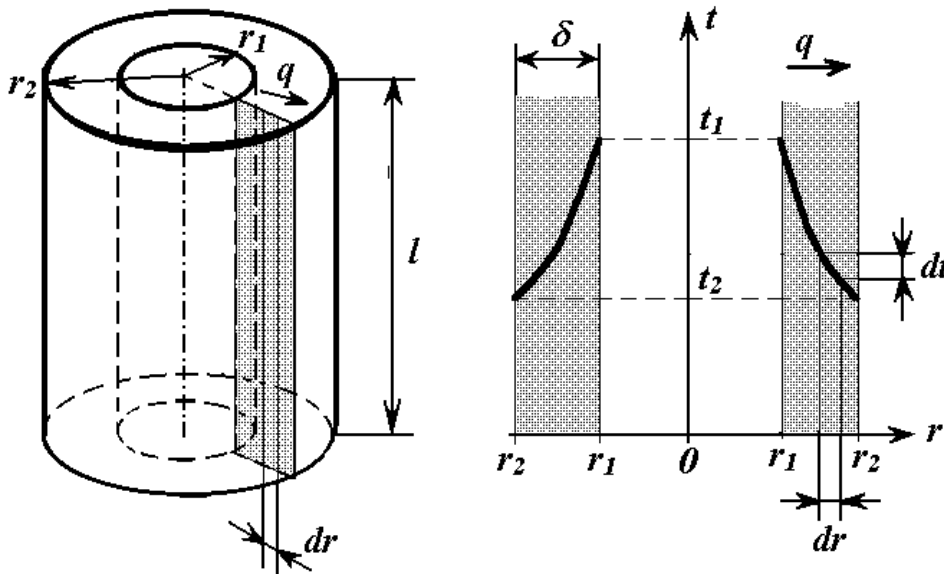


Рисунок 6.8 – Схема циліндричної стінки та графік залежності температури t стінки від відстані r від осі:

l – довжина стінки; r_1 та r_2 – радіуси внутрішньої та зовнішньої поверхонь стінки; $\delta = r_2 - r_1$ – товщина стінки; t_1 та t_2 – температури на внутрішній та зовнішній поверхнях стінки; dt – зміна температури шару, яка відповідає зміні відстані dr ; стрілкою q показано напрямок теплового потоку

Покажемо, як виглядає основне рівняння теплопровідності у циліндричних координатах, для чого скористаємося формулою (6.6) сумісно з (6.33). Це дозволяє надати загальному виразу (6.10.2) шуканої форми

$$\frac{q_l}{2\pi \cdot r} = -\lambda(t) \cdot \frac{dt}{dr},$$

або

$$q_l \frac{dr}{r} = -2 \cdot \pi \cdot \lambda(t) \cdot dt. \quad (6.34)$$

Аналогічно до одновимірного площинного варіанта (дивись (6.12)), користуючись незмінністю лінійного потоку q_l , проінтегруємо ліву частину останнього виразу за радіусом від r_1 до r_2 , що відповідає інтегруванню правої частини за температурою у межах від t_1 до t_2 . Отримаємо співвідношення:

$$q_l \cdot \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = 2\pi \int_{t_2}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt. \quad (6.35)$$

Якщо, як і у площинному випадку, застосувати поняття середнього значення коефіцієнта теплопровідності (6.15), то формулу (6.35) можна привести до остаточного вигляду

$$q_l = \frac{2\pi \cdot \lambda_{\text{сеп}}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} (t_1 - t_2), \text{ Вт/м.} \quad (6.36)$$

Аналогічно до випадку площинної симетрії, у системах із циліндричною симетрією має сенс використовувати поняття *лінійного термічного опору теплопровідності циліндричного шару* (дивись також пункт 6.2.4.2). Він дорівнює

$$R_l = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \cdot \lambda_{\text{сеп}}}, \text{ м}\cdot\text{К/Вт.} \quad (6.37)$$

Такий хід дозволяє надати рівнянню (6.36) вигляду, який, як і співвідношення (6.16), нагадує закон Ома:

$$q_l = (t_1 - t_2)/R_l, \text{ Вт/м.} \quad (6.38)$$

Рівняння (6.34) дозволяє також визначити температуру в будь-якій точці циліндричної стінки. Для цього ліву частину виразу (6.34) треба інтегрувати від поверхні $r = r_1$ з відомою температурою $t = t_1$ до значення r , яке відповідає обраній точці. Результуюча залежність температури $t(r)$ точок циліндричної стінки від відстані r від осі має вигляд:

$$t(r) = t_1 - q_l \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{2\pi \cdot \lambda_{\text{сеп},r}}. \quad (6.39)$$

Тут середнє значення коефіцієнта теплопровідності матеріалу циліндричного шару $\lambda_{\text{сеп},r}$ визначається в інтервалі температур від t_1 до $t(r)$.

Якщо коефіцієнт теплопровідності не залежить від температури, то можна, скориставшись формулою (6.36), надати співвідношенню (6.39) дещо іншого вигляду:

$$t(r) = t_1 - (t_1 - t_2) \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \quad (6.40)$$

Дана формула (аналогічно до виразу (6.23)) дозволяє розраховувати температури у стінці, знаючи лише температури на її поверхнях.

Основну розрахункову формулу (6.36) можна спростити у випадку, коли товщина циліндричного шару $\delta = r_2 - r_1$ є малою, у порівнянні з обома його радіусами r_1, r_2 . У такому разі теплопровідність крізь поверхню шару локально виглядає як теплопровідність крізь плоску стінку товщиною δ . У зв'язку з цим питомий потік крізь поверхню можна розрахувати за формулою (6.14). Далі, користуючись формулою зв'язку лінійної та поверхневої густини потоку (6.6) ($q_l = \pi \cdot d \cdot q$), легко отримати співвідношення:

$$q_l = \pi \cdot d_{\text{сер}} \frac{\lambda_{\text{сер}}}{\delta} (t_1 - t_2), \text{ Вт/м}, \quad (6.41)$$

в якому символом $d_{\text{сер}}$ позначено середній діаметр циліндричного шару ($d_{\text{сер}} = r_1 + r_2$).

Вираз (6.41) можна отримати і безпосередньо з формули (6.36). Для цього в останній треба скористатися розкладом логарифма навколо одиниці у ряд Тейлора за ступенями параметра $\delta/d_{\text{сер}}$:

$$\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 2 \cdot \frac{\delta}{d_{\text{сер}}} \cdot \left[1 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\delta}{d_{\text{сер}}}\right)^2 + \dots \right].$$

З цього співвідношення безпосередньо видно, що відносна точність формули (6.41) становить $1/3 \cdot (\delta/d_{\text{сер}})^2$. Ця похибка, наприклад, у випадку, коли зовнішній радіус стінки удвічі перевищує внутрішній, становить $1/3 \cdot ((2-1)/(2+1))^2 \cdot 100\% \approx 4\%$.

Лекція 7. КОНВЕКЦІЙНИЙ ТЕПЛООБМІН

7.1 Основні поняття та визначення конвекційного теплообміну. Диференціальні рівняння теплообміну

7.1.1 Сутність конвекційного теплообміну

7.1.1.1 Конвекційний теплообмін у потоці рідини. Рівняння процесу

“Конвекція” у перекладі з латини (convectio) означає “привіз, принесення”.

Конвекція маси – це перенос маси рідини під дією внутрішніх або зовнішніх сил. (Рідиною в теплопередачі вважають як крапельні рідини – воду, нафту та інші, так і гази – повітря, димові гази тощо). Маса рідини переносить із собою тепло, тому що вона має якусь ентальпію (тепловміст). Одночасно відбувається так звана **конвекція тепла** або **конвекційний теплоперенос** у потоці рідини, тобто перенос тепла, викликаний переносом маси рідини між областями з різною температурою.

Конвекція тепла завжди супроводжується теплопровідністю, тому що при русі рідини або газу завжди відбувається контакт між окремими мікрочастинками речовини, що мають різні температури. Таким чином, конвекційний теплообмін у потоці включає до себе дві складові – конвекцію тепла та теплопровідність. Через це рівняння конвекційного теплообміну в потоці рідини має вигляд:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{\text{конв}} + \mathbf{q}_{\text{т пр}} = \rho \cdot \mathbf{w} \cdot c_p \cdot t - \lambda \cdot \text{grad } t, \quad (7.1)$$

де $\mathbf{q}$, $\mathbf{q}_{\text{конв}}$, $\mathbf{q}_{\text{т пр}}$ – вектори густини теплового потоку, відповідно, за рахунок конвекційного теплообміну, конвекції тепла та теплопровідності; ρ , c_p , λ – густина рідини та її коефіцієнти питомої теплоємності та теплопровідності; $\mathbf{w}$ – швидкість рідини ($\rho \cdot \mathbf{w}$ – питомий потік маси рідини); t – температура рідини ($c_p \cdot t$ – ентальпія рідини); **grad** t – градієнт температур у потоці рідини (дивись формулу (6.9)).

Залежно від сил, що викликають рух рідини, розрізняють природну (вільну) конвекцію та вимушену конвекцію.

Вільна конвекція виникає в полі масових сил у нерівномірно нагрітому середовищі. Вона відбувається внаслідок різниці густини гарячих та холодних часток рідини, що викликає появу виштовхуючої (під’ємної) сили. (Як правило, холодні частки рухаються додолу, гарячі – догори). Такі явища часто зустрічаються у природі (наприклад, дим, що підіймається з димаря в тиху зимову погоду).

Вимушена конвекція відбувається під дією зовнішніх сил, що змушують рухатися рідину. (Наприклад, насос нагнітає рідину, компресор, вентилятор – газу).

Будь-яка пожежа обов'язково супроводжується конвекційним теплопереносом. Конвекція є причиною розповсюдження пожежі по порожнинах у стінах будинків, вентиляційних ходах. На великих пожежах, особливо при горінні складів лісоматеріалів, виникають потужні газоповітряні потоки, які переносять шматки деревини на великі відстані, що веде до утворення нових осередків пожежі.

7.1.1.2 Конвекційна тепловіддача. Рівняння Ньютона–Ріхмана

Конвекційний теплообмін між потоком рідини та оточуючою поверхнею називають **конвекційною тепловіддачею** або просто **тепловіддачею**.

Кількісно тепловіддача описується **законом Ньютона–Ріхмана** (1746 р.), який Ньютон сформулював у формі гіпотези: *Густина теплового потоку прямо пропорційна температурному напору між поверхнею та оточуючим середовищем*, тобто

$$q = \alpha \cdot |t_w - t_f|. \quad (7.2)$$

Для всієї поверхні теплообміну в разі незмінності q вздовж поверхні

$$Q = \alpha \cdot |t_w - t_f| \cdot F. \quad (7.3)$$

У формулах (7.2) та (7.3) t_w та t_f – температура поверхні стінки (wall) та рідини (fluid), відповідно, °C; q – густина теплового потоку на поверхні, Вт/м²; Q – тепловий потік крізь поверхню, Вт; F – площа поверхні, м²; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м² К), який характеризує інтенсивність процесу тепловіддачі на стінці (поверхні тіла).

Коефіцієнт тепловіддачі α являє собою величину, що вимірюється густиною теплового потоку, який виникає на поверхні тепловіддачі за температурного напору $\Delta t = |t_w - t_f|$ в один градус між температурами поверхні тіла та середовища:

$$\alpha \equiv \frac{|q|}{\Delta t}. \quad (7.4)$$

Коефіцієнт тепловіддачі являє собою складну функцію від усіх параметрів процесу тепловіддачі. Величина α залежить від форми, розмірів поверхні теплообміну та чистоти її виконання, від температур поверхні і рідини, швидкості потоку, від фізичних властивостей рідини та поверхні і т. д.

На відміну від коефіцієнтів теплопровідності λ , не існує таблиць для визначення коефіцієнтів тепловіддачі α .

Значення коефіцієнтів тепловіддачі визначають або експериментально, або з аналітичного рішення задачі про теплообмін між поверхнею та потоком, що її омиває.

7.1.1.3 Аналіз факторів, що впливають на конвекційний теплообмін та тепловіддачу

Як видно з рівняння (7.1), інтенсивність конвекційного теплообміну залежить від розподілу швидкостей у потоці, тобто від структури потоку.

З гідродинаміки відомо, що розрізняють ламінарний, турбулентний та перехідний режими течії рідини.

В **ламiнарному** (шаровому) потоці рідина рухається без перемішування, тобто шари рідини рухаються паралельно один до одного (дивись рисунок 7.1).

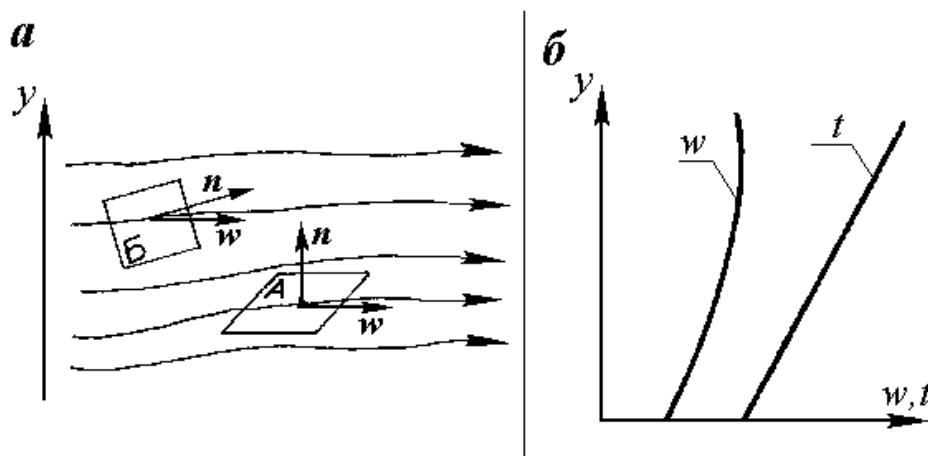


Рисунок 7.1 – Схема ламінарної течії (а) і графіки розподілу температури і швидкості в напрямку поперек потоку (б)

Якщо нормаль n до контрольної поверхні є перпендикулярною до напрямку швидкості (лінії току рідини не перетинають контрольну поверхню A), то, згідно з рівнянням (7.1), конвекційний теплообмін відсутній, а тепло від рідини до поверхні A передається лише чистою теплопровідністю:

$$q = - \lambda \cdot \text{grad } t . \quad (7.5)$$

Цей випадок має місце при обтіканні поверхні потоком рідини, тобто у процесі тепловіддачі.

В будь-якому іншому випадку, наприклад, для контрольної поверхні B лінії току перетинають контрольну поверхню, тобто тепло передається як теплопровідністю, так і конвекцією (діє рівняння (7.1)).

Течія називається **турбулентною** (вихровою, неупорядкованою), якщо шари рідини хаотично $\overline{\overline{}}$ перемішуються при русі, який відбувається з якоюсь середньою швидкістю $\overline{w}$ в певному напрямку.

На рисунку 7.2 наведено осцилограму коливань швидкості в нерухомій точці турбулентного потоку. На ній $\overline{w}$ – середня швидкість рідини в точці, w – дійсна (миттєва) швидкість.

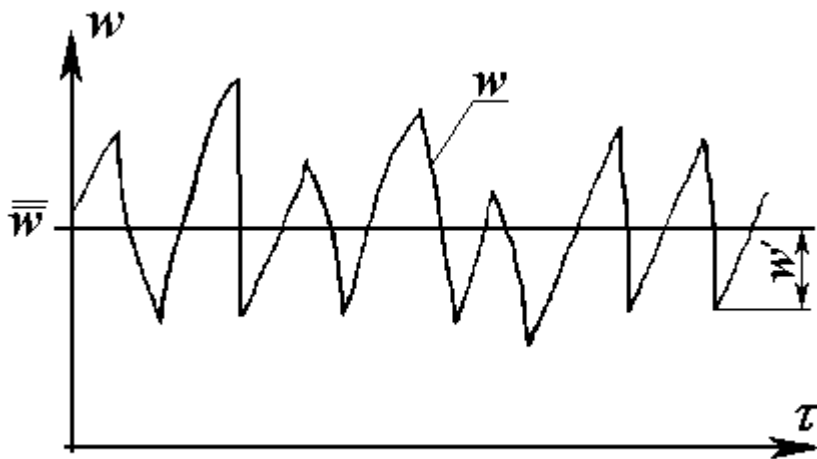


Рисунок 7.2 – Осцилограма коливань швидкості в нерухомій точці турбулентного потоку

Миттєва швидкість w пульсує біля середньої у часі швидкості $\overline{w}$. Відхилення миттєвої швидкості від середньої у часі називаються пульсаціями швидкості w' :

$$w' = w - \overline{w}.$$

При пульсаціях швидкості відбувається перенос механічної енергії. А якщо в потоці має місце різниця температур, то ті пульсації швидкості приводять до інтенсивного переносу тепла.

Таким чином, турбулентна течія являє собою нестационарний процес. Його, однак, можна розглядати як стаціонарний, якщо інтервал часу усереднення достатньо великий, у порівнянні з періодом пульсації, і достатньо малий, у порівнянні з яким-небудь характерним для усередненого руху інтервалом часу, щоб можна було врахувати можливі зміни середніх температур та швидкостей у процесі.

Далі будемо розглядати стаціонарну турбулентну течію за середніх швидкостей та температур. Знак усереднення ($\overline{}$), однак, писати не будемо.

При турбулентній течії, завдяки вихрам, лінії току завжди перетинають контрольну поверхню, тому конвекційний теплообмін завжди описується повним рівнянням (7.1), тобто завжди необхідно враховувати як конвекцію тепла, так і теплопровідність.

Зміна режиму течії від ламінарного до турбулентного, як відомо з гідродинаміки, відбувається за критичних значень критеріїв Рейнольдса (Re). Так, у випадку течії рідини у трубах

$$Re \equiv \frac{wd}{\nu}, \quad (7.6)$$

де w – швидкість рідини на вході до труби; d – внутрішній діаметр труби; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини.

За $Re \leq 2300$ у трубах здійснюється ламінарний режим течії, за $Re \geq 10^4$ – турбулентний, в інтервалі $2300 < Re < 10^4$ – режим течії перехідний.

Таким чином, з формул (7.1) та (7.6) випливає, що на конвекційний теплообмін впливають також фізичні властивості рідини – такі її характеристики, як густина ρ , питома теплоємність c_p , коефіцієнти теплопровідності λ та кінематичної в'язкості ν .

Всі перелічені величини, за винятком коефіцієнта кінематичної в'язкості, було визначено раніше. Для з'ясування сенсу коефіцієнта ν розглянемо фізичний механізм явища в'язкості.

Рух потоку рідини відбувається під дією різниці сил тиску; на рух впливають також сили тяжіння. Заважають руху рідини так звані сили внутрішнього в'язкого тертя або сили в'язкості.

Властивість в'язкості притаманна всім реальним рідинам. Вона виявляється у разі неоднорідності поля швидкостей.

Якщо два шари рідини рухаються з різними швидкостями w_1 та w_2 (дивись рисунок 7.3), то на їх границі виникають дотичні напруження тертя s . (Як фізична величина, s – це сила взаємодії шарів рідини, що рухаються з різними швидкостями, взята у розрахунку на одиницю площі поверхні границі між шарами. У зв'язку з цим вона вимірюється в одиницях тиску.)

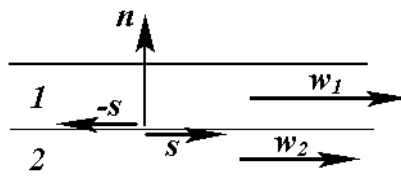


Рисунок 7.3 – Визначення сил в'язкого тертя

Якщо $w_1 > w_2$, то шар рідини 2 гальмує рух шару 1 із силою тертя ($-s$), а шар 1 прискорює рух шару 2 із силою тертя (в'язкості) ($+s$).

Це явище пояснюється наявністю в потоці реальної рідини сил внутрішнього тертя (сил в'язкості). Порівняйте, з цієї точки зору, такі рідини: мед–олія–вода–повітря.

За гіпотезою внутрішнього тертя Ньютона, *сила внутрішнього тертя s , що виникає між частинками або шарами рідини, які рухаються з різними швидкостями, пропорційна зміні швидкості у напрямку, перпендикулярному до напрямку руху*. Цьому твердженню відповідає рівняння:

$$s = \mu \frac{\partial w}{\partial n}, \text{ Па}, \quad (7.7)$$

де $\frac{\partial w}{\partial n}$ – зміна швидкості за нормаллю до границі шарів; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с.

Коефіцієнт динамічної в'язкості $\mu \equiv \left| \frac{s}{\partial w / \partial n} \right|$ – це сила в'язкості, що ви-

никає на одиниці поверхні контакту шарів при одиничному градієнті швидкості на ній.

В розрахунках користуються також **коефіцієнтом кінематичної в'язкості**:

$$\nu \equiv \mu / \rho, \text{ м}^2/\text{с}.$$

Інтенсивність тепловіддачі залежить не тільки від розподілу швидкостей в потоці та фізичних властивостей рідини, а також від того, рухається рідина всередині замкненого простору (наприклад, по трубі), чи омиває тіло зовні. Тепловіддача залежить також від форми та розмірів поверхні теплообміну.

Досвід показує, що інтенсивність конвекційного теплообміну залежить ще і від того, в якому напрямку передається тепло – від рідини до стінки, або навпаки, – від стінки до рідини.

Таким чином, основні складнощі при обчислюванні теплового потоку на поверхні тепловіддачі за формулами (7.2) та (7.1) полягають у визначенні коефіцієнта тепловіддачі α , який являє собою функцію, на жаль, практично всіх параметрів процесу. Існують експериментальні та аналітичні методи визначення α . Приступимо до вивчення останніх. Для цього розглянемо математичну модель задачі конвекційної тепловіддачі, яка включає до себе диференціальні рівняння тепловіддачі, рівняння переносу тепла, руху і неперервності маси в потоці рідини та умови однозначності до них.

7.1.2 Математична постановка задач конвекційної тепловіддачі

7.1.2.1 Диференціальне рівняння конвекційної тепловіддачі

Розглянемо особливості течії та переносу теплоти в реальній рідині поблизу поверхні теплообміну.

Нині в гідромеханіці в'язкої рідини панує гіпотеза про те, що частинки рідини, які безпосередньо знаходяться в контакті з твердим тілом, нібито “прилипають” до його поверхні за рахунок сил граничного тертя між рідиною та поверхнею. Цей шар налиплої рідини треба розглядати як нескінченно тонкий. Гіпотеза про рівність нулю відносної швидкості рідини на стінці (поверхні) достатньо добре підтверджується експериментально – результати вимірювань задовільно узгоджуються з теоретичними результатами, отриманими на основі цієї “гіпотези прилипання”, згідно з якою

$$w_w = w_f \Big|_{n \rightarrow 0},$$

де w – швидкість; індекси w, f вказують на стінку (wall) та рідину (fluid); n – величина координати в напрямку нормалі до поверхні теплообміну з початком на цій поверхні.

В будь-якому потоці рідини, завдяки силам граничного тертя між рідиною й поверхнею та силам внутрішнього тертя в рідині, поблизу поверхні тіла рідина гальмується. Виникає в'язкий граничний шар рідини, в якому течія є ламінарною. В цій плівці (граничному шарі) поверхня тіла плавно обтікається потоком, а тепло передається поперек потоку лише чистою теплопровідністю (див. формулу (7.5)), тобто

$$q = -\lambda_f \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \rightarrow 0}. \quad (7.8)$$

Разом з тим питомий тепловий потік, що передається у процесі конвекційної тепловіддачі на поверхні за законом Ньютона–Ріхмана, дорівнює (дивись рисунок 7.4):

$$q = \alpha \cdot (t_w - t_f) \quad (7.9)$$

при $t_w > t_f$.

З порівняння виразів (7.8) та (7.9) одержимо зв'язок:

$$\alpha = - \frac{\lambda_f \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \rightarrow 0}}{t_w - t_f}. \quad (7.10)$$

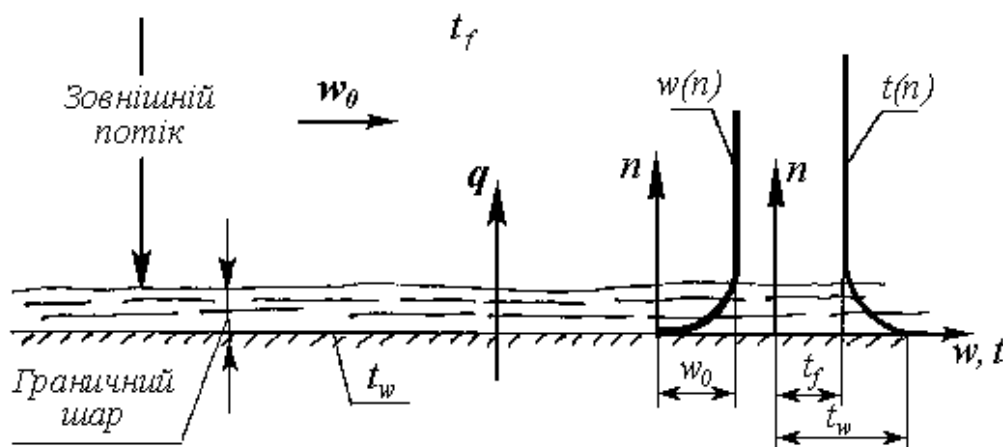


Рисунок 7.4 – До виводу диференціального рівняння тепловіддачі ($t_w > t_f$).
Схема граничного шару і графіки залежності швидкості руху w і температури t рідини від координати n :

w_0 , t_f – швидкість і температура незбуреного потоку рідини; t_w – температура поверхні

Формула (7.10) являє собою диференціальне рівняння тепловіддачі, в якому α – локальний або місцевий коефіцієнт тепловіддачі, що характеризує інтенсивність тепловіддачі в даній точці поверхні.

Якщо відомі значення α , то можна розрахувати тепловий потік, що передається крізь поверхню теплообміну площею F

$$Q = \int_F \alpha \cdot (t_w - t_f) dF. \quad (7.11)$$

Якщо температури рідини та стінки є сталими, то

$$Q = \bar{\alpha} \cdot (t_w - t_f) F, \quad (7.12)$$

де

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{F} \int_F \alpha \cdot dF -$$

усереднений за поверхнею коефіцієнт тепловіддачі.

Як видно з рівняння (7.10), для аналітичного визначення α необхідно знати поле температур у потоці рідини, тобто вирішити диференціальне рівняння переносу енергії в потоці рідини.

7.1.2.2 Диференціальні рівняння переносу енергії, руху та маси в потоці рідини

Будемо розглядати потік в'язкої (реальної) нестисливої рідини ($\rho = \text{const}$). В гідродинаміці та теплопередачі **рідиною** називають крапельні рідини або гази, які рухаються зі швидкостями, меншими, ніж одна четверта швидкості звуку ($w \leq a/4$).

Далі буде дано виведення рівняння переносу енергії. Аналогічне виведення інших рівнянь наводитися не буде.

Речовину будемо розглядати як неперервне середовище ("континіум"), тепло в якому передається конвекцією та теплопровідністю.

Відокремимо в потоці рідини елементарний об'єм $dV = dx dy dz$ (дивись рисунок 7.5), в якому властивості рідини будемо вважати незмінними ($c_p = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, $\nu = \text{const}$).

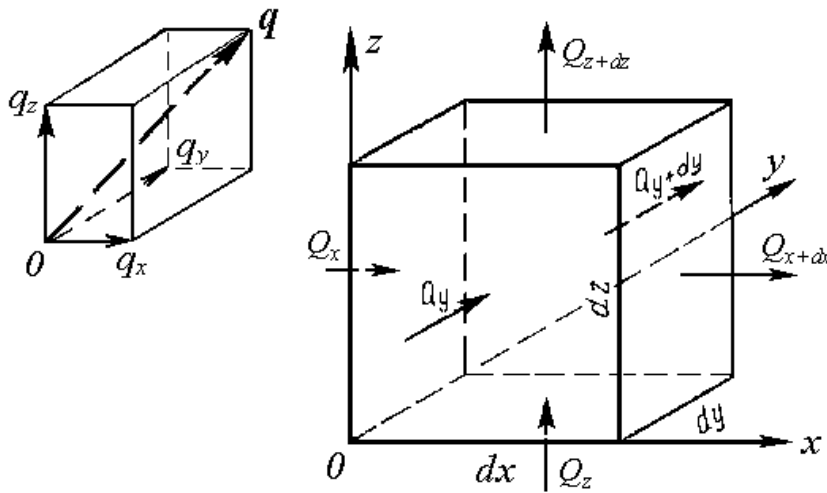


Рисунок 7.5 – До виведення диференціального рівняння переносу енергії в потоці рідини

Розташуємо елемент dV у просторі так, щоб вектор густини теплового потоку $\mathbf{q}$ знаходився в першому октанті, тобто щоб тепло надходило до елемента dV крізь грані, які проходять через початок координат (точку O), а виходило з нього крізь протилежні грані. Вектор $\mathbf{q}$ можна розкласти на складові:

$$\mathbf{q} = q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j} + q_z \mathbf{k}, \quad (7.13)$$

де $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ – одиничні орти відповідних координат; q_x , q_y , q_k – проекції вектора густини теплового потоку $\mathbf{q}$ на осі x , y , z . Тоді, згідно з рівнянням (7.1),

$$\begin{aligned}
q_x &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} + \rho c_p w_x t, \\
q_y &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} + \rho c_p w_y t, \\
q_z &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} + \rho c_p w_z t,
\end{aligned}
\tag{7.14}$$

де w_x, w_y, w_z – проекції швидкості рідини на осі x, y, z .

Для визначеності будемо вважати, що елемент dV нагрівається.

В основу виведення закладено два закони – співвідношення (7.1) та перший закон термодинаміки у стисливому середовищі (потоці). Запис останнього закону (у випадку нульової роботи) має вигляд:

$$dQ = dI, \tag{7.15}$$

де dQ – все тепло, що проходить крізь грані елементу dV та витрачається на його нагрів; dI – зміна ентальпії (тепловмісту) елементу.

Будемо розглядати процес без внутрішніх джерел тепла (в потоці не відбуваються хімічні реакції з виділенням тепла або якісь інші процеси).

Тепло до елементу dV підводиться у процесі конвекції та теплопровідності крізь грані, що перетинають початок координат (точку 0), а відводиться крізь протилежні грані з координатами dx, dy, dz (дивись рис. 7.5). Кількість тепла, підведеного за час $d\tau$, становить

$$dQ_1 = dQ_x + dQ_y + dQ_z,$$

а відведеного –

$$dQ_2 = dQ_{x+dx} + dQ_{y+dy} + dQ_{z+dz},$$

де dQ_x, dQ_y, dQ_z ($dQ_{x+dx}, dQ_{y+dy}, dQ_{z+dz}$) – кількість тепла, що підводиться (або відводиться) крізь відповідні грані.

Різниця між кількостями підведеного та відведеного тепла йде на нагрів елементу dV , тобто зміну його ентальпії dI (що відображено у формулі (7.15)):

$$dQ \equiv dQ_1 - dQ_2 = dI. \tag{7.16}$$

Визначимо кількість тепла, що за інтервал часу $d\tau$ йде на нагрів елементу dV при підведенні та відведенні тепла крізь грані, перпендикулярні до осі x :

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = (q_x - q_{x+dx}) dy dz d\tau, \tag{7.17}$$

де q_x та q_{x+dx} – величини x -компоненти густини теплового потоку на гранях з координатами x та $x + dx$, відповідно.

Розкладемо функцію q_{x+dx} в ряд Тейлора у точці x за приростом dx :

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \dots \quad (7.18)$$

(Крапками позначені величини, які мають вищий порядок малості, ніж dx .)

Підставивши вираз (7.18) у формулу (7.17), отримаємо

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = \left(-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \dots \right) dydzd\tau = \left(-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \dots \right) dVd\tau. \quad (7.19)$$

Аналогічно розрахуємо кількість тепла, що йде на нагрів елементу dV крізь грані, перпендикулярні осям y та z .

Сумарна кількість тепла, що нагріває елемент, дорівнює

$$dQ \equiv dQ_1 - dQ_2 = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \dots \right) dVd\tau. \quad (7.20)$$

З плином часу ентальпія елементу середовища в об'ємі dV може змінюватися на величину

$$dI = (\rho \cdot c_p \cdot dt + c_p \cdot t \cdot d\rho) \cdot dV, \quad (7.21)$$

де dt і $d\rho$ – відповідно зміни температури і густини елементу за час $d\tau$. У свою чергу величини dt і $d\rho$ пов'язана із тривалістю інтервалу $d\tau$ співвідношеннями

$$dt = \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau + \dots \quad \text{і} \quad d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} d\tau + \dots, \quad (7.22)$$

в якому крапками позначені малі величини порядку, вищого за $d\tau$.

Рівняння (7.15), з урахуванням виразів (7.20), (7.21) та (7.22), буде мати вид:

$$\left(\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} + c_p t \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \dots \right) \cdot dVd\tau = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \dots \right) \cdot dVd\tau. \quad (7.23)$$

Поділімо рівняння (7.23) на $dV d\tau$ та спрямуємо $d\tau$ та dV до нуля. При цьому всі нескінченно малі величини, що позначені крапками, будуть дорівнювати нулю, а рівняння (7.23) набуде вигляду:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} + c_p t \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right). \quad (7.24)$$

Рівняння (7.24) являє собою рівняння переносу тепла у безперервному середовищі.

Підставивши в рівняння (7.24) значення q_x , q_y , q_z з виразу (7.14), одержимо формулу:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} + c_p t \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) - c_p \cdot \left[\frac{\partial(\rho w_x t)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y t)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z t)}{\partial z} \right]. \quad (7.25)$$

Останній вираз можна спростити, якщо скористатися відомим з гідродинаміки **рівнянням нерозривності** рідини:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0, \quad (7.26)$$

яке є наслідком з закону збереження маси. Слід відмітити, що у менш загальному випадку нестисливої рідини ($\rho = \text{const}$) рівняння нерозривності (7.26) має простіший вигляд:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (7.27)$$

Співвідношення (7.26) дає можливість спростити формулу (7.25). Остання набуває вигляду **диференціального рівняння енергії**

$$\rho c_p \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (7.28)$$

Для скорочення записів введемо позначки:

$$a \equiv \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho},$$

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\frac{D}{d\tau} \equiv \frac{\partial}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial}{\partial x} + w_y \frac{\partial}{\partial y} + w_z \frac{\partial}{\partial z},$$

де a , $\text{м}^2/\text{с}$ – **коефіцієнт температуропровідності**, який являє собою фізичну характеристику речовини і характеризує швидкість вирівнювання температур в тілі в нестационарних процесах переносу тепла (розрахунок коефіцієнта a розглянуто у пункті 13.1.1.1);

∇^2 – **оператор Лапласа**;

$\frac{D}{dt}$ – **субстанціальна** (або **індивідуальна**, або **повна**) **похідна**.

Дані визначення дають можливість надати рівнянню (7.28) вигляду:

$$\frac{Dt}{dt} = a \nabla^2 t. \quad (7.29)$$

Це рівняння – **рівняння переносу енергії нестисливої рідини**. Воно також має назву **рівняння Фур'є–Кірхгофа**. Вираз (7.29) часто записують у формі

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \nabla^2 t. \quad (7.30)$$

Розглянемо фізичний сенс членів рівняння (7.30).

Доданок $\frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial \tau}$ – локальна (часткова) похідна від температури за

часом, вона характеризує зміну температури із плином часу в точці з фіксованими просторовими координатами (x, y, z) . Виміряти локальну похідну в потоці рідини можна за допомогою нерухомого термометра, повз якого рухається рідина.

Член $\left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right)$ – конвекційна похідна, яка відбиває той

факт, що температура потоку може змінюватися вздовж течії. У такому разі елемент рідини, що пройшов відповідну відстань за час $d\tau$, має прийняти іншу температуру, навіть якщо температурне поле залишається стаціонарним. Конвекційна похідна характеризує конвекційний макроперенос тепла сумісно з масою речовини від точки до точки. Виміряти її можна за допомогою термометра, який у стаціонарному потоці рухається разом з виділеним елементом рідини зі швидкістю цього елемента.

