

**МІНІСТЕРСТВО ВНУТРІШНІХ СПРАВ УКРАЇНИ
АКАДЕМІЯ ПОЖЕЖНОЇ БЕЗПЕКИ УКРАЇНИ**

І.Б.Рябова, І.В.Сайчук, А.Я.Шаршанов

**Термодинаміка і теплопередача
у пожежній справі**

Навчальний посібник

Харків 2002

І.Б.Рябова, І.В.Сайчук, А.Я.Шаршанов /Термодинаміка і теплопередача у пожежній справі/ Навчальний посібник –Харків: АПБУ, 2002. – 355 с з іл.,

У посібнику надано основи теорії теплофізичних процесів. Матеріал викладається, починаючи з основних понять та визначень дисципліни “Термодинаміка і теплопередача” і закінчуючи безпосереднім технічним застосуванням її висновків та описом конкретних явищ. При цьому особлива увага надається методам розрахунку теплофізичних процесів, які необхідні спеціалістам пожежної охорони для вирішення задач пожежної безпеки.

Посібник призначено для курсантів та слухачів денної та заочної форми навчання вищих навчальних закладів пожежно-технічного профілю. Він також може бути корисним ад`юнктам, викладачам цих навчальних закладів, науковим працівникам, що займаються питаннями пожежної безпеки, експертам та працівникам пожежно-випробувальних лабораторій.

Рецензенти:

професор кафедри теплотехніки Національного політехнічного університету - ХПІ, доктор технічних наук, професор Братута Е.Г;

начальник кафедри пожежної профілактики населених пунктів Академії пожежної безпеки України, кандидат технічних наук, доцент Уваров Ю.В.

Редактор: Філіна Т.О.

План 2001 р.

Підп. до друку ____ . ____ . ____ р.

Формат

Друк

Умовн. – друк. арк . 19,0. Зам. № ____

Тираж ____ прим.

Вид. № ____

АПБУ, 61023, Харків, вул. Чернишевського, 94.

Розділ 1. ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

Глава 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ. ЗАКОНИ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ

1.1 Предмет термодинаміки. Основні поняття

1.1.1 Предмет та метод термодинаміки

Термодинаміка як розділ фізики вивчає закономірності перетворення речовини та енергії в різноманітних процесах, що відбуваються в макроскопічних системах та супроводжуються тепловими ефектами.

Технічна термодинаміка вивчає закономірності перетворення теплової та механічної енергії й властивості тіл, що беруть участь у цих перетвореннях. При цьому мається на увазі практичне використання набутих знань у техніці.

Макроскопічною системою називається будь-який матеріальний об'єкт, що складається з великої кількості часток. Розміри макроскопічної системи значно більше розмірів атомів та молекул. Розглядаючи лише макроскопічні системи, термодинаміка вивчає закономірності теплової форми руху матерії, що зумовлені наявністю величезної кількості мікроструктурних часток (атомів, молекул, іонів), що безупинно рухаються та взаємодіють одна з одною.

Фізичні властивості макросистем вивчаються статистичними та термодинамічними методами.

Статистичний метод, що ґрунтується на використанні теорії ймовірностей та певних модельних уявленнях про будову речовини із мікрочастинок, є основним методом статистичної фізики.

Термодинамічний метод є феноменологічним (не вимагає використання модельних уявлень про структуру речовини, а розглядає явище у цілому). Він базується на прямому узагальненні дослідних даних.

Усі основні висновки термодинаміки можна отримати методом дедукції, використовуючи два основні закони термодинаміки.

Термодинаміка як окрема наука існує з ХІХ століття. Вона виникла у зв'язку з необхідністю вивчення процесів перетворення теплоти у роботу в парових машинах. У ХХ столітті термодинаміка охопила більш широке коло питань. Нині термодинамічний метод дослідження широко застосовується в різноманітних розділах фізики, хімії, біології, багатьох інших науках й галузях техніки. Термодинаміка відіграє важливу роль у системі знань, що необхідні інженерові будь-якого фаху.

1.1.2 Теплота, внутрішня енергія, механічна робота

Нагадаємо деякі з основних понять термодинаміки.

Енергія - міра різноманітних форм матеріального руху та взаємодії. Кожній формі відповідає певний вид енергії. Енергію, що відповідає молекулярному хаотичному руху, називають у термодинаміці **внутрішньою енергією** (U); вона складається з кінетичної енергії хаотичного руху молекул, потенційної енергії сил міжмолекулярної взаємодії та внутрішньомолекулярної енергії.

Повну енергію тіла, як стверджує "Фізика", можна записати у вигляді

$$E_{\text{пов}} = U + E_{\text{зов}}, \quad (1.1)$$

де $E_{\text{зов}}$ - зовнішня енергія тіла, яка складається із кінетичної енергії руху тіла як цілого та потенційної енергії. Наприклад, на Землі

$$E_{\text{зов}} = \frac{mw^2}{2} + mgh$$

(m , w , h – відповідно, маса, швидкість руху та висота підйому тіла, g – прискорення вільного падіння). З формули (1.1) видно, що внутрішня енергія співпадає з повною енергією, за вирахуванням зовнішньої енергії тіла. Саме співвідношення $U = E_{\text{пов}} - E_{\text{зов}}$ через відсутність припущень про мікроскопічну будову тіла є термодинамічним визначенням внутрішньої енергії.

На відміну від понять енергії та виду енергії, існує поняття **форми передачі енергії** (способу обміну енергією) при енергетичних взаємодіях. Розрізняють дві форми: роботу та теплоту.

Перша форма енергообміну, яка обумовлена силовою дією одного тіла на інше і супроводжується переміщенням тіла, називається **роботою** ([позначається \$L\$](#)).

Друга форма пов'язана з наявністю різниці температур та обумовлена хаотичним рухом мікрочастинок, що складають макротіло. Обмін енергією в цьому випадкові відбувається або при безпосередньому контакті тіл, що мають різну температуру, або випромінюванням. Кількість енергії, що передано у формі хаотичного руху молекул, називається **теплотою** ([позначається \$Q\$](#)).

Одиницями виміру енергетичних величин (E , U , L , Q) у системі СІ є Дж (Джоуль), у техніці часто використовують позасистемну одиницю кДж (кілоджоуль).

1.1.3 Термодинамічна система

Термодинамічна система являє собою сукупність матеріальних тіл, що знаходяться у механічній та тепловій взаємодії одне з одним і з зовнішніми тілами, які їх оточують.

Вибір системи довільний і диктується умовами задачі, що вирішується. Тіла, що не входять до системи, називають **навколишнім середовищем**.

Система відокремлена від навколишнього середовища **контрольною поверхнею**.

Прикладом найпростішої системи є газ у циліндрі з поршнем. Навколишнє середовище для такої системи - зовнішнє повітря; контрольна поверхня - стінки циліндра та поршень.

Механічна взаємодія у системі здійснюється крізь контрольні поверхні. При цій взаємодії самою системою або над системою здійснюється робота.

У загальному випадку, система може обмінюватися з навколишнім середовищем речовиною. Така система називається **відкритою**. Приклад відкритої системи - потоки газу або пари в турбінах та трубопроводах.

Якщо речовина не проходить крізь границі системи, то така система називається **закритою**.

Термодинамічна система, що не може обмінюватися теплотою із навколишнім середовищем, називається **теплоізолюваною** або **адіабатною**.

Термодинамічна система, що не обмінюється із навколишнім середовищем ані речовиною, ані теплотою, називається **ізолюваною (замкненою)**.

Надані визначення зведено до таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 - Класифікація термодинамічних систем

Взаємодія з зовнішнім середовищем		Назва системи	
Обмін речовиною	обмінюється	Відкрита	Ізолювана (замкнена)
	не обмінюється	Закрита	
Теплообмін	не обмінюється	Теплоізолювана (адіабатна)	
	обмінюється	Неадіабатна	

Термодинамічну систему, яку використовують для перетворення теплоти у роботу, називають **робочим тілом**. Так, робочим тілом можна вважати суміш повітря з парами бензину, яка утворюється у карбюраторі двигуна внутрішнього згоряння, та продукти згоряння.

1.1.4 Термодинамічні параметри стану робочого тіла

Термодинамічним станом робочого тіла називається стан цього тіла із фіксованою сукупністю його фізичних параметрів.

Макроскопічні фізичні величини, що описують властивості робочого тіла в даний момент, називаються **термодинамічними параметрами стану**. До основних параметрів стану, що можуть бути безпосередньо виміряні простими технічними засобами, відносяться абсолютний тиск, температура та питомий об'єм (або густина). Ці три параметри носять назву **термічних параметрів стану**.

1.1.4.1 Тиск

Абсолютний тиск (P) являє собою середній результат силової дії молекул речовини на стінки судини та дорівнює відношенню нормальної компоненти сили (F) до площі поверхні (F), на яку діє сила.

$$P \equiv \frac{F}{F} .$$

Одиниці виміру тиску - $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$. У техніці використовують декілька позасистемних одиниць:

бар - $1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$;

міліметр ртутного стовпа – $1 \text{ мм рт.ст.} = 133 \text{ Па}$;

міліметр водяного стовпа – $1 \text{ мм вод.ст.} = 9.81 \text{ Па}$;

технічна атмосфера - $1 \text{ ата} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 98.1 \text{ кПа}$.

У зв'язку з частим використанням, у техніці виділяють декілька видів тиску: атмосферний (барометричний), надлишковий (манометричний), вакууметричний.

Атмосферним або **барометричним тиском** B називається гідростатичний тиск, з яким атмосфера діє на усі предмети, що знаходяться у ній. За **нормальний атмосферний тиск** приймають 101325 Па (760 мм рт. ст.), що відповідає тиску атмосфери при температурі 0°C на широті 45° на висоті 0 м над рівнем моря.

Прилади, що застосовуються у техніці (рідинні та пружинні манометри), фіксують різницю між дійсним (абсолютним) P та атмосферним B тисками, тобто так званий **надлишковий (манометричний) тиск** $P_{\text{ман}}$:

$$P_{\text{ман}} \equiv P - B .$$

Прилади для виміру тиску нижче атмосферного називаються вакуумметрами. Вони фіксують різницю між тиском атмосфери і абсолютним тиском – **вакууметричний тиск** ($P_{\text{вак}}$):

$$P_{\text{вак}} \equiv B - P .$$

1.1.4.2 Температура

Температура - міра нагрятості тіла. Цей параметр стану визначає напрямки теплових потоків (від більш нагрітого тіла до менш нагрітого).

Згідно з молекулярно-кінетичною теорією, абсолютна температура прямо пропорційна середній кінетичній енергії теплового руху молекул.

Основною шкалою виміру температури у системі СІ є шкала Кельвіна (позначається “К”), але на практиці часто використовується більш звична шкала - шкала Цельсія ($^{\circ}\text{C}$). Величина одиниці виміру –градус – в обох системах однакова, а початкові точки відліку різняться. Які точки обираються за базові, відомо з курсу фізики. Температурі 0 К відповідає відсутність теплового руху. Температурі 0°C приблизно відповідає співіснування льоду та води, а температурі 100°C - кипіння води при нормальному атмосферному тиску.

Із достатньою для пожежної практики точністю можна вважати, що температура за шкалою Кельвіна (T) пов'язана з температурою за шкалою Цельсія (t) співвідношенням

$$T = t + 273, \text{ K}, \text{ або } t = T - 273, ^{\circ}\text{C}.$$

1.1.4.3 Питомий об'єм і густина

До основних параметрів стану відносяться **питомий об'єм** v (це об'єм одиниці маси речовини) та **густина речовини** ρ (маса одиниці об'єму). Формули, що є визначеннями середніх значень даних величин, мають вид:

$$v \equiv V/m, \text{ м}^3/\text{кг},$$

$$\rho \equiv m/V, \text{ кг/м}^3,$$

де m і V – відповідно, маса речовини і об'єм, який вона займає. Неважко побачити, що ці величини обернені одна до одної, тобто

$$v = 1/\rho.$$

1.2 Рівняння стану термодинамічної системи

Перейдемо до подальшого опису термодинамічних систем.

Якщо всі термодинамічні параметри системи постійні у часі та однакові в усіх точках системи, то такий стан системи називають **рівноважним станом**. Тільки у рівноважних станах термодинамічні параметри є однозначно визначеними величинами. При незмінних зовнішніх умовах вони залишаються сталими скільки завгодно.

Якщо поміж різними точками системи існують різниці тиску, температур, густини або інших термодинамічних параметрів, то вона є **нерівноважною**. У такій системі під дією градієнтів (різниць) параметрів виникають потоки теплоти, речовини та т.д., що прагнуть повернути систему до стану рівноваги.

Рівноважні стани термодинамічної системи можна відобразити за допомогою графіків. Так, якщо за координатними осями відкладати значення пара-

метрів стану, то будь-якому рівноважному стану буде відповідати точка на такому графіку. Нерівноважний стан таким способом відобразити неможливо, бо хоч один із його параметрів не має певного значення.

Ізольована система завжди приходиться до стану рівноваги і вийти з нього самостійно не може.

У рівновазі параметри стану системи визначаються зовнішніми умовами. Зміна останніх призводить до порушення рівноваги, що викликає у системі процес переходу до нового рівноважного стану. В ході процесу стан системи нерівноважний, але якщо зміна зовнішніх умов йде досить повільно (за час, що значно перевищує характерний час релаксації системи), то її термодинамічні параметри встигають підстроїтися до нових майже рівноважних (квазірівноважних) значень, і систему в кожен момент можна розглядати як майже рівноважну (квазірівноважну).