Член $a \nabla^2 t$ характеризує перенос теплоти в потоці рідини за рахунок чистої теплопровідності.

Таким чином, згідно з рівнянням (7.30), зміна температури в точці в потоці рідини відбувається за рахунок конвекції тепла та теплопровідності рідини.

Відзначимо, що для твердого тіла (нерухомої речовини) швидкості w_x , w_y та w_z дорівнюють нулю, тому рівняння (7.30) набуде вигляду:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t. \quad (7.31)$$

Рівняння (7.31) називається **диференціальним рівнянням теплопровідності** Фур'є; воно є справедливим для будь-якого процесу теплопровідності, що протікає у твердому тілі.

Повернемося до рівняння конвекційної тепловіддачі (7.10) та рівняння переносу тепла в потоці рідини (7.30), які необхідно вирішити сумісно з метою визначення коефіцієнта тепловіддачі α . Вони містять п'ять невідомих полів величин:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha(x, y, z, \tau), \\ t &= t(x, y, z, \tau), \\ w_x &= w_x(x, y, z, \tau), \\ w_y &= w_y(x, y, z, \tau), \\ w_z &= w_z(x, y, z, \tau). \end{aligned} \quad (7.32)$$

(В загальному випадку стисливої рідини є ще одна невідома величина – поле густини $\rho(x, y, z, \tau)$. Надалі ми будемо розглядати нестисливу рідину, для якої остання обставина є несуттєвою. У протилежному випадку для визначення густини необхідно залучати додаткове рівняння – рівняння стану рідини.)

Для визначення п'яти полів (7.32) систему рівнянь (7.10) та (7.30) потрібно доповнити додатковими рівняннями. Як відомо з гідромеханіки, такими рівняннями є рівняння збереження руху (або імпульсів). Ці рівняння отримують у гідромеханіці на основі другого закону Ньютона, що в загальному вигляді записується, як:

$$\sum k = \rho dV \frac{Dw}{d\tau},$$

де $\sum k$ – сума всіх сил, що діють на елементарний паралелепіпед з об'ємом dV ;
 $\frac{Dw}{d\tau}$ – субстанціальна похідна від швидкості.

У випадку течії в'язкої нестисливої рідини рівняння збереження руху називаються **рівняннями Нав'є–Стокса**. У проекціях на осі x, y, z вони мають вигляд:

$$\begin{aligned}
\frac{Dw_x}{d\tau} &= g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 w_x; \\
\frac{Dw_y}{d\tau} &= g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \nabla^2 w_y; \\
\frac{Dw_z}{d\tau} &= g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \nabla^2 w_z;
\end{aligned} \tag{7.33}$$

де g_x, g_y, g_z – відповідні компоненти вектора прискорення вільного падіння; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини; P – тиск у потоці.

У рівняннях (7.33) у правих частинах записані повні похідні від відповідних швидкостей. Для пояснення сенсу рівнянь розглянемо, наприклад, перше з них – проекцію рівняння збереження руху на вісь x . Воно має вигляд:

$$\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 w_x.$$

У правій частині цього виразу $\partial w_x / \partial \tau$ – зміна проекції швидкості w_x на вісь x із плином часу у фіксованій точці простору; вираз у дужках пропорційний силам інерції в потоці.

Сума членів у лівій частині рівняння характеризує x -складову сил тяжіння (g_x), тиску $\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right)$ та в'язкості

$$\left(\nu \nabla^2 w_x \equiv \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right).$$

Таким чином, в системі з п'яти рівнянь (7.10), (7.30) та (7.33) з'явилася ще одна – шоста невідома:

$$P = P(x, y, z, \tau) \tag{7.34}$$

на додачу до п'яти, що розглядалися (7.32).

Систему рівнянь (7.10), (7.30) та (7.33) вдається замкнути, використавши рівняння збереження маси в потоці, яке у випадку нестисливої рідини має вигляд (7.27).

В результаті маємо замкнену систему з шістьох рівнянь із шістьма невідомими ($t, w_x, w_y, w_z, P, \alpha$), яка описує конвекційну тепловіддачу тіла, що омивається потоком в'язкої нестисливої рідини. Це найпростіша система рівнянь конвекційного теплообміну.

Якщо рідина стискується, то необхідно рівняння неперервності використовувати у загальній формі (7.27) та доповнити систему рівнянням стану; якщо

в потоці відбуваються фазові або хімічні перетворення, то до системи з шести рівнянь потрібно додати рівняння фазових переходів або кінетики і так далі.

7.1.2.3 Математична модель задач конвекційної тепловіддачі

Система диференціальних рівнянь тепловіддачі та переносу тепла, руху та маси в потоці рідини – (7.10), (7.27), (7.30), (7.33) – описує довільний процес конвекційної тепловіддачі при обтіканні тіла в'язкою нестисливою рідиною.

Для опису конкретного процесу до диференціальних рівнянь необхідно додати умови однозначності задачі, що характеризують особливості перебігу саме процесу, що розглядається.

Умови однозначності включають до себе:

- **геометричні умови**, що задають форму та розміри тіл (як правило, вони означають визначення ряду характерних розмірів $l_0, l_1, l_2, \dots$ і вибір системи координат);

- **фізичні умови**, що задають всі фізичні властивості робочої речовини (λ, c_p, ρ, ν);

- **часові** або **початкові умови**, які описують особливості процесу в початковий момент часу τ_0 (за $\tau = \tau_0$ задані поля швидкостей, тиску та температур у рідині);

- **граничні умови**, що характеризують особливості перебігу процесу на границях рідинного середовища в будь-який момент часу. Це означає, що на границях області повинні бути відомі значення функцій:

$$\begin{aligned}t_{\text{гр}} &= t(x_{\text{гр}}, y_{\text{гр}}, z_{\text{гр}}, \tau), \\w_{x.\text{гр}} &= w_x(x_{\text{гр}}, y_{\text{гр}}, z_{\text{гр}}, \tau), \\w_{y.\text{гр}} &= w_y(x_{\text{гр}}, y_{\text{гр}}, z_{\text{гр}}, \tau), \\w_{z.\text{гр}} &= w_z(x_{\text{гр}}, y_{\text{гр}}, z_{\text{гр}}, \tau), \\P_{\text{гр}} &= P(x_{\text{гр}}, y_{\text{гр}}, z_{\text{гр}}, \tau),\end{aligned}$$

або їх похідних від координат для всього терміну перебігу процесу (індекс гр означає, що значення параметрів береться на границі області розгляду, зокрема, на стінці).

Досить часто через невизначеність величин $t_{\text{гр}}, w_{x.\text{гр}}, w_{y.\text{гр}}, w_{z.\text{гр}}, P_{\text{гр}}$ задати граничні умови неможливо. У такому разі необхідно до системи диференціальних рівнянь конвекційної тепловіддачі додати диференціальні рівняння теплопровідності у стінках, що оточують потік, і, задавши умови узгодження на границях стінки-рідина, сумісно вирішувати цю розширену систему.

Система диференціальних рівнянь процесу конвекційної тепловіддачі сумісно з умовами однозначності являє собою коректно поставлену задачу, яка має єдине рішення виду:

$$\begin{aligned} t &= t(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_x &= w_x(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_y &= w_y(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_z &= w_z(x, y, z, \tau, \Omega), \\ P &= P(x, y, z, \tau, \Omega), \\ \alpha &= \alpha(x_w, y_w, z_w, \tau, \Omega), \end{aligned} \tag{7.35}$$

де символом Ω позначено всі параметри, що фіксують умови однозначності ($l_0, l_1, l_2, \dots, \lambda, c_p, \rho, \nu, \dots, t_{\text{гр}}, w_{x,\text{гр}}, w_{y,\text{гр}}, w_{z,\text{гр}}, P_{\text{гр}}, \dots$).

Більшість навіть найпростіших задач конвекційної тепловіддачі у потоці в'язкої нестисливої рідини аналітично до цього часу не вирішено. Вирішити їх для окремих випадків тіл простої форми у приблизному вигляді дозволяє застосування теорії подібності в комбінації з теорією граничного шару.

7.2 Теорія подібності фізичних явищ. Критерії подібності та критеріальні рівняння

7.2.1 Основи теорії подібності фізичних явищ

Теорія подібності – це наука про подібність фізичних явищ. Вона являє собою теорію обробки та узагальнення результатів експериментів.

Теорія подібності розвивалась завдяки науковим працям А.А. Гухмана, М.А. Міхеева, М.В. Кірпічова, Б.С. Петухова та інших радянських вчених.

7.2.1.1 Поняття подібності фізичних явищ

Вперше поняття подібності зустрічається в геометрії. Подібність розглядається на прикладі подібних геометричних фігур. Це так звана **геометрична подібність**. В таких об'єктах відповідні сторони пропорційні, а відповідні кути – рівні.

Так, на рисунку 7.6, *а* зображено подібні трикутники. Індекс (') означає геометричні параметри першого трикутника, (") – геометричні параметри другого трикутника, подібного до першого.

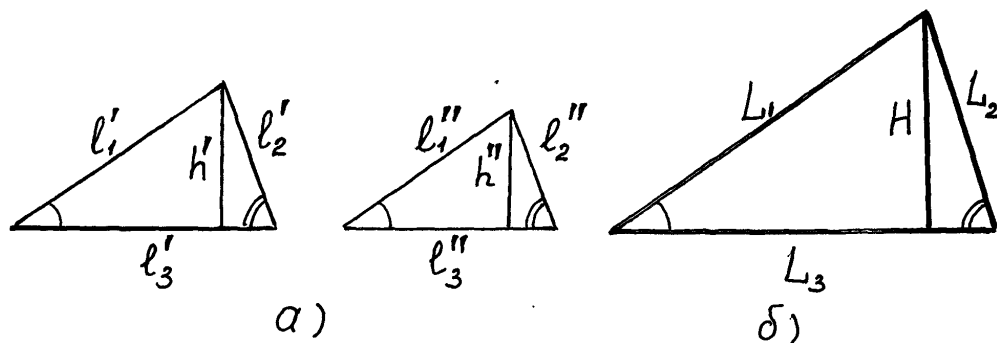


Рисунок 7.6 – Геометрично подібні трикутники

В подібних трикутниках будь-які відповідні відрізки є пропорційними. Так,

$$\frac{l''_1}{l'_1} = \frac{l''_2}{l'_2} = \dots = \frac{h''}{h'} = C_l. \quad (7.36)$$

Використана у виразі (7.36) величина C_l – **коефіцієнт** або **константа геометричної подібності** (пропорційності).

Умова (7.36) являє собою математичне формулювання критерію геометричної подібності. Розглянемо її наслідки.

Приведемо обидві фігури до безрозмірного вигляду. Для цього:

1) оберемо масштаби для обох трикутників, взявши для цього подібні відрізки, наприклад, l'_3 та l''_3 ;

2) введемо безрозмірні довжини як відношення відповідної величини до масштабу і порівняємо їх:

$$L'_1 \equiv \frac{l'_1}{l'_3}, \quad L''_1 \equiv \frac{l''_1}{l''_3} = \frac{C_l l'_1}{C_l l'_3} = \frac{l'_1}{l'_3} = L'_1.$$

Останній вираз отримано з урахуванням математичного формулювання геометричної подібності (7.36). Позначимо

$$L'_1 = L''_1 = L_1.$$

Аналогічно $L'_2 = L''_2 = L_2$; $L'_3 = L''_3 = L_3 = 1$; $H' = H'' = H$.

Таким чином, в безрозмірному вигляді всі відповідні величини подібних фігур рівні одна з одною.

Можна зробити висновок, дуже важливий для теорії подібності, – всі подібні трикутники в безрозмірній формі зображаються однією та тією ж самою фігурою (рис. 7.6, б).

Поняття подібності може бути поширене на фізичні явища. Розрізняють декілька її видів: **кінетична подібність** – це подібність полів швидкостей руху

двох потоків; **динамічна подібність** – подібність сил, що формують подібний розподіл швидкостей руху; **теплова подібність** – це подібність полів температур та теплових потоків.

7.2.1.2 Необхідні умови подібності

Розглянемо умови подібності.

По-перше, два подібні явища повинні відноситися до одного й того ж класу (роду) явищ – мати однакову фізичну природу та описуватися однаковими за формою та змістом диференціальними рівняннями.

Якщо математичний опис двох явищ однаковий за формою, але різний за фізичним змістом, то такі явища називаються **аналогічними**.

По-друге, подібні явища завжди перебігають у геометрично подібних областях.

Наприклад, до одного класу явищ належить теплопровідність у тонких плоских та циліндричних стінках, але ці явища не подібні, тому що не виконується геометрична подібність.

По-третє, при аналізі подібних явищ можна порівнювати між собою тільки однорідні (відповідні) фізичні величини і лише у схожі моменти часу у схожих точках простору.

Однорідними (відповідними) величинами називаються такі, що мають один і той самий фізичний сенс та однакову вимірність (розмірність). Так, можна порівнювати швидкості двох процесів або їх температури і т.д.

Схожими точками геометрично подібних систем називаються такі, координати яких відповідають умовам геометричної подібності:

$$\frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = C_l.$$

Індекси (') і (') характеризують два подібних процеси.

Два **інтервали часу** τ' та τ'' називаються **схожими**, якщо вони мають спільний початок та пов'язані співвідношенням подібності:

$$\frac{\tau''}{\tau_1} = \frac{\tau_1'}{\tau_1'} = \dots = C_\tau,$$

де C_τ – **константа подібності часу**.

Подібність двох фізичних явищ означає подібність всіх величин, що характеризують ці явища. Тобто у схожих точках простору у схожі моменти часу будь-яка величина ϕ' першого явища пропорційна однорідній з нею величині другого явища ϕ'' :

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} = C_\varphi, \quad (7.37)$$

де C_φ – **константа подібності величини** φ .

Кожна фізична величина φ має свою константу подібності C_φ , яка чисельно відрізняється від інших, однак константи подібності подібних явищ пов'язані поміж собою. Цей зв'язок встановлює теорія подібності при приведенні математичного опису процесу до безрозмірного виду.

7.2.2 Методи теорії подібності

7.2.2.1 Приведення задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірного виду

Розглянемо постановку найпростішої задачі конвекційної тепловіддачі – поздовжнього обтікання плоскої нескінченної в ширину пластини стаціонарним ламінарним потоком в'язкої нестисливої рідини (рис. 7.7).

Запишемо систему рівнянь переносу кількості руху (7.33), неперервності маси (7.27) та переносу тепла (7.30) для даної задачі з урахуванням стаціонарності процесу $\left(\frac{\partial}{\partial \tau} = 0\right)$ та двовимірності $\left(\frac{\partial}{\partial z} = 0\right)$. Додамо рівняння (7.10) на поверхні теплообміну. За таких умов шукані величини (w_x, w_y, P, t, α) залежать лише від двох незалежних координат x, y .

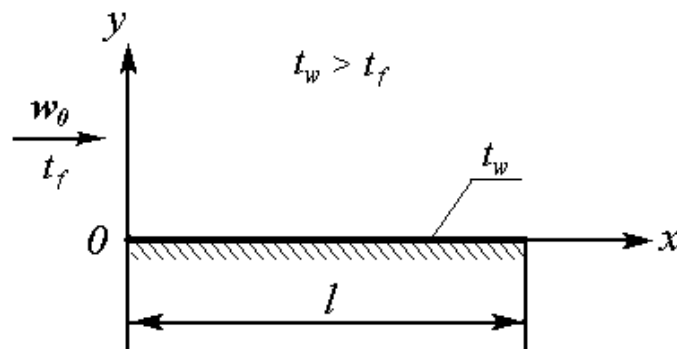


Рисунок 7.7 – Поздовжнє обтікання пластини
(w_0, t_f – швидкість та температура незбуреного потоку; l, t_w – довжина та температура поверхні теплообміну)

За базову температуру оберемо найменшу в процесі (t_f), тоді надлишкові температури процесу та поверхні будуть, відповідно,

$$\vartheta \equiv t - t_f, \quad \vartheta_w \equiv t_w - t_f. \quad (7.38)$$

За цих умов система диференціальних рівнянь для задачі, що розглядається, має вид:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right), \quad (7.39)$$

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \right), \quad (7.40)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0, \quad (7.41)$$

$$w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} \right), \quad (7.42)$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y \rightarrow 0} = \alpha \vartheta_w. \quad (7.43)$$

Рівняння (7.41)–(7.43) описують будь-який стаціонарний двовимірний процес тепловіддачі.

Для конкретної задачі, що розглядається, до диференціальних рівнянь (7.39)–(7.43) необхідно додати наступні умови однозначності:

– геометричні: l – довжина пластини,

$$x, y \text{ – система координат}; \quad (7.44)$$

– фізичні: $g_x = 0$; $g_y = -g$ – прискорення вільного падіння,

$$\text{фізичні параметри рідини } \rho, \nu, a, \lambda; \quad (7.45)$$

– початкові умови – у стаціонарному випадку сенсу не мають;

– граничні умови:

вдалині від тіла

при $y = \infty, 0 \leq x \leq l$

$$\vartheta = t_f - t_f = 0; \quad w_x = w_0; \quad w_y = 0 \quad (7.46)$$

(w_0 – швидкість незбуреного потоку);

на поверхні тіла

при $y = 0, 0 \leq x \leq l$

$$\vartheta = t_w - t_f = \vartheta_w; \quad w_x = w_y = 0 \text{ (умови прилипання)} \quad (7.47)$$

На границях при $x = 0$ та $x = l$ ($0 \leq y < \infty$) тиск відомий з рівняння Бернуллі

$$P + \frac{\rho w_0^2}{2} = \text{const.} \quad (7.48)$$

У формулах (7.39), (7.48) розрізняють незалежні змінні x, y ; залежні змінні $w_x, w_y, P, \vartheta, \alpha$ та параметри задачі – $l, g, \rho, \nu, \lambda, a, \vartheta_w, w_0$.

Описана задача (7.39)–(7.43) за умов однозначності (7.44)–(7.48) аналітично досі не вирішена. Її вирішено приблизно за допомогою теорії граничного шару. Теорія подібності дозволяє отримати безрозмірні залежності залежних змінних від незалежних змінних та параметрів задачі для подальшого розв'язання цих рівнянь за допомогою експериментів.

Покажемо, як це робиться.

Згідно з теорією подібності, приведемо систему рівнянь (7.39)–(7.43) та умови однозначності до безрозмірного вигляду, використавши метод масштабних перетворень. Сутність останнього викладено далі.

Для того щоб привести будь-яку математичну конструкцію до безрозмірного вигляду, необхідно:

1. Вибрати масштаби вимірювання всіх розмірних фізичних величин. В якості масштабу звичайно обирають найбільш характерні для даного процесу значення відповідної розмірної величини з умов однозначності задачі.

Для даної задачі масштаб довжини l – довжина пластини, характерний розмір обтікання. (Наприклад, для течії рідини у трубі характерний розмір l – це її внутрішній діаметр; при поперечному зовнішньому обтіканні труби в якості масштабу обирається її зовнішній діаметр, при поздовжньому зовнішньому обтіканні труби – її довжина і так далі. Іноді за лінійний масштаб обирається відстань між точками з мінімальною та максимальною температурами процесу).

За масштаб швидкості обирається швидкість рідини на вхідній кромці (швидкість незбуреного потоку) w_0 .

Масштаб температур – це надлишкова максимальна температура процесу $\vartheta_w = t_w - t_f$. (Як правило, в якості масштабу температур обирають найбільшу різницю температур у процесі.)

Масштаб тиску обирають з рівняння Бернуллі (7.48): $P \approx \rho w_0^2$.

2. Ввести безрозмірні аналоги всіх залежних та незалежних змінних як відношення їх розмірних значень до відповідного масштабу:

$$\begin{aligned} X &\equiv \frac{x}{l}; & Y &\equiv \frac{y}{l}; \\ W_x &\equiv \frac{w_x}{w_0}; & W_y &\equiv \frac{w_y}{w_0}; \\ P &\equiv \frac{P}{\rho w_0^2}; & \Theta &\equiv \frac{\vartheta}{\vartheta_w} = \frac{t - t_f}{t_w - t_f} \end{aligned} \quad (7.49)$$

(P – безрозмірний тиск; всі інші безрозмірні величини позначені великими літерами).

3. З отриманих співвідношень (7.49) визначити відповідні розмірні величини як добуток розмірних величин та їх масштабів:

$$\begin{aligned}x &= X \cdot l, \quad y = Y \cdot l; \\w_x &= W_x \cdot w_0, \quad w_y = W_y \cdot w_0; \\P &= P \cdot \rho w_0^2; \quad \vartheta = \Theta \cdot \vartheta_w.\end{aligned}\tag{7.50}$$

4. Підставити отримані співвідношення (7.50) (значення розмірних величин) до вихідної математичної конструкції (7.39)–(7.43), (7.46)–(7.48) та привести її до безрозмірного вигляду.

В якості прикладу розглянемо приведення до безрозмірного виду якогось одного рівняння системи (7.39)–(7.43), наприклад (7.39).

Це рівняння переносу кількості руху в проекції на вісь $0x$. Член зліва $\left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)$ характеризує інерційні сили. Права частина рівняння характеризує сили тяжіння ($g_x = 0$), сили тиску $\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right)$ та в'язкісні сили в потоці рідини $\nu \cdot \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right)$. Підставимо відповідні вирази (7.50) в рівняння (7.39), отримаємо

$$\begin{aligned}&W_x w_0 \frac{\partial (W_x w_0)}{\partial (X \cdot l)} + W_y w_0 \frac{\partial (W_x w_0)}{\partial (Y \cdot l)} = \\&= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (P \cdot \rho w_0^2)}{\partial (X \cdot l)} + \nu \cdot \left(\frac{\partial^2 (W_x w_0)}{\partial (X \cdot l)^2} + \frac{\partial^2 (W_x w_0)}{\partial (Y \cdot l)^2} \right).\end{aligned}\tag{7.51}$$

Представимо рівняння (7.51) в безрозмірній формі. Для цього всі масштаби винесемо за дужки:

$$\frac{w_0^2}{l} \cdot \left(W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\rho w_0^2}{l} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu w_0}{l^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2} \right).\tag{7.52}$$

Поділимо ліву та праву частину розмірного рівняння (7.52) на множник $\frac{w_0^2}{l}$, який характеризує собою інерційні сили в потоці рідини, і отримаємо безрозмірне рівняння

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2} \right). \quad (7.53)$$

Аналогічно приводяться до безрозмірної форми всі інші рівняння та граничні умови (7.40)–(7.48).

Рівняння переносу кількості руху в проекції на вісь y (7.40) –

$$W_x \frac{\partial W_y}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial Y} = -\frac{gl}{w_0^2} - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\nu}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 W_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial Y^2} \right). \quad (7.54)$$

Рівняння збереження (неперервності) маси нестисливої рідини (7.41) –

$$\frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_y}{\partial Y} = 0. \quad (7.55)$$

Рівняння переносу тепла (7.42) –

$$W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{a}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (7.56)$$

Рівняння конвекційної тепловіддачі (7.43) –

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y \rightarrow 0} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}. \quad (7.57)$$

Граничні умови (7.46)–(7.48) в безрозмірній формі:

$$Y = \infty, \quad 0 \leq X \leq 1: \quad W_x = 1; \quad W_y = 0; \quad \Theta = 0. \quad (7.58)$$

$$Y = 0, \quad 0 \leq X \leq 1: \quad W_x = W_y = 0; \quad \Theta = 1. \quad (7.59)$$

$$X = 0, \quad X = 1, \quad 0 \leq Y < \infty: \quad P = \text{const.} \quad (7.60)$$

7.2.2.2 Безрозмірні комплекси та їх фізичний сенс (критерії та числа подібності)

При приведенні задачі конвекційного теплообміну до безрозмірного виду з'явилися безрозмірні комплекси, які отримали назву “**критеріїв подібності**”, якщо вони складаються з незалежних параметрів задачі, і “**чисел подібності**”, якщо до них входять залежні змінні, які потребують визначення.

В розглянутій задачі мають місце числа та критерії подібності двох типів – “**гідродинамічні**”, отримані при приведенні до безрозмірної форми рівнянь збереження руху, та “**теплові**”, отримані з рівнянь збереження енергії та тепловіддачі. Всі ці безрозмірні комплекси названо на честь вчених, які зробили вагомий внесок у розвиток теорії тепломасообміну.

Гідродинамічні критерії та числа подібності

Критерій Рейнольдса характеризує відношення сил інерції до сил в'язкості:

$$Re \equiv \frac{w_0 l}{\nu}. \quad (7.61)$$

Критерій Фруда являє собою відношення сил тяжіння до сил інерції:

$$Fr \equiv \frac{g \cdot l}{w_0^2}. \quad (7.62)$$

Число Ейлера характеризує відношення тиску, що визначається, до сил інерції:

$$P = Eu \equiv \frac{P}{\rho w_0^2}. \quad (7.63)$$

Теплові критерії та числа подібності

Критерій Пекле – це відношення тепла, що передається конвекцією, до тепла, яке переноситься теплопровідністю:

$$Pe \equiv \frac{w_0 \cdot l}{a}. \quad (7.64)$$

Число Нуссельта (залежна змінна α визначається) – це безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі:

$$Nu \equiv \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}. \quad (7.65)$$

Фізичний сенс критеріїв подібності виходить з методики приведення задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірної форми. Так, гідродинамічні критерії та числа подібності Fr , Eu , Re отримують при діленні членів, що характеризують відповідно сили тяжіння, тиску, в'язкості, у правих частинах рівнянь переносу кількості руху (7.53), (7.54), на пропорційний силам інерції множник w_0^2/l .

Тепловий критерій Пекле отримано з рівняння переносу тепла (7.56) при діленні правої частини рівняння, що характеризує перенос тепла теплопровідністю, на множник w_0/l , який являє собою конвекційний перенос тепла.

Тепловому числу Нуссельта, згідно з визначенням (7.65), можна надати вигляду:

$$Nu \equiv \frac{\alpha \cdot \Delta t}{\frac{\lambda}{l} \cdot \Delta t} = \frac{q}{q_{w=0}},$$

де Δt – перепад температур між поверхнею і рідиною, і тому q , згідно з основним рівнянням тепловіддачі, є реальним питомим тепловим потоком тепловіддачі, а $q_{w=0}$ – питомий тепловий потік передачі тепла теплопровідністю, який був би між рідиною і поверхнею тіла у разі нерухомості рідини ($w = 0$). Таким чином критерій Нуссельта показує, у скільки разів у випадку тепловіддачі рух рідини збільшує потік тепла.

7.2.2.4 Критеріальні рівняння тепловіддачі за вільної та вимушеної конвекції

Критеріальне рівняння (7.76) для визначення середнього по поверхні коефіцієнта тепловіддачі $\left(\bar{\alpha} = \frac{Nu \cdot \lambda}{l} \right)$ отримане для загального випадку конвекційної тепловіддачі за наявності як природної, так і вільної конвекції. Рівняння (7.76) було отримане при приведенні до безрозмірного виду задачі конвекційної тепловіддачі. Постановка цієї задачі включає як диференціальні рівняння процесу, так і умови однозначності. З цієї причини змінювати – додавати або зменшувати – кількість визначаючих критеріїв (Fr , Pe , Re) не можна. Але можна помножити, ділити їх один на одного або на якийсь додатковий безрозмірний множник, складений із розмірних величин, які входять до умов однозначності задачі.

На сьогодні використовують критеріальне рівняння конвекційної тепловіддачі у виді

$$\overline{Nu} = f(Gr, Re, Pr). \quad (7.77)$$

Такий запис точно відповідає математичному опису задачі та є ідентичним рівнянню (7.76).

В рівнянні (7.77) використано наступні критерії: гідродинамічний критерій Грасгофа Gr та тепловий критерій Прандтля Pr .

Гідродинамічний **критерій Грасгофа** задається співвідношенням

$$Gr = Re^2 Fr \cdot \beta \cdot \Delta t = \frac{w_0^2 \cdot l^2}{\nu^2} \cdot \frac{g \cdot l}{w_0^2} \cdot \beta \cdot \Delta t,$$

або

$$Gr \equiv \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}, \quad (7.78)$$

де $\Delta t = |t_w - t_f| = \vartheta_w$; $\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_P$ – **температурний коефіцієнт об'ємного розширення** середовища.

Величина β являє собою відносну зміну питомого об'єму (або густини) за зміни температури на один градус у процесі за постійного тиску. У випадку газів, що наближаються до ідеальних (у яких $\rho = P/(R T)$), як вже відмічалось у (1.14), значення β розраховується за формулою:

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_P = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \left(\frac{P}{RT} \right)}{\partial T} \right)_P = -\frac{P}{R\rho} \frac{\partial \left(\frac{1}{T} \right)}{\partial T} = T \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T}. \quad (7.79)$$

У разі скраплених рідин значення β можна отримати з довідникових таблиць теплофізичних властивостей речовин.

Згідно з визначенням (7.78), критерій Грасгофа (Gr) являє собою відношення сил тяжіння у нерівномірно нагрітому середовищі до сил в'язкості.

Тепловий **критерій Прандтля** Pr , який також використовується в рівнянні (7.77), являє собою відношення критеріїв Пекле та Рейнольдса:

$$Pr \equiv \frac{Pe}{Re} = \frac{\frac{w_0 \cdot l}{a}}{\frac{w_0 \cdot l}{\nu}} = \frac{\nu}{a}. \quad (7.80)$$

Критерій Pr характеризує відношення товщин гідродинамічного та теплового граничних шарів.

Критеріальне рівняння (7.77) описує загальний випадок конвекційної тепловіддачі за наявності вільної та вимушеної конвекції.

Для суто вільної конвекції, коли швидкість вільного руху, за рахунок різниці температур стінки та рідини ($|t_w - t_f|$), є значно більшою, ніж швидкість вимушеного руху, критеріальне рівняння тепловіддачі має вигляд:

$$\overline{Nu} = f(Gr, Pr). \quad (7.81)$$

Для вимушеної конвекції, якщо можна знехтувати швидкостями вільного руху, критеріальне рівняння має вигляд:

$$\overline{Nu} = f(Re, Pr). \quad (7.82)$$

Якщо швидкості вимушеного та вільного руху мають однаковий порядок виміру, то для розрахунку конвекційної тепловіддачі використовують формулу (7.77).

Як вже зазначалося, функції f у формулах (7.77), (7.81) та (7.82) визначаються за допомогою експериментальних вимірювань. Обробка даних дослідів при цьому проводиться з використанням висновків із теорем подібності.

7.2.3 Теорема подібності

Перша та друга теореми подібності розглядають властивості подібних процесів і формулюють необхідні умови подібності. Третя теорема досліджує необхідні та достатні умови подібності.

7.2.3.1 Перша теорема подібності (теорема Ньютона)

Формулювання першої теореми таке: *подібні між собою процеси мають однакові критерії подібності.*

Доведемо твердження у випадку двох подібних процесів обтікання нескінченної в ширину пластини поздовжнім потоком в'язкої нестисливої рідини. Однорідні величини процесів будемо відрізняти індексами “'” та “''”.

Згідно з теорією подібності, для подібних процесів всі однорідні величини у схожі моменти часу у схожих точках є пропорційними між собою (7.37):

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} = C_{\varphi},$$

де φ', φ'' – будь-яка подібна величина двох подібних процесів; C_φ – константа подібності відповідної величини.

Так, для подібних процесів подібними є координати – простору:

$$\frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{l''}{l'} = C_l; \quad (7.83)$$

– швидкості:

$$\frac{w_x''}{w_x'} = \frac{w_y''}{w_y'} = \frac{w_0''}{w_0'} = C_w; \quad (7.84)$$

– температури:

$$\frac{\vartheta_w''}{\vartheta_w'} = \frac{\vartheta''}{\vartheta'} = C_\vartheta. \quad (7.85)$$

Порівняємо, наприклад, безрозмірне рівняння переносу енергії (7.69) у подібних процесах, що розглядаються:

$$W_x' \frac{\partial \Theta'}{\partial X'} + W_y' \frac{\partial \Theta'}{\partial Y'} = \frac{1}{Pe'} \left(\frac{\partial^2 \Theta'}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 \Theta'}{\partial Y'^2} \right); \quad (7.86)$$

$$W_x'' \frac{\partial \Theta''}{\partial X''} + W_y'' \frac{\partial \Theta''}{\partial Y''} = \frac{1}{Pe''} \left(\frac{\partial^2 \Theta''}{\partial X''^2} + \frac{\partial^2 \Theta''}{\partial Y''^2} \right). \quad (7.87)$$

Для рівнянь (7.86) та (7.87) з урахуванням виразів (7.83)–(7.85) можна записати:

$$X'' \equiv \frac{x''}{l''} = \frac{x' \cdot C_l}{l' \cdot C_l} = \frac{x'}{l'} = X';$$

$$W_x'' \equiv \frac{w_x''}{w_0''} = \frac{C_w w_x'}{C_w w_0'} = W_x';$$

аналогічно

$$Y'' = Y'; \quad W_y'' = W_y'; \quad \Theta'' = \Theta'.$$

Таким чином, в подібних процесах залежні і незалежні безрозмірні змінні величини є однаковими, тому рівняння (7.87) можна переписати у вигляді:

$$W'_x \frac{\partial \Theta'}{\partial X'} + W'_y \frac{\partial \Theta'}{\partial Y'} = \frac{1}{Pe''} \left(\frac{\partial^2 \Theta'}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 \Theta'}{\partial Y'^2} \right). \quad (7.88)$$

В рівняннях (7.86) та (7.88) зустрічаються тільки змінні, що описують процес зі штрихом ('), тому ці рівняння описують один і той самий процес ('). Але фізичний процес може бути описаний тільки одним рівнянням, тому рівняння (7.86) та (7.88) є тотожними, тобто

$$Pe' = Pe''. \quad (7.89)$$

Теорему Ньютона доведено.

Відзначимо, що рівняння (7.88) та тотожне йому рівняння (7.86) – це те ж саме, що й рівняння (7.87). З цього випливає, що подібні процеси в безрозмірних координатах описуються однаковими рівняннями.

З визначення (7.64), з урахуванням виразу (7.37), випливає, що

$$Pe'' \equiv \frac{w_0'' \cdot l''}{a''} = \frac{w_0' C_w \cdot l' C_l}{a' C_a} = \frac{w_0' l'}{a'} C_{Pe} = Pe' \cdot C_{Pe},$$

де $C_{Pe} = \frac{C_w C_l}{C_a}$ – індикатор подібності. Звідси випливає, що для виконання співвідношення $Pe' = Pe''$ необхідно, щоб індикатор подібності C_{Pe} дорівнював одиниці.

Аналогічно можна отримати

$$Re'' = Re', \quad C_{Re} = \frac{C_w C_l}{C_v} = 1.$$

Останні формули демонструють наслідок із теореми подібності Ньютона: *в подібних процесах індикатори подібності дорівнюють одиниці.*

7.2.3.2 Друга теорема подібності (теорема Бекінгема)

Формулювання другої теореми: *критеріальні залежності для всіх подібних процесів є однаковими. (Або: всі подібні процеси описуються одним і тим критеріальним рівнянням).*

При доведенні першої теореми подібності було отримано висновок, що всі подібні процеси описуються однією й тією ж самою системою рівнянь в безрозмірній формі, розв'язком якої є критеріальне рівняння конвекційної тепловоїдачі (7.76):

$$\overline{Nu} = f_*(Fr, Re, Pe)$$

або (7.77)

$$\overline{Nu} = f_{**}(Gr, Re, Pr).$$

Із другої теореми подібності випливає, що можна, визначивши значення функцій f_* або f_{**} з одного-єдиного експерименту, отримати розрахункові рівняння для всіх подібних процесів.

З цієї причини теорія подібності є теорією обробки дослідів.

7.2.3.3 Третя теорема подібності (теорема Кірпічова)

Перша та друга теореми подібності розглядають властивості подібних між собою процесів.