Якщо зміна зовнішніх умов буде проходити нескінченно повільно, то вона буде супроводжуватися процесом, в ході якого система буде проходити відповідні рівноважні стани. Саме такий процес, що складається із неперервної послідовності рівноважних станів, має назву *рівноважного (квазістаціонарного) процесу*.

Слід відмітити, що в рівноважному процесі в кожен момент часу виконуються умови рівноваги не тільки в системі, але і на її границях. Це означає рівність тисків і рівність температур (за умови неадіабатності) на границях системи із зовнішнім середовищем.

Через нескінченну повільність рівноважний процес є абстракцією. Всі реальні процеси складаються з послідовності нерівноважних станів системи і носять назву *нерівноважних процесів*.

Через те, що рівноважним процесам відповідає послідовність рівноважних станів, стає можливим зображати такі процеси лініями на графіках. У випадку нерівноважних процесів така процедура не коректна, і тому ми будемо лише умовно зображати їх пунктирними лініями.

Поняття рівноважного стану і рівноважного процесу дуже важливі в термодинаміці, бо всі кількісні висновки термодинаміки можна використовувати безумовно тільки у випадках рівноважних процесів.

Для рівноважної термодинамічної системи існує функціональний зв'язок між параметрами стану, який має назву *рівняння стану*.

У випадку однокомпонентної речовини (пари, газу, рідини) рівнянню стану можна надати узагальненого виду:

$$f(P, v, T) = 0,$$

або $P = f_p(v, T)$, або $v = f_v(P, T)$, або $T = f_T(v, P)$, де f, f_p, f_v, f_T – різні записи функції зв'язку. Таким чином з трьох основних параметрів, що характеризують стан рівноважної системи, незалежними є будь-які два.

Для розв'язання задач методами термодинаміки необхідно знати рівняння стану. Вид рівняння залежить від властивостей речовини, яка утворює робоче тіло. У технічній термодинаміці ми найчастіше будемо працювати з газами, тому основний інтерес звернемо на рівняння стану газу.

1.2.1 Рівняння стану ідеального газу

З курсу фізики відомі поняття ідеального та реального газів. **Ідеальний газ** - газ, що складається з молекул, розмір яких нехтовно малий, у порівнянні з відстанями між ними, а силами взаємодії між молекулами можна знехтувати. **Реальний газ** - газ, у якому сили взаємодії поміж молекулами істотні. Термодинаміка не розглядає будову речовини, в ній за визначенням газ є ідеальним в той мірі, у якій він задовольняє рівнянню стану ідеального газу. Через це дане рівняння відіграє в термодинаміці дуже важливу роль. В практиці рівняння стану ідеального газу важливе тому, що у багатьох випадках з достатньою точністю гази ведуть себе як ідеальні.

У курсі фізики показано, що рівняння стану ідеального газу має вид:

$$P = n k T, \text{ Па}, \quad (1.2)$$

де n - густина кількості частинок газу, м^{-3} , $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - стала Больцмана, T - абсолютна температура газу, К.

У техніці, як правило, використовують іншу форму запису цього закону. Так, якщо виразити число молекул N в об'ємі V через кількість кіломолей газу ν у цьому об'ємі та число Авогадро $N_A = 6.023 \cdot 10^{26}$ кмоль $^{-1}$ ($N = \nu N_A$), то параметр n можна представити у вигляді:

$$n \equiv \frac{N}{V} = \frac{\nu \cdot N_A}{V}.$$

Далі, із рівняння (1.2), вводячи **універсальну газову сталу**

$$R_0 = k N_A = 1.380 \cdot 10^{-23} \cdot 6.023 \cdot 10^{26} = 8314 \text{ Дж}/(\text{кмоль К}), \quad (1.3)$$

можна отримати **рівняння стану для довільної кількості кіломолей ідеального газу**:

$$P V = \nu R_0 T. \quad (1.4)$$

Якщо виразити кількість молей газу ν (кмоль) через його масу m (кг) і молярну масу μ (кг/кмоль)

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

то формула (1.4) прийме вид **рівняння Менделєєва-Клапейрона**

$$PV = \frac{m}{\mu} R_0 T. \quad (1.5)$$

В останньому рівнянні параметром, що конкретизує газ, є кіломолярна маса. Часто зручніше у рівнянні стану використовувати інший параметр, що залежить від молярної маси – **питому газу сталу** R . Вона дорівнює

$$R \equiv R_0 / \mu, \text{ Дж/(кг К)}. \quad (1.6)$$

В такому випадку формула (1.5) перетворюється на **рівняння стану для довільної маси ідеального газу**:

$$P V = m R T. \quad (1.7)$$

Поділивши обидві частини останнього співвідношення на масу газу, отримаємо **рівняння стану одиниці маси ідеального газу**:

$$P \nu = R T. \quad (1.8)$$

Якщо ділити рівняння (1.7) на об'єм, то воно прийме ще одну розповсюджену форму:

$$P = \rho R T. \quad (1.9)$$

Останній в даній главі варіант запису даного співвідношення можна отримати, поділивши (1.4) на кількість кіломолей. Тоді, позначивши об'єм кіломоля символом V_μ ($V_\mu \equiv V/\nu$), отримаємо **рівняння стану одного кіломоля ідеального газу**:

$$P V_\mu = R_0 T. \quad (1.10)$$

Використовуючи останнє рівняння, легко розрахувати об'єм кіломоля ідеального газу:

$$V_\mu = \frac{R_0 T}{P}.$$

Ця формула демонструє відомий з курсу хімії **закон Авогадро** (1811), який стверджує, що *за однакових умов (тисків та температур) мольні об'єми будь-яких ідеальних газів збігаються*. Неважко розрахувати, що при нормальних умов ($T = 273.15 \text{ К}$, $P = 101325 \text{ Па}$) цей об'єм приблизно дорівнює $V_m = 22.4 \text{ м}^3/\text{кмоль}$.

1.2.2 Основні закони ідеальних газів

Зміна стану термодинамічної системи називається **термодинамічним процесом**. Так, наприклад, при переміщенні поршня у циліндрі об'єм, а також тиск і температура газу, який знаходиться всередині, будуть змінюватися, тобто буде проходити процес розширення або стискання газу.

Через те, що у більшості випадків гази ведуть себе як ідеальні, закони ідеальних газів мають велике значення в практиці. Вони дозволяють прогнозувати поведінку газів у багатьох термодинамічних процесах.

Історично основні газові закони спочатку були одержані експериментально різними вченими. Потім, на основі узагальнення, було отримане рівняння стану ідеального газу. В даному випадку рух буде зворотнім – буде показано, що всі газові закони є наслідками рівняння стану ідеального газу. Ми розпочнемо з узагальненого газового закону.

1.2.2.1 Узагальнений газовий закон

Розглянемо ідеальний газ в якості робочого тіла. Проведемо довільний термодинамічний процес, витримуючи незмінним склад газу. Нас буде цікавити зв'язок між термодинамічними параметрами газу (P , T , v) у будь-яких двох рівноважних станах (зафіксуємо їх індексами “1” і “2”), які проходить робоче тіло в процесі. Таке співвідношення можна отримати, спираючись на рівняння стану ідеального газу у формі (1.8). Виразимо з нього питому газову сталу газу:

$$R = \frac{P \cdot v}{T} .$$

Через те, що в ході процесу склад газу не змінюється, незмінною залишається і його питома газова стала: $R = const$, тобто в ході процесу в рівноважних станах параметри стану задовольняють рівнянню

$$\frac{P \cdot v}{T} = const , \quad (1.11)$$

або інакше

$$\frac{P_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot v_2}{T_2} .$$

Формула (1.11) є записом *узагальненого газового закону*.

1.2.2.2 Закон Бойля-Маріотта.

Якщо газ переходить з одного стану до іншого за постійної температури (ізотермічно) $T = const$, зокрема $T_1 = T_2$, то рівняння (1.11) набуває форми

$$P v = const, \quad (1.12)$$

або

$$P_1 v_1 = P_2 v_2,$$

або (з використанням густини)

$$P/\rho = const, \text{ чи } P_1/\rho_1 = P_2/\rho_2.$$

Отримані співвідношення відповідають *закону Бойля-Маріотта* (1662): *за постійної температури густина ідеального газу міняється прямо пропорційно (а питомий об'єм обернено пропорційно) до тиску газу*. Тобто в ізотермічному процесі спостерігається гіперболічна залежність тиску від об'єму (див. рисунок 1.1).

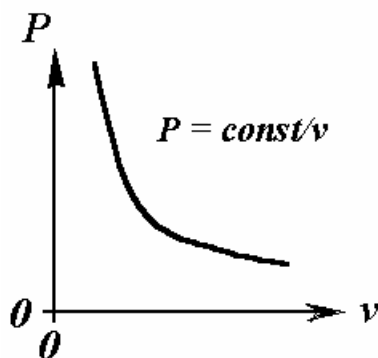


Рисунок 1.1 - Графік залежності тиску ідеального газу від питомого об'єму в ізотермічному процесі

Закон Бойля-Маріотта має широке застосування. Наприклад, він дозволяє визначити час, протягом якого можна використовувати одну заправку ізолюючого протигазу.

1.2.2.3 Закон Гей-Люсака

Якщо зміна стану ідеального газу відбувається за постійного тиску (ізобарно) $P = const$, зокрема $P_1 = P_2$, то з рівняння (1.11) витікає, що

$$v/T = \text{const}, \quad (1.13)$$

або інакше

$$v_1/T_1 = v_2/T_2.$$

Останнє співвідношення є **законом Гей-Люсака** (1802). Воно стверджує, що в процесах, які проходять за постійного тиску, питомий об'єм ідеального газу змінюється прямо пропорційно до абсолютної температури газу, тобто спостерігається лінійна залежність питомого об'єму від абсолютної температури (див. рисунок 1.2)

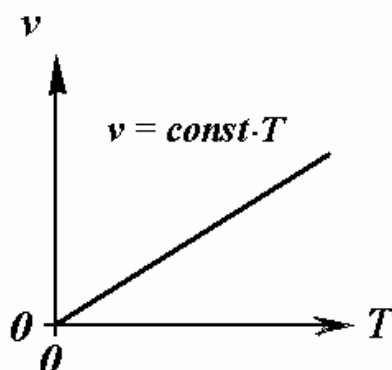


Рисунок 1.2 - Графік залежності питомого об'єму ідеального газу від абсолютної температури в ізобарному процесі

Спираючись на закон Гей-Люсака, можна пояснити рух газів при пожежі. Як правило, в такому випадку тиск газів можна вважати сталим, і тому їх нагрів, згідно з законом Гей-Люсака, приводить до збільшення питомого об'єму (зменшення густини). Внаслідок цього з'являється незбалансована сила гідростатичного тиску на розігріті газу з боку холодних газів. Вона сприяє розповсюдженню продуктів згорання угору.

Користуючись законом Гей-Люсака, можна розрахувати важливий у таких випадках параметр β – **коефіцієнт об'ємного розширення при постійному тиску** ([дивись також пункт 9.2.2.4](#)). Він показує відносну зміну об'єму при ізобарному збільшенні температури на один градус. Для визначення β у випадку ідеального газу треба взяти похідну за температурою від рівняння (1.13). В результаті отримаємо, що

$$\beta \equiv \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{T}. \quad (1.14)$$

З практики відомо, що коефіцієнти β різних газів практично однакові і залежать тільки від температури, що підтверджує формулу (1.14).

1.2.2.4 Закон Шарля

Якщо зміна стану ідеального газу відбувається за незмінного об'єму (ізохорно) $v = \text{const}$, зокрема $v_1 = v_2$, то з рівняння (1.11) витікає, що

$$P/T = \text{const}, \quad (1.15)$$

або інакше

$$P_1/T_1 = P_2/T_2.$$

Це співвідношення є математичним виразом **закону Шарля** (1787): *за сталого питомого об'єму відношення абсолютного тиску газу до його абсолютної температури - величина стала*. Відповідну залежність наведено на рисунку 1.3.

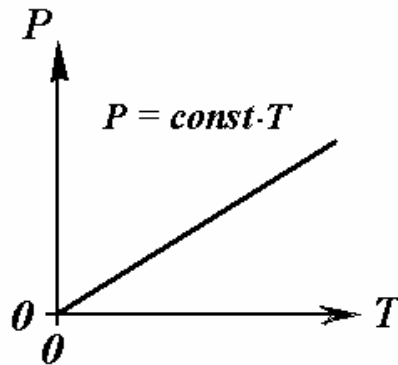


Рисунок 1.3 - Графік залежності тиску ідеального газу від абсолютної температури в ізохорному процесі

Використовуючи закон Шарля, можна з'ясувати велику кількість питань, наприклад, визначити температуру руйнування балона з газом за умови досягнення критично великого тиску. Таке явище може статися при пожежі через перегрів. Це не абстрактна задача. Відомі декілька випадків загибелі людей внаслідок подібного розвитку подій.

1.3 Газові суміші

Поняття “газова суміш” широко використовується як у загальній інженерній практиці, так і у пожежній справі.

Як правило, пожежа пов'язана з окисленням у повітрі палива, що знаходиться у газовій фазі, тобто з реакцією у газовій суміші пари палива та кисню. Якщо урахувати, що повітря само є сумішшю газів, то обсяг питань, які пов'язані з поняттям суміші, поширюється майже на усі випадки горіння. Вивчення їх потрібно, бо, наприклад, тільки знаючи властивості суміші, можна розрахувати час досягнення вибухонебезпечної концентрації горючого газу у приміщенні у випадку аварійної розгерметизації трубопроводу, або з'ясувати,

чи досягне вогнегасної концентрації подана до приміщення кількість водяної пари і таке інше.