Третя теорема (теорема Кірпічова) формулює необхідні та достатні умови подібності: *подібними є ті процеси одного класу, умови однозначності яких є подібними, а критерії, які складені з величин, що входять до умов однозначності, є чисельно однаковими.*

Доведення третьої теореми впливає з доказів першої та другої теорем подібності.

Третя теорема являє собою теоретичну основу моделювання. Сутність моделювання полягає у наступному: дослідження особливостей технологічних процесів, реалізація яких пов'язана з технічними та економічними труднощами (наприклад, розповсюдження пожежі конвекційними потоками), проводиться на інших процесах (моделях). Останні є подібними до вихідних процесів і, як правило, достатньо просто та дешево реалізуються. Отримані на моделях результати (після обробки з використанням теорії подібності) будуть вірними для вихідних процесів.

7.3 Конвекційна тепловіддача в однофазному середовищі

Критеріальні рівняння для розрахунків більшості процесів тепловіддачі за вимушеної та вільної конвекції отримано за допомогою калориметричного експериментального методу дослідження процесів. При цьому в ході обробки та висвітлення дослідних результатів застосовувалися методи теорії подібності, які викладено у попередньому матеріалі.

Розглянемо деякі конкретні випадки конвекційної тепловіддачі.

7.3.1 Тепловіддача за вільної конвекції в однофазному середовищі

Природна конвекція має місце в багатьох випадках при теплообміні між навколишнім середовищем та поверхнями конструкцій, які огороджують приміщення, поверхнею трубопроводів, печей та іншого технологічного обладнання. Нагадуємо, що необхідною умовою цього виду конвекції (тобто руху рідини) є ненульова різниця температур конструкцій і середовища.

Характер руху може бути плівковим, ламінарним, перехідним, турбулентним. Звичайно за середніх температурних напорів спостерігаються всі види руху.

Розрізняють тепловіддачу у великому об'ємі та в обмеженому просторі.

7.3.1.1 Тепловіддача у великому об'ємі

Великим об'ємом називається об'єм, у якому вільний рух, що виникає біля інших тіл, не відбивається на русі, що розглядається. Тепловіддача у такій ситуації називається *тепловіддачею у великому об'ємі*.

Прикладом такого теплообміну є тепловіддача від димових газів до огорожуючих конструкцій приміщення при пожежі в ньому. Розрахунок цього процесу є умовою прогнозування прогріву конструкцій в умовах пожежі.

Розглянемо деякі типові варіанти тепловіддачі у великому об'ємі.

Нехай вертикальна плоска стінка (або труба) з постійною температурою t_w знаходиться в рідині, температура якої вдалині від стінки дорівнює t_f так, що $t_w > t_f$ (рисунок 7.13).

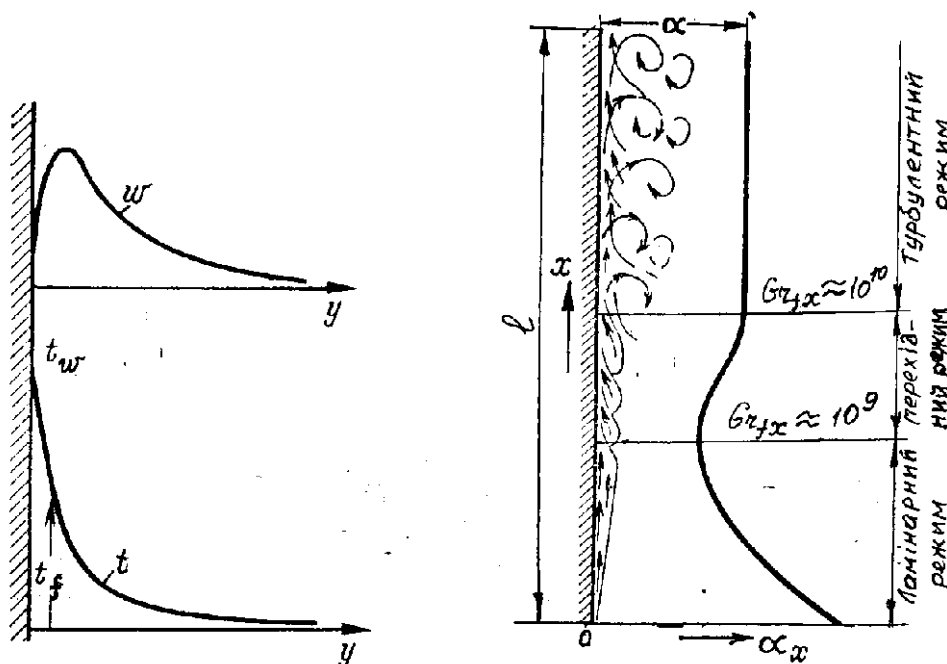


Рисунок 7.13 – Зміна параметрів рідини (w , t) поблизу поверхні та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x за висотою пластини або труби при вільному русі у великому об'ємі

При торканні “холодної” рідини до “гарячого” тіла вона прогрівається, стає більш легкою та прямує догори. Відповідний характерний розподіл швидкостей та температур у пристінному шарі наведено на рисунку 7.13. Якщо тіло є холоднішим за рідину, то рідина охолоджується і прямує донизу. Саме такий процес має назву “вільного (природного) руху”.

Вільний рух, що виникає біля вертикальної стінки (або труби), може бути як ламінарним, так і турбулентним, залежно від величини температурного напору $\Delta t = t_w - t_f$, точніше від значення критерію Грасгофа $Gr = g \beta \Delta t x^3 / \nu^2$ (дивись визначення (7.78)). За невеликих значень Δt ($GrPr \leq 10^9$) виникає ламінарний рух рідини, за великих значень Δt ($GrPr \geq 10^{10}$) домінує турбулентний режим течії.

Напроти нижньої точки стінки у плівці рідини, що підіймається з невеликою швидкістю, формується ламінарна течія. У міру підняття товщина шару, що рухається, зростає і далі (при $GrPr > 10^9$) ламінарний шар починає руйнуватися, його товщина зменшується, виникає локоноподібний (хвилястий) рух рідини. Останній зі зростанням висоти поступово інтенсифікується і набуває форми турбулентного руху (дивись рисунок 7.13).

Відповідно до зміни товщини шару рідини, що рухається, а також характеру течії, змінюється і локальний коефіцієнт тепловіддачі α_x (дивись рисунок 7.13). Шар рідини можна розглядати як своєрідний термічний опір, що роз’єднує “гарячу” стінку та “холодну” рідину. Чим товщим є шар, тим більшим – термічний опір, і це означає, що зі зростанням шару інтенсивність тепловіддачі (разом із α_x) зменшується.

У розвитку вільного руху форма тіла відіграє другорядну роль. Основне значення для вільного руху має характерний вертикальний розмір поверхні, вздовж якої відбувається теплообмін (для вертикальної стінки або труби – це довжина, для горизонтальної – зовнішній діаметр).

Характер руху рідини навколо горизонтальних труб проілюстровано на рисунку 7.9.

Глибокі експериментальні дослідження тепловіддачі у вільному потоці з вертикальними та горизонтальними поверхнями, трубами, дротами та кулями було проведено М.В. Кірпічовим, М.А. Міхєєвим та їх учнями. Дослідження проводилися з повітрям, воднем, вуглекислотою, водою, олівами та різноманітними органічними речовинами.

В результаті узагальнення дослідних даних було отримано емпіричні критеріальні рівняння тепловіддачі за вільної конвекції. Приклад останніх наведено у таблиці 7.1, де в якості визначальної взято температуру рідини (t_f).

У таблиці 7.1 і далі символом $\overline{Nu}$ позначено середнє значення числа Нуссельта. Це теплове число подібності вводиться співвідношенням:

$$\overline{Nu} \equiv \frac{\bar{\alpha} \cdot l}{\lambda}, \quad (7.96)$$

в якому l – характерний розмір процесу теплообміну всієї поверхні, а $\bar{\alpha}$ – звичайне середнє по поверхні теплообміну значення коефіцієнта тепловіддачі α .

Таблиця 7.1 – Критеріальні рівняння тепловіддачі за вільної конвекції у великому об'ємі

$Nu_{fl} = C \cdot (Gr_{fl} Pr_f)^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}$							
$Gr_{fl} Pr_f$	Режим руху	C	n	Об'єкт	Характерний розмір l	Вид $Nu_{f,l}$	Додаткові умови
$10^3 \div 10^9$	ламіна- рний	0.50	0.25	горизонта- льна труба	d – зовніш- ній діаметр	$\overline{Nu}_{f,d}$	$t_w = \text{const}$
		0.76	0.25	вертикаль- на стіна, труба	h – висота	$\overline{Nu}_{f,h}$	$t_w = \text{const}$
		0.55	0.25		x – поточна відстань	$Nu_{f,x}$	$t_w = \text{const}$
		0.60	0.25				$q = \text{const}$
$6 \cdot 10^{10} <$	турбу- лентний	0.15	0.33		x – поточна відстань	$Nu_{f,x}$	$t_w = \text{const}$

Дані рівняння отримано при $0.7 \leq Pr_f \leq 3 \cdot 10^3$.

Спираючись на визначення (7.96), можна пов'язати $\overline{Nu}_l$ із локальними значеннями числа Нуссельта Nu_x . Так, якщо місцевий коефіцієнт тепловіддачі α_x визначається тільки однією з відстаней (позначимо її x) на поверхні теплообміну, то

$$\overline{Nu}_l \equiv \frac{l}{\lambda} \bar{\alpha} = \frac{l}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{l} \int_0^l \alpha_x dx \right] = \frac{l}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{l} \int_0^l Nu_x \frac{\lambda}{x} dx \right] = \int_0^l \frac{Nu_x}{x} dx.$$

В багатьох критеріальних рівняннях є експериментальний множник Міхєєва:

$$C_t \equiv \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (7.97)$$

де Pr_f , Pr_w – критерій Прандтля рідини за температур рідини t_f та поверхні теплообміну t_w , відповідно. Множник C_t враховує напрямок теплового потоку, тобто віддає чи отримує тепло поверхня теплообміну. Як правило, віддача тепла поверхнею має місце при $C_t > 1$, а отримання – при $C_t < 1$.

У випадку конвекції у газах (через слабку залежність критерію Pr газів від температури) із точністю частки процента виконується рівність:

$$C_t \approx 1.$$

Якщо в якості визначальної температури взяти середнє її значення $t_m \equiv (t_f + t_w)/2$, то, як показує узагальнення експериментальних даних, критеріальне рівняння матиме вигляд:

$$\overline{Nu}_m = C \cdot (GrPr)_m^n.$$

Тут індекс m вказує на температуру t_m , а множник C та степінь n вибираються з таблиці 7.2. При цьому в якості характерного розміру l треба брати: d – зовнішній діаметр горизонтальної труби, кулі; h – висоту вертикальної стіни, труби; b – мінімальний розмір (ширину) горизонтальної плити.

Таблиця 7.2

$(Gr Pr)_m$	Режим руху	C	n
$< 10^{-3}$	плівковий	0.5	0
$10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	перехідний	1.18	1/8
$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	ламіна́рний	0.54	1/4
$2 \cdot 10^7 \div 10^{13}$	перехідний і турбулентний	0.135	1/3

Характер руху рідини навколо горизонтальних плит у значній мірі залежить від положення плити та її розмірів. Якщо нагріта поверхня звернена догори, то рух перебігає за схемою на рисунку 7.14, а. При цьому якщо плита має великі розміри, то потоки нагрітої рідини з боків ізолюють центральну частину плити, і її вентиляція відбувається за рахунок припливу холодної рідини зверху (рисунок 7.14, б). Якщо нагріта поверхня повернута долу, то рух відбувається лише в тонкому шарі під поверхнею (рисунок 7.14, в), тоді як решта рідини залишається нерухомою.

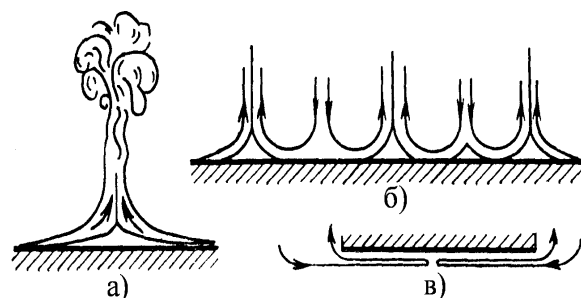


Рисунок. 7.14 – Характер вільного руху рідини біля нагрітих горизонтальних плит

Для приблизного визначення середнього по поверхні коефіцієнта тепловіддачі поблизу горизонтальних поверхонь можна рекомендувати формулу для розрахунку вільної конвекції навколо горизонтальної труби (з таблиці 7.1) або

формулу до таблиці 7.2. При цьому за визначальний розмір потрібно брати меншу зі сторін плити. Крім того, якщо нагріта поверхня повернута догори, то отримане значення коефіцієнта тепловіддачі необхідно збільшити на 30 %, якщо донизу – то зменшити на 30 %. Так, якщо, у порівнянні з рідиною, поверхня є “холодною” ($t_f > t_w$), то на “підлозі” отримане значення α треба зменшити на 30 %, а на “стелі” – збільшити на 30 %. Подібна залежність тепловіддачі від напрямку теплового потоку викликана тим, що передача тепла до рідини знизу інтенсифікує вільний рух рідини, і навпаки, подача тепла у рідину зверху уповільнює рух. Внаслідок прискорення (уповільнення) руху збільшується (зменшується) тепловіддача.

7.3.1.2 Тепловіддача в обмеженому просторі

Такий вид теплообміну зустрічається при розповсюдженні тепла в повітряних та інших прошарках, наприклад, у вікнах між склом або у протипожежних відступках печі. Останні являють собою зазор між гарячою поверхнею печі і поверхнею стіни.

Кругообіг рідини у прошарках, що виникає під впливом різниці температур на поверхнях, що їх обмежують, залежить від величини, форми та розташування поверхонь теплообміну. У випадку великої відстані δ між стінками потік, що рухається додолу, та потік, що рухається угору, не впливають один на одного (дивись рисунок 7.15, а). У таких випадках реалізується розглянута раніше тепловіддача у великому об'ємі. За малих відстаней δ , внаслідок взаємодії струмів рідини, виникають циркуляційні контури (рисунок 7.15, б), висота h яких залежить від ширини прошарку, виду рідини та інтенсивності процесу. Рух рідини вздовж різних поверхонь неможливо відокремити. Теплообмін саме у такій ситуації називається **тепловіддачею в обмеженому просторі**.

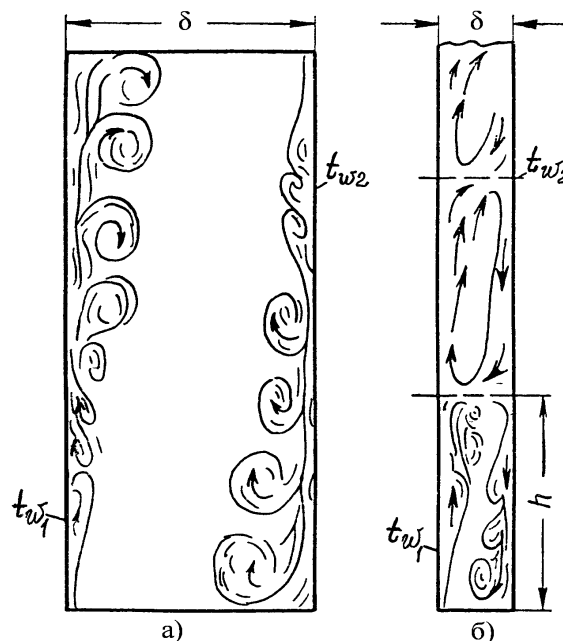


Рисунок 7.15 – Характер вільної циркуляції рідини у великому об’ємі (а) та в обмеженому просторі (б)

Історично склалося, що такий складний процес прийнято розглядати подібно до елементарного явища теплопровідності. Відповідно до цього основне рівняння стаціонарного теплообміну записують у формі:

$$q = \frac{\lambda_{\text{ек}}}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}), \quad (7.98)$$

де δ – товщина прошарку, м; t_{w1} та t_{w2} – температури поверхонь, що обмежують прошарок, °С; $\lambda_{\text{ек}}$ – еквівалентний коефіцієнт теплопровідності.

Останню величину записують у вигляді:

$$\lambda_{\text{ек}} = \varepsilon_{\text{к}} \cdot \lambda_f,$$

де λ_f – коефіцієнт теплопровідності рідини за її середньої температури $t_f = (t_w + t_w)/2$, а $\varepsilon_{\text{к}}$ – коефіцієнт конвекції, що характеризує вплив конвекції на передачу тепла крізь прошарок.

Безрозмірний параметр $\varepsilon_{\text{к}}$ має той самий сенс, що і критерій Нуссельта. Розрахунки $\varepsilon_{\text{к}}$ проводяться із застосуванням теорії подібності. Відповідне критеріальне рівняння має вигляду:

$$\varepsilon_{\text{к}} = C \cdot (Gr \cdot Pr)_{f,\delta}^n.$$

Тут визначальною температурою виступає середня температура рідини t_f , а характерним розміром є ширина прошарку δ .

Коефіцієнт C та показник степеня n представлені у таблиці 7.3.

Таблиця 7.3

$(Gr \cdot Pr)_{f,\delta}$	C	n
$< 10^3$	1	0
$10^3 \div 10^6$	0,105	0,3
$10^6 \div 10^{10}$	0,4	0,2

Наведені критеріальні рівняння конвекційної тепловіддачі у випадку вільної конвекції використовують для:

- 1) визначення коефіцієнта теплообміну та кількості тепла, що віддається продуктами горіння огорожуючим конструкціям при внутрішній пожежі;
- 2) розрахунків трубопроводів, призначених для підігріву вихлопними газами води в цистернах пожежних машин у холодну пору року;

- 3) розрахунків теплообміну між повітрям приміщення та трубопроводом з високотемпературною рідиною;
- 4) розрахунку теплообміну в сушилках для сушки пожежних рукавів;
- 5) визначення оптимальних умов розміщення пожежних сповіщувачів та інших приладів автоматичних установок пожежогасіння і таке інше.

7.3.2 Тепловіддача за вимушеної конвекції в однофазному середовищі

Як відомо, **вимушена конвекція** – це рух рідини, який відбувається внаслідок дії зовнішнього силового впливу (насос, компресор, вітер та т.п.).

До задач, при вирішенні яких у практиці пожежної охорони використовуються рівняння вимушеної конвекції, відносяться: визначення коефіцієнта тепловіддачі при обігріві цистерни пожежного автомобіля вихлопними газами, визначення максимально допустимої довжини пожежних рукавів (у холодну пору року), визначення теплообміну зі стінками каналів у різноманітних приладах (стінки димаря, канали вогнеперешкоджувача), розрахунок тепловіддачі у різних технологічних приладах та апаратах (сушилках, радіаторах двигунів та ін.).

7.3.2.1 Теплообмін при поздовжньому обтіканні рідиною плоскої пластини (труби)

Розглянемо обтікання плоскої поверхні потоком рідини, який рухається паралельно поверхні (див. рисунок 7.16).

Вдалині від поверхні рідина тече зі сталою швидкістю w_0 і має температуру t_f .

При обтіканні поверхні потоком в'язкої нестисливої рідини в тонкому пристінному шарі потік гальмується за рахунок сил граничного тертя та сил в'язкості у рідині. На поверхні пластини формується тонкий граничний шар рідини товщиною δ , в якому швидкість змінюється від швидкості поверхні (на нерухомій поверхні $w=0$) до швидкості незбуреного потоку w_0 . Цей шар називається **гідродинамічним граничним шаром**. За його межами швидкість потоку w ($=w_0$) практично не змінюється, і тому сили в'язкості є нехтовно малими.

Якщо температура поверхні t_w відрізняється від температури рідини вдалині від поверхні t_f (наприклад, $t_f > t_w$, як на рисунку 7.16), тоді, крім гідродинамічного, біля поверхні буде формуватися **тепловий граничний шар** товщиною Δ , у межах якого відбувається зміна температури від t_f до t_w . У загальному випадку товщини теплового Δ та гідродинамічного δ граничних шарів не рівні.

Рух рідини у пристінному шарі може бути турбулентним та ламінарним. На рисунку 7.16 показано як ламінарні граничні шари (з товщинами δ_L , Δ_L), так і турбулентні (товщиною δ_T). Характер руху визначається величиною критерію Рейнольдса (дивись (7.61)):

$$Re \equiv \frac{w \cdot l}{\nu},$$

де w – характерна швидкість руху рідини (у даному випадку w_0); l – характерний геометричний розмір (наприклад, відстань x від передньої кромки або товщина гідродинамічного шару δ).

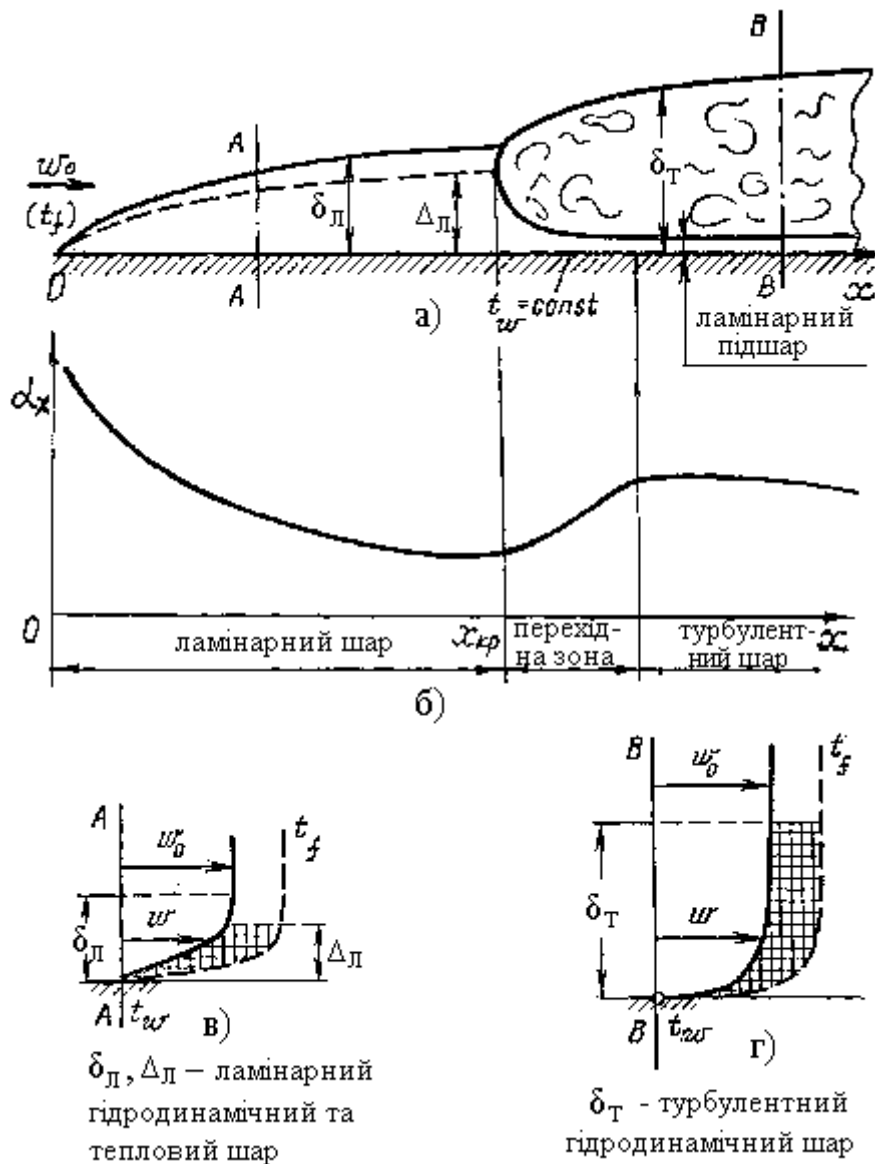


Рисунок 7.16 – Утворення граничного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі (б) при поздовжньому обтіканні пластини. Поле температур та швидкостей в ламінарному (в) та турбулентному (г) граничних шарах

На початковій ділянці поверхні, що обтікається рідиною, за малих значень критерію Re утворюється ламінарний граничний шар. При досягненні критичного значення критерію $Re = Re_{\text{кр}}$, що відповідає критичній відстані $x_{\text{кр}}$

від краю, характер течії змінюється. Розвивається турбулентний шар із тонким **ламінарним підшаром** (останнім називають область безпосереднього контакту із поверхнею, де через “прилипання” рідини до стінки сили в’язкості домінують, що забезпечує ламінарний характер руху). Перехід ламінарної течії у турбулентну відбувається не у точці, а на деякій ділянці, у межах якої рух рідини є перехідним.

Гідродинамічний граничний шар, і ламінарний, і турбулентний, можна розглядати як деякий термічний опір, тонку плівку рідини, що повільно рухається і роз’єднує “гарячу” рідину та “холодну” стінку. З цієї причини локальний коефіцієнт тепловіддачі α_x обернено пропорційний до товщини граничного шару (ламінарного Δ_L або турбулентного δ_T , дивись рис. 7.16, б). Цей висновок було отримано теоретично при вирішенні двовірної задачі поздовжнього ламінарного обтікання плоскої пластини потоком в’язкої нестисливої рідини (ви-

явилось, що $\alpha_x = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\Delta_L(x)}$, де λ – коефіцієнт теплопровідності рідини). У

розв’язанні цієї задачі брали участь Л. Прандтль (1904 р.), Т. Карман (1921 р.), Г.Н. Кружилін (1936 р.). Отримане ними теоретичне рішення було уточнене експериментально.

Наведемо критеріальні рівняння, які використовуються й сьогодні.

Локальні значення критерію Нуссельта ($l=x$) задовольняють співвідношенню:

$$Nu_{fx} = 0,335 \cdot Re_{fx}^{0,5} \cdot Pr_f^{0,33} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (7.99)$$

Формулу (7.99) використовують при ламінарному режимі руху рідини, що відповідає значенням критерію Рейнольдса $Re_{fx} < 4 \cdot 10^4$. При $Re_{fx} > 4 \cdot 10^4$ режим руху буде турбулентним, а відповідне критеріальне рівняння матиме вигляд:

$$Nu_{fx} = 0,0296 \cdot Re_{fx}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (7.100)$$

Знаючи локальне число Нуссельта, можна (як було показано раніше у зв’язку із формулою (7.96)) інтегруванням отримати число Нуссельта для середнього коефіцієнта тепловіддачі на ділянці від $x = 0$ до $x = l$. Відповідні критеріальні рівняння набувають вигляду:

– у разі ламінарного руху ($Re_{fl} < 4 \cdot 10^4$):

$$\overline{Nu}_{fl} = 0,67 \cdot Re_{fl}^{0,5} \cdot Pr_f^{0,33} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}; \quad (7.101)$$

– за турбулентного руху ($Re_{fl} > 4 \cdot 10^4$):

$$\overline{Nu}_{fl} = 0,037 \cdot Re_{fl}^{0,80} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (7.102)$$

Формули (7.99)–(7.102) вживають, якщо температура поверхні, що обтікається, не змінюється у напрямку обтікання. Зміна t_w за довжиною справляє істотний вплив на теплообмін. В таких випадках використовують інші формули, які ми не будемо наводити.

7.3.2.2 Теплообмін за вимушеного руху нестисливої рідини у трубах

За вимушеного руху рідини у трубах механізм процесу тепловіддачі загалом такий же, як і за вимушеного руху вздовж пластини. Однак на пластині розвиток граничного шару нічим не обмежується, а у трубі його товщина не може бути більшою за радіус. Крім того, внаслідок сталості витрати рідини крізь трубу зменшення швидкості у стінки з необхідністю викликає її збільшення в ядрі потоку. В силу цієї обставини гідродинамічний режим у трубах, як правило, визначається за внутрішнім діаметром d та середньовитратною швидкістю $\bar{w}$, яка залишається незмінною вздовж труби. Критерій Рейнольдса при цьому має вигляд:

$$Re_{f,d} = \frac{\bar{w} \cdot d}{\nu}.$$

Теплообмін за ламінарного руху рідини у трубах

При $Re_{f,d} < 2,3 \cdot 10^3$ має місце ламінарний режим руху рідини. Характерну картину течії у цьому випадку наведено на рисунку 7.17.

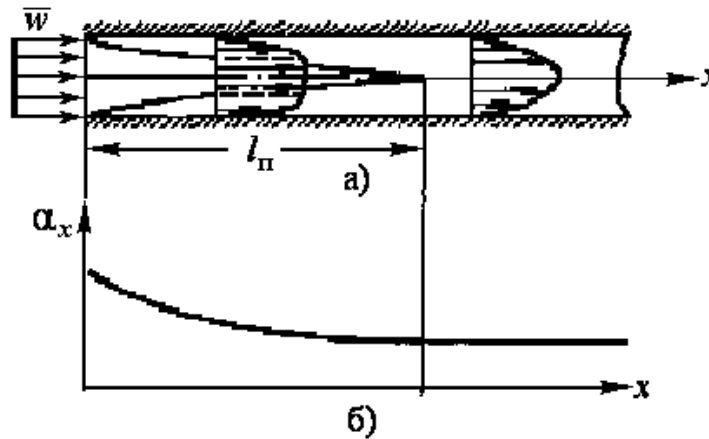


Рисунок 7.17 – Утворення гідродинамічного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x (б) за ламінарної течії у трубі

Вважається, що на вході потік має постійні за перетином значення швидкості та температури. Рух рідини каналом супроводжується зростанням гідродинамічного та теплового граничних шарів. На деякій відстані l_{Π} від входу у трубу граничні шари цілком "заповнюють" перетин каналу. Далі в'язкісна і теплова дії стінок труби поширюються на весь потік.

У ламінарному режимі істотний вплив на розповсюдження теплоти справляють струми природної конвекції, що, турбулізуючи потік, інтенсифікують теплообмін.

Залежно від напрямків вимушеного та вільного рухів розрізняють три випадки.

1. Напрямки вільного та вимушеного рухів співпадають. Цей випадок має місце при нагріванні (охолодженні) рідини та її русі у вертикальній трубі знизу догори (згори вниз).

2. Напрямки вільного та вимушеного рухів є перпендикулярними (горизонтальні труби). Така орієнтація сприяє кращому перемішуванню частинок, що інтенсифікує теплообмін.

3. Напрямки вільного та вимушеного руху є протилежними. Цей випадок спостерігається за руху рідини згори вниз у вертикальній трубі, що нагрівається знизу. У цьому випадку природна конвекція справляє особливо сильний вплив на процес тепловіддачі.

На основі узагальнення даних для тепловіддачі при в'язкісно-гравітаційному режимі руху рідини у трубах (який має місце за умови $Gr_{fd} Pr_f \geq 8 \cdot 10^5$) запропоновано наступну формулу розрахунку числа Нуссельта для визначення середнього значення коефіцієнта тепловіддачі

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,17 \cdot Re_{fd}^{0,33} \cdot Gr_{fd}^{0,1} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_l, \quad (7.103)$$

де ε_l – коефіцієнт, який враховує залежність середнього коефіцієнта тепловіддачі від довжини ділянки усереднення. (При $l/d > 50$ із достатньою точністю $\varepsilon_l = 1$, в інших випадках – це експериментальна величина, значення якої занесено у довідникові таблиці, наприклад, до таблиці 7.4)

Таблиця 7.4

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_l	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,00

Теплообмін при перехідному режимі течії рідини у трубах

За значень критерію Рейнольдса в інтервалі $2,3 \cdot 10^3 < Re_{f,d} < 10^4$ відбувається перехід ламінарного руху у турбулентний. У цій області критеріальне рівняння для визначення середнього по поверхні труби значення коефіцієнта теплообміну має вигляд:

$$\overline{Nu}_{fd} = K_0 \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (7.104)$$

де K_0 – функція числа Рейнольдса ($Re_{f,d}$), значення якої занесено до довідникових таблиць (дивись таблицю 7.5).

Таблиця 7.5 – Значення функції $K_0(Re_{f,d})$ при $Re_{f,d} = (2,3 \div 10) \cdot 10^3$

$Re_{f,d} \cdot 10^{-3}$	2,3	2,5	3,0	3,5	4	5	6	7	8	9	10
K_0	2,6	4,9	7,5	10	12,2	16,5	20	24	27	30	33

Теплообмін при турбулентному режимі

При $Re_{f,d} > 10^4$ має місце турбулентний режим руху рідини. Характерну картину течії у цьому випадку наведено на рисунку 7.16.

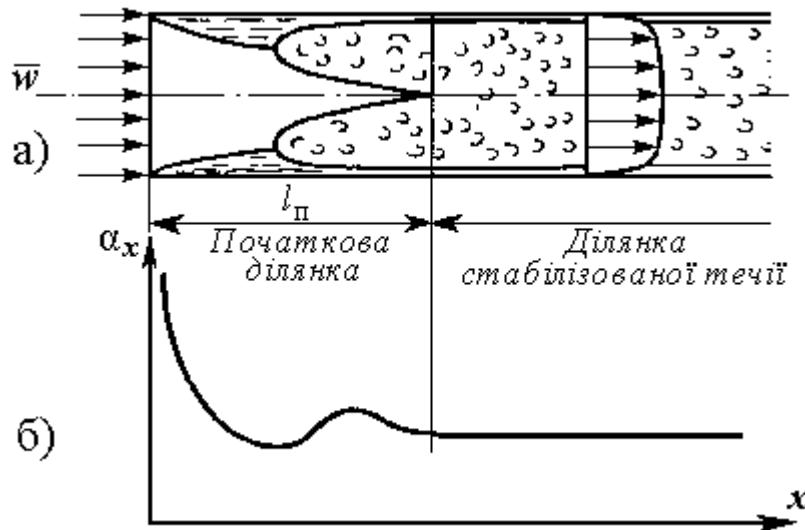


Рисунок 7.18 – Утворення гідродинамічного граничного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x (б) за турбулентної течії у трубі

Турбулентний режим характеризується тим, що в ядрі потоку температура по суті є постійною. Вона різко змінюється тільки у пристінковій області. Впливом на теплообмін гравітаційної сили можна нехтувати.

Експериментальні дослідження показали, що у цьому випадку критеріальне рівняння має вигляд:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,021 \cdot Re_{fd}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_l. \quad (7.105)$$

Формула (7.105) дає число Нуссельта для середнього значення коефіцієнта тепловіддачі. Коефіцієнт ε_l враховує вплив на теплообмін початкової ділянки труби. При $l/d > 50$ із достатньою точністю $\varepsilon_l = 1$; у зворотному випадку ε_l залежить від двох параметрів – критерію Рейнольдса Re_{fd} та відносної довжини ділянки l/d . Значення коефіцієнта ε_l виміряно в експериментах та занесено до довідникових таблиць (дивись таблицю 7.6).

У каналах некруглого перетину (прямокутник зі співвідношенням сторін $a/b = 1 \div 40$, трикутник) розрахунок тепловіддачі можна проводити, використовуючи формулу (7.105), беручи в якості характерного розміру еквівалентний діаметр. Останній розраховується за формулою:

$$d_{\text{екв}} \equiv \frac{4 \cdot F}{U}, \quad (7.106)$$

де F – площа поперечного живого перетину, U – змочений периметр поперечного перетину.

Таблиця 7.6 – Залежність $\varepsilon_l = f(l/d, Re_{f,d})$ при турбулентному режимі

$Re_{f,d}$	l/d								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
$1 \cdot 10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

За турбулентного руху рідини у каналах кільцевого перетину значення середнього коефіцієнта тепловіддачі на внутрішній стінці можна визначити, спираючись на формулу:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,017 \cdot Re_{fd}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,4} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{0,18}, \quad (7.107)$$

де d_1, d_2 – відповідно внутрішній та зовнішній діаметри кільцевого каналу. У цій формулі прийнято визначальними середню температуру рідини у трубі (включаючи Pr_w) й еквівалентний діаметр $d_{екв} = d_2 - d_1$ (його також можна отримати із загальної формули (7.106)). Множник $(d_2/d_1)^{0,18}$ враховує особливості тепловіддачі у кільцевих каналах. Формула (7.107) є справедливою при $d_2/d_1 = 1,2 \div 14$; $l/d = 50 \div 460$; $Pr = 0,7 \div 100$.