1.3.1 Поняття газової суміші. Закон Дальтона

Більшість газів, що використовується на практиці, складається з молекул декількох видів, які хімічно не взаємодіють між собою. Так, наприклад, атмосферне повітря складається переважно з азоту та кисню, або продукти згоряння різноманітних речовин містять у собі азот, вуглекислий газ, сірчаний газ, водяну пару та інші гази. У багатьох випадках, якщо тиск невисокий, поведінка подібної суміші є поведінкою суміші ідеальних газів. При цьому *суміш ідеальних газів* розглядається як сукупність компонент, що не взаємодіють одна з одною, і кожна з яких являє собою ідеальний газ.

Кожна компонента у газовій суміші поводить себе як окремий газ за температури T , що дорівнює температурі суміші. Він займає увесь об'єм V , який займає суміш газів. Його молекули створюють тиск, який називається *парціальним тиском* даної компоненти. Для кожної з компонент суміші ці параметри підпорядковуються рівнянню стану ідеального газу (див. (1.4)-(1.7)):

$$\begin{aligned}
 & P_i V = m_i R_i T, \\
 \text{або} & \\
 & P_i V = \nu_i R_0 T, \\
 \text{або} & \\
 & P_i \cdot V = \frac{m_i}{\mu_i} R_0 T,
 \end{aligned}
 \tag{1.16}$$

де P_i - парціальний тиск i -ої компоненти, ν_i , m_i та μ_i - відповідно, кількість молей, маса та молярна маса i -ої компоненти суміші, $R_i \equiv R_0/\mu_i$ - питома газова стала i -ої компоненти суміші. Індекс i позначає компоненту суміші.

Основний закон, що визначає поведінку суміші ідеальних газів, - *закон Дальтона*. Він стверджує, що *повний тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків окремих газів, які складають суміш*, тобто

$$P = \sum_{i=1}^z P_i,
 \tag{1.17}$$

де P - повний тиск суміші, z - кількість компонент суміші.

1.3.2 Способи завдання складу суміші

Кількість речовини можна задати декількома різними способами: масою, об'ємом або кількістю молей. У відповідності до цього існує декілька способів завдання складу суміші газів: масовими, об'ємними та мольними частками.

1.3.2.1 Масові частки

Масовою часткою i -ої компоненти (g_i) називається відношення маси i -ої компоненти (m_i) до загальної маси суміші (m):

$$g_i \equiv \frac{m_i}{m} . \quad (1.18)$$

Через те, що загальна маса є сумою мас компонент, тобто

$$m = \sum_{i=1}^z m_i ,$$

сума усіх масових часток дорівнює одиниці:

$$\sum_{i=1}^z g_i = \sum_{i=1}^z \frac{m_i}{m} = 1 .$$

1.3.2.2 Об'ємні частки

Для прояснення даного поняття необхідно з'ясувати питання: який об'єм суміші приходить на молекули даного сорту? Для цього потрібно, витримуючи постійними температуру та тиск суміші, забрати з неї молекули інших компонентів разом із об'ємом, який на них припадає. Величина об'єму, який залишиться, носить назву зведеного об'єму. Таким чином **зведений (парціальний) об'єм i -го компонента суміші** - об'єм, який займав би i -ий газ, якби він сам при температурі суміші створював тиск суміші.

У відповідності до цього визначення зведений об'єм i -ої компоненти V_i задовольняє рівнянню

$$P V_i = \nu_i R_0 T . \quad (1.19)$$

Існування зведеного об'єму дає можливість ввести поняття об'ємної частки. **Об'ємною часткою i -ї компоненти суміші (r_i)** називається відношення зведеного об'єму i -ої компоненти газу до загального об'єму суміші (V):

$$r_i \equiv \frac{V_i}{V}. \quad (1.20)$$

Якщо порівняти рівняння (1.16) та (1.19), то можна побачити, що у випадку суміші ідеальних газів виконується співвідношення:

$$r_i \equiv \frac{V_i}{V} = \frac{P_i}{P},$$

тобто відношення парціального тиску до повного співпадає з відповідною об'ємною часткою.

З останньої формули і закону Дальтона (1.17) витікає, що сума зведених об'ємів усіх компонент суміші дорівнює повному об'єму суміші:

$$V = \sum_{i=1}^z V_i.$$

Отже, сума об'ємних часток дорівнює одиниці

$$\sum_{i=1}^z r_i = 1.$$

1.3.2.3 Мольні частки

Мольною часткою i -го компонента суміші називається відношення кількості молей i -ої компоненти суміші (ν_i) до загальної кількості молей усіх компонент суміші ($\nu_{\text{сум}}$):

$$\frac{\nu_i}{\nu_{\text{сум}}}.$$

У випадку ідеальних газів мольні частки чисельно дорівнюють об'ємним. Цей висновок можна отримати з рівняння (1.19), яке після підсумовування за усіма компонентами дає один із варіантів запису рівняння стану суміші ідеальних газів:

$$P V = \nu_{\text{сум}} R_0 T, \quad (1.21)$$

де загальна кількість молей суміші виражена співвідношенням

$$V_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^z V_i.$$

Поділивши рівняння (1.19) на (1.21), отримаємо доказ збігу мольних та об'ємних часток:

$$r_i \equiv \frac{V_i}{V} = \frac{v_i}{V_{\text{сум}}}.$$

1.3.3 Середні параметри суміші газів

1.3.3.1 Уявна молярна маса суміші

Для того, щоб зручно було визначати параметри суміші, доцільно ввести наступну умовну величину - *середню (уявну) мольну масу суміші*. Вона дорівнює відношенню маси усієї суміші (m) до загальної кількості молей усіх компонент суміші ($V_{\text{сум}}$):

$$\mu_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{V_{\text{сум}}}. \quad (1.22)$$

Останнє співвідношення можна розписати, використовуючи масовий або об'ємний склад:

$$\mu_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{V_{\text{сум}}} = \frac{m}{\sum_{i=1}^z V_i} = \frac{m}{\sum_{i=1}^z \frac{m_i}{\mu_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^z \frac{m_i}{m \cdot \mu_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^z \frac{g_i}{\mu_i}} \quad (1.23)$$

$$\mu_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{V_{\text{сум}}} = \frac{\sum_{i=1}^z m_i}{V_{\text{сум}}} = \frac{\sum_{i=1}^z V_i \cdot \mu_i}{V_{\text{сум}}} = \sum_{i=1}^z \frac{V_i}{V_{\text{сум}}} \cdot \mu_i = \sum_{i=1}^z r_i \cdot \mu_i.$$

1.3.3.2 Зв'язок між масовими та об'ємними частками

Масові та об'ємні частки пов'язані між собою. Так,

$$g_i \equiv \frac{m_i}{m} = \frac{V_i \cdot \mu_i}{V_{\text{сум}} \cdot \mu_{\text{сум}}} = \frac{\frac{V_i}{V_{\text{сум}}} \mu_i}{\mu_{\text{сум}}} = \frac{r_i \cdot \mu_i}{\mu_{\text{сум}}}. \quad (1.24)$$

Використовуючи формули (1.23) та (1.24), можна виписати підсумкові формули для перерахунку одних часток у інші:

$$r_i = \frac{(g_i / \mu_i)}{\sum_{j=1}^z (g_j / \mu_j)}, \quad g_i = \frac{r_i \cdot \mu_i}{\sum_{j=1}^z r_j \cdot \mu_j}.$$

1.3.3.3 Питома газова стала та рівняння стану суміші ідеальних газів

Беручи за основу співвідношення (1.21), можна, використовуючи визначення молярної маси суміші (1.22), зробити ще одну форму запису рівняння стану газової суміші:

$$P V = m R_{\text{сум}} T, \quad (1.25)$$

де $R_{\text{сум}}$ - питома газова стала суміші, яка дорівнює

$$R_{\text{сум}} \equiv \frac{R_0}{\mu_{\text{сум}}} = \frac{R_0}{\sum_{i=1}^z r_i \cdot \mu_i} = \sum_{i=1}^z g_i \cdot R_i. \quad (1.26)$$

(При записі останнього співвідношення використано формулу (1.23)).

Густина та питомий об'єм суміші визначаються звичайним способом:

$$\rho_{\text{сум}} \equiv \frac{m}{V}, \quad v_{\text{сум}} \equiv \frac{V}{m}.$$

1.4 Теплоємність

Через те, що пожежа завжди пов'язана з виділенням, а тому і поглинанням, великої кількості енергії, дуже важливим стає зв'язок температури тіла з теплом, яке отримує тіло. Основна фізична величина, яка відображає цей зв'язок, - теплоємність. Ця обставина і визначає важливість даного поняття у пожежній практиці.

Останню тезу легко проілюструвати: наприклад, за фіксованих умов час нагрівання тіл обернено пропорційний до величини їх теплоємності. Цей час диктує як вибір систем автоматичного виявлення та гасіння пожеж, так і можливість дії пожежних підрозділів на пожежі.

1.4.1 Основні визначення

При проведенні термодинамічного аналізу необхідно вміти визначити кількість енергії, яка бере участь у процесі. Точний її розрахунок надає можливість вірно оцінити кількість тепла, яка виділяється в ході хімічної реакції процесу горіння, з'ясувати ефективність теплотехнічних приладів.

Тепло, що надається тілу у будь-якому процесі, викликає зміну стану тіла і в загальному випадку супроводжується зміною температури. Відношення кількості тепла δQ_x , яку отримує тіло за нескінченно малої зміни його стану у рівноважному процесі, до відповідної зміни температури dT , називається **теплоємністю тіла в даному (x) процесі**:

$$C_x \equiv \frac{\delta Q_x}{dT}, \text{ Дж/кг} . \quad (1.27)$$

Величина C_x визначення (1.27) залежить не тільки від температури, а й від виду процесу підведення тепла. Наприклад, процес може проходити при сталому об'ємі або тиску. Одна й та ж система, у залежності від характеру процесу, може мати теплоємність у межах від $-\infty$ до $+\infty$. Індекс "x", який відмічає цю залежність, ми надалі, як правило, випикувати не будемо.

Загальна кількість тепла, яка передається в даному процесі, визначається співвідношенням

$$Q_x = \int_1^2 \delta Q_x = \int_{T_1}^{T_2} C_x dT , \quad (1.28)$$

де інтеграл розраховується від початкового стану 1 до кінцевого стану 2.

1.4.2 Масова, об'ємна та мольна теплоємність

Теплоємність тіла залежить від його розмірів, через це для опису властивостей речовин більш зручною характеристикою є питома теплоємність. В залежності від обраної одиниці кількості речовини, відрізняють три види питомої теплоємності: масову, об'ємну та мольну.

Теплоємність, що віднесено до одиниці маси (1 кг) тіла, називають **питомою масовою теплоємністю** і позначають:

$$c \equiv \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{m \cdot dT}, \text{ Дж/(кг К)}, \quad (1.29)$$

де C - теплоємність тіла в процесі, m - маса тіла.

Теплоємність, що віднесено до одиниці об'єму тіла (1 м^3), називають **питомою об'ємною теплоємністю** і позначають c' :

$$c' \equiv \frac{C}{V} = \frac{\delta Q}{V \cdot dT}, \text{ Дж}/(\text{м}^3 \text{ К}), \quad (1.30)$$

де V - об'єм тіла.

Теплоємність, що віднесено до одного кіломоля (1 кмоль) речовини тіла, називають **питомою молярною теплоємністю** і позначають c_μ :

$$c_\mu \equiv \frac{C}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu \cdot dT}, \text{ Дж}/(\text{кмоль К}), \quad (1.31)$$

де ν - кількість кіломолей речовини в тілі.

Використовуючи визначення (1.29)-(1.31) та співвідношення $\nu = m/\mu$ і $\rho = m/V$, легко отримати взаємозв'язок між різними питомими теплоємностями:

$$c = \frac{c'}{\rho} = \frac{c_\mu}{\mu}, \quad (1.32)$$

де ρ - густина речовини тіла; μ - її молекулярна маса.

Слід пам'ятати, що в технічній літературі часто не оговорюють, яка теплоємність використовується у розрахунках. У таких випадках це питання можна з'ясувати, спираючись на розмірність величин.

1.4.3 Дійсна та середня теплоємність

Через те, що теплоємність у загальному випадку залежить не тільки від виду процесу, а й від температури, в термодинаміці відрізняють дійсну та середню теплоємності.

Теплоємності, які введено формулами (1.27), (1.29)-(1.31), визначаються за малих змін температури тіла поблизу фіксованих значень T . Вони називаються **дійсними теплоємностями** і досить часто суттєво залежать від температури T .

Значення дійсної теплоємності газів занесено до таблиць, що містяться у довідниках. Інколи дійсну теплоємність апроксимують аналітичними залежностями, наприклад,

$$c(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3,$$

де a_0, a_1, a_2, a_3 - характерні для кожної окремої речовини константи, які не залежать від температури t .

Часто на практиці для визначення кількості тепла користуються середніми теплоємностями. Покажемо їх властивості на прикладі питомої масової теплоємності. Для зручності будемо використовувати поняття **питомої теплоти** (q) як кількості теплоти (Q), що приходить на одиницю маси (m) робочого тіла:

$$q \equiv Q/m, \text{ Дж/кг} . \quad (1.33)$$

Спираючись на останнє поняття, дійсну питому масову теплоємність можна задати формулою (див. (1.29))

$$c(t) = \delta q/dT, \text{ Дж/(кг К)}, \quad (1.34)$$

в якій використано позначку $\delta q = \delta Q/m$.