За руху у зігнутих трубах збільшення інтенсивності тепловіддачі (у порівнянні із прямими трубами) зумовлюється відцентровим ефектом і враховується додатковим множником ε_R у коефіцієнті тепловіддачі:

$$\varepsilon_R = 1 + 1,77 \cdot \frac{d}{R}, \quad (7.108)$$

де R – радіус змійовика; d – діаметр труби.

7.3.2.3 Тепловіддача за вимушеного поперечного обтікання поодиноких труб та їх пучків

Поодинокі труби

Картина поперечного обтікання поодинокі труби показана на рисунку 7.17. Плавне безвідривне обтікання спостерігається при $Re_{f,d} = w d / \nu_f < 5$ (де характерним розміром обрано зовнішній діаметр труби d). При $Re_{f,d} > 5$ на лобовій частині труби обтікання стінок відбувається безвідривно. На задній частині труби утворюється складна вихрова система, що зноситься у напрямку потоку,

створюючи за циліндром вихрову доріжку. Положення точки відриву граничного шару залежить від значення $Re_{f,d}$ та ступеня турбулентності потоку, що набігає. Складна картина обтікання труби пояснює складний характер залежності локального коефіцієнта тепловіддачі α_φ від розташування на колі (тобто від кута φ , дивись рисунок 7.20).

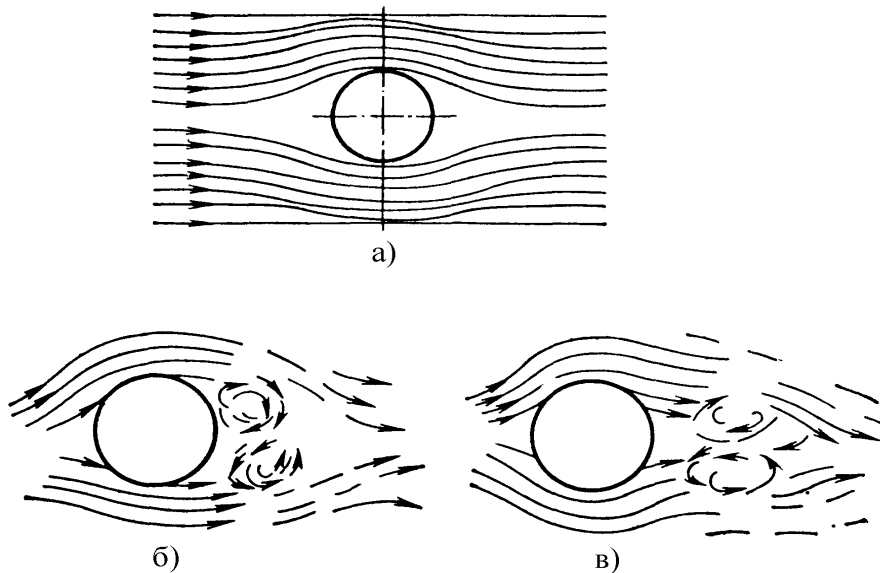


Рисунок 7.19 – Обтікання поодинокого циліндра:
 а) безвідривне; б) відрив ламінарного граничного шару; в) відрив турбулентного граничного шару

Максимальне значення α_φ спостерігається на лобовій утворюючій циліндра ($\varphi = 0$), де товщина граничного шару є найменшою. По поверхні циліндра в напрямку руху рідини інтенсивність теплообміну різко зменшується і за $\varphi = 90 \div 100^\circ$ досягає мінімуму. Це пояснюється збільшенням товщини граничного шару, який ніби ізолює поверхню труби від потоку. В кормовій частині труби коефіцієнт тепловіддачі знов зростає за рахунок поліпшення відводу теплоти, внаслідок вихрового руху і перемішування рідини (дивись рисунок 7.19, в).

Складний характер обтікання циліндра утруднює теоретичні дослідження, тому основний метод вивчення тепловіддачі при поперечному обтіканні труб – експериментальний.

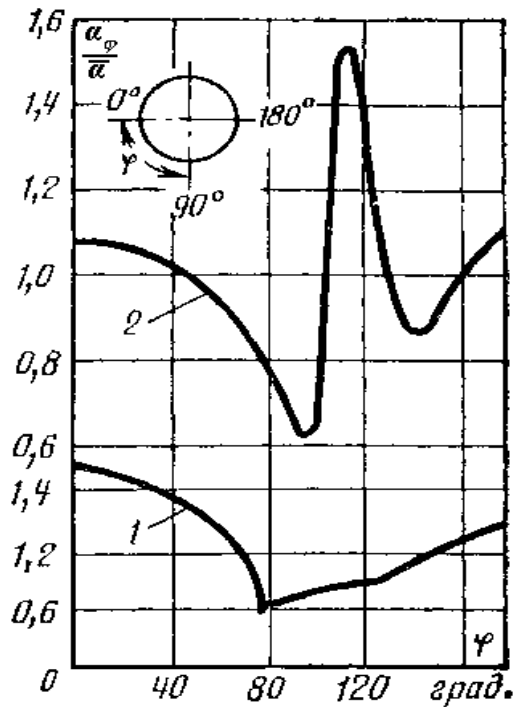


Рисунок 7.20 – Зміна тепловіддачі по колу циліндра, що омивається поперечним потоком газу

1 – $Re_{f,d} = 70800$; 2 – $Re_{f,d} = 219000$; $\bar{\alpha}$ – середній по колу коефіцієнт тепловіддачі

Зараз для визначення середнього по колу коефіцієнта тепловіддачі використовують наступні формули:

при $5 < Re_{f,d} < 10^3$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,5 \cdot Re_{fd}^{0,5} \cdot Pr_f^{0,38} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}; \quad (7.109)$$

при $10^3 < Re_{fd} < 2 \cdot 10^5$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,25 \cdot Re_{fd}^{0,6} \cdot Pr_f^{0,38} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}; \quad (7.110)$$

при $2 \cdot 10^5 < Re_{fd} < 2 \cdot 10^6$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,023 \cdot Re_{fd}^{0,8} \cdot Pr_f^{0,37} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (7.111)$$

В цих формулах за визначальні параметри прийняті: зовнішній діаметр труби d , середня температура рідини t_f (Pr_w береться за середньої температури стінки). При визначенні критерію Рейнольдса швидкість w відноситься до самого вузького (стиснутого трубою) перетину каналу.

Лекція 8. ТЕПЛООБМІН ПРИ КИПІННІ ТА КОНДЕНСАЦІЇ

В даній главі будуть розглядатись процеси теплообміну, що супроводжуються зміною агрегатного стану теплоносія, а саме: теплообмін, що супроводжується переходом рідини у пару (теплообмін при кипінні), та теплообмін, що супроводжується переходом пари у рідинний стан (теплообмін при конденсації). Розуміння процесів обох цих типів є важливим для розв'язання як загальнотехнічних задач, так і задач пожежної безпеки.

Так, теплообмін при кипінні рідини відбувається у різноманітних кип'ятильних приладах (парових котлах, випарниках та ін.), неправильна експлуатація яких може призвести до пожежовибухонебезпечних ситуацій. Цей процес зумовлює цілий ряд явищ на пожежах (наприклад, закипання та викид вогненебезпечної рідини при горінні в резервуарах).

Розуміння законів конденсації є важливим як для визначення режиму роботи відповідних теплообмінних приладів, так і для розрахунку систем парового пожежогасіння. Більш конкретно ці проблеми розглядають при вивченні питань пожежної профілактики технологічних процесів виробництва.

8.1 Теплообмін при кипінні рідини

8.1.1 Загальні уявлення про процес кипіння

Кипіння раніше вже розглядалося у главі 4. Там було вказано, що цей процес супроводжується утворенням пари всередині об'єму рідини. Умови протікання кипіння є своєрідними. Для виникнення кипіння завжди потрібний деякий перегрів рідини, тобто надлишок її температури t_f над температурою насичення t_s за заданого тиску P . Цей перегрів, як показують досліди, залежить від фізичних властивостей рідини, її чистоти, тиску, а також властивостей граничних твердих поверхонь. Чим чистішою є рідина, тим більш високим виявляється початковий перегрів, потрібний для виникнення кипіння.

Коли рідина містить розчинений газ (наприклад, повітря) або малі зважені частинки, то при її нагріві процес кипіння розпочинається майже відразу після досягнення рідиною температури насичення. При цьому кипіння носить спокійний характер.

Початковий перегрів знижується у тому випадку, коли стінки судини, у якій відбувається нагрівання рідини, мають адсорбований на поверхні газ, мікрошорсткості, а також неоднорідності та включення, які знижують молекулярне зчеплення рідини з поверхнею.

При підведенні тепла крізь таку поверхню в окремих її точках, так званих **центрах пароутворення**, спостерігається утворення бульбашок. Процес кипіння у цьому випадку починається у шарах рідини, що контактують із поверхнею і мають однакову з нею температуру. Для практики цей вид кипіння представляє найбільший інтерес. Розглянемо його основні характеристики.

Одночасно зі збільшенням температури поверхні нагріву t_w і, відповідно, температурного напору $\Delta t = t_w - t_f$ зростає кількість діючих центрів пароутворення, процес кипіння стає більш інтенсивним. Парові бульбашки хаотично відриваються від поверхні. Відрив бульбашок пари від поверхні великою мірою залежить від спроможності рідини до змочування. Якщо рідина змочує поверхню нагріву, то бульбашки мають тонку ніжку і від поверхні відриваються легко (дивись рисунок 8.1, а). Якщо ж рідина не змочує поверхню нагріву, то ніжка є широкою і відрив ускладнений (дивись рисунок 8.1, б).

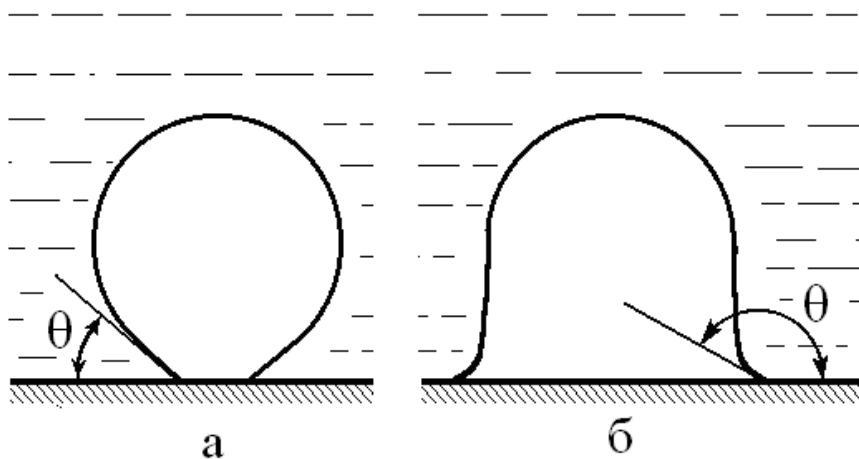


Рисунок 8.1 – Бульбашки пари на змочуваній (а) та не змочуваній (б) поверхнях, θ – кут змочування

Спливаючи до вільної поверхні, бульбашки пари продовжують рости в об'ємі. Останнє пояснюється тим, що температура в об'ємі рідини, що кипить, є дещо вищою за температуру насичення. Так, для води за атмосферного тиску перегрів в об'ємі становить $0.2 \div 0.4^\circ\text{C}$. Залежно від тривалості підйому та ступеня перегріву рідини об'єм бульб може збільшуватися у десятки разів. Останнє говорить про те, що тепло, яке відводиться від поверхні нагріву, в основному передається рідині; після цього шляхом конвекції переноситься в об'єм і далі йде на випаровування рідини у бульби пари. Безпосередньо ж від поверхні до пари передача тепла здійснюється під час зростання бульбашок до відриву. Однак, внаслідок низької теплопровідності пари, кількість тепла, що передається у цей період, є незначною.

Інтенсивність процесів кипіння в основному визначається перегрівом рідини відносно температури насичення t_s . Від ступеня перегріву залежать як кількість діючих центрів пароутворення, так і пароутворення та тепловіддача у

таких центрах. Через це при визначенні питомого теплового потоку від гарячої поверхні до рідини і відповідного коефіцієнта тепловіддачі в якості температурного напору доцільно брати величину $\Delta t_s \equiv t_w - t_s$, тобто

$$q = \alpha \cdot \Delta t_s, \text{ Вт/м}^2, \quad \text{і} \quad \alpha = q / \Delta t_s, \text{ Вт/(\text{м}^2 \cdot \text{К})}. \quad (8.1)$$

На рисунку 8.2 наведено типову залежність α та q від Δt_s .

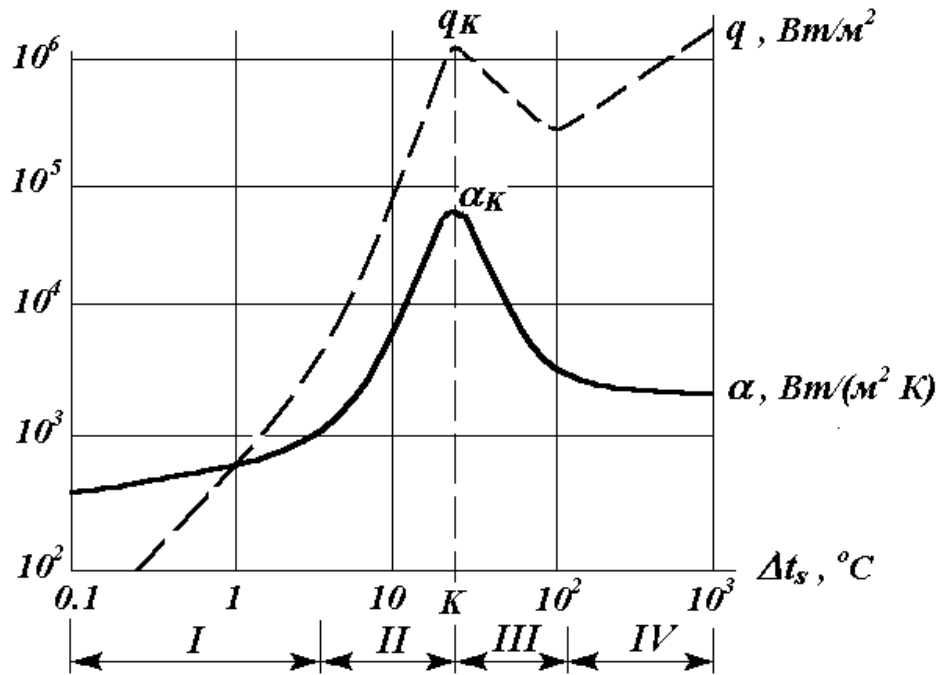


Рисунок 8.2 – Залежність коефіцієнта тепловіддачі та густини теплового потоку від температурного напору при кипінні води у великому об'ємі при тиску в 1 бар

За малих значень Δt_s (ділянка I, для води $1 < \Delta t_s < 5^\circ\text{C}$, $q(5) = 6 \text{ кВт/м}^2$) інтенсивність тепловіддачі цілком визначається умовами звичайного конвекційного теплообміну без помітного впливу кипіння. Зі збільшенням Δt_s (ділянка II, для води $5 < \Delta t_s < 25^\circ\text{C}$) збільшується число бульбашок, що виникають, посилюється перемішування рідини біля поверхні, і тому інтенсивність тепловіддачі різко зростає; такий **режим кипіння** називається **бульбашковим**, а область II – областю **розвинутого бульбашкового кипіння**.

У точці K коефіцієнт тепловіддачі досягає максимуму (для води за атмосферному тиску $\alpha_K = 58 \text{ кВт/(\text{м}^2 \cdot \text{К})}$, $q_K = 1.45 \text{ МВт/м}^2$). Точка K називається **точкою кризи бульбашкового кипіння**. Відповідні їй густина теплового потоку q_K , коефіцієнт тепловіддачі α_K і температурний напір називаються **критичними**.

Область III носить назву *області перехідного кипіння*. Для води за атмосферного тиску такий режим кипіння реалізується при $25 < \Delta t_s < 125^\circ\text{C}$. У цій області на поверхні нагрівання спостерігається нестійка плівка пари, яка хаотично пульсує і руйнується. Плівковий режим хаотично змінюється із режимом бульбашкового кипіння. На поверхні теплопередачі утворюються все більші порожнини (області плівкової пари). Доступ рідини до поверхні поступово ускладнюється. В окремих місцях поверхні виникають “сухі” плями, їхня кількість і розміри збільшуються у міру збільшення температури. Такі ділянки немовби виключаються з теплообміну. В цій області зі збільшенням температурного напору Δt_s коефіцієнт тепловіддачі різко падає.

За подальшого підвищення Δt_s діючих центрів пароутворення стає так багато, що бульбашки зливаються між собою і на поверхні утворюється суцільна парова плівка. Область IV являє собою *область усталеного плівкового кипіння*. Через великий термічний опір парової плівки коефіцієнт тепловіддачі в цій області є малим і майже не залежить від температурного напору Δt_s .

Теплообмінні апарати працюють звичайно в області бульбашкового кипіння. Перехід до плівкового режиму може, внаслідок різкого зменшення тепловіддачі, призвести до перегріву теплообмінника. Така небезпека існує в апаратах, у яких кількість тепла, що виділяється, не залежить від інтенсивності теплообміну, – атомних реакторах, електричних нагрівачах тощо. Аварійна ситуація трапляється у випадку, коли густина теплового потоку, який задається джерелом енергії, перевищує критичне значення q_k . У такому разі швидко відбувається перехід від бульбашкового до плівкового режиму кипіння, що супроводжується різким підвищенням температури поверхні нагрівання. Як видно з графіка, ця температура досягає величини порядку 1000°C . Матеріал поверхні, який не розраховано на таку температуру, руйнується із можливими сумними наслідками.

Наведені на рисунку залежності одержано за умови відсутності вимушеного руху рідини. За великих швидкостей вимушеного руху рідини бульбашки пари, що утворюються на поверхні нагрівання, не встигають розвинутиися, бо потік змиває їх. При цьому турбулізуючий вплив бульбашок на рух поверхневого шару рідини знижується, приводячи до модифікації характеру теплообміну.

За малої швидкості вимушеного потоку ефективність турбулізації збільшується, що можна врахувати, використовуючи для розрахунку коефіцієнта тепловіддачі співвідношення:

$$\alpha = \sqrt{\alpha_q^2 + \alpha_w^2},$$

де α_q – коефіцієнт тепловіддачі, розрахований за формулами випадку розвинутого бульбашкового кипіння без вимушеного руху; α_w – коефіцієнт тепловіддачі, розрахований за формулами конвекційного теплообміну однофазної рідини.

8.2 Тепловіддача при конденсації пари

Конденсація – процес переходу пари у рідинний стан. При цьому переході виділяється теплота фазового перетворення, яка далі відводиться крізь граничну стінку.

Конденсація пари стає можливою лише для таких її станів, які досягаються у результаті охолодження (або стиску) речовини до температур (або тисків), за яких конденсована (рідинна) фаза стає термодинамічно більш вигідною, ніж газоподібна.

Для того щоб конденсувати пару, потрібно підтримувати температуру поверхні, з якою контактує пара, нижчою за температуру насичення пари за даного тиску.

Можливі **крапельна** та **плівкова конденсація** речовини. Крапельна конденсація має місце лише в тому випадку, коли конденсат не змочує поверхню. Такий режим конденсації можна здійснити на поверхні благородних металів, що не змочуються рідиною, або нанісши на поверхню плівку гасу або оливи.

Як правило, при конденсації чистої пари на чистій поверхні має місце плівкова конденсація.

У процесі плівкової конденсації вся теплота, що вивільнюється при конденсації пари, виділяється на зовнішній поверхні плівки конденсату і далі відводиться крізь цю плівку у поверхню охолодження. За ламінарного руху рідинної плівки перенос тепла крізь неї здійснюється лише шляхом теплопровідності. У зв'язку з цим, якщо прийняти, що температура частинок конденсату, які торкаються до пари, дорівнює температурі насичення t_s , то питомий потік тепла крізь плівку визначається за законом Фур'є:

$$q(x) = \frac{\lambda_p}{\delta(x)} (t_s - t_w),$$

де $\delta(x)$ – товщина плівки на відстані x від її верхнього краю; λ_p – коефіцієнт теплопровідності конденсату; t_w – температура поверхні (дивись рисунок 8.4).

З іншого боку, кількість переданого тепла можна визначити за формулою Ньютона:

$$q(x) = \alpha(x) \cdot (t_s - t_w).$$

Із зіставлення попередніх формул маємо зв'язок:

$$\alpha(x) = \frac{\lambda_p}{\delta(x)}. \quad (8.4)$$

Отже, при плівковій конденсації визначення коефіцієнта тепловіддачі зводиться до знаходження товщини плівки конденсату $\delta(x)$.

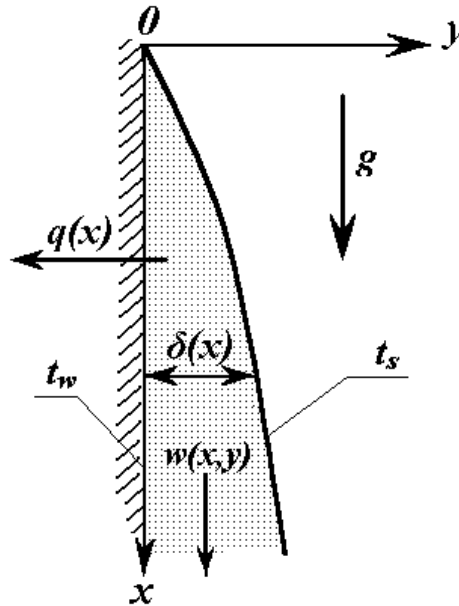


Рисунок 8.4 – Схема течії плівки конденсату вздовж плоскої поверхні

Ця задача була вирішена Нуссельтом у випадку стаціонарної тепловіддачі при конденсації сухої насиченої пари на плоскій поверхні і ламінарному стіканні плівки конденсату. За таких умов рух плівки визначається силами в'язкості рідини та силами тяжіння, а основним механізмом переносу тепла у плівці є теплопровідність поперек неї. Залежностями фізичних параметрів рідини (густини ρ_p , коефіцієнта кінематичної в'язкості ν_p , коефіцієнта теплопровідності λ_p) можна нехтувати, беручи їх за середньої температури конденсату $t_p = (t_s + t_w)/2$. У цьому випадку зв'язок товщини плівки із відстанню від верхнього краю стіни має вигляд:

$$\delta(x) = \sqrt[4]{4 \cdot \frac{\lambda_p \cdot \nu_p}{r \cdot \rho_p \cdot g} (t_s - t_w) \cdot x}, \quad (8.5)$$

в якому питома теплота конденсації береться за температури t_s .

Формули (8.4), (8.5) дозволяють знайти значення місцевого коефіцієнта тепловіддачі:

$$\alpha(x) = \frac{\lambda_p}{\delta(x)} = \sqrt[4]{\frac{r \cdot \rho_p \cdot g \cdot \lambda_p^3}{4 \cdot \nu_p \cdot (t_s - t_w) \cdot x}}. \quad (8.6)$$

Інтегруючи співвідношення (8.6), можна знайти середнє значення коефіцієнта тепловіддачі на поверхні висотою l :

$$\bar{\alpha} \equiv \frac{1}{l} \int_0^l \alpha(x) \cdot dx = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{r \cdot \rho_p \cdot g \cdot \lambda_p^3}{4 \cdot \nu_p \cdot (t_s - t_w) \cdot l}} \approx 0.943 \cdot \sqrt[4]{\frac{r \cdot \rho_p \cdot g \cdot \lambda_p^3}{\nu_p \cdot (t_s - t_w) \cdot l}}, \quad (8.7)$$

а з ним і критеріальне рівняння процесу:

$$\overline{Nu} = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{4} Ga_p \cdot Pr_p \cdot K_p \right)^{1/4} \approx 0.943 \cdot (Ga_p \cdot Pr_p \cdot K_p)^{0.25}. \quad (8.8)$$

Тут

$$\overline{Nu} \equiv \frac{\bar{\alpha} \cdot l}{\lambda_p}$$

– середнє значення числа Нуссельта;

$$Ga_p \equiv \frac{g \cdot l^3}{\nu_p^2}$$

– **критерій Галілея** (відношення сили тяжіння до сили в'язкості);

$$K_p = \frac{r}{c_p \cdot (t_s - t_w)}$$

– **критерій фазового перетворення** (відношення питомої теплоти пароутворення r до теплоти перегріву $-c_p \cdot (t_s - t_w)$, де c_p – ізобарна теплоємність конденсату); Pr_p – критерій Прандтля рідини. Значення всіх фізичних параметрів (крім r) необхідно визначати за середньої температури конденсату t_p ; питому теплоту r потрібно брати за температури насичення t_s ; в якості характерного розміру l задається довжина поверхні у напрямку натікання.

Для розрахунку конденсації на нижньому боці горизонтальної поверхні (наприклад, стелі) можна скористатися співвідношенням (8.8), замінивши в ньому множник 0.943 на 0.15 і взявши в якості характерного розміру всієї задачі відривний діаметр краплі конденсату:

$$l = d_{кр} = \sqrt{\frac{\sigma}{g \cdot (\rho_p - \rho_n)}},$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу конденсату, ρ_n – густина пари.

За турбулентного руху плівки, який має місце за критерію Рейнольдса $Re > 400$ ($Re = w \cdot \delta / \nu_p$, де w і δ – відповідно, швидкість руху і товщина плівки), для визначення середнього коефіцієнта тепловіддачі на вертикальній поверхні довжиною l , де має місце і ламінарний, і турбулентний рух плівки, можна користуватися емпіричною формулою:

$$\overline{Nu}_s = \frac{r \cdot \nu_s \cdot \rho_s}{\lambda_s \cdot \Delta t_s} \cdot \left[0.89 + 0.024 \cdot \left(\frac{Pr_s}{Pr_w} \right)^{0.25} Pr_s^{0.25} \cdot (Z_s - 2300) \right]^{1.33},$$

де $\Delta t_s = t_s - t_w$,

$$\overline{Nu}_s \equiv \frac{\bar{\alpha} \cdot l}{\nu_s}, \quad Z_s \equiv \frac{Ga_s^{1/3} \cdot \lambda_s \cdot \Delta t_s}{r \cdot \nu_s \cdot \rho_s}, \quad Ga_s \equiv \frac{g \cdot l^3}{\nu_s^2},$$

а індекс s вказує на те, що відповідна фізична характеристика конденсату визначається за температури насичення t_s .

Якщо пар конденсується на стінці, яка утворює кут нахилу ψ до горизонту (вертикальній стіні відповідає $\psi = 90^\circ$), то коефіцієнт тепловіддачі можна оцінити за формулою:

$$\alpha_\psi = \alpha_{90} \cdot \sqrt[4]{\sin \psi}.$$

Роз'язок задачі про тепловіддачу в умовах конденсації сухої нерухомої насиченої пари на горизонтальній трубі для середнього по зовнішній поверхні труби коефіцієнта тепловіддачі дає формулу, аналогічну виразу (8.7):

$$\bar{\alpha} = 0.725 \cdot \sqrt[4]{\frac{r \cdot \rho_p \cdot g \cdot \lambda_p^3}{\nu_p \cdot (t_s - t_w) \cdot d}},$$

де d – діаметр труби.

На коефіцієнт тепловіддачі при конденсації впливають такі фактори: *перегрів пари* (різниця між дійсною її температурою та температурою конденсації за даного тиску); *стан поверхні*, на якій конденсується пара; *наявність у парі домішки* газів, що не конденсуються (такий домішок сильно знижує коефіцієнт тепловіддачі); *напрямок течії пари* (при збігу напрямків руху пари та конденсату коефіцієнт тепловіддачі збільшується через зменшення товщини плівки конденсату); *розташування поверхонь конденсації* (тепловіддача на горизонтальних трубах вище, ніж на вертикальних, через те, що менша товщина плівки конденсату). Так, для збільшення тепловіддачі на вертикальних трубах застосовують конденсатовідвідні ковпачки (дивись рисунок 8.5). Останні, зменшуючи середню товщину плівки конденсату, можуть збільшувати ефективність тепловіддачі у декілька разів.

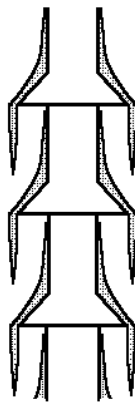


Рисунок 8.5 – Схема стікання конденсату по трубі із ковпачками

Лекція 9. ПРОМЕНИСТИЙ ТЕПЛООБМІН

В даній главі розглядається третій з елементарних механізмів передачі тепла – передача тепла випромінюванням. Даний механізм є невід’ємною частиною будь-якого реального процесу теплопередачі, однак для пожежної практики він виявляється особливо важливим. Справа в тому, що пожежа, як правило, супроводжується значним підвищенням температури. У свою чергу, промениста складова потоку тепла від тіла є пропорційною четвертому ступеню абсолютної температури. Саме тому теплообмін випромінюванням домінує в багатьох задачах пожежної безпеки. Знання його законів є важливим для: розуміння закономірностей горіння та запалення (які вивчаються у курсі дисципліни “Теорія розвитку та припинення горіння”); оцінки безпечних режимів експлуатації високотемпературних апаратів (дисципліна “Пожежна профілактика процесів виробництв”); оцінки протипожежних розривів (дисципліна “Пожежна профілактика в будівництві”); оцінки безпечних відстаней при роботі на пожежах (дисципліна “Пожежна тактика”); розуміння роботи пожежних сповіщувачів (дисципліна “Пожежна автоматика”).

Основні закони теплового випромінювання вивчаються в курсі фізики. Спочатку нагадаємо їх.

9.1 Загальні закони теплового випромінювання

Променистий теплообмін – це складний процес передачі тепла, який зумовлено перетворенням внутрішньої енергії речовини в енергію електромагнітних хвиль, розповсюдженням цих хвиль та поглинанням їх речовиною.

Носіями променевої енергії є електромагнітні коливання. Останні можна характеризувати або частотою ν (1/с), або довжиною хвилі λ (м). Ці дві ха-

рактеристики пов'язані між собою відомим співвідношенням $\lambda = c/v$, де c – швидкість світла (у вакуумі $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с).

Найбільший інтерес для спеціалістів пожежної охорони становлять наступні види випромінювання: *ультрафіолетове* ($\lambda = 0.2 \div 0.4$ мкм), *світлове* (або *видиме*, $\lambda = 0.4 \div 0.8$ мкм), *інфрачервоне* ($\lambda = 0.8$ мкм $\div$ 0.2 мм), *радіохвилі* ($\lambda > 0.2$ мм). Так, у діапазонах хвиль від світлового до інфрачервоного працюють різні пожежні сповіщувачі, а у радіодіапазоні – радіостанції.

Далі ми будемо розглядати тільки промені, виникнення яких визначається температурою та властивостями тіл, що випромінюють при пожежі або у пожежонебезпечних ситуаціях. Такі властивості має світлове (видиме) та інфрачервоне випромінювання ($\lambda = 0.4 \div 200$ мкм). Ці промені називають *тепловими*, а процес їхнього розповсюдження – **тепловим випромінюванням** або **тепловою радіацією**.

Закони розповсюдження, заломлення, відбиття, що встановлені в оптиці для світлових променів, є справедливими також для теплових.

Теплове випромінювання є властивістю всіх тіл. Всі нагріті тіла випромінюють в оточуючий простір. При попаданні на інші тіла ця енергія частково відбивається, частково поглинається, частково проходить крізь тіло. Та частина енергії, що поглинається тілом, знову перетворюється на теплову. Та частина, що відбивається (або проходить), потрапляє на інші тіла та поглинається або знов відбивається ними. Таким чином, після ряду поглинань та відбивань енергія, що випромінюється, повністю розподіляється між оточуючими тілами. Отже, кожне тіло не тільки безупинно випромінює, але й поглинає енергію.

В результаті цих явищ, пов'язаних із подвійним взаємним перетворенням енергії (теплова $\rightarrow$ промениста $\rightarrow$ тепла), і здійснюється процес променистого теплообміну.

9.1.1 Поняття та визначення

Для подальшого викладу нагадаємо деякі визначення.

Промениста енергія, що проходить крізь довільну поверхню в одиницю часу, називається **потоклом випромінювання** Q , Вт.

Потік випромінювання, що виходить з одиниці площі поверхні за всіма напрямками напівсферичного простору, називається **густиною потоку випромінювання** E , Вт/м².

$$E \equiv \frac{dQ}{dF}, \quad (9.1)$$

де dQ – потік випромінювання крізь елементарну площину dF . Звісно, що променистий потік, який йде від всієї поверхні тіла (F), дорівнює

$$Q = \int_F E dF. \quad (9.2)$$

Потік випромінювання – це характеристика випромінювання, яка не розрізняє променів різних довжин хвиль. Такі величини носять назву інтегральних, а випромінювання з різними довжинами хвиль називається *інтегральним*. Випромінювання із фіксованою довжиною хвилі називається *монохроматичним*. Розподіл променистої енергії за довжинами хвиль випромінювання характеризується *спектральною інтенсивністю випромінювання* E_λ , Вт/м³, яка задається як похідна:

$$E_\lambda \equiv \frac{dE}{d\lambda}, \quad (9.3)$$

де dE – густина потоку випромінювання із довжинами хвиль від λ до $\lambda + d\lambda$. З останньої формули випливає зв'язок між інтегральним потоком та спектральною інтенсивністю:

$$E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda. \quad (9.4)$$

Далі розглянемо поняття, що описують взаємодію випромінювання з речовиною (дивись рисунок 9.1).

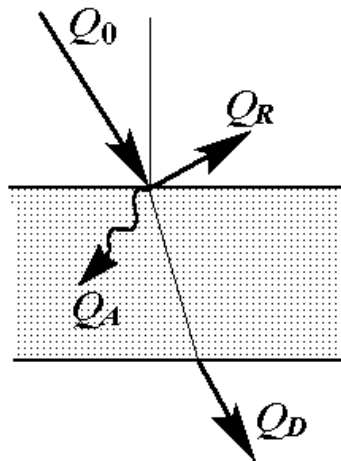


Рисунок 9.1 – Схема розподілу променистої енергії

Нехай з усього променистого потоку Q_0 , що падає на тіло, частина Q_A – поглинається, частина Q_R – відбивається, а частина Q_D – проходить крізь тіло. У такому разі, якщо у тілі нема джерел енергії, рівняння енергетичного балансу набуває форми:

$$Q_0 = Q_R + Q_A + Q_D.$$

Поділивши обидві частини останньої рівності на Q_0 , отримаємо співвідношення:

$$R + A + D = 1, \quad (9.5)$$

де $R \equiv Q_R/Q_0$, $A \equiv Q_A/Q_0$ та $D \equiv Q_D/Q_0$ – відповідно **коефіцієнти відбиття, поглинання та пропускання**.

Перший доданок співвідношення (9.5) характеризує собою відбивну, другий – поглинальну, а третій – пропускну здатність тіла. Безрозмірні величини R , A , D змінюються в межах від 0 до 1. Залежно від їх значень виділяють декілька межових (за оптичними властивостями) видів тіл (дивись таблицю 9.1).

Таблиця 9. – Оптичні різновиди тіл

A	R	D	Додаткові умови	Вид тіла
1	0	0	–	Абсолютно чорне тіло
0	1	0	Дзеркальне відбиття	Дзеркальне тіло
0	1	0	Дифузійне відбиття	Абсолютно біле тіло
0	0	1	–	Абсолютно прозоре (діатермічне) тіло

Абсолютно білих, чорних або прозорих тіл у природі не існує. Коефіцієнти R , A , D залежать від природи тіла, його температури та спектра випромінювання, яке падає на тіло. Наприклад, для теплових променів чисте повітря – прозоре, а за наявності домішок водяної пари або вуглекислоти повітря стає напівпрозорим.

Тверді тіла та деякі рідини для теплових променів практично є непрозорими, тобто в цьому випадку $D = 0$ і, згідно з формулою (9.5), виконується співвідношення:

$$R + A = 1. \quad (9.6)$$

З нього випливає, що якщо тіло добре відбиває енергію, воно погано її поглинає.

Надалі ми в основному будемо розглядати непрозорі тіла, що дозволятиме використовувати зв'язок (9.6) (наприклад, у формі $R = 1 - A$).

Існують тіла, прозорі тільки для певних довжин хвиль (наприклад, кварц є непрозорим для теплових променів та прозорим – для світлових і ультрафіолетових). Те ж саме стосується явищ поглинання та відбивання. Так, біла за кольором поверхня добре відбиває світлові промені – білі літні костюми, цистерни, споруди, де інсоляція є небажаною. Одночасно інфрачервоні теплові промені біла тканина поглинає так саме добре, як і темна.

Велике значення має стан поверхні. Відбивна здатність гладких, добре відполірованих поверхонь значно вище, ніж шорсткуватих, незалежно від кольору.

Для збільшення поглинальної здатності тіл їх покривають темною шорсткуватою фарбою (наприклад, нафтовою сажею з коефіцієнтом поглинання $A = 0.90 \div 0.96$).

Крім того, що тіло взаємодіє із зовнішнім випромінюванням, воно само випромінює енергію. Це приводить до необхідності введення ряду понять. Так, навіть якщо на тіло зовні не падає жодних променів, все одно з його поверхні відводиться променистий потік енергії (позначимо його густину E_1 , Вт/м²). Цей потік повністю визначається температурою та фізичними властивостями тіла. Відповідне випромінювання – **власне випромінювання** тіла, а величина E_1 – **випромінювальна здатність** поверхні. Одночасно з боку інших тіл на тіло падає промениста енергія в кількості E_2 – це випромінювання, що падає зовні (дивись рисунок 9.2). Частина падаючого випромінювання в кількості $E_{\text{пог}} = A_1 E_2$ поглинається тілом – це поглинуте випромінювання; інша частина – в кількості $E_{\text{від}} = R_1 E_2 = (1 - A_1) E_2$ – відбивається – це відбите випромінювання (тут A_1 та $R_1 = 1 - A_1$ – відповідно коефіцієнти поглинання та відбиття тіла).

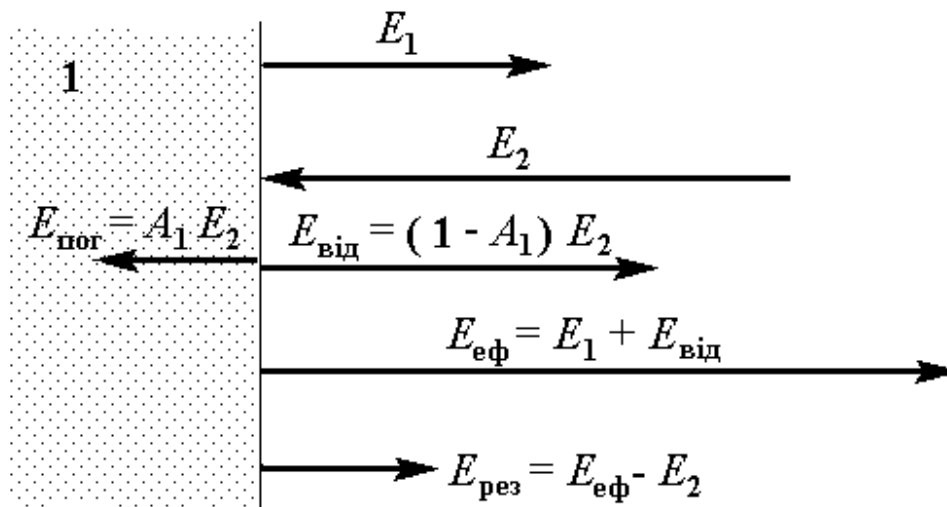


Рисунок 9.2 – Схема різновидів випромінювання

Власне випромінювання тіла в сумі з відбитим (тобто повне випромінювання, що йде від поверхні тіла) називається **ефективним випромінюванням** тіла, і його питомий потік дорівнює:

$$E_{\text{еф}} \equiv E_1 + E_{\text{від}} = E_1 + (1 - A_1) \cdot E_2. \quad (9.7)$$

Це фактичне випромінювання тіла, що ми відчуваємо або вимірюємо приладами. Його питомий потік більше питомого потоку власного випромінювання на величину $(1 - A_1) \cdot E_2$. Ефективне випромінювання залежить від фізичних властивостей та температури не тільки тіла, що випромінює, але й інших ото-

чуючих його тіл, а також від форми, розмірів та відносного розташування тіл у просторі. Спектри власного випромінювання та випромінювання, що падає, є різними, але при розгляді енергетичної сторони питання розбіжність не має значення.

Результуюче випромінювання (що характеризується питомим потоком $E_{\text{рез}}$) являє собою різницю між ефективним випромінюванням, яке йде від тіла ($E_{\text{еф}}$) та до нього (E_2). Можна показати, що результуюче випромінювання також дорівнює різниці між власним випромінюванням (E_1) та тією частиною зовнішнього випромінювання, що поглинається даним тілом ($E_{\text{пог}} = A_1 E_2$). Таким чином

$$E_{\text{рез}} \equiv E_{\text{еф}} - E_2 = E_1 - A_1 \cdot E_2. \quad (9.8)$$

Величина $E_{\text{рез}}$ визначає результуючий питомий потік енергії, який дане тіло передає оточуючим його тілам у процесі променистого теплообміну. Якщо величина $E_{\text{рез}} < 0$, то це значить, що тіло у променистому теплообміні одержує енергію, за зворотної умови ($E_{\text{рез}} > 0$) – тіло енергію віддає.

9.1.2 Основні закони теплового випромінювання

9.1.2.1 Закон Планка

Закон Планка – це закон, що описує спектральну густину випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла. Відповідно до закону Планка ця функція має вид:

$$E_{0\lambda}(\lambda, T) = \frac{c_1 \cdot \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1}, \text{ Вт/м}^3, \quad (9.9)$$

де коефіцієнти $c_1 = 3.74 \cdot 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$, $c_2 = 1.44 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$ є світовими константами. (Тут і далі у цій главі індексом 0 ми будемо позначати величини, які мають відношення до абсолютно чорного тіла.) Графіки $E_{0\lambda}(\lambda, T)$ для кількох значень абсолютної температури наведено на рисунку 9.3.

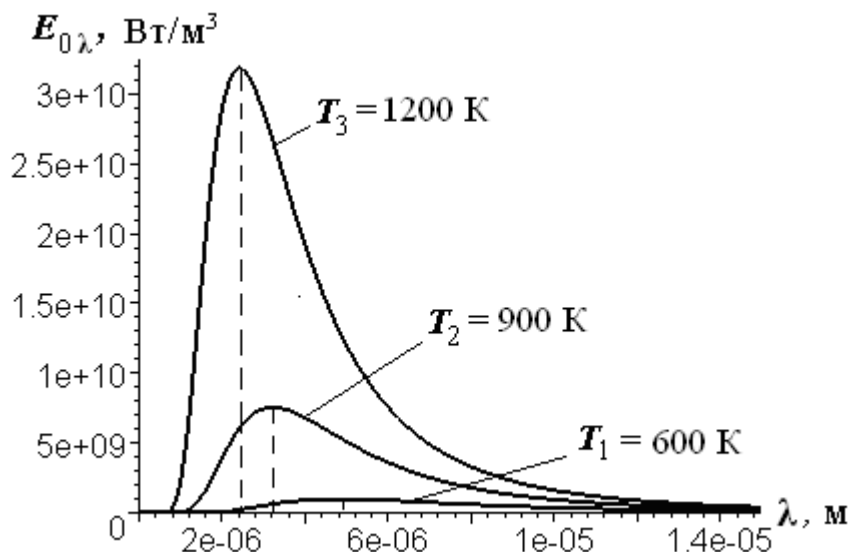


Рисунок 9.3 – Графіки спектральної густини випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла

9.1.2.2 Закон Віна

З рисунка 9.3 видно, що при $\lambda = 0$ відповідна енергія дорівнює 0. Далі зі збільшенням λ функція $E_{0\lambda}(\lambda, T)$ росте і за деякого значення $\lambda = \lambda_{\max}(T)$ досягає свого максимуму, після чого зменшується і при $\lambda \rightarrow \infty$ знову стає рівною 0. З підвищенням температури максимум випромінювальної здатності переміщується в бік більш коротких довжин хвиль.

Співвідношення, що встановлює зв'язок між абсолютною температурою T і величиною $\lambda_{\max}$ у спектральній густині випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, називається **законом Віна**. Його аналітичний вираз має вигляд:

$$\lambda_{\max} = \frac{2.9}{T}, \text{ мм.} \quad (9.10)$$

З рисунка 9.3 видно, що за температур, з якими мають справу в техніці, енергія видимого випромінювання ($\lambda = 0.4 \div 0.8$ мкм), у порівнянні з енергією інфрачервоного випромінювання ($\lambda = 0.8 \div 800$ мкм), є нехтовно малою.

Для реальних тіл залежність густини випромінювання від довжини хвиль та температури може бути встановлена на основі експериментального визначення їхнього спектра. Якщо спектр випромінювання тіла є неперервним та крива $E_{\lambda}(\lambda, T) = f(\lambda, T)$ залежності від довжини хвилі λ є подібною відповідній кривій для абсолютно чорного тіла за такої ж температури, тобто для всіх довжин хвиль $E_{\lambda}(\lambda, T)/E_{0\lambda}(\lambda, T) = \text{const}$, то таке випромінювання називається **сірим** (саме таким вважають випромінювання багатьох технічних матеріалів).

Величина

$$\varepsilon(T) \equiv \frac{E_{\lambda}(\lambda, T)}{E_{0\lambda}(\lambda, T)}$$

має назву **ступінь чорноти тіла** або **відносна випромінювальна здатність тіла**. Значення ступеня чорноти ε залежить від матеріалу, стану і температури випромінювальної поверхні. Величина ε наведена у таблицях і може набувати значень в межах від 0 до 1.

9.1.2.3 Закон Стефана–Больцмана

Площа на рисунку 9.3, що обмежена кривою $T = \text{const}$, віссю абсцис та координатами λ та $\lambda + d\lambda$, (у відповідності до визначення спектральної густини випромінювання (9.3)), дає питомий потік енергії dE_0 , що випромінюється відповідною ділянкою довжин хвиль завширшки $d\lambda$, отже, $dE_0 = E_{0\lambda} d\lambda$. Через це повний питомий потік променистої енергії, що випромінюється всім діапазоном хвиль, очевидно, дорівнює:

$$E_0(T) = \int_0^{\infty} E_{0\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{c_1 \cdot d\lambda}{\lambda^5 \cdot \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1 \right]}.$$

Взявши останній інтеграл, отримуємо відому формулу:

$$E_0(T) = \sigma_0 \cdot T^4 = C_0 \cdot (T/100)^4, \text{ Вт/м}^2 \quad (9.11)$$

де σ_0 та C_0 – відповідно, константа та коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла:

$$C_0 \equiv \sigma_0 \cdot 10^8 = 5.67 \text{ Вт/(м}^2 \text{ К}^4\text{)}.$$

Формула (9.11) виражає **закон Стефана–Больцмана**. Він встановлює залежність випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від його температури.

Випромінювальну здатність реальних тіл визначають як характеристику сірого тіла. В такому випадку застосовують співвідношення:

$$E(T) = C \cdot (T/100)^4, \text{ Вт/м}^2, \quad (9.12)$$

в якому фактично вводять **коефіцієнт випромінювання** C . Останній визначають експериментально. Для різноманітних тіл коефіцієнт випромінювання C є

різним. Його значення залежить від природи тіла, стану та температури поверхні, причому величина C може змінюватися в межах від 0 до C_0 . Неважко побачити, що для сірого тіла виконуються співвідношення

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{C}{C_0},$$

тобто формулі (9.12) можна надати вигляду:

$$E = \varepsilon \cdot C_0 \cdot (T/100)^4, \text{ Вт/м}^2. \quad (9.13)$$

9.1.2.4 Закон Кірхгофа

Закон Кірхгофа встановлює зв'язок між випромінювальною та поглинальною здатністю тіла. Цей зв'язок можна отримати, розглядаючи у стані термодинамічної рівноваги променистий теплообмін між поверхнями тіл.

Закон Кірхгофа формулюється так: *за термодинамічної рівноваги відношення випромінювальної здатності до коефіцієнта поглинання для всіх тіл є однаковим і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла за такої самої температури*. Інакше кажучи, виконуються співвідношення:

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \dots = E_0(T),$$

або

$$\frac{C_1}{A_1} = \frac{C_2}{A_2} = \frac{C_3}{A_3} = \dots = C_0, \text{ чи } \frac{\varepsilon_1}{A_1} = \frac{\varepsilon_2}{A_2} = \frac{\varepsilon_3}{A_3} = \dots = 1.$$

Як ми бачимо, за термодинамічної рівноваги коефіцієнт поглинання та ступінь чорноти тіла чисельно співпадають. Таким чином, із закону Кірхгофа випливає, що випромінювальна здатність тіла тим більше, чим більше його поглинальна здатність. Наслідком закону Кірхгофа також є твердження, що *випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла за будь-якої температури є максимальною*.

9.1.2.5 Закон Ламберта

Закон Стефана–Больцмана визначає загальний потік енергії, що випромінюється абсолютно чорним тілом у всіх напрямках. Кожний напрямок визначається кутом φ , що він утворює з нормаллю $\mathbf{n}$ до поверхні (дивись рисунок 9.4). Розподіл інтенсивності випромінювання за окремими напрямками визначається **законом Ламберта**. Згідно цього закону, потік енергії d^2Q_φ , що випромінюється

ся елементом поверхні (площею dF_1) в напрямку, який визначається просторовим кутом $d\Omega$, є пропорційним значенню потоку енергії, що випромінюється по нормалі $E_n dF_1$, помноженому на величини просторового куту $d\Omega$ та $\cos\varphi$, тобто

$$d^2Q_\varphi = E_n \cdot dF_1 \cdot d\Omega \cdot \cos \varphi, \quad (9.14)$$

де E_n – питомий потік, який випромінюється в напрямку нормалі $\mathbf{n}$.

Отже, найбільший потік енергії випромінюється у напрямку нормалі, який задається рівністю $\varphi = 0^\circ$. Зі збільшенням кута φ потік енергії, що випромінюється, зменшується і при $\varphi = 90^\circ$ він стає рівним 0.

Для визначення E_n необхідно рівняння (9.14) проінтегрувати по поверхні напівсфери, що лежить над площадкою dF_1 , і отриманий вираз прирівняти до випромінювальної здатності (9.13).

В результаті отримаємо

$$E_n = \frac{E}{\pi} = \frac{\varepsilon}{\pi} \cdot C_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4,$$

що після підстановки в рівняння (9.14) дає формулу:

$$d^2Q_\varphi = \frac{E}{\pi} dF_1 d\Omega \cos \varphi = \frac{\varepsilon}{\pi} \cdot C_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4 dF_1 d\Omega \cos \varphi. \quad (9.15)$$

Це рівняння служить основою для розрахунку променистого теплообміну між поверхнями довільної форми. Закон Ламберта в точності виконується тільки для абсолютно чорних тіл. Для шорсткуватих тіл цей закон підтверджується лише для напрямків із $\varphi = 0 \div 60^\circ$.

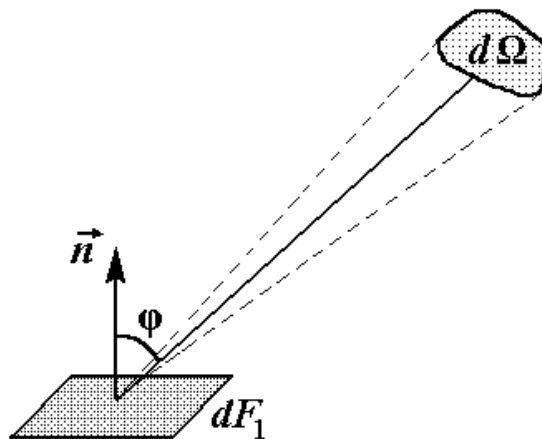


Рисунок 9.4 – Геометрія закону Ламберта

9.2 Променистий теплообмін у прозорому середовищі

Знаючи закони випромінювання, поглинання та відбиття, а також залежність випромінювання від напрямку, можна вивести розрахункові формули, що описують променистий теплообмін між довільними тілами.

У технічних розрахунках звичайно вимагається розраховувати променистий теплообмін між тілами, температура, форма поверхні, розміри та оптичні властивості яких відомі (це так звана пряма задача). Перейдемо до розгляду найбільш поширених ситуацій.

9.2.1 Променистий теплообмін між паралельними площинами

Розглянемо спочатку теплообмін випромінюванням у системі двох тіл із нескінченними плоско-паралельними поверхнями, спектр випромінювання яких є сірим. Температура, випромінювальна здатність та коефіцієнт поглинання цих поверхонь відповідно дорівнюють T_1 , E_1 , A_1 та T_2 , E_2 , A_2 (дивись рисунок 9.5).

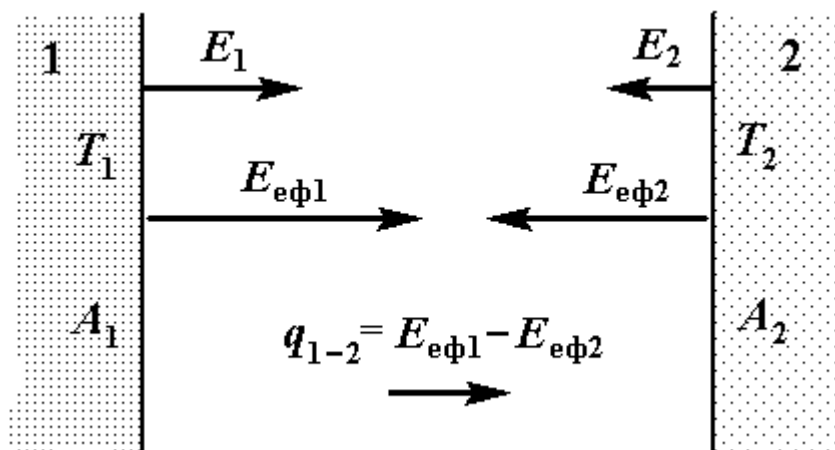


Рисунок 9.5 – Схема променистого теплообміну між паралельними площинами 1 та 2

Розглянувши ефективні променисті потоки від першої та другої поверхонь, згідно з формулою (9.7), можемо записати співвідношення:

$$E_{\text{еф}1} = E_1 + (1 - A_1) \cdot E_{\text{еф}2};$$

$$E_{\text{еф}2} = E_2 + (1 - A_2) \cdot E_{\text{еф}1}.$$

Останню систему легко розв'язати відносно $E_{\text{еф}1}$ та $E_{\text{еф}2}$:

$$E_{\text{эф1}} = \frac{E_1 + (1 - A_1) \cdot E_2}{1 - (1 - A_1) \cdot (1 - A_2)}, \quad E_{\text{эф2}} = \frac{E_2 + (1 - A_2) \cdot E_1}{1 - (1 - A_1) \cdot (1 - A_2)}.$$

Оскільки середовище між площинами є прозорим, результуючий променистий потік, який виходить із першої площини, співпадає (за абсолютною величиною) з результуючим потоком, який падає на другу площину, і дорівнює

$$q_{1-2} \equiv E_{\text{рез1}} = -E_{\text{рез2}} = E_{\text{эф1}} - E_{\text{эф2}},$$

і тому

$$q_{1-2} = \frac{A_2 E_1 - A_1 E_2}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}.$$

З урахуванням наслідків закону Кірхгофа ($A = \varepsilon$) та закону Стефана–Больцмана (9.13) останнє співвідношення представимо у вигляді:

$$q_{1-2} = \varepsilon_{3B} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2, \quad (9.16)$$

де величина ε_{3B} має назву **зведеного ступеня чорноти системи**. У даному випадку

$$\varepsilon_{3B} = \varepsilon_{1-2} = \left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right]^{-1}. \quad (9.17)$$

(Тут і далі вираз ε_{i-j} означає

$$\varepsilon_{i-j} \equiv \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_j} - 1} = \varepsilon_{j-i}, \quad (9.18)$$

де ε_i та ε_j – ступені чорноти поверхонь, що позначені індексами i та j .)

9.2.2 Теплообмін між тілами, одне з яких розташоване всередині другого

Розглянемо стаціонарний теплообмін між тілами, одне з яких розташоване всередині другого (дивись рисунок 9.6). Нехай внутрішнє тіло 1 випукле (з площею поверхні F_1), а тіло 2, що оточує тіло 1, має довільну поверхню (із площею F_2). Температури тіла та оболонки дорівнюють T_1 та T_2 , а ступені чорноти – ε_1 та ε_2 , відповідно. Середовище, що знаходиться у просторі між тілами 1 та 2, діатермічне.

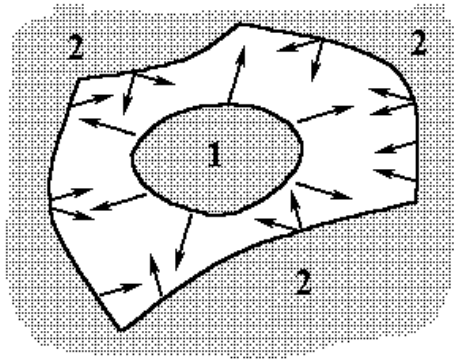


Рисунок 9.6 – Схема променистого теплообміну між тілом 1 і його оболонкою 2

Як можна довести, у цьому випадку розрахункова формула має вигляд:

$$Q_{1-2} = \varepsilon_{\text{зв}} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot F_1, \text{ Вт}, \quad (9.19)$$

де Q_{1-2} – результуючий променистий потік, що йде від тіла 1 на оболонку 2, а $\varepsilon_{\text{зв}}$ – зведений ступінь чорноти системи. Він розраховується за формулою:

$$\varepsilon_{\text{зв}} = \left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (9.20)$$

9.2.3 Променистий теплообмін між тілами довільної форми, що оточені прозорим середовищем

Розглянемо у стаціонарних умовах теплообмін між двома абсолютно чорними тілами довільної форми, що мають ізотермічні поверхні з площами F_1 та F_2 та температурами T_1 та T_2 , відповідно (дивись рисунок 9.7). Простір між тілами заповнено діатермічним середовищем. Визначимо результуючий тепловий потік Q від першого тіла до другого при $T_1 > T_2$.

Маючи на меті використати закон Ламберта, розіб'ємо вихідні поверхні на елементарні площини з площами dF_1 та dF_2 . Центри O_1 та O_2 цих площин з'єднаємо прямою O_1O_2 , довжину якої позначимо r . Нехай φ_1 та φ_2 – кути між нормальними до відповідних площин та прямою O_1O_2 .

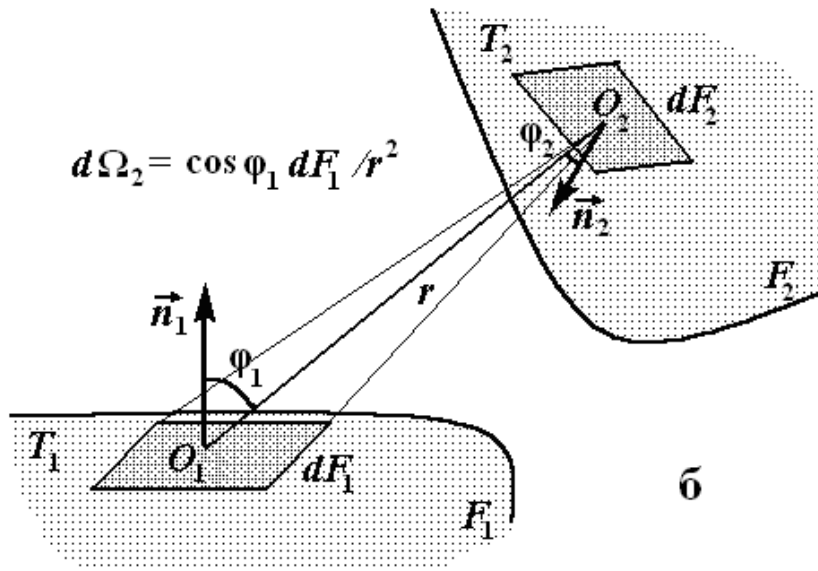
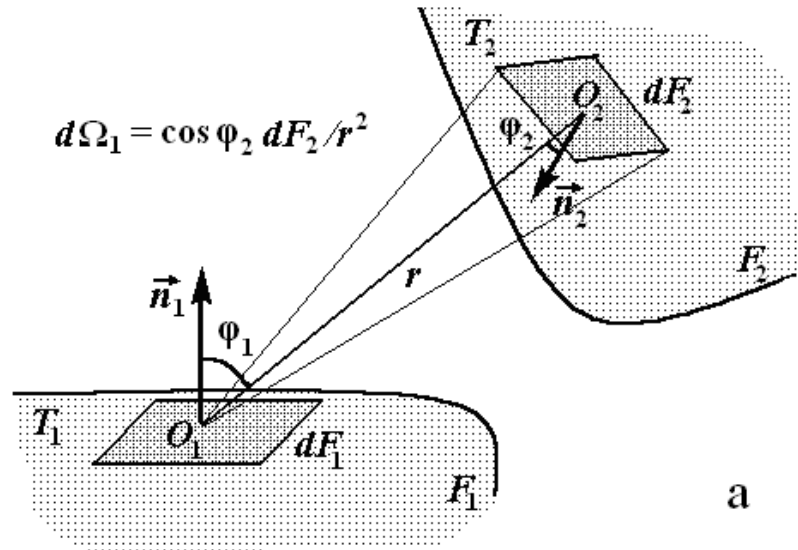


Рисунок 9.7 – Схема променистого теплообміну між поверхнями, що довільно розташовані у просторі

Біля прямої O_1O_2 побудуємо елементарний просторовий кут $d\Omega_1$ з верхівкою в точці O_1 (дивись рисунок 9.7,а). Тоді, згідно закону Ламберта, потік променистої енергії d^2Q_1 , що випромінює площа dF_1 в елементарний просторовий кут $d\Omega_1$, дорівнює:

$$d^2Q_1 = E_{0n1} \cdot dF_1 \cdot d\Omega_1 \cdot \cos\varphi_1, \quad (9.21)$$

де E_{0n1} – питомий потік, що випромінює площа dF_1 в напрямку нормалі до неї:

$$E_{0n1} = \frac{E_{01}}{\pi} = \frac{C_0}{\pi} \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4.$$

Елементарний просторовий кут $d\Omega_1$ має величину:

$$d\Omega_1 = \cos\varphi_2 \cdot dF_2 / r^2,$$

що дає змогу надати виразу (9.21) вигляду:

$$d^2Q_1 = C_0 \cdot \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \frac{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}{\pi \cdot r^2} \cdot dF_1 \cdot dF_2, \text{ Вт.}$$

Цей потік поглинається площею dF_2 . Аналогічно потік енергії, що випромінюється площиною dF_2 і поглинається площиною dF_1 (дивись рисунок 9.7,б), дорівнює:

$$d^2Q_2 = C_0 \cdot \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \frac{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}{\pi \cdot r^2} \cdot dF_1 \cdot dF_2.$$

Таким чином, результуючий променистий потік тепла між площинами dF_1 та dF_2 буде мати величину $d^2Q = d^2Q_1 - d^2Q_2$, тобто

$$d^2Q = C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \frac{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}{\pi \cdot r^2} \cdot dF_1 \cdot dF_2.$$

Інтегруючи останній вираз по поверхнях F_1 і F_2 обох тіл, отримуємо шукану величину:

$$Q = C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} dF_2 \cdot \frac{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}{\pi \cdot r^2}, \text{ Вт,} \quad (9.22)$$

або

$$Q = C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot H_{1-2}, \text{ Вт,} \quad (9.23)$$

де H_{1-2} – *взаємна поверхня випромінювання тіл 1 та 2*:

$$H_{1-2} = H_{2-1} \equiv \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} dF_2 \cdot \frac{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}{\pi \cdot r^2}, \text{ м}^2. \quad (9.24)$$

Величину H_{1-2} можна представити у вигляді

$$H_{1-2} = F_1 \psi_{1-2} = F_2 \psi_{2-1}, \quad (9.25)$$

де ψ_{1-2} (ψ_{2-1}) – *середній по поверхні 1 (2) коефіцієнт опромінення тіла 1 (2) на тіло 2 (1)*.

Коефіцієнт опромінення ще носить назву *кутового коефіцієнта*. За фізичним змістом коефіцієнт опромінення ψ_{1-2} – відношення частки ефективного випромінювання поверхні F_1 , що падає на поверхню F_2 , до всього випромінювання поверхні F_1 . Ця обставина означає, що мають місце обмеження:

$$0 \leq \psi_{1-2} \leq 1.$$

Більше того, неважко показати, що у замкненій системі з N поверхонь має місце рівність:

$$\sum_{k=1}^N \psi_{i-k} = 1.$$

Тут індекси i та k нумерують поверхні, а ψ_{i-k} – середній коефіцієнт опромінення між відповідними поверхнями. Дана рівність відображає ту обставину, що у замкненій системі енергія, що випромінюється з i -ої поверхні, цілком розподіляється по N поверхнях системи.

Значення ψ_{1-2} залежать від форми та взаємного розташування тіл. Для типових випадків їх наведено в довідкових таблицях.

Якщо розглядати променистий теплообмін довільних сірих (а не тільки абсолютно чорних) тіл, то необхідно враховувати переопромінення. Це значно ускладнює розгляд проблеми. Так, наприклад, в замкненій системі, що складається лише з двох сірих тіл довільної форми, результуючий променистий потік, що йде від поверхні тіла 1, визначається за формулою:

$$Q_1 = \varepsilon_{3B} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot H_{12}, \text{ Вт}, \quad (9.26)$$

де ε_{3B} – зведений ступінь чорноти системи. Він дорівнює:

$$\varepsilon_{3B} = \left[1 + \psi_{1-2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \psi_{2-1} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (9.27)$$

де $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – ступені чорноти тіл 1, 2.

Останні співвідношення описують, зокрема, випадок тіла в оболонці. У цьому разі $\psi_{1-2} = 1$ (тому, згідно з визначенням (9.25), $\psi_{2-1} = F_1/F_2$) і формули (9.26), (9.27) переходять у (9.19), (9.20).

де

$$q_{\max} \equiv \varepsilon_{\text{зв}} \cdot C_0 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2.$$

Лекція 10. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

10.1 Загальні положення. Поняття про теплопередачу

До даного моменту ми розглядали елементарні механізми передачі тепла або в єдиному середовищі з температурною неоднорідністю, або на границі середовищ з різною температурою – теплопровідність, конвекцію, випромінювання. Однак звичайна практика ставить більш складні задачі. Однією з таких задач є розрахунок характеристик процесу теплообміну між двома теплоносіями, відокремленими один від одного стінкою. Такий процес називається теплопередачею або *складним теплообміном*. Отже, *теплопередача* – процес передачі теплоти від гарячого теплоносія до холодного крізь стінку, що розділяє ці теплоносії. *Теплоносіями* називають речовини (звичайно це гази чи рідини), між якими відбувається теплопередача.

Існує маса прикладів цього процесу. Так, теплопередача здійснюється в рекуперативних теплообмінних апаратах (у яких тепло передається від гарячих газів до рідини, що тече по трубах), у нагрівачах (типу батарей водяного опалення, в яких тепло переходить від гарячої води до повітря), у радіаторах систем охолодження, у топкових котлах (в яких енергія переходить від гарячих продуктів горіння, наприклад, до водяної пари).

Розуміння законів складного теплообміну важливо для пожежної практики, особливо для пожежної профілактики, у чому можна переконатися, займаючись пожежною профілактикою технологічних процесів виробництва або пожежною профілактикою у будівництві.

Причини такого становища двоякі. З одного боку, будь-яка пожежа супроводжується процесом теплопередачі. (Наприклад, передача тепла з палаючого приміщення в сусіднє крізь стінку, що їх розділяє, або передача тепла від факела на палаючому резервуарі до нафтопродуктів, що знаходяться усередині сусіднього резервуара.) З іншого боку, до створення пожежонебезпечної ситуації може призвести невірна експлуатація теплообмінних апаратів. (Яскравим прикладом є виникнення великої пожежі на Лисичанському нафтопереробному комбінаті. Пожежа виникла в результаті порушення режиму експлуатації теп-

лообмінника, в якому димові гази нагрівали нафтопродукт крізь поділяючу стінку. Ланцюжок процесів, який призвів до аварії, мав структуру: зменшення витрати нафтопродукту => зменшення тепловідводу від поділяючої стінки => нагрівання поділяючої стінки => утворення нагару нафтопродукту на стінці => збільшення теплоопору стінки => подальше зменшення тепловідводу від стінки => подальше підвищення температури стінки => прогар стінки => зустріч нафтопродукту з гарячими газами і його запалення, яке супроводжувалось вибухом.)

Розглянемо теплопередачу з формальної сторони. Є два носії тепла – 1 та 2 (як і в конвекційному теплообміні, їх називають рідинами) з температурами t'_f і t''_f (нехай $t'_f > t''_f$). Ці рідини розділені стінкою. Нас цікавить потік тепла Q між теплоносіями. Природно його вважати пропорційним різниці температур теплоносіїв $\Delta t = t'_f - t''_f$ (нагадуємо, що остання носить назву **температурного напору** (дивись також [пункт 14.2.2](#))) і величині площі F поверхні розділу:

$$Q \sim \Delta t \cdot F, \text{ Вт.}$$

Якщо записати останнє співвідношення як рівність, то воно набуде вигляду **основного рівняння теплопередачі**

$$Q = K \cdot \Delta t \cdot F, \text{ Вт,} \quad (10.1)$$

або

$$q = K \cdot \Delta t, \text{ Вт/м}^2,$$

де $q = Q/F$ – середній питомий тепловий потік.

Це рівняння описує стаціонарний (тобто незмінний у часі) процес теплопередачі, який ми і будемо розглядати в даній главі. Величина K називається **коефіцієнтом теплопередачі**:

$$K \equiv Q / (\Delta t \cdot F), \text{ Вт/(м}^2 \text{ К)}. \quad (10.2)$$

За змістом K – це величина теплового потоку крізь 1 м² поверхні теплопередачі за різниці температур теплоносіїв у 1 градус.

Використаємо поняття **термічного опору теплопередачі** R . Це величина є обернено пропорційною коефіцієнту теплопередачі:

$$R = 1/K, \text{ м}^2 \text{ К/Вт.} \quad (10.3)$$

З використанням термічного опору запис рівняння теплопередачі матиме форму, що повністю збігається із законом Ома для ланцюга постійного електричного струму (якщо розглядати температурний напір як електричну напругу, а потік тепла – як силу електричного струму):

$$q = \Delta t / R, \text{ Вт/м}^2. \quad (10.4)$$

Із процесами теплопередачі звичайно пов'язані задачі трьох типів:

1) за відомих температур теплоносіїв і геометрії поверхні теплопередачі визначається потік тепла Q між теплоносіями;

2) за відомого потоку і температурами теплоносіїв визначається необхідна поверхня теплообміну F ;

3) за відомих потоку, геометрії й температури одного з теплоносіїв визначається температура другого теплоносія або температура стінки (що може бути необхідним, наприклад, для з'ясування виконання умов пожежної безпеки).

Для розв'язання всіх цих задач необхідно знати величину коефіцієнта теплопередачі. Одна з основних цілей цієї глави – показати, як пов'язана ця характеристика з коефіцієнтами тепловіддачі від теплоносіїв до стінки та геометричними і теплофізичними характеристиками стінки.