Формула (1.28) дає зв'язок між питомою теплотою і дійсною питомою теплоємністю:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt, \quad (1.35)$$

Введемо поняття середньої теплоємності c_m як середньої інтегральної теплоємності на інтервалі температур. Тоді вона за визначенням дорівнює

$$c_m(t_1, t_2) \equiv \frac{\int_{t_1}^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1}. \quad (1.36)$$

Величина у чисельнику останньої формули є (згідно з (1.35)) питомою теплотою процесу. Таким чином ми отримали, що

$$c_m(t_1, t_2) = \frac{q}{t_2 - t_1}, \quad (1.37)$$

або

$$c_m(t_1, t_2) = \frac{Q}{m \cdot (t_2 - t_1)}.$$

Внаслідок еквівалентності визначень (1.36) і (1.37), можна вважати, що **середня (питома) теплоємність на інтервалі температур** від t_1 до t_2 - це відношення (питомої) кількості тепла, яке одержує тіло у процесі, до величини температурного інтервалу ($t_2 - t_1$).

Знаючи середню теплоємність, не важко визначити тепло, яке передається у процесі:

$$Q = m c_m(t_1, t_2) \cdot (t_2 - t_1). \quad (1.38)$$

Якщо відома дійсна теплоємність $c(t)$, то середнє її значення легше розрахувати, базуючись на визначенні (1.36). Так, якщо дійсна теплоємність не залежить від температури, то вона співпадає із своїм середнім значенням.

Якщо дійсна теплоємність є лінійною функцією температури

$$c(t) = a + b t,$$

то її середнє значення дорівнює:

$$c_m(t_1, t_2) \equiv \frac{\int_{t_1}^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} (a + b \cdot t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{a \cdot (t_2 - t_1) + b \cdot \frac{t_2^2 - t_1^2}{2}}{t_2 - t_1} = a + b \cdot \frac{t_2 + t_1}{2},$$

тобто у такому разі

$$c_m(t_1, t_2) = c\left(\frac{t_2 + t_1}{2}\right).$$

Остання формула означає, що за лінійної залежності дійсної теплоємності від температури середнє значення теплоємності дорівнює дійсній теплоємності при середній температурі.

Згідно з визначенням, середня теплоємність у загальному випадку залежить від двох температур – меж інтервалу t_1 і t_2 . Це ускладнює її використання, бо робить неможливим пряме занесення до звичайних таблиць. З метою обійти цю складність, середню теплоємність на довільному інтервалі температур $c_m(t_1, t_2)$ виражають через середні теплоємності на інтервалах із одною фіксованою границею - $c_m(0, t_2)$ і $c_m(0, t_1)$. До довідників заноситься функція однієї змінної - $c_m(0, t)$. Формулу зв'язку можна отримати, виходячи із визначення (1.36), використавши відоме із математики правило розбиття ділянок інтегрування:

$$c_m(t_1, t_2) \equiv \frac{\int_{t_1}^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{\int_{t_1}^0 c(t) dt + \int_0^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1} = \frac{-\int_0^{t_1} c(t) dt + \int_0^{t_2} c(t) dt}{t_2 - t_1} =$$

$$= \frac{t_2 \cdot c_m(0, t_2) - t_1 \cdot c_m(0, t_1)}{t_2 - t_1}.$$

Таким чином з останніх формул витікає, що якщо у якомусь процесі робоче тіло змінило температуру від t_1 до t_2 , то кількість тепла, яке воно отримало, пов'язано із середньою теплоємністю тіла у цьому процесі співвідношенням

$$Q = m [t_2 c_m(0, t_2) - t_1 c_m(0, t_1)]. \quad (1.39)$$

Середня теплоємність має просту геометричну інтерпретацію, яка ілюструється рисунком 1.4. Згідно із геометричним змістом визначеного інтегралу (1.35), площа криволінійної трапеції під лінією $c(t)$ відповідає питомій кількості тепла, що підводиться до тіла в процесі 1-2. Із визначення (1.37) виходить, що значення середньої теплоємності повинно бути таким, щоб площа прямокутника з висотою $c_m(t_1, t_2)$ дорівнювала площі криволінійної трапеції.

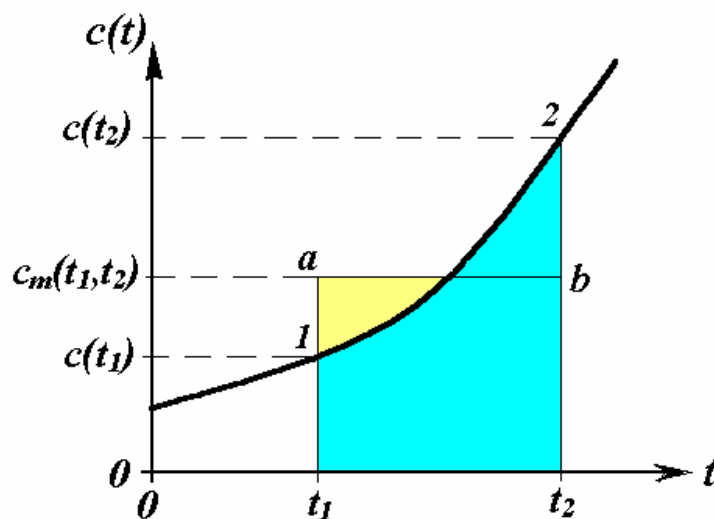


Рисунок 1.4 - Графік залежності дійсної питомої теплоємності від температури. Площа криволінійної трапеції t_1 -1-2- t_2 дорівнює площі прямокутника t_1 -a-b- t_2

Значення середньої теплоємності для найбільш розповсюджених газів та речовин можна знайти у відповідних довідникових таблицях.

1.4.4 Ізобарна та ізохорна теплоємності

Як вже було відмічено, теплоємність залежить від процесу. Надалі буде показано, що теплоємність ізобарного ($P = const$) процесу завжди є більшою за теплоємність ізохорного ($V = const$) процесу. Так, у випадку ідеальних газів виконується співвідношення (*закон Майєра* ([дивись також пункт 2.1.4.1](#))):

$$c_p - c_v = R, \quad (1.40)$$

де c_p , c_v - відповідно, питомі масові ізобарна та ізохорна теплоємності газу, а R - його питома газова стала.

Значення питомих ізобарної та ізохорної теплоємностей (c_p , c_v , c_p' , c_v' , $c_{p,\mu}$, $c_{v,\mu}$) можна знайти у відповідних довідниках.

1.4.5 Теплоємність суміші ідеальних газів

Теплоємність суміші ідеальних газів дорівнює сумі теплоємностей її компонентів, тобто

$$C_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^z C_i, \text{ Дж/К}, \quad (1.41)$$

де z - кількість компонент суміші, C_i - теплоємність i -ої компоненти, Дж/К.