Перш ніж приступити до цього розрахунку, нагадаємо, що стаціонарність процесів теплопередачі накладає умови на просторовий розподіл теплового потоку. Відповідний аналіз проведено на початку глави 6. Там показано, що в умовах стаціонарності потік тепла, який втікає в деяку замкнуту область, збігається з потоком тепла, що витікає з цієї області (за умови відсутності джерел тепла усередині). Для такого потоку виконується співвідношення:

$$Q = \text{const.} \quad (10.5)$$

Остання формула означає просторову незмінність поверхневої густини потоку (питомого потоку) q за умови площинної симетрії:

$$q = \text{const}, \quad (10.6)$$

або лінійної густини потоку q_l у циліндричному випадку:

$$q_l = \text{const.} \quad (10.7)$$

10.2 Теплопередача крізь плоску стінку

10.2.1 Розрахунок густини теплового потоку

Розглянемо плоску однорідну необмежену стінку. (Нагадаємо, що їй відповідають реальні стінки, якщо розміри і радіуси кривизни їх площин значно перевищують товщину стінки.) Нехай стінка має товщину δ і складена з мате-

ріалу з коефіцієнтом теплопровідності λ . З одного боку, її омиває рідина з температурою t'_f і відповідний коефіцієнт тепловіддачі дорівнює α_1 ; з іншого боку, стінка контактує з теплоносієм, що має температуру t''_f , і відповідний коефіцієнт тепловіддачі дорівнює α_2 (дивись рисунок 10.1).

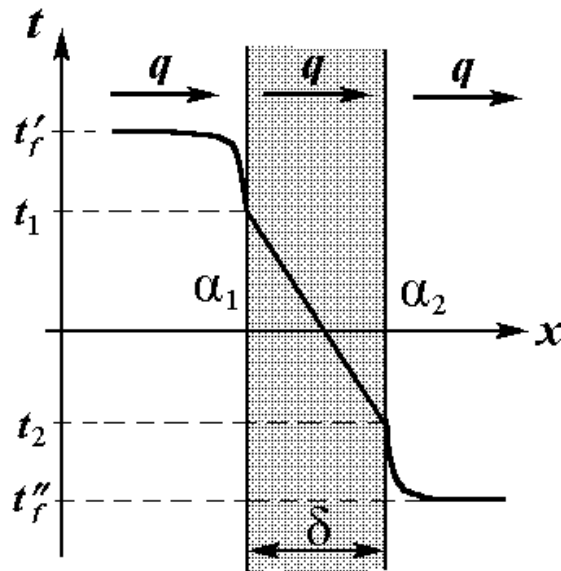


Рисунок 10.1 – Схема розподілу температури при теплопередачі крізь однорідну плоску стінку

Область, що відповідає стінці, заштриховано

Якщо крізь систему йде стаціонарний потік із поверхневою густиною q , то, використовуючи просторову незмінність стаціонарного потоку, можна записати:

– рівняння тепловіддачі на одній поверхні стінки (дивись рисунок 10.1):

$$q = \alpha_1 \cdot (t'_f - t_1) \quad \Leftrightarrow \quad t'_f - t_1 = q / \alpha_1, \quad (10.8, a)$$

– рівняння теплопровідності скрізь стінку:

$$q = \lambda / \delta \cdot (t_1 - t_2) \quad \Leftrightarrow \quad t_1 - t_2 = q \cdot \delta / \lambda, \quad (10.8, б)$$

– рівняння тепловіддачі на протилежній поверхні стінки:

$$q = \alpha_2 \cdot (t_2 - t''_f) \quad \Leftrightarrow \quad t_2 - t''_f = q / \alpha_2, \quad (10.8, в)$$

де t_1 і t_2 – температури на відповідних поверхнях стінки.

Склавши, з урахуванням останніх рівнянь, температурні напори простих процесів $((t'_f - t_1) + (t_1 - t_2) + (t_2 - t''_f))$, отримаємо вираз для температурного напору процесу теплопередачі:

$$\Delta t \equiv t'_f - t''_f = q \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right).$$

Це співвідношення і є шуканим рівнянням теплопередачі. Його стандартна форма запису має вигляд:

$$q = \frac{t'_f - t''_f}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = K \cdot \Delta t, \quad (10.9)$$

тобто коефіцієнт теплопередачі одношарової плоскої стінки дорівнює:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1}. \quad (10.10)$$

Якщо використати поняття – **термічний опір тепловіддачі**:

$$R_\alpha = 1/\alpha, \quad (10.11)$$

позначити термічні опори тепловіддачі по різні боки стінки:

$$R_{\alpha 1} = 1/\alpha_1, \quad R_{\alpha 2} = 1/\alpha_2$$

і згадати, що термічний опір теплопровідності дорівнює (дивись (6.17))

$$R_\lambda = \delta/\lambda,$$

то легко побачити, що термоопір теплопередачі R (дивись (10.3)) крізь одношарову плоску стінку дорівнює сумі термічних опорів всіх послідовних процесів передачі тепла від однієї рідини до іншої. Таким чином, згідно з формулою (10.10):

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = R_{\alpha 1} + R_\lambda + R_{\alpha 2}, \text{ м}^2 \text{ К/Вт}. \quad (10.12)$$

Для визначення температур (t_1 та t_2) на поверхнях стінки необхідно підставити знайдене значення питомого потоку q у раніше виписані співвідношення (10.8,а) та (10.8,б):

$$t_1 = t'_f - q/\alpha_1, \quad \text{або} \quad t_1 = t'_f - q \cdot R_{\alpha 1},$$

$$t_2 = t_1 - q \cdot \delta/\lambda = t'_f - q \cdot (1/\alpha_1 + \delta/\lambda),$$

або

$$t_2 = t_1 - q R_\lambda = t'_f - q \cdot (R_\lambda + R_{\alpha 1}).$$

Температуру t_2 також можна пов'язати з температурою t''_f другого теплоносія. Для цього зручно використати рівняння (10.8,в):

$$t_2 = t''_f + q/\alpha_2, \quad \text{або} \quad t_2 = t''_f + q \cdot R_{\alpha 2}.$$

Глава 11. ТЕПЛООБМІННІ АПАРАТИ

Теплообмінним апаратом (або **теплообмінником**) називається прилад для передачі тепла від одного теплоносія до іншого.

Середовище з більш високою температурою на вході до апарата називається **первинним** або **гарячим теплоносієм**, відповідно, середовище з більш низькою температурою на вході до апарата має назву **вторинного** або **холодного теплоносія**.

До теплообмінних апаратів відносяться парові котли, паропідігрівники, конденсатори теплових електростанцій (ТЕС), сушилки різних типів, випарні установки, апарати хімічної промисловості і так далі. Ці установки широко використовують в різноманітних технологічних процесах.

При порушенні номінальних режимів роботи в багатьох теплообмінних апаратах можуть утворюватися умови, які сприяють виникненню пожежо- та вибухонебезпечної ситуації. Наприклад, при роботі паропідігрівника на сучасних ТЕС значення температури пари досягають 530°C і можуть піднятися до небезпечних у пожежному відношенні значень, що може привести до займання матеріалів та речовин, які знаходяться біля апарату; або в хімічній промисловості в якості теплоносіїв використовують органічні рідини, що здатні самоспалахувати при контакті з повітрям, який трапляється при розгерметизації.

11.1 Класифікація теплообмінників

За принципом дії всі теплообмінні апарати поділяються на поверхневі та змішувальні. Окреме місце займають теплообмінники з внутрішніми джерелами тепла.

До **поверхневих теплообмінників** відносяться рекуператори та регенератори, в яких тепло від первинного до вторинного теплоносія передається із використанням поверхні теплообміну.

В *рекуператорах (рекуперативних теплообмінних апаратах)* тепло передається від гарячого до холодного теплоносія крізь тверду стінку (поверхню теплообміну). До них відносяться, наприклад, пароперегрівачі, парогенератори, конденсатори, дистилятори, батареї центрального опалення та інші.

В рекуперативних теплообмінниках у робочих режимах відбувається стаціонарний теплообмін.

В *регенераторах (регенеративних теплообмінних апаратах)* одна й та ж сама поверхня через певні інтервали часу омивається то гарячим, то холодним теплоносієм. Такими є, наприклад, регенератори мартенівських та доменних печей.

В регенераторі мають місце нестационарні процеси теплопереносу – при нагріванні тепло акумулюється спеціальною насадкою, а потім віддається холодному теплоносію.

У *змішувальних теплообмінних апаратах* теплообмін відбувається при безпосередньому змішуванні гарячих та холодних рідин. Це, наприклад, скрубери, градирні ТЕС, де вода охолоджується повітрям, бойлери, в яких підігрів води здійснюється паром, та інші.

В *теплообмінниках з внутрішніми джерелами тепла* підігрів теплоносія здійснюють спеціальні нагрівачі, наприклад, ядерні реактори, електронагрівачі.

11.2 Рекуперативні теплообмінні апарати

Найбільш широке розповсюдження у техніці отримали рекуперативні теплообмінні апарати. Існують рекуператори з різноманітними схемами руху теплоносіїв.

11.2.1 Схеми руху теплоносіїв

Найпростішими схемами руху теплоносіїв є *прямоплив*, коли теплоносії рухаються паралельно в одному напрямку, і *протиплив*, у якому теплоносії рухаються в протилежному напрямку (дивись рисунок 11.1).

На практиці найчастіше зустрічаються більш складні схеми руху рідини, які включають до себе одразу декілька простих схем (рисунок 11.1), таких як перехресний, паралельно-протилежний, багаторазово-перехресний рух теплоносіїв.

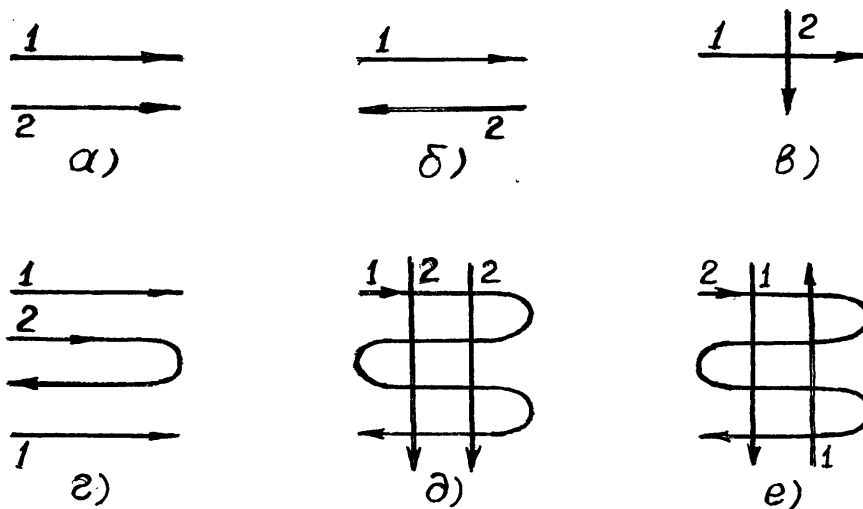


Рисунок 11.1 - Схеми руху теплоносіїв:

а) прямоплив; б) протиплив; в) перехресний рух теплоносіїв; г) паралельно-протилежний рух теплоносіїв; д), е) – багаторазовий перехресний рух теплоносіїв; 1 – гарячий теплоносіїв; 2 – холодний теплоносіїв.

Розглянемо прості схеми руху теплоносіїв – прямоплив та протиплив.

11.2.2 Основні поняття та визначення

Розглянемо найпростішу схему рекуператора типу “труба в трубі” для прямопливу та протипливу (дивись рисунок 11.2).

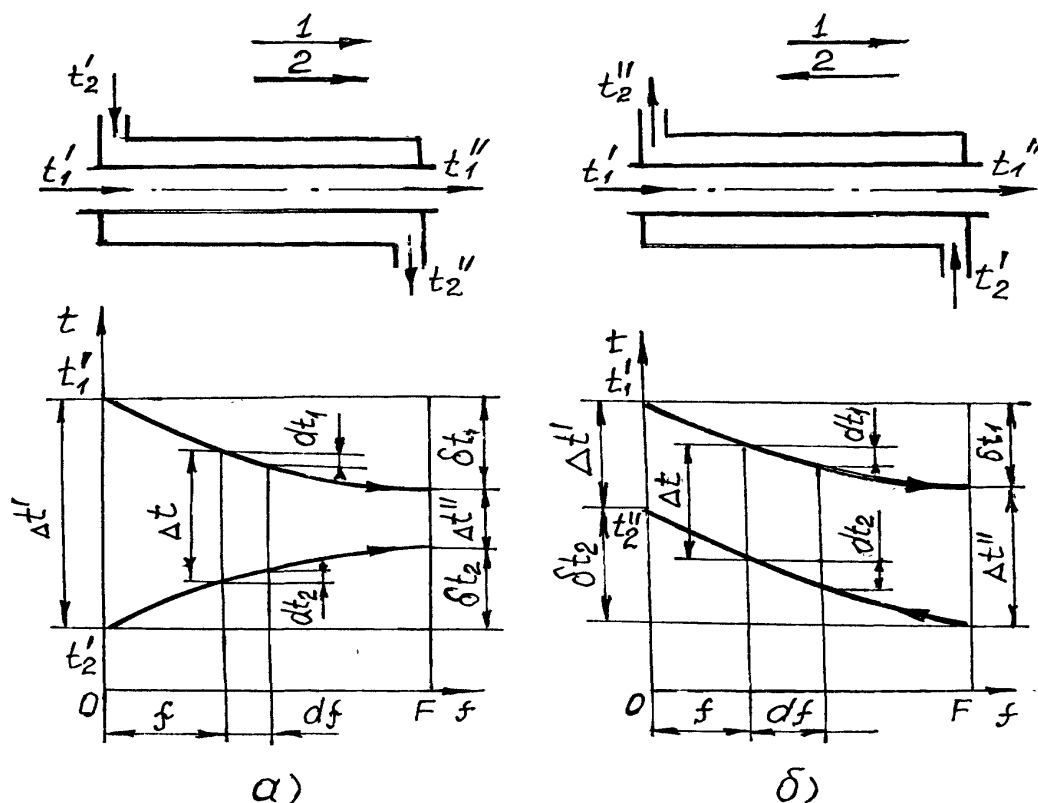


Рисунок 11.2 - Схема рекуператора типу “труба в трубі” та розподіл температур

по тракту теплообмінного апарата для прямопливу (а) та протипливу (б)

На рисунку 11.2 (а, б) наведені зміни температур по тракту теплообмінника для первинного (гарячого) теплоносія t_1 , та вторинного (холодного) теплоносія t_2 для прямопливної та протипливної схеми. При цьому прийняті такі позначки:

- індекси 1 та 2 позначають гарячий та холодний теплоносії, відповідно;
- одним штрихом (') позначені температури на вході до теплообмінника, двома (") – температури на виході для відповідного теплоносія;
- f – поточна площа поверхні теплообміну;
- F – площа поверхні теплообміну всього теплообмінного апарата.

Вхід та вихід теплообмінного апарата визначається за рухом гарячого теплоносія.

При розрахунках теплообмінників використовуються такі поняття, як температурний напір та температурний перепад.

Температурний напір – це різниця температур теплоносіїв в довільному перерізі апарата:

$$\Delta t \equiv t_1 - t_2. \quad (11.1)$$

В загальному випадку Δt змінюється вздовж поверхні теплообміну (дивись рисунок 11.2). Розрізняють $\Delta t'$ – температурний напір на вході до теплообмінника, $\Delta t''$ – на виході. Ці величини дорівнюють

- для прямопливу:

$$\Delta t' = t_1' - t_2', \quad \Delta t'' = t_1'' - t_2''; \quad (11.2)$$

- для протипливу:

$$\Delta t' = t_1' - t_2'', \quad \Delta t'' = t_1'' - t_2'. \quad (11.3)$$

Температурним перепадом називається різниця між найбільшою та найменшою температурами теплоносія:

$$\delta t_1 \equiv t_1' - t_1'', \quad (11.4)$$

$$\delta t_2 \equiv t_2'' - t_2'. \quad (11.5)$$

11.2.3 Основні рівняння теплового розрахунку теплообмінних апаратів

В основі теплових розрахунків теплообмінних апаратів лежать два рівняння – теплового балансу та теплопередачі.

11.2.3.1 Рівняння теплового балансу

Зміна ентальпії теплоносія на елементарній поверхні df , внаслідок теплообміну, визначається співвідношенням:

$$dQ = G \cdot di, \quad (11.4)$$

де G – масовий видаток (витрата) теплоносія, кг/с; i – питома ентальпія теплоносія, Дж/кг; Q – тепловий потік, Вт.

Для кінцевих змін ентальпії на поверхні теплообміну F при сталому масовому видатку:

$$Q = G \cdot \int_{i'}^{i''} di = G \cdot (i'' - i'), \quad (11.5)$$

де i' та i'' – початкова та кінцева питома ентальпія теплоносія.

Якщо вважати, що вся теплота від гарячого теплоносія переходить до холодного, тобто збитками тепла в навколишнє середовище можна знехтувати, то рівняння теплового балансу для теплообмінника набуває виду:

$$|dQ_1| = |dQ_2| = |dQ|, \quad (11.6)$$

де dQ_1 – тепло, що віддає гарячий теплоносіє; dQ_2 – тепло, що отримує холодний теплоносіє.

Приймаючи витрати G_1 та G_2 позитивними, можна надати співвідношенню (11.6) більш конкретного вигляду:

$$dQ = -G_1 \cdot di_1 = G_2 \cdot di_2, \quad (11.7)$$

Рівняння (11.7) чинне як за наявності фазових перетворень, так і без них.

У випадку течії газів та рідин без фазових переходів рівняння (11.7) можна записати у вигляді:

$$dQ = -G_1 \cdot c_{p1} \cdot dt_1 = G_2 \cdot c_{p2} \cdot dt_2. \quad (11.8)$$

Якщо припустити, що питомі теплоємності теплоносіїв c_{p1} та c_{p2} сталі, попередні рівняння для всієї поверхні теплообміну можна записати у вигляді:

$$Q = -G_1 \cdot (i_1'' - i_1') = G_2 \cdot (i_2'' - i_2'), \quad (11.9)$$

$$Q = G_1 \cdot c_{p1} \cdot (t_1' - t_1'') = G_2 \cdot c_{p2} \cdot (t_2'' - t_2'), \quad (11.10)$$

або

$$Q = W_1 \cdot \delta t_1 = W_2 \cdot \delta t_2, \quad (11.11)$$

де $W \equiv G \cdot c_p$ – повна теплоємність масового видатку відповідного теплоносія або його **водяний еквівалент** (в системі СІ він вимірюється в Вт/К).

Питома масова ізобарна теплоємність c_p залежить від температури, тому в практичних розрахунках до рівнянь (11.10) або (11.11) підставляються середні значення c_p в інтервалі температур від t' до t'' .

З рівняння (11.11) витікає, що

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\delta t_2}{\delta t_1}, \quad (11.12)$$

тобто відношення температурних перепадів теплоносіїв обернено пропорційні їх водяним еквівалентам.

Співвідношення (11.12) справедливе як для поверхонь теплообміну в цілому, так і для будь-якої елементарної ділянки поверхні теплообміну, тобто

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{dt_2}{dt_1}.$$

11.2.3.2 Рівняння теплопередачі

Як відомо, рівняння теплопередачі між двома розділеними стінкою теплоносіями має вид (дивись (10.1)):

$$Q = K \cdot (t_1 - t_2) \cdot F = K \cdot \Delta t \cdot F,$$

де K – коефіцієнт теплопередачі; t_1 та t_2 – температури гарячого та холодного теплоносіїв, відповідно; F – площа поверхні теплопередачі.

Останнє рівняння справедливе, якщо t_1 та t_2 сталі по поверхні теплообміну F . Однак ця умова виконується тільки в окремих випадках, наприклад, при кипінні або конденсації теплоносіїв. В загальному випадку t_1 та t_2 змінюються по поверхні, відповідно змінюється і температурний напір $\Delta t = t_1 - t_2$. Вздовж поверхні також змінюється і коефіцієнт теплопередачі K .

Величини Δt та K можна вважати сталими лише в межах елементарної площі теплообміну df . Тобто рівняння теплопередачі справедливе для теплообмінників тільки в диференціальній формі для елемента поверхні площею df :

$$dQ = K \cdot \Delta t \cdot df. \quad (11.13)$$

У відповідності до співвідношення (11.13), сумарний тепловий потік крізь поверхню теплообміну визначається за формулою:

$$Q = \int_0^F K \cdot \Delta t \cdot df. \quad (11.14)$$

Таким чином для знаходження Q необхідно знати закони зміни коефіцієнта теплопередачі K та різниці температур Δt вздовж усієї поверхні теплообміну.

11.2.4 Визначення середнього коефіцієнта тепловіддачі

Як правило, коефіцієнт теплопередачі звичайно мало змінюється по поверхні теплообміну і його вважають сталою величиною. Однак якщо на окремих ділянках значення коефіцієнта тепловіддачі змінюється суттєво, його усереднюють по поверхні:

$$\bar{K} = \frac{F_1 K_1 + F_2 K_2 + \dots + F_n K_n}{\sum_{i=1}^n F_i}.$$

де K_i - значення коефіцієнта теплопередачі на відповідній ділянці з площею F_i .

Значення K визначається з теорії конвекційного, радіаційного теплообміну та теплопровідності. Наприклад, як відомо, для багатошарової плоскої стінки (дивись формулу (10.13)):

$$K = \frac{l}{\frac{l}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{l}{\alpha_2}}.$$

Рівняння (11.14) можна записати у виді:

$$Q = \bar{K} \cdot \int_0^F \Delta t \, df.$$

Якщо останнє співвідношення помножити та поділити на F , то отримаємо:

$$Q = \bar{K} \cdot \left(\frac{l}{F} \cdot \int_0^F \Delta t \, df \right) \cdot F,$$

або

$$Q = \bar{K} \cdot \bar{\Delta t} \cdot F, \quad (11.15)$$

де

$$\bar{\Delta t} \equiv \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t \, df$$

- усереднений по поверхні температурний напір.

Рівняння (11.15) – це рівняння теплопередачі, що усереднене по поверхні теплообміну. Для його використання необхідно знати усереднений температурний напір.

11.2.5 Визначення середньої різниці температур (середнього температурного напору)

Розглянемо теплообмінний апарат, що працює за схемою паралельного руху потоків в одному напрямку (прямопливу), яку зображено на рисунку 11.2.а.

Для елемента поверхні рівняння теплопередачі має вид:

$$dQ = K \cdot (t_1 - t_2) \cdot df = K \cdot \Delta t \cdot df. \quad (11.16)$$

При теплообміні на даній ділянці температура гарячого теплоносія t_1 зменшується на dt_1 , а температура холодного теплоносія t_2 зростає на dt_2 :

$$dQ = -W_1 \cdot dt_1 = W_2 \cdot dt_2,$$

звідки

$$dt_1 = -\frac{dQ}{W_1}; \quad dt_2 = \frac{dQ}{W_2}. \quad (11.17)$$

$$(W_1 = \text{const}, \quad W_2 = \text{const})$$

Зміна температурного напору при цьому дорівнює

$$d(\Delta t) = d(t_1 - t_2) = dt_1 - dt_2 = -\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) \cdot dQ. \quad (11.18)$$

Позначимо

$$m = \left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) = \text{const}. \quad (11.19)$$

Для прямопливу ця величина позитивна $m > 0$. З її використанням формула (11.18) набуває виду:

$$d(\Delta t) = -m \cdot dQ. \quad (11.20)$$

З урахуванням рівняння (11.16) співвідношення (11.20) можна записати у формі:

$$d(\Delta t) = -m \cdot K \cdot \Delta t \cdot df. \quad (11.21)$$

Роз'єднаємо змінні в рівнянні (11.21) і для поточної поверхні f отримаємо:

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = - \int_0^f m \cdot K \, df.$$

Будемо вважати K незмінним по поверхні теплообміну. Тоді після інтегрування матимемо зв'язок:

$$\ln \Delta t \Big|_{\Delta t'}^{\Delta t} = -m \cdot K \cdot f \Big|_0^f, \quad (11.22)$$

або

$$\Delta t = \Delta t' \cdot e^{-m \cdot K \cdot f}. \quad (11.23)$$

Для поверхні теплообміну в цілому формули (11.22), (11.23) дають вирази:

$$\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = -m \cdot K \cdot F, \quad (11.24)$$

$$\Delta t'' = \Delta t' \cdot e^{-m \cdot K \cdot F}. \quad (11.25)$$

Таким чином, згідно з (11.25), в теплообмінних апаратах, що діють за схемою прямопливу температурний напір вздовж поверхні зменшується за експоненціальною залежністю (дивись рисунок 11.3).

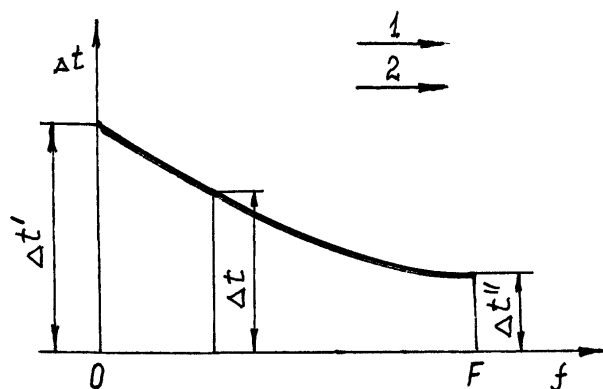


Рис. 11.3 - Розподіл температурного напору вздовж поверхні теплообміну при прямопливі

Визначимо середній по поверхні теплообміну температурний напір $\overline{\Delta t}$. З урахуванням виразу (11.23) отримаємо:

$$\overline{\Delta t} \equiv \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t \, df = \frac{\Delta t'}{F} \int_0^F e^{-m \cdot K \cdot f} \, df = \frac{\Delta t'}{F} \frac{1}{(-mk)} e^{-m \cdot K \cdot f} \Big|_0^F = \frac{\Delta t'}{-m}.$$

Використавши далі формули (11.24) та (11.25), матимемо вираз:

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}}. \quad (11.27)$$

Отримана таким чином величина називається **середньологарифмічним температурним напором**.

Аналогічно можна довести, що та ж сама формула (11.27) має місце для середнього температурного напору при протипливі.

Таким чином, вираз (11.27) є розрахунковим для визначення середньологарифмічного температурного напору при обох схемах руху теплоносіїв – прямопливі і протипливі.

При прямопливі у формулу (11.27) підставляються значення:

$$\Delta t' = t'_1 - t'_2, \quad \Delta t'' = t''_1 - t''_2, \quad (11.28)$$

а при протипливі (дивись рисунок 11.2) -

$$\Delta t' = t'_1 - t''_2, \quad \Delta t'' = t''_1 - t'_2. \quad (11.29)$$

Ще одне зауваження: для протипливу параметр

$$m = \left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \right)$$

може мати довільний знак, тому температурний напір вздовж поверхні теплообміну може як зростати, так і зменшуватися (рисунок 11.4). Так, при $\delta t_1 > \delta t_2$, згідно з рівнянням (11.12), $W_1 < W_2$ і тому $m > 0$ (рисунок 11.4.а), а температурний напір зменшується; при $\delta t_1 < \delta t_2$, навпаки, виконується нерівність $W_1 > W_2$, через що $m < 0$, а температурний напір збільшується (рисунок 11.4.б). (Слід відмітити, що при прямопливі температурний напір вздовж поверхні теплообміну зменшується завжди).

Крім того, треба відзначити, що якщо температурні напори на вході та виході з теплообмінника відрізняються менш ніж в два рази, то з достатньою для технічних розрахунків точністю середній температурний напір можна розраховувати як середньоарифметичний:

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t' + \Delta t''}{2}. \quad (11.30)$$

Таке становище частіше спостерігається при протипливі.

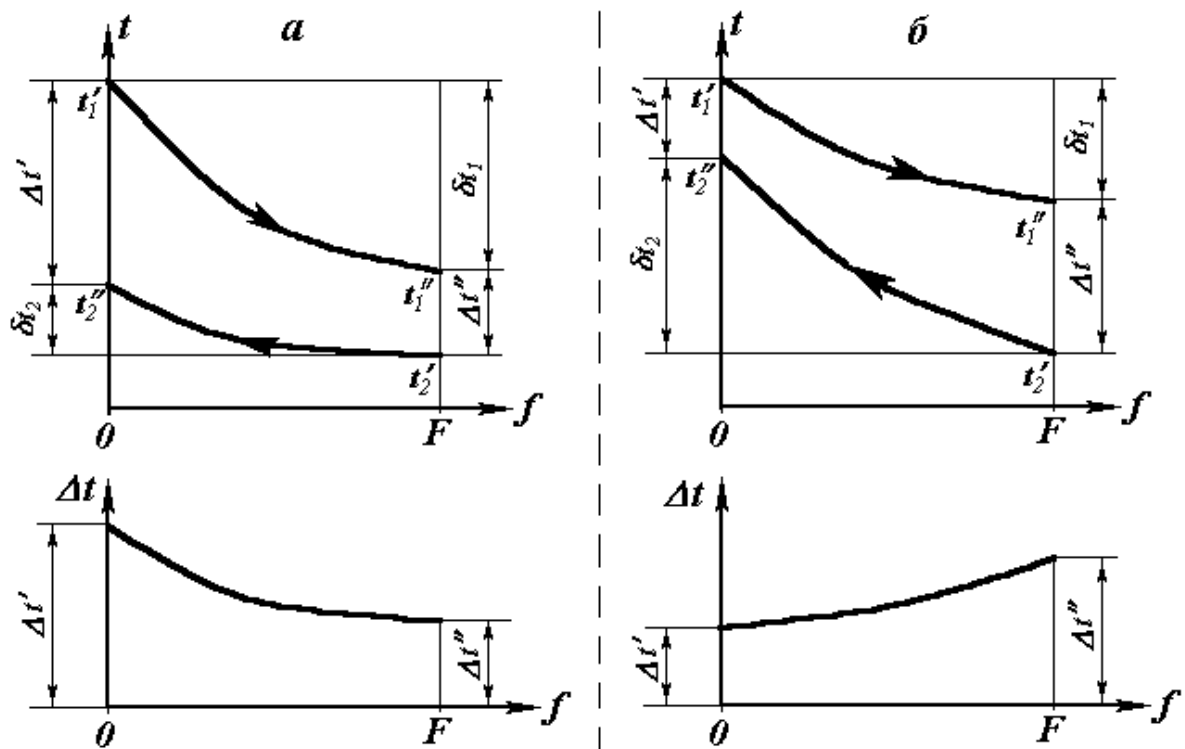


Рисунок 11.4 - Розподіл температурного напору вздовж поверхні теплообміну при протипливі: а) $m > 0$; б) $m < 0$

У випадку складної течії теплоносіїв в теплообмінному апараті спеціальні нормативні методики передбачають запровадження експериментальних коефіцієнтів, які уточнюють середній температурний напір у залежності від схеми течії теплоносіїв та характеру зміни їх температур вздовж по тракту апарата (дивись, наприклад, [10] або [15]).

11.3 Теплові розрахунки теплообмінних апаратів

В залежності від постановки задачі, тепловий розрахунок теплообмінних апаратів може бути конструктивним (проектним) або перевірочним.

Конструктивний тепловий розрахунок виконується при проектуванні нових теплообмінних апаратів, його метою є визначення площі поверхні теплообміну.

Перевірочний тепловий розрахунок виконується для існуючих теплообмінників, коли площа поверхні відома, з метою визначення кінцевих температур теплоносіїв або їх видатків. Такий розрахунок виконується, якщо змінюються теплоносії або режими роботи теплообмінника. Перевірочні розрахунки теплообмінних апаратів у пожежній справі виконуються при виконанні пожежно-технічної експертизи при встановленні причин пожежі та при експертизі проектів будівель виробничого призначення.

11.3.1 Конструктивний розрахунок

Всього існує три рівняння для розрахунку теплообмінних апаратів: два – теплового балансу (11.10) та одне – теплопередачі (11.15). В ці рівняння входять одинадцять величин:

$$t'_1, t''_1, t'_2, t''_2, c_{p1}, c_{p2}, G_1, G_2, F, Q, \bar{K}. \quad (11.31)$$

При розрахунках необхідно задати вісім величин, а три знаходити з рівнянь (11.10) і (11.15).

При конструктивному розрахунку визначають площу поверхні теплообміну F , теплову потужність теплообмінника Q та невідому температуру або видаток теплоносія.

Порядок розрахунку

1. З рівняння теплового балансу теплоносія (i), для якого відомі температури та повна теплоємність масового видатку (водяний еквівалент), визначається потужність теплообмінника:

$$Q = (Gc_p)_i \delta t_i.$$

2. З рівняння теплового балансу для іншого теплоносія (j)

$$Q = (Gc_p)_j \delta t_j.$$

визначається невідома величина – видаток або температура теплоносія.

3. Для визначення середнього температурного напору розраховуються:

а) температурні напори на вході в апарат $\Delta t'$ та на виході $\Delta t''$ за формулами (11.27) для прямопливу або (11.30) для протипливу;

б) в залежності від співвідношення температурних напорів $\Delta t'$ та $\Delta t''$ знаходиться середнє значення напору $\overline{\Delta t}$ як середньоарифметичне (за формулою (11.30)), якщо $\Delta t'$ та $\Delta t''$ відрізняються не більше ніж в два рази, і як середньологарифмічне (за формулою (11.27)) в іншому випадку.

4. З рівняння теплопередачі (11.15) визначається поверхня тепловіддачі:

$$F = \frac{Q}{\overline{K} \cdot \overline{\Delta t}}.$$

Величина усередненого по поверхні теплообміну коефіцієнта тепловіддачі $\overline{K}$ попередньо обирається за емпіричними рекомендаціями, а далі уточнюється після визначення конструкції апарата (тобто визначення площі поверхні теплообміну F).

Після уточнення $\overline{K}$ розрахунок пункту 4 повторюється, доки два послідовних розрахунки (наближення) дадуть значення $\overline{K}$, які відрізняються одне від одного на задану величину (5–10%).

11.3.2 Перевірочний розрахунок

Розглянемо найбільш складний і поширений випадок перевірного теплового розрахунку, коли задані площа поверхні теплообміну F , видатки теплоносіїв G_1 і G_2 та їх питомі масові ізобарні теплоємності c_{p1} та c_{p2} , а також початкові температури носіїв t'_1 та t'_2 . Необхідно визначити кінцеві температури теплоносіїв t''_1 та t''_2 і потужність теплообмінника Q .

Розглянемо перевірочний розрахунок для прямопливу (дивись рисунок 11.2, а).

Згідно з формулами (11.25), (11.19), (11.28) маємо:

$$\frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = e^{-m \cdot \overline{K} \cdot F}. \quad (11.32)$$

Виконаємо деякі математичні перетворення – перепишемо рівняння (11.32) у виді

$$\delta t_1 + \delta t_2 = (t'_1 - t'_2)(1 - e^{-m \cdot \bar{K} \cdot F}) ,$$

з умови теплового балансу (11.12) знайдемо температурний перепад холодного носія

$$\delta t_2 = \frac{W_1}{W_2} \delta t_1$$

і підставимо цей вираз в попередню формулу. Результат має форму:

$$\delta t_1 \cdot \left(1 + \frac{W_1}{W_2} \right) = (t'_1 - t'_2)(1 - e^{-m \cdot \bar{K} \cdot F}) .$$

Звідси (з урахуванням формули (11.19)) отримаємо потрібне співвідношення:

$$\delta t_1 = (t'_1 - t'_2) \cdot \frac{1 - e^{-\frac{\bar{K} \cdot F}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2} \right)}}{1 + \frac{W_1}{W_2}} . \quad (11.33)$$

Порядок розрахунку

При розрахунку (через те, що невідомі значення температур t''_1 та t''_2) , попередньо треба задаватися значенням коефіцієнта теплопередачі $\bar{K}$ та водяних еквівалентів W_1 , W_2 . Розрахунок проводять за методом послідовних наближень. В першому наближенні значення $\bar{K}$ і інших параметрів обирається по температурі теплоносіїв на вході.

1. Розраховується температурний перепад δt_1 для гарячого теплоносія за формулою (11.33), де $W_1 = c_{p1} G_1$, $W_2 = c_{p2} G_2$.

2. Визначається температура гарячого теплоносія на виході з теплообмінника:

$$t''_1 = t_1 - \delta t_1 . \quad (11.34)$$

3. З рівняння теплового балансу (11.12) визначається температурний перепад для холодного носія δt_2 :

$$\delta t_2 = \delta t_1 \frac{W_1}{W_2}. \quad (11.35)$$

4. Розраховується температура холодного теплоносія на виході з апарата:

$$t_2'' = t_2' + \delta t_2. \quad (11.36)$$

Після виконання першого наближення, відповідно до пунктів 1–4, розраховується наступне наближення значень $\bar{K}$ та W_1 , W_2 при розрахованих середньоарифметичних температурах теплоносіїв $(t_1' + t_1'')/2$ та $(t_2' + t_2'')/2$.

Розрахунок за формулами (11.33)–(11.36) (пункти 1-4) повторюється до досягнення заданої точності коефіцієнта теплопередачі (5–10%).

Наприкінці з рівняння теплового балансу визначається теплова потужність теплообмінника Q :

$$Q = W_1 \cdot \delta t_1, \text{ або } Q = W_2 \cdot \delta t_2. \quad (11.37)$$

Для теплообмінних апаратів, теплоносії у яких рухаються за схемою протипливу, аналогічні математичні викладки дають подібну (до виразу (11.33)) розрахункову формулу для визначення температурного перепаду гарячого теплоносія:

$$\delta t_1 = (t_1' - t_2') \cdot \frac{1 - e^{-\frac{\bar{K} \cdot F}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 - \frac{W_1}{W_2} e^{-\frac{\bar{K} \cdot F}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}}. \quad (11.38)$$

В результаті перевірочний розрахунок теплообмінників, що діють за схемою протипливу, виконується за формулами (11.34)–(11.38) за аналогією до випадку течії теплоносіїв за схемою прямопливу.

Тема 3. ЦИКЛИ ТЕПЛОСИЛОВОГО УСТАТКУВАННЯ

Лекція 12. Цикли теплових машин.

Як відомо, **теплові машини** – механізми для взаємного перетворення тепла та роботи – знайшли широке застосування в техніці. До найбільш розповсюджених теплових машин можна віднести двигуни внутрішнього згоряння (ДВЗ) та компресори.

Вміння розраховувати параметри стану робочого тіла та температуру конструктивних елементів таких машин необхідні для дослідження причин пожеж, наприклад, для з'ясування можливості самоспалахування горючої речовини біля високотемпературних поверхонь ДВЗ.

Розрахункові співвідношення для колових процесів (циклів) теплових машин виводяться на підставі першого закону термодинаміки та основних газових законів. Перейдемо до їх вивчення у конкретних випадках.

12.1 Компресія або стиск газів

Компресія газів – це процес їх стиску. Цей процес широко застосовується в техніці та технології різноманітних виробництв і через це зумовлює ряд задач пожежної безпеки. Так, визначення поведінки основних параметрів газу при стиску необхідно, наприклад, у тих випадках, коли, внаслідок стиску, можливе значне підвищення температури газу, яке веде до перегріву обмежуючих газ конструкцій, що може призвести до самоспалахування пилових і жирових відкладень на поверхнях цих конструкцій.

Стиск газів відбувається у компресорі. За принципом дії компресори поділяються на об'ємні та лопаткові. До об'ємних відносяться поршневі та ротаційні компресори. До другої групи (лопаткових) входять відцентрові та осьові (аксіальні) компресори.

Принцип дії **об'ємних компресорів** полягає в тому, що стиск газу здійснюється за рахунок зменшення об'єму простору між обмежуючими газ стінками. Так, у **поршковому компресорі** (дивись рисунок 12.1) газ за вхідним патрубком 1 надходить до циліндра 2, потім стискається поршнем 3 і виштовхується у нагнітальний трубопровід 4. У **ротаційному компресорі** роль поршня виконує ротор із пластинами.

Якісно інший принцип дії реалізується в **лопаткових компресорах**. В цих машинах газу спочатку надається додатковий запас кінетичної енергії, а потім високошвидкісний потік спрямовується у дифузор. В дифузорі швидкість газу зменшується, а тиск зростає.

На рисунку 12.2 показано схему **осьового компресора**. У середині корпусу 1 розташовано ротор 2. На роторі закріплено робочі лопатки 3. Після кожного ряду робочих лопаток встановлено нерухомі лопатки 4, які утворюють канали, що розширюються. Газ прискорюється робочими лопатками. У каналах із

нерухомих лопаток його швидкість зменшується, а тиск зростає. Кожен ряд робочих лопаток із наступним рядом нерухомих лопаток утворює один ступінь підвищення тиску.

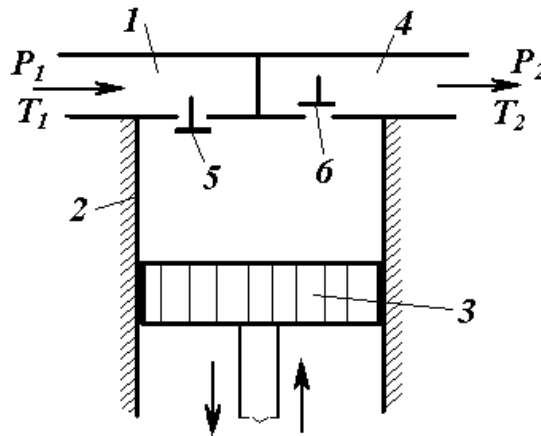


Рисунок 12.1 – Схема одноступеневого поршневого компресора:
 1 – вхідний патрубок; 2 – циліндр; 3 – поршень; 4 – вихідний патрубок;
 5, 6 – клапани

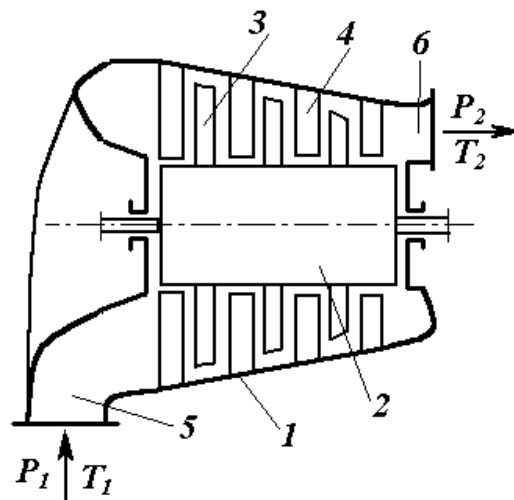


Рисунок 12.2 – Схема осьового компресора:
 1 – корпус; 2 – ротор; 3 – робочі лопатки; 4 – нерухомі лопатки; 5 – вхідний патрубок; 6 – вихідний патрубок

12.1.1 Стиск в одноступеневому компресорі

Незважаючи на істотну конструктивну різницю, суть термодинамічних процесів, що відбуваються в компресорах, однакова. Розглянемо ці процеси на прикладі поршневого компресора (рисунок 12.1).

P - V -діаграма процесу виглядає таким чином (дивись рисунок 12.3): при відкритому клапані 5 (закритому клапані 6) та ході поршня вниз здійснюється

1-2 – політропа; 1-2_{ad} – адіабата; 1-2_T – ізотерма

Отримаємо вираз для роботи одноступеневого поршневого компресора. Її величину можна розраховувати як площу, що укладено в середині колового процесу 41234 на P - V -діаграмі (зафарбовано на рис. 12.3). Тобто

$$L_{\text{II}} = \text{пл.}(3'2'233') + \text{пл.}(2'1'122') + \text{пл.}(431'14),$$

206

$$L_{\text{ц}} = -P_2 V_2 + \frac{1}{n-1} (P_1 V_1 - P_2 V_2) + P_1 V_1 = \frac{n}{n-1} (P_1 V_1 - P_2 V_2). \quad (12.1)$$

З (12.1) видно, що робота, яка витрачається на стиск у компресорі, в n раз більша, ніж робота у політропному процесі 1–2.

Використовуючи співвідношення (12.1) і зв'язок між тиском і об'ємом у політропному процесі 1–2 (дивись (3.44)):

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{n}},$$

отримаємо формулу залежності роботи від ступеня підвищення тиску:

$$L_{\text{ц}} = -\frac{n}{n-1} \cdot P_1 V_1 \cdot \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (12.2)$$

Окремо можна розглянути випадок ізотермічного стиску в компресорі. В цьому разі рівняння (12.1), із урахуванням співвідношень $P_2 V_2 = P_1 V_1$ та $n=1$, набуває вигляду:

$$L_{\text{ізот}} = P_1 \cdot V_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = P_1 \cdot V_1 \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right), \quad (12.3)$$

що дає вираз мінімальної (за абсолютною величиною) роботи.

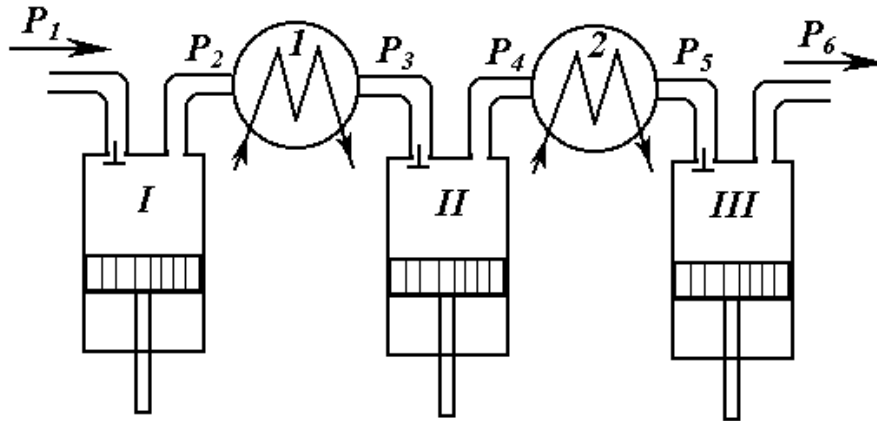
12.1.2 Багатоступеневий компресор

Згідно зі співвідношенням (3.47), у політропному процесі існує зв'язок:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}},$$

тобто підвищення тиску газу призводить до підвищення його температури, що за високого стиску (від одиниць до 100 – 300 бар) приводить до неприпустимих рівнів температур, з точки зору як надійності роботи компресора, так і безпечності умов його експлуатації. У зв'язку з цим виявилось доцільним викорис-

тання багатоступневих компресорів (дивись рисунок 12.4), які реалізують схему багатоступеневого стиску із проміжним охолодженням газу між ступенями стиску.



**Рисунок 12.4 – Схема триступеневого поршневого компресора
I, II, III – ступені компресора; 1, 2 – проміжні теплообмінники**

Розглянемо графічне зображення процесу багатоступеневого стиску у P - V -координатах (дивись рисунок 12.5).

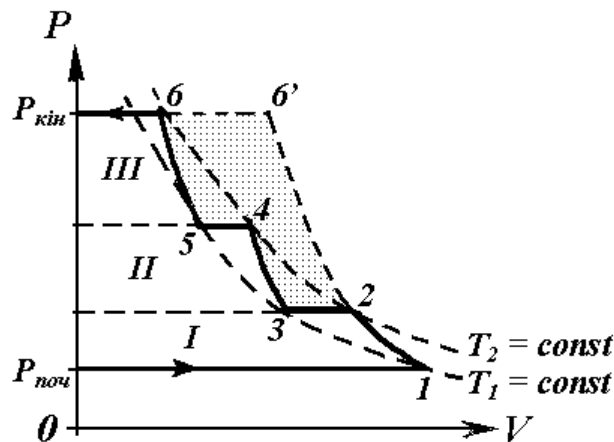


Рисунок 12.5 – P - V -діаграма процесу стиску газу у триступеному компресорі

Представлено процес стиску I, II, III ступенів. Найбільш економічно компресор працює, якщо точки 2, 4, 6, а також 1, 3, 5 лежать на відповідних ізотерах.

Прослідкуємо на діаграмі цикл роботи багатоступеневого компресора. У першому ступені після звичайного всмоктування та політропного стиску 1–2 газ спрямовується до проміжного теплообмінника, де або за рахунок продувки повітря, або за рахунок циркуляції води відбувається ізобарне охолодження 2–

3. Охолоджене повітря надходить у другий ступінь, де стискається за політропою 3–4; далі воно охолоджується за ізобарою 4–5. У третьому ступені відбувається аналогічний процес.

З P - V -діаграми видно, що якщо умовно збільшити число ступенів N , то спільний процес стиску 1, 2, 3, ..., N наближається до ізотермічного процесу 1, 3, 5, що є найкращим варіантом. Проте технічно велика кількість ступенів не може бути здійснена (як правило, їх не більше, ніж 6). Це обмеження пов'язане з тим, що за більшого числа N термодинамічний виграш від збільшення числа ступенів зводиться нанівець збільшенням суми втрат на тертя поршневої групи.

Якщо розглянути роботу циклу в одноступеневому компресорі 1–2–6' (дивись рисунок 12.5), то стає очевидним, що багатоступеневий стиск призводить до помітного зниження роботи, що витрачається (ця знижка є еквівалентною величині заштрихованої площі).

Розрахуємо необхідну роботу у багатоступеневому компресорі.

З політроп 1–2, 3–4, 5–6 випливає, що

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}}, \quad \frac{P_4}{P_3} = \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{n}{n-1}}, \quad \frac{P_6}{P_5} = \left(\frac{T_6}{T_5} \right)^{\frac{n}{n-1}}. \quad (12.4)$$

У найбільш вигідному режимі, який ми розглядаємо, $T_1 = T_3 = T_5$, а $T_2 = T_4 = T_6$. Це, згідно з формулою (12.4), означає, що виконується співвідношення:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} = \frac{P_6}{P_5} = \delta,$$

де δ – ступінь підвищення тиску в одному ступені компресора. Таким чином, ступені підвищення тиску в кожному зі ступенів компресора однакові.

Згідно з формулою (12.2), абсолютна величина роботи стиску у кожному зі ступенів дорівнює:

$$L_i = \frac{n}{n-1} P_i V_i \cdot \left[\delta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right],$$

де індекс $i = 1, 2, 3$ вказує на ступінь. Далі врахуємо, що, внаслідок ізотермічності станів 1, 3, 5, існує зв'язок:

$$P_1 \cdot V_1 = P_3 \cdot V_3 = P_5 \cdot V_5,$$

і тому вираз роботи одного ступеня набуває однакового вигляду:

$$L_1 = \frac{n}{n-1} P_1 V_1 \cdot \left[\delta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

В результаті отримуємо, що у випадку оптимального N -ступеневого компресора необхідна робота одного його циклу дорівнює:

$$L = N \cdot L_1 = N \frac{n}{n-1} P_1 V_1 \cdot \left[\delta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

Встановимо зв'язок між числом ступенів – N , ступенем підвищення тиску в одному ступені – δ , а також початковим $P_{\text{поч}}$ та кінцевим $P_{\text{кін}}$ тисками газу в компресорі.

Після кожного ступеня тиск збільшується у δ разів. Дійсно, $P_2 = \delta \cdot P_1$ і $P_3 = P_2$, тому після першого ступеня (на вході до другого) $P_3 = \delta \cdot P_1$. Аналогічно, після другого ступеня $P_4 = \delta \cdot P_3$. Об'єднавши два останні рівняння, отримаємо співвідношення тисків після двох ступенів – $P_4 = \delta^2 \cdot P_1$, а далі після трьох – $P_6 = \delta^3 \cdot P_1$. Таким чином, можна, рухаючись покроково, отримати результуюче співвідношення –

$$P_{\text{кін}} = \delta^N \cdot P_{\text{поч}}, \quad (12.5)$$

де $P_{\text{кін}}$ – кінцевий тиск у компресорі з N ступенів; $P_{\text{поч}} = P_1$ – початковий тиск.

Обернувши формулу (12.5), знайдемо розрахункову формулу для ступеня підвищення тиску:

$$\delta = \sqrt[N]{\frac{P_{\text{кін}}}{P_{\text{поч}}}}. \quad (12.6)$$

Рівняння (12.6) можна використати у двох варіантах розрахунку компресора:

1. *Конструктивний розрахунок*, коли з технічного завдання відомі $P_{\text{поч}}$ та $P_{\text{кін}}$, а на підставі досліджень чи досвіду експлуатації відома допустима температура у кожному ступені. Тоді, спираючись на зв'язок $\delta = (T_2/T_1)^{n/(n-1)}$, можна знайти (за заданого T_2) необхідну кількість ступенів N .

2. *Перевірочний розрахунок*. Його проводять, коли існує необхідність перевірки можливості використання компресора відомих конструктивних параметрів у інших умовах, наприклад, при обмеженнях за температурою. У цьому разі N , $P_{\text{поч}}$ та $P_{\text{кін}}$ – задані. При перевірці спочатку за формулою (12.6) знаходять δ , а потім за формулою

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = T_1 \cdot \delta^{\frac{n-1}{n}}$$

перевіряють, яка буде температура за знайденого значення δ . Якщо T_2 не перевищує допустимих значень, компресор можна використати у нових умовах.

12.2 Цикли двигунів внутрішнього згоряння (ДВЗ)

Відомо, що температурний ККД теплового циклу η_t тим вище, чим вище температура робочого тіла у процесі виконання роботи, тому доцільно для досягнення максимального ККД вести процес горіння палива безпосередньо всередині самого двигуна, з тим, щоб робочим тілом були високотемпературні продукти згоряння.

Дослідження циклу Карно (ідеального циклу теплової машини) також підтверджують, що для отримання максимальної ефективності необхідно, щоб процес розширення робочого тіла проходив за максимальних тисків і стисків.

У практиці широке розповсюдження отримали цикли двигунів із підведенням тепла за постійного об'єму, постійного тиску або за комбінованого підведення тепла.

12.2.1 Цикл двигуна з підводом тепла за постійного об'єму (цикл Отто)

Відомим прикладом циклу ДВЗ із підводом тепла за постійного об'єму ($v = \text{const}$) є цикл карбюраторного двигуна звичайного автомобіля. Розглянемо такий цикл на індикаторній діаграмі (дивись рисунок 12.6). Площа в середині циклу дасть індикаторну роботу, тобто роботу газу за один цикл.

В циклі виділяють чотири такти.

1. Розгляд починають зі стану 0, який відповідає крайньому лівому положенню поршня (дивись рисунок 12.6). При ході поршня праворуч відкривається клапан, що всисає, та відбувається *перший такт* двигуна – всмоктування суміші повітря з дрібно розпиленням паливом за лінією 0–1.

2. У крайньому правому положенні клапан закривається та при зворотному ході поршня йде *другий такт* – адіабатний стиск у процесі 1–2.

3. В точці 2 (крайньому лівому положенні поршня) відбувається вимушене займання суміші, яке призводить до миттєвого виділення тепла q_1 і підведення його до робочого тіла в ізохорному процесі 2–3.

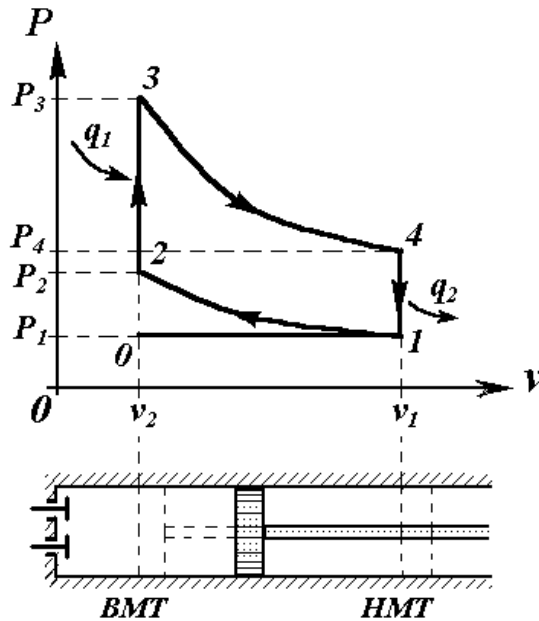


Рисунок 12.6 – Схема і цикл двигуна з підводом теплоти за постійного об'єму

ВМТ – верхня мертва точка; *НМТ* – нижня мертва точка

4. За адіабатним процесом 3–4 йде *третій такт* роботи двигуна – розширення газу або робочого ходу поршня. У цьому такті теплова енергія перетворюється в механічну.

5. У крайньому правому положенні (точці 4) відкривається вихлопний клапан і йде викид гарячих продуктів згоряння в атмосферу. При цьому разом з масами газу уносятся теплота q_2 . Цей процес на діаграмі замінено на зниження тиску до тиску навколишнього середовища за ізохорою 4–1. Така заміна можлива, бо обидва процеси не супроводжуються роботою переміщення поршня, а кількість відданого тепла вважається однаковою.

12. Нарешті при ході поршня ліворуч за лінією 1–0 відбувається *четвертий такт* – виштовхування відпрацьованих газів.

Далі цикл повторюється. В ході його аналізу, як правило, перший та четвертий такти (0–1 та 1–0) ігноруються, бо вони відповідають проходженню однакових термодинамічних станів у протилежному напрямку, і тому дають загальний нульовий внесок в енергетичні характеристики. Таким чином, справа зводиться до розгляду циклу 1–2–3–4–1.

Для розрахунку циклу треба знати параметри робочого тіла в точці 1 (перед початком стиску) та дві технічні характеристики циклу:

1) *ступінь стиску*, тобто відношення об'ємів на початку та в кінці стиску:

$$\varepsilon \equiv \frac{v_1}{v_2}; \quad (12.7)$$

2) *ступінь підвищення тиску:*

$$\lambda \equiv \frac{P_3}{P_2}. \quad (12.8)$$

Визначимо коефіцієнт корисної дії даного циклу.

Як було показано при загальному розгляді циклів (дивись тему 2), ККД циклу визначається як

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1},$$

де q_1 та q_2 – тепло, що підводиться та відводиться, відповідно, до або від робочого тіла в ході циклу. В даному випадку підведення та відведення тепла відбувається в ізохорних процесах 2–3 та 4–1. Через це

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2), \quad q_2 = c_v(T_4 - T_1),$$

де c_v – питома середня ізохорна теплоємність газів. Таким чином,

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Виразимо T_2 , T_3 , T_4 через T_1 , використовуючи співвідношення параметрів у окремих процесах циклу.

Так, розглядаючи адіабатний процес 1–2, отримаємо

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1}.$$

Ізохорний процес 2–3 дає

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} = \lambda \Rightarrow T_3 = T_2 \cdot \lambda = T_1 \cdot \lambda \cdot \varepsilon^{k-1}.$$

Адiabатний процес 3–4 дає

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{k-1},$$

що (з урахуванням рівностей $v_3=v_2$, $v_4=v_1$ та визначення (12.7)) приводить до формули:

$$T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k-1} = T_1 \cdot \lambda \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k-1} = T_1 \cdot \lambda.$$

Скориставшись останніми результатами, отримаємо, що ККД циклу Отто має вид:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1 \lambda - T_1}{T_1 \cdot \lambda \cdot \varepsilon^{k-1} - T_1 \cdot \varepsilon^{k-1}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \quad (12.9)$$

Аналіз формули (12.9) показує, що:

1. ККД тим вище, чим вище ступінь стиску ε (12.7);
2. ККД не залежить від ступеня підвищення тиску λ (12.8).

Відмітимо, що в існуючих карбюраторних двигунах ступінь стиску ε становить величину 4÷6. Він обмежений у зв'язку з тим, що за високого ε можливе передчасне самоспалахування палива та детонація (вибуховий характер горіння) ще на стадії стиску.

12.2.2 Цикл Дизеля

Якщо стискувати окислювач (повітря) і тільки після цього вводити до циліндра пальну суміш, то обмеження за ступенем стиску відпадають і можна отримати двигун з більш високим значенням ε , яке обмежене тільки з умов міцності конструктивних матеріалів. Такий двигун реалізує цикл Дизеля – цикл підводу тепла за постійного тиску.

Переваги такого циклу:

1. Не потрібні запалювальні прилади.
2. Можна використати дешеві сорти палива.

Розглянемо індикаторну діаграму такого циклу (дивись рисунок 12.7). Тут 1–2 – адіабатний стиск повітря; 2–3 – підведення тепла q_1 при $P = \text{const}$, що супроводжує упорскування та горіння палива; 3–4 – адіабатне розширення продуктів горіння; 4–1 – відведення тепла q_2 .

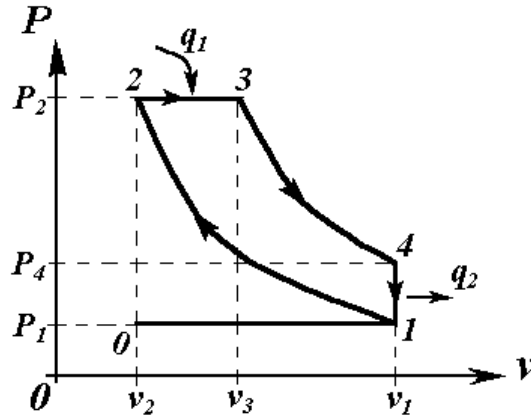


Рисунок 12.7 – Цикл двигуна з підводом теплоти за постійного тиску

До основних характеристик такого циклу, крім ступеня стиску ε (12.7), відноситься ще *ступінь попереднього розширення* ρ

$$\rho \equiv \frac{v_3}{v_2}.$$

(Аналогічний показник вводять і для інших циклів)

У подальшому аналізі, скориставшись основними співвідношеннями для газових процесів, виразимо параметри в основних точках через початкові температуру T_1 та питомий об'єм v_1 .

Розглядаючи адіабатний процес 1–2, отримаємо

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon}, \quad T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1}. \quad (12.10)$$

Ізобарне розширення 2–3 дає

$$v_3 = \rho \cdot v_2 = v_1 \cdot \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad T_3 = T_2 \cdot \frac{v_3}{v_2} = T_2 \cdot \rho = T_1 \cdot \rho \cdot \varepsilon^{k-1}. \quad (12.11)$$

Розгляд адіабатного розширення 3–4 дає

$$v_4 = v_1, \quad T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{k-1} = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\rho}{\varepsilon} \right)^{k-1} = T_1 \cdot \rho^k, \quad (12.12)$$

Для визначення ККД циклу скористаємося виразами для тепла, що підведене в ізобарному процесі 2–3:

$$q_1 = c_p(T_3 - T_2),$$

та відведене в ізохорному процесі 4–1:

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1).$$

Використавши ці співвідношення, отримаємо формулу:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_v}{c_p} \cdot \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Оскільки

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

є відомим коефіцієнтом адіабати, вираз ККД, із врахуванням співвідношень (12.10)–(12.12), спрощується до

$$\eta_t = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot (\rho - 1)}. \quad (12.13)$$

З виразу (12.13) випливає, що ККД збільшується зі збільшенням ступеня стиску і зменшенням ступеня попереднього розширення. Недоліком двигуна, робота якого базується на циклі Дизеля, є те, що для впорскування палива до циліндра необхідно мати компресор, на привод якого витрачається значна частина потужності двигуна.

12.2.3 Цикл Тринклера

Цей цикл характеризується змішаним підводом тепла $q_1 = q'_1 + q''_1$. Індикаторна діаграма має вид (дивись рисунок 12.8): 1–2 – адіабатний стиск; 2–3 – ізохорний підвід тепла q'_1 ; 3–4 – ізобарний підвід тепла q''_1 ; 4–5 – адіабатне розширення продуктів згоряння; 5–1 – ізохорний відвід тепла q_2 .

У цьому циклі частина палива згоряє за $v = \text{const}$, а частина – за $P = \text{const}$. Основними конструктивними параметрами є ступінь стиску ε (12.7), ступінь підвищення тиску λ (12.8) та **ступінь попереднього розширення** ρ . В даному випадку остання дорівнює

$$\rho \equiv \frac{v_4}{v_3}.$$

ККД циклу Тринклера визначається за формулою:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q'_1 + q''_1} = 1 - \frac{c_v \cdot (T_5 - T_1)}{c_v \cdot (T_3 - T_2) + c_p \cdot (T_4 - T_3)},$$

яка після розгляду, аналогічного попереднім, набуває форми

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda \cdot \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1} \cdot [\lambda - 1 + k \cdot \lambda \cdot (\rho - 1)]}. \quad (12.14)$$

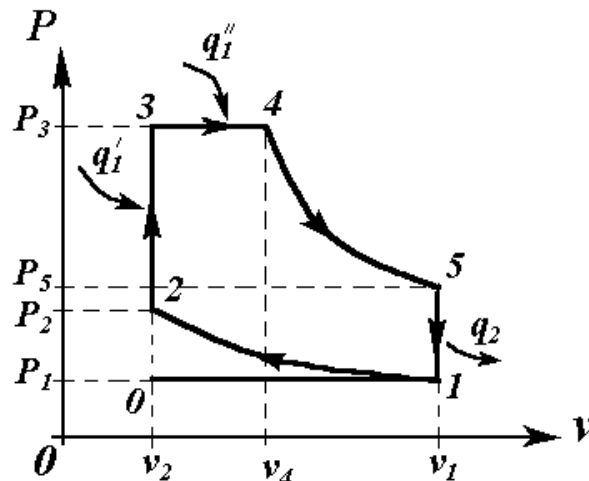


Рисунок 12.8 – Цикл двигуна зі змішаним підводом теплоти

Цілком природно, що формула (12.14) за $\rho = 1$ дає ККД циклу Отта (12.9), а за $\lambda = 1$ – ККД циклу Дизеля (12.13).

Перевагою двигуна з даним циклом є відсутність компресора.

12.3 Цикли газотурбінних двигунів

Основним недоліком поршневих двигунів внутрішнього згорання є обмеженість їхньої потужності та неможливість адіабатного розширення робочого тіла до атмосферного тиску. Ці недоліки відсутні в газотурбінних установках (ГТУ) та повітряно-реактивних двигунах. У таких установках немає частин, що рухаються поступально, і тому їх потужність (в розрахунку на одиницю ваги двигуна) є значно вищою, ніж потужності поршневих двигунів.

За браком місця далі ми розглянемо тільки роботу компресорного повітряно-реактивного двигуна (ПРД), цикл якого практично не відрізняється від циклу ГТУ з підводом теплоти за постійного тиску.

Найбільш широке застосування ПРД знайшли в авіації. В пожежній справі ПРД використовуються в установках газопорошкового та газоводяного гасіння. З їх допомогою створюються потужні порошково-газові та парогазоводяні потоки. Відповідні апарати особливо ефективні при гасінні пожеж нафтових та газових фонтанів.

Нагадаємо, що реактивними називають двигуни, в яких теплова енергія згоряння палива перетворюється у кінетичну енергію газового потоку. Спрощену схему компресорного ПРД зображено на рисунку 12.7.

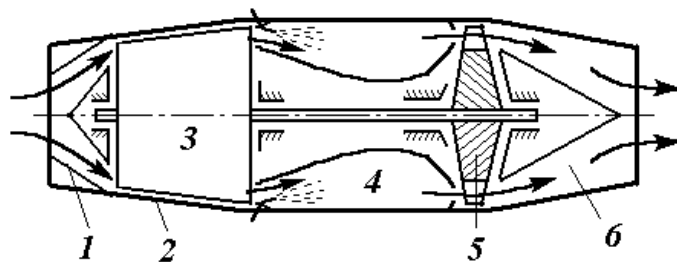


Рисунок 12.9 – Схема компресорного повітряно-реактивного двигуна

В корпусі 2 на підшипниках закріплено ротор, передня частина якого є ротором компресора 3. На другому кінці ротора укріплено робоче колесо газовой турбіни 5, яка призначена для привода компресора. Повітря через дифузор 1 поступає на компресор 3 (приклад схеми компресора дивись на рисунку 12.2). Там воно стискається і подається далі у камеру згоряння 4, в яку одночасно вприскується паливе. Згоряння палива проходить за постійного тиску. В результаті утворюється високотемпературний газ, який далі поступає до сопел турбіни 5. В турбіні газ частково розширюється і далі поступає до реактивного сопла 12. В реактивному соплі газ адіабатно розширюється до тиску навколишнього середовища. Далі гази, які залишають двигун, ізобарно охолоджуються до температури навколишнього середовища.

Ідеальний цикл компресорного ПРД зображено на рисунку 12.8. Нагадаємо, що він співпадає із циклом ГТУ з підводом тепла за постійного тиску.

Адiabата 1–2 відповідає стиску повітря спочатку в дифузори, а потім у компресорі. Ізобара 2–3 описує підведення теплоти до газу при згорянні палива у камерах згоряння. Адiabата 3–4 відповідає процесу розширення газу спочатку у турбіні, а далі – у реактивному соплі. Ізобара 4–1 моделює процес охолодження газу в навколишньому середовищі.

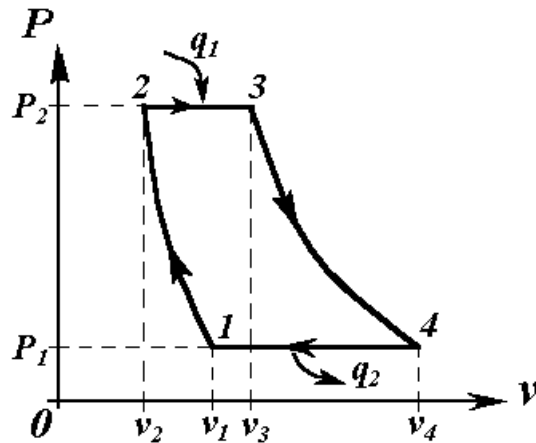


Рисунок 12.10 – Схема ідеального циклу ГТУ зі згорянням за постійного тиску

Основними параметрами даного циклу є *ступінь підвищення тиску за адіабатного стиску* –

$$\beta \equiv \frac{P_2}{P_1}$$

та *ступінь попереднього розширення* –

$$\rho \equiv \frac{v_3}{v_2}.$$

Для розрахунку ККД циклу скористаємося адіабатичністю процесів 1–2 та 3–4. Вона приводить до співвідношень:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_1 \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

та

$$T_3 = T_4 \cdot \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_4 \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}}.$$

Останні дозволяють отримати відносно просту формулу ККД циклу:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_p \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}. \quad (12.15)$$

Як показує вираз (12.15), термічний ККД компресорного ПРД (а отже, і ГТУ з підводом тепла за постійного тиску) залежить від ступеня підвищення тиску β та показника адіабати k та зростає зі збільшенням цих величин.

12.4 Цикл Ренкіна

12.1 Теоретичні засади циклу Ренкіна

12.1.1 Принципова схема установки

Принципова схема установки, що робить за циклом Ренкіна зображена на рисунку 12.11.

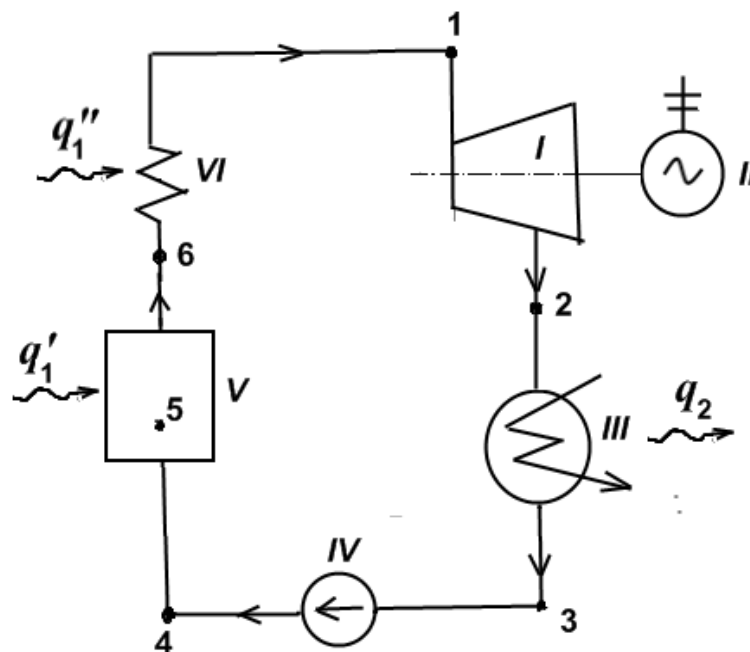


Рисунок 12.11 – Принципова схема паросилової установки, що працює за циклом Ренкіна. I - парова турбіна; II - електрогенератор; III - холодильник; IV - насос; V – котел; VI – паропідігрівач.

12.1.2 P-v, T-s та i-s діаграми циклу

P-v, і T-s та i-s діаграми циклу зображено на рисунках 12.12, 12.13, 12.14. На них K – критична точка; x - ступінь сухості; q_1 або q_2 - питоме тепло, що відповідно підводиться або відводиться до робочого тіла (при цьому $q_1 = q_1' + q_1''$, де q_1' - питоме тепло, що підводиться до рідини і ВНП у котлі; q_1'' - питоме тепло, що підводиться до перегрітої пари у паропідігрівачі;); $q_{\text{ц}}$ - питома теплота, що підводиться за цикл; $l_{\text{ц}}$ - питома робота, що здійснюється робочим тілом за цикл.

Послідовність процесів у циклі.

У точці 1 робоче тіло знаходиться у стані перегрітої пари при тиску P_1 і температурі $T_1 > T_s(P_1)$.

1→2 – адіабатне розширення пари у турбіні *I* з отриманням корисної роботи у електрогенераторі *II*, що призводить до падіння тиску, температури і появою рідини ($x_2 < 1$) у робочому тілі. В ідеальному випадку розширення вважається оборотнім і тому ізоентропним, тобто $s_1 = s_2$.

2→3 – ізобар-ізотермічна конденсація ВНП у холодильнику *III* з виділенням питомого тепла q_2 . Конденсація проходить при температурі $T_2 = T_3 = T_s(P_2)$. Конденсація проходить при тиску $P_2 = P_3 = P_s(T_2)$.

У точці 3 робоче тіло знаходиться у стані рідини (конденсату, $x_3 = 0$) при температурі кипіння $T_3 = T_2 = T_s(P_2)$.

3→4 – адіабатний стиск рідини у насосі *IV*. Стиск призводить до підвищення тиску робочого тіла до величини $P_4 = P_1$ і нехтовно малого зменшення питомого об'єму (і тому з нехтовно малою роботою) і нехтовно малого збільшення температури (тобто $t_4 \approx t_3$). В ідеальному випадку стиск вважають оборотнім і тому ізоентропним, тобто $s_3 = s_4$.

У точці 4 робоче тіло знаходиться у стані конденсату (рідини) при температурі $t_4 \approx t_3$.

4→1 – ізобарний процес підігріву робочого тіла ($P_4 = P_1$). Він має три складові: 4→5, 5→6 і 6→1.

4→5 – ізобарний підігрів рідини ($P_5 = P_1$) у котлі *V* до температури кипіння $T_5 = T_s(P_1)$.

У точці 5 робоче тіло знаходиться у стані рідини при температурі кипіння ($x_5 = 0$).

5→6 – ізобаро-ізотермічне кипіння ВНП у котлі *V*. Кипіння проходить при температурі $T_6 = T_5 = T_s(P_1)$.

Процеси і у котлі супроводжуються з поглинанням питомого тепла q'_1 .

У точці 6 робоче тіло знаходиться у стані сухої насиченої пари ($x_6 = 0$).

6→1 – ізобарний ($P_6 = P_1$) розігрів перегрітої пари у паропідігрівачі *VI* до температури $T_1 > T_s(P_1)$.

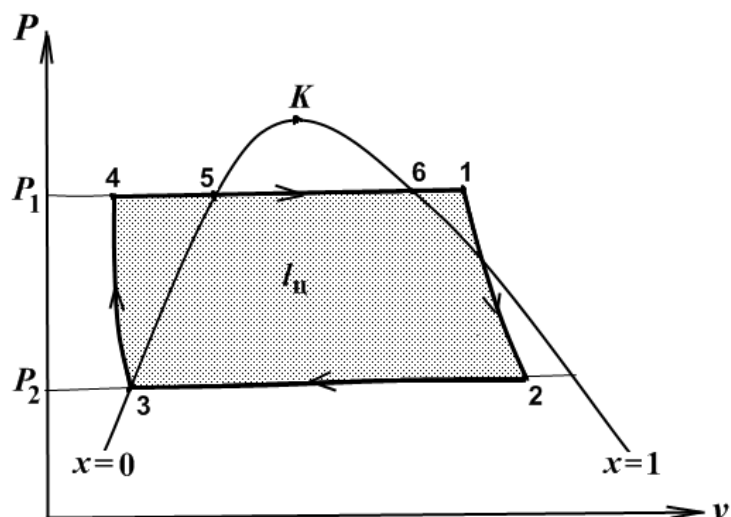


Рисунок 12.12 - P - v - діаграма циклу Ренкіна.

Площа заливої ділянки в середині циклу співпадає з питомою роботою I_u ; ізобаро-ізоермічний процес конденсації $2 \rightarrow 3$ проходить при температурі $T_2 = T_s(P_2)$.

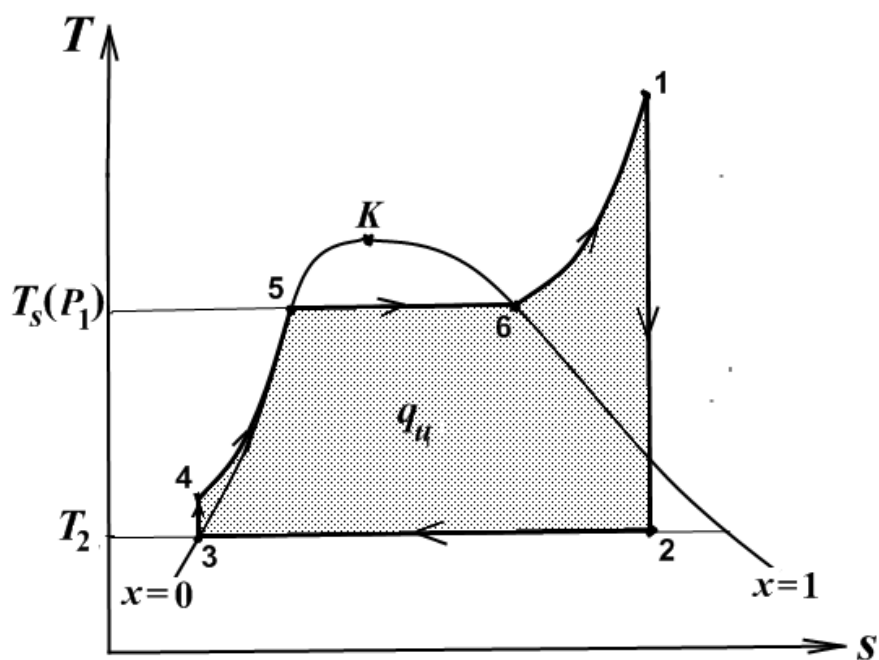


Рисунок 12.13 - T - s - діаграма циклу Ренкіна

Площа заливої ділянки в середині циклу співпадає з питомою теплою за цикл q_u ; ізотермічно-ізобарний процес конденсації $2 \rightarrow 3$ проходить при тиску $P_2 = P_s(T_2)$; процеси $1 \rightarrow 2$ і $3 \rightarrow 4$ вважаються ізоентропними, тобто $s_1 = s_2$ і $s_3 = s_4$.

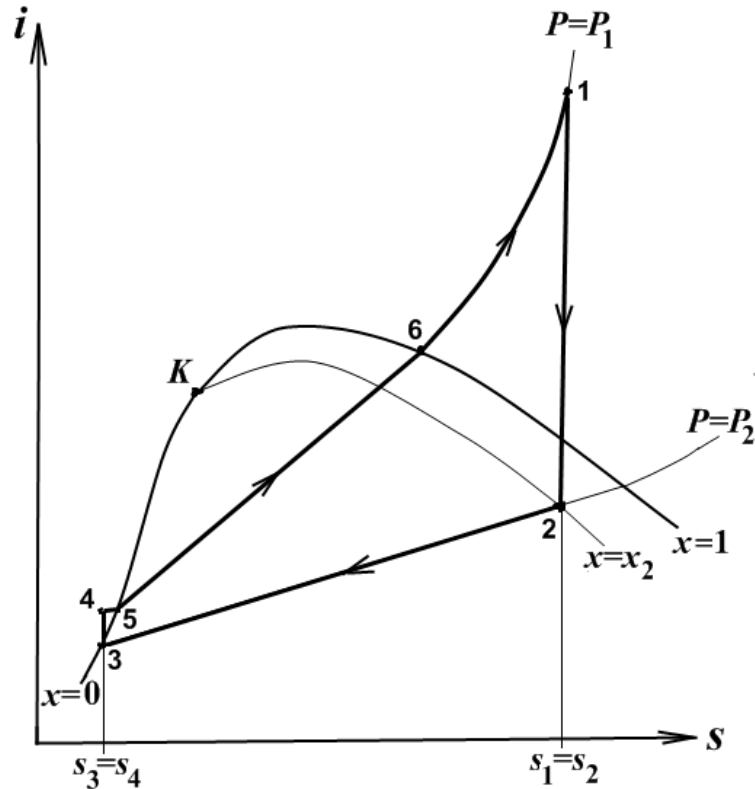


Рисунок 12.14 - i - s - діаграма циклу Ренкіна

12.1.3 Визначення параметрів циклу Ренкіна

Чисельні значення параметрів термодинамічних параметрів стану робочих тіл на практиці визначають за допомогою довідникових таблиць або діаграм.

В якості робочого тіла паросилових установок, як правило, використовуються вода. Вона доступна, дешева, не токсична, має високу теплоємність і питому теплоту пароутворення.

Для рідкої фази води мають місце прості аналітичні співвідношення. При тисках менше за 4 МПа питому ентальпію визначають за формулою

$$i'(t) = c_p \cdot t, \text{ кДж/кг} \quad (1)$$

де t - температура, $^{\circ}\text{C}$; $c_p = 4.19 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{K)}$ – питома теплоємність рідкої фази води.

Із співвідношення (1) витікає формула розрахунку питомої ентропії рідкої фази води

$$s'(t) = s'(0) + \int_0^t \frac{di'(t)}{T} = +c_p \cdot \int_0^t \frac{dt}{t + 273} = s'(0) + c_p \cdot \ln\left(\frac{t + 273}{273}\right),$$

що з врахуванням умови $s'(0) = 0$ дає

$$s'(t) = c_p \cdot \ln\left(\frac{t + 273}{273}\right) = 4.19 \cdot \ln\left(\frac{t + 273}{273}\right), \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)}. \quad (2)$$

Так у точці 3 $P_3 = P_2$, $t_3 = t_2$, вода знаходиться у рідкій фазі і тому

$$i_3 = i'(t_3) = i'(t_2) = c_p \cdot t_2 \equiv i'_2. \quad (3)$$

У формулі (3) введено позначку i'_2 для питомої теплоємності рідкої фази води у точці 2

$$i'_2 \equiv c_p \cdot t_2 = 4.19 \cdot t_2, \text{ кДж/кг}. \quad (4)$$

У точці 4 $P_4 = P_1$, $t_4 \approx t_3 = t_2$, вода знаходиться у рідкій фазі і тому

$$i_4 = i'(t_4) \approx i'(t_2) = i'_2. \quad (5)$$

У циклі Ренкіна процеси теплообміну є ізобарними, через що тепло йде виключно на зміну ентропії ($dq = di$). Як результат маємо для процесу підвода тепла (4→1)

$$q_1 = i_1 - i_4 = i_1 - i'_2, \quad (6)$$

в процесі відводу тепла (2→3)

$$q_2 = i_2 - i_3 = i_2 - i'_2. \quad (7)$$

За загальним співвідношенням з урахуванням формул (6), (7) питома тепло, що підводиться за цикл Ренкіна, дорівнює

$$q_{\delta} = q_1 - q_2 = i_1 - i_2. \quad (8)$$

Таку ж величину має питома робота за цикл Ренкіна

$$l_{\delta} = q_{\delta} = i_1 - i_2. \quad (9)$$

Термічний ККД циклу Ренкіна дорівнює

$$\eta \equiv \frac{l_{\text{с}}}{q_1} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i'_2}. \quad (10)$$

12.5 Ексергія. Ексергічний ККД.

Основні визначення і співвідношення по темі ексергія.

Ексергія теплоти, яку відбирають від гарячого джерела тепла з температурою T , це максимальна корисна робота, яка може бути одержана за рахунок цієї теплоти за умови, що холодним джерелом буде оточуюче середовище з температурою T_0 .

Питома ексергія теплоти дорівнює

$$e_q = q \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T}\right), \text{ Дж/кг} \quad (1)$$

де q - питоме тепло, Дж/кг; T – абсолютна температура джерела тепла, К; T_0 - абсолютна температура навколишнього середовища, К.

Ексергія потоку речовини, це максимальна корисна робота, яка може бути одержана за рахунок приведення речовини до стану термодинамічної рівноваги з навколишнім середовищем. При цій рівновазі речовина не зміщується з навколишнім середовищем, але тиск і температура речовини потоку співпадає з тиском і температурою навколишнього середовища.

Питома ексергія потоку речовини дорівнює

$$e = i - i_0 - T_0 \cdot (s - s_0), \text{ Дж/кг} \quad (2)$$

де i та s – питомі ентальпія (Дж/кг) та ентропія (Дж/(кг·К)) речовини у даному стані; i_0 та s_0 – питомі ентальпія (Дж/кг) та ентропія (Дж/(кг·К)) цієї речовини у стані термодинамічної рівноваги з навколишнім середовищем; T_0 - абсолютна температура навколишнього середовища, К. Якщо при температурі і тиску навколишнього середовища речовина може бути у декількох станах, то з них вибирають менш енергійний стан.

Питома втрата ексергії теплоти розраховується за формулою Гюї-Стодоли

$$d = T_0 \cdot \Delta s_{\text{нєн}}, \text{ Дж/кг} \quad (3)$$

де $\Delta s_{сис}$ – зміна питомі ентропії (Дж/(кг·К)) системи, що складається з об'єктів, які обмінялися теплотою; T_0 - абсолютна температура навколишнього середовища, К.

Якщо в ході процесу система здійснює корисну роботу, то втрати питомі ексергії розраховуються за формулою

$$d = e_{\hat{a}\tilde{o}} - e_{\hat{a}\tilde{e}\tilde{o}} - l_{\hat{e}\tilde{i}\tilde{o}}, \text{ Дж/кг} \quad (4)$$

де $e_{вх}$ і $e_{вих}$ – питомі входна і вихідна ексергії в процесі, Дж/кг; $l_{кор}$ – корисна питома робота, яка була здійснена в процесі, Дж/кг. Ця формула вірна і у випадку, коли корисна робота не здійснюється ($l_{кор}=0$).

Для характеристики ефективності процесів вводиться ексергічний ККД

$$\eta_{\hat{a}\hat{e}\hat{n}} = \begin{cases} \frac{l_{\hat{e}\tilde{i}\tilde{o}}}{e_{\hat{a}\tilde{o}} - e_{\hat{a}\tilde{e}\tilde{o}}}, & l_{\hat{e}\tilde{i}\tilde{o}} \neq 0 \\ \frac{e_{\hat{a}\tilde{e}\tilde{o}}}{e_{\hat{a}\tilde{o}}}, & l_{\hat{e}\tilde{i}\tilde{o}} = 0 \end{cases}. \quad (5)$$

Тема 4. ХОЛОДИЛЬНІ ЦИКЛИ.

Цикли холодильних установок

Цикли холодильних установок відрізняються від циклів двигунів тим, що робота стиску більше роботи розширення. Це дає можливість за рахунок роботи зовнішніх сил здійснити передачу тепла від холодного тіла до гарячого.

Холодильна установка працює за зворотним циклом, найбільш досконалим типом якого є зворотний цикл Карно. Такий цикл розглядався в параграфі 2.5 (дивись рисунок 2.14). Там було введено поняття основної характеристики холодильного циклу – холодильного коефіцієнта (дивись формулу (2.31)) як відношення відведеного тепла до витраченої роботи.

Лекція 13. Цикл повітряної холодильної установки

13.1. Схема повітряної ХМ, основні параметри установки повітряної ХМ. Послідовність процесів циклу повітряної ХМ.

Схема повітряної холодильної машини зображена на рисунку 13.1. На ньому символами позначені: Т- турбіна (детандер); ПО- проміжний охолоджувач; К- компресор; ОО- охолоджуваний об'єм; М- з'єднувальна муфта.

Основним параметром газової (повітряної) ХМ є коефіцієнт підвищення тиску у компресорі

$$\lambda \equiv \frac{P_4}{P_3}, \quad (1)$$

де P_4 та P_3 – тиск безпосередньо після та до компресору.

Процеси, що реалізуються у повітряній ХМ, легше аналізувати, спираючись на $P-v$ та $T-s$ діаграми циклу, які зображені на рисунках 2 та 3, відповідно. На них використовуються наступні символи: q_1 та q_2 - питоме тепло, що підводиться та відводиться за цикл: $q_{ц}$ та $l_{ц}$ – результуючі питомі тепло та робота, що мають місце в циклі повітряної ХМ.

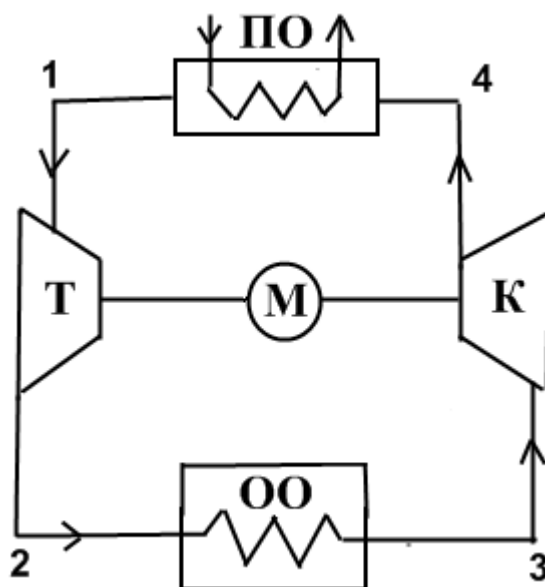


Рисунок 13.1 - Схема повітряної холодильної машини

Т- турбіна (детандер); ПО- проміжний охолоджувач; К- компресор; ОО- охолоджуваний об'єм; М- з'єднувальна муфта.

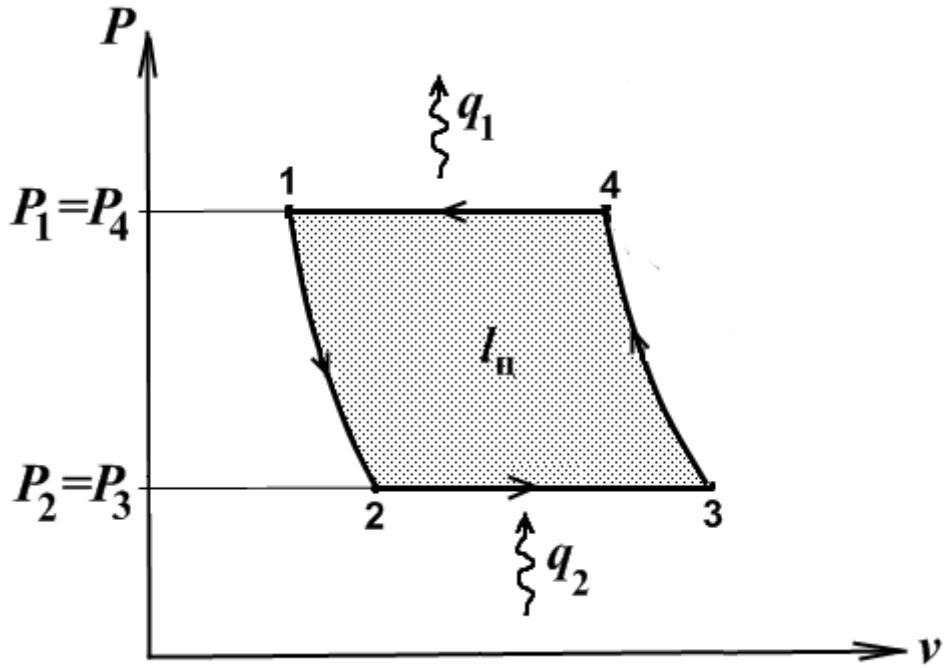


Рисунок 13.2 - P - v -діаграма циклу повітряної ХМ

Послідовність процесів і станів циклу повітряної ХМ наступна:

3 – холодне повітря на виході з охолоджуваного об'єму;

3→4 – адіабатний стиск у компресорі, що супроводжується зростанням температури; через близькість властивостей газу до ідеального і адіабатність процесу

$$T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_3 \cdot \lambda^{\frac{k-1}{k}}, \quad (2)$$

де k - стала адіабати газу (у повітря $k=1,4$);

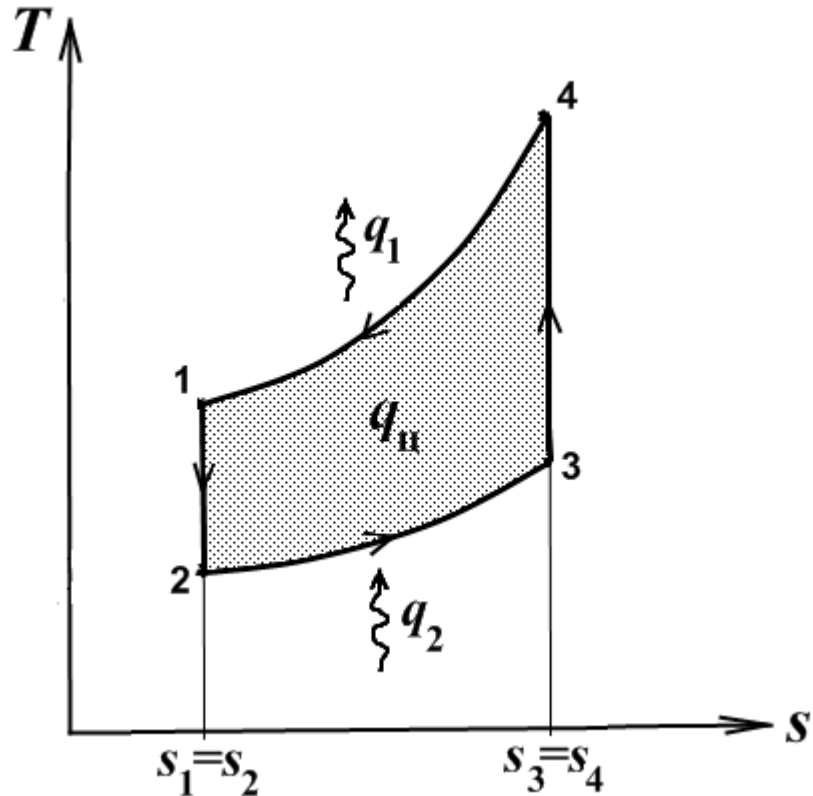


Рисунок 13.3 - T - s -діаграма циклу повітряної ХМ

$4 \rightarrow 1$ – ізобарне охолодження у проміжному охолоджувачі (за звичай зовнішньою водою) з відводом питомої теплоти q_1 від робочого тіла (повітря); внаслідок ізобарності процесу з першого закону термодинаміки витікає, що

$$q_1 = i_4 - i_1 = \tilde{n}_p \cdot (T_4 - T_1). \quad (3)$$

Тут і далі символом « i » позначається питома ентальпія у відповідній точці; c_p – питома масова ізобарна теплоємність газу (повітря), кДж/(кг·К).

$1 \rightarrow 2$ – адіабатне розширення у детандері, що супроводжується падінням температури; через близькість властивостей газу до ідеального і адіабатність процесу

$$T_1 = T_2 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_2 \cdot \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_2 \cdot \lambda^{\frac{k-1}{k}}, \quad (4)$$

(в ході отримання співвідношення (4) використана ізобарність процесів $4 \rightarrow 1$ і $2 \rightarrow 3$, з якої витікає, що $P_1 = P_4$ і $P_2 = P_3$);

$2 \rightarrow 3$ – ізобарний підігрів робочого тіла від охолоджуваного об'єму, що супроводжується відводом питомої теплоти q_2 від охолоджуваного об'єму до

робочого тіла (повітря); внаслідок ізобарності процесу з першого закону термодинаміки витікає, що

$$q_2 = i_3 - i_2 = \tilde{n}_p \cdot (T_3 - T_2). \quad (5)$$

Робота за цикл дорівнює теплоті за цикл, через що

$$l_{\text{о}} = q_{\text{о}} = q_1 - q_2 = \tilde{n}_p \cdot [T_4 - T_1 - (T_3 - T_2)]. \quad (6)$$

Розрахуємо холодильний коефіцієнт

$$\varepsilon \equiv \frac{q_2}{l_{\text{о}}} = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{1}{\frac{q_1}{q_2} - 1} = \frac{1}{\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} - 1}.$$

Використавши далі співвідношення (2), (4), отримаємо

$$\varepsilon \equiv \frac{q_2}{l_{\text{о}}} = \frac{1}{\lambda^{\frac{k-1}{k}} - 1}. \quad (7)$$

Лекція 14. Цикл парокомпресорної ХМ

Розглянемо парокомпресійну ХМ, що працює за вологим циклом.

Схема парокомпресійну ХМ зображена на рисунку 14.1. До її складу входять конденсор, в якому віддаючи енергію холодоагент спочатку конденсується і у подальшому охолоджується; дросель (вентиль), в якому проходить необоротне падіння тиску холодоагенту з одночасним охолодженням без зовнішньої роботи із збереженням ентальпії; випарник, в якому за рахунок отримання тепла з охолоджуваного об'єму здійснюється випаровування холодоагенту; компресор, в якому внаслідок стиску холодоагенту підвищуються його тиск і температура.

На рисунках 14.2 і 14.3 зображені T - s і P - i діаграми вологого циклу парокомпресійної ХМ.

Послідовність процесів у циклу наступна.

3 – холодоагент знаходиться у стані ВНП при температурі $t_3 = t_2$ і тиску $P_3 = P_s(t_3)$;

3 → 4 - адіабатний стиск у компресорі з підвищенням тиску до $P_4 = P_1 = P_s(t_4)$ і відповідним підвищенням температури $t_4 = t_1 = t_s(P_1)$ і холо-

доагент знаходиться у стані сухої насиченої пари ($x_4 = 1$); вважаючи стиск оборотним процесом, з його адіабатності отримуємо ізоентропність ($s_4 = s_3$); втрати тепла при цьому процесі відсутні ($q = 0$);

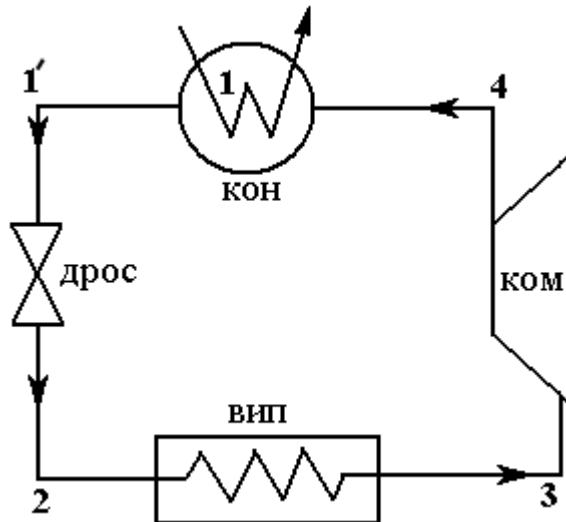


Рисунок 14.1 – Схема парокомпресійної холодильної установки
кон – конденсор; дрос – дросель; вип – випарник; ком – компресор.

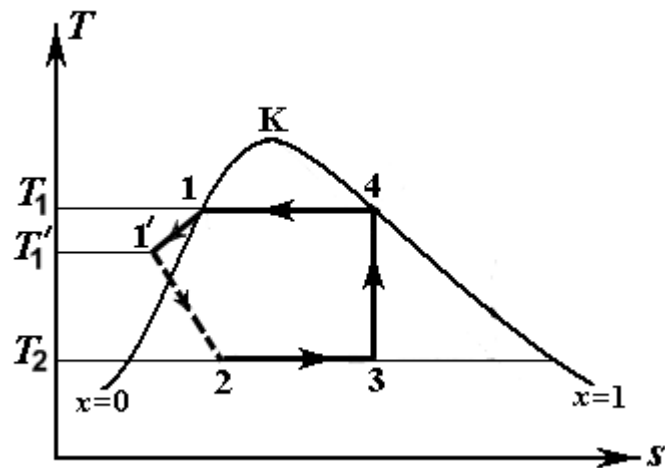


Рисунок 14.2 – T-s-діаграма циклу парокомпресійної холодильної машини з вологим циклом

$4 \rightarrow 1'$ - ізобарна віддача теплоти $q_1 = q_{1.\hat{e}\hat{i}\hat{i}} + q_{1.\hat{i}\hat{o}}$ охолоджувачу; цей процес складається із двох процесів

$4 \rightarrow 1$ - ізотермічної конденсації ($t_4 = t_1 = t_s(P_1)$) з

$q_{4 \rightarrow 1} = q_{1.\hat{e}\hat{i}\hat{i}}$, де $q_{1.\hat{e}\hat{i}\hat{i}}$ - питома теплота конденсації;

$1 \rightarrow 1'$ - переохолодження хладагенту до температури ($t'_1 < t_1 = t_s(P_1)$) з $q_{1 \rightarrow 1'} = q_{1.\hat{i}\hat{o}}$, де $q_{1.\hat{i}\hat{o}}$ - питома теплота охолодження;

$1' \rightarrow 2$ - дроселювання – адіабатне необоротне падіння тиску від P_1 до P_2 і температури і температури до $t_2 = t_s(P_2)$ і зростанням ентропії, переходом у стан ВНП з подальшим малим збільшенням ступеня сухості і незмінною ентальпією ($i_2 = i_{1'}$); втрати тепла при цьому процесі відсутні ($q = 0$);

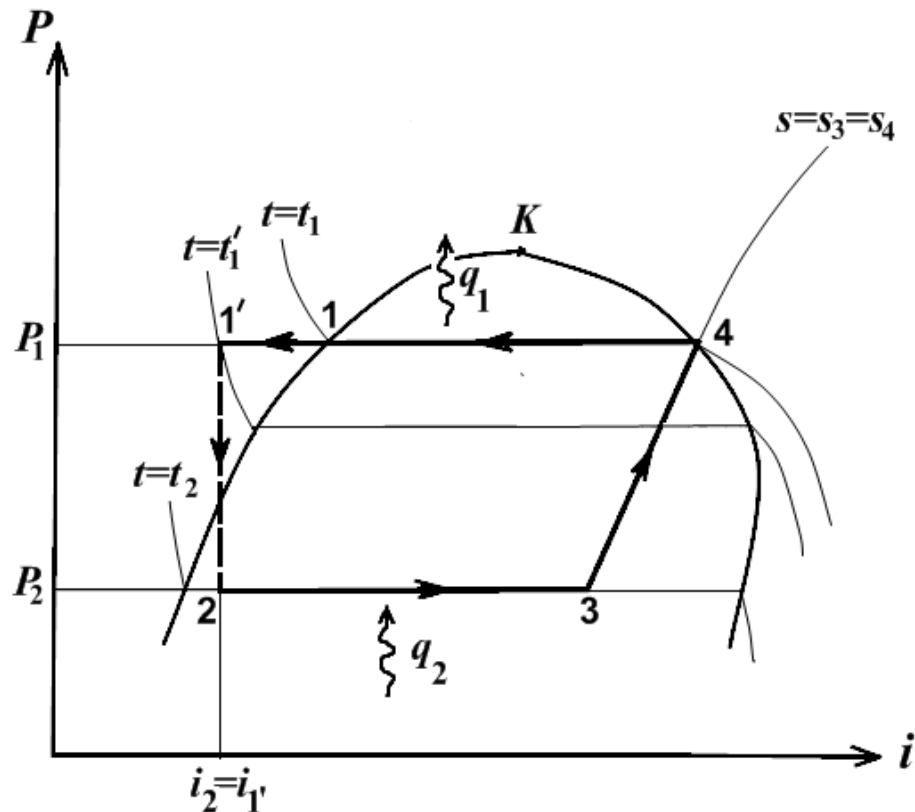


Рисунок 14.3 – P - i -діаграма циклу парокомпресійної холодильної машини з вологим циклом

$2 \rightarrow 3$ - ізобаро-ізотермічне ($t = t_2 = \text{const}$, $P = P_2 = P_s(t_2)$) випаровування у випарнику із збільшенням ступеня сухості за рахунок отримання q_2 із охолоджуваного об'єму ($t_2 < t_{\text{ісп}}(P_2)$); у кінцевому стані $x_3 < 1$ ($s_3 = s_4$).

Випишемо енергетичні характеристики процесів циклу.

Питома робота ідеального проточного компресору (процес $3 \rightarrow 4$) дорівнює

$$l_{\text{ен}} = i_4 - i_3.$$

Питома теплота, що підводиться за цикл, отримується холодоагентом у процесі $2 \rightarrow 3$. Через ізобарність цього процесу

$$q_2 = i_3 - i_2 = i_3 - i_{1'}.$$

При запису останнього співвідношення використана ізоентальпність процесу дроселювання $1' \rightarrow 2$, внаслідок чого $i_2 = i_{1'}$.

Питома теплота, що відводиться за цикл, віддається холодоагентом у процесі $4 \rightarrow 1'$. Через ізобарність цього процесу

$$q_1 = i_4 - i_{1'}.$$

Питома робота циклу дорівнює

$$l_{\text{в}} = q_{\text{в}} = q_1 - q_2 = (i_4 - i_{1'}) - (i_3 - i_{1'}) = i_4 - i_3 = l_{\text{ен}}.$$

Використовуючи останні співвідношення, отримаємо вираз холодильного коефіцієнту через характеристики процесу

$$\varepsilon \equiv \frac{q_2}{l_{\text{в}}} = \frac{i_3 - i_{1'}}{i_4 - i_{1'}}.$$

Лекція 15. Теплові насоси

Основні базові визначення і співвідношення по циклам теплових насосів (ТН).

Холодильний коефіцієнт:

$$\varepsilon \equiv \frac{q_2}{l}, \quad (1)$$

де q_2 - питома теплота, що відбирається холодоагентом від нижнього джерела тепла (НДТ) за цикл; l - питома робота, що здійснюється ТН за цикл.

Коефіцієнт трансформації тепла тепловим насосом:

$$\psi \equiv \frac{q_1}{l}, \quad (2)$$

де q_1 - питома теплота, що віддається холодоагентом верхньому джерелу тепла (ВДТ) за цикл; l - питома робота, що здійснюється ТН за цикл.

Коефіцієнт трансформації тепла тепловим насосом, що функціонує за циклом Карно:

$$\Psi_K \equiv \frac{T_1}{T_1 - T_2}, \quad (3)$$

де T_1, T_2 - абсолютні температури процесів підводу теплоти до ВДТ, відводу теплоти від НДТ.

Через то, що тепловий насос, що функціонує за циклом Карно, реалізує максимально можливий коефіцієнт трансформації тепла у заданому інтервалі температур, є сенс коефіцієнт трансформації тепла реального насосу представити у вигляді

$$\Psi = \eta_k \cdot \Psi_K, \quad (4)$$

у якому множник $0 < \eta_k \leq 1$ логічно трактувати, як *коефіцієнт ефективності процесу трансформації тепла*.

Потужність тепловиділення ТН дорівнює

$$Q_1 = G \cdot q_1, \quad (5)$$

де G - масова витрата холодоагенту у ТН.

Холодопродуктивність ТН дорівнює

$$Q_2 = G \cdot q_2. \quad (6)$$

Зв'язок теплоти процесів з їх середніми температурами і величиною зміни ентропії:

$$q_1 = T_{1.сеп} \cdot \Delta s, \quad q_2 = T_{2.сеп} \cdot \Delta s, \quad (7)$$

де $T_{1.сеп}, T_{2.сеп}$ - середні абсолютні температури процесів підводу теплоти до ВДТ, відводу теплоти від НДТ; Δs - амплітуда зміни питомої ентропії в циклі ТН.