Спираючись на формулу (1.41), можна зв'язати питомі (масові, об'ємні або мольні) теплоємності газових сумішей у відповідних процесах із складом суміші та питомими теплоємностями їх компонентів:

1) при заданому масовому складі суміші:

$$c_{\text{сум}} \equiv \frac{C_{\text{сум}}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^z C_i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^z m_i \cdot c_i}{m} = \sum_{i=1}^z \frac{m_i}{m} c_i = \sum_{i=1}^z g_i \cdot c_i, \text{ Дж/(кг К)},$$

де g_i - масова частка i -го компонента; c_i - питома масова теплоємність i -го компонента, Дж/(кг К);

2) при заданому об'ємному складі:

$$c'_{\text{сум}} \equiv \frac{C_{\text{сум}}}{V} = \frac{\sum_{i=1}^z C_i}{V} = \frac{\sum_{i=1}^z V_i \cdot c'_i}{V} = \sum_{i=1}^z \frac{V_i}{V} \cdot c'_i = \sum_{i=1}^z r_i \cdot c'_i, \text{ Дж/(м}^3 \text{ К)},$$

де r_i - об'ємні частки; c'_i - питомі об'ємні теплоємності компонент, Дж/(м³ К);

3) питома мольна теплоємність суміші розраховується за допомогою формул:

$$c_{\mu, \text{сум}} \equiv \frac{C_{\text{сум}}}{V_{\text{сум}}} = \frac{\sum_{i=1}^z C_i}{V_{\text{сум}}} = \frac{\sum_{i=1}^z \nu_i \cdot c_{\mu, i}}{V_{\text{сум}}} = \sum_{i=1}^z \frac{\nu_i}{V_{\text{сум}}} \cdot c_{\mu, i} = \sum_{i=1}^z r_i \cdot c_{\mu, i}, \text{ Дж}/(\text{кмоль К}),$$

де $\nu_{\text{сум}}$ – кількість молей суміші газів, кмоль; $c_{\mu i}$ - питома молярна теплоємність компонент, Дж/(кмоль К).

Формули перерахунку одних питомих теплоємностей у інші для суміші мають таку ж форму, як і для окремих компонент. Так, якщо $\rho_{\text{сум}}$ - це густина суміші, то виконуються співвідношення:

$$c_{\text{сум}} = c'_{\text{сум}}/\rho_{\text{сум}} = c_{\mu, \text{сум}}/\mu_{\text{сум}}.$$

Глава 2. ЗАКОНИ ТЕРМОДИНАМІКИ

2.1 Перший закон термодинаміки

Закон збереження та перетворення енергії є фундаментальним законом природи, що має загальний характер. Цей закон стверджує: енергія не зникає і не виникає знов, вона лише переходить з однієї форми існування до іншої у різноманітних фізичних та хімічних процесах. Іншими словами, для будь-якої ізольованої системи (тобто термодинамічної системи, що не обмінюється із навколишнім середовищем ані роботою, ані теплотою, ані речовиною) загальна кількість енергії, що міститься у цій системі, зберігається незмінною.

Відомі різні види енергії тіла: енергія теплового руху мікрочасток, що складають тіло, енергія взаємодії мікрочастинок, кінетична і потенціальна енергія всього тіла у цілому. Перші дві, як вже говорилося, складають внутрішню енергію тіла. Перший закон термодинаміки є твердженням про зміну цієї величини у термодинамічних процесах.

2.1.1 Внутрішня енергія та зовнішня робота

У першій главі було розглянуто основні поняття термодинаміки, зокрема теплоту та роботу як форми передачі енергії. Відмітимо їх головні особливості. **Теплота** - форма передачі енергії, що визначається контактом між тілами з різною температурою. **Робота** - відображає інший механізм передачі енергії. У випадку механічної роботи обов'язково має місце зміна об'єму.

Не має сенсу говорити про те, що тіло має якийсь запас теплоти та роботи. Можна лише додати або відняти якусь кількість теплоти або зробити якусь роботу.

Відповідно до закону збереження енергії, теплота, що підводиться до тіла фіксованого об'єму, призводить до зростання його внутрішньої енергії. Внутрішня енергія тіла, як вже відмічалось, складається з енергії поступного та обертального руху молекул, які утворюють тіло, енергії внутрішніх молекулярних коливань, потенційної енергії сил зціплення між молекулами, внутрішньої молекулярної енергії.

Для кожної речовини сили взаємодії між молекулами залежать від відстані між ними, тобто від питомого об'єму, а енергія хаотичного руху молекул визначає температуру. Через це внутрішню енергію U (Дж) (питому внутрішню енергію $u \equiv U/m$ (Дж/кг)) можна представити як функцію двох параметрів - температури та об'єму:

$$U = f(T, V).$$

Внутрішня енергія тіла у будь-якому стані не залежить від процесу, що був попереднім до даного стану. Це означає, що внутрішня енергія - функція стану тіла (системи).

У загальному випадку, об'єм тіла при нагріванні збільшується. Якщо тіло, що розглядається, міститься у середовищі із тиском P_c , то при збільшенні об'єму тіла буде здійснюватись робота проти сил F зовнішнього тиску.

2.1.1.1 Робота розширення

Розглянемо процес збільшення об'єму V тіла довільної форми, яке знаходиться у середовищі із тиском P_c . Нехай площа поверхні тіла має величину F (дивися рисунок 2.1.). Якщо зміну об'єму тіла dV вважати нескінченно малою величиною, то збільшення об'єму можна представити як процес переміщення окремих ділянок з площами dF поверхні цього тіла на відстані dx . Таким чином

$$dV = \int_F dF dx.$$

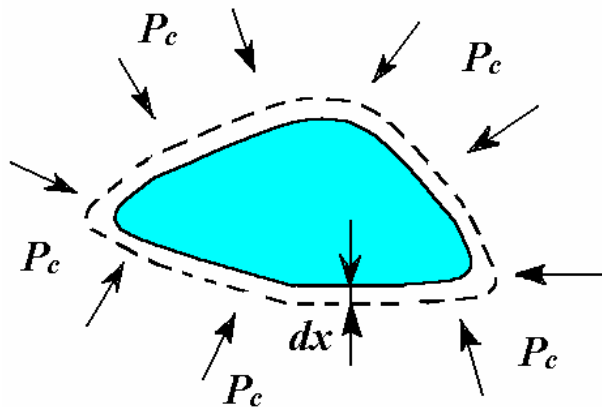


Рисунок 2.1 - Збільшення об'єму тіла в середовищі з тиском P_c

Оскільки тиск - сила, діюча за нормаллю на одиницю площі поверхні тіла, то очевидно, що сила, яка діє на ділянку поверхні тіла, дорівнює $dF = P_c \cdot dF$. Внаслідок цього робота, яку потрібно затратити, щоб, незважаючи на протидію зовнішнього тиску, перемістити точки поверхні тіла на малі відстані dx , розраховується, як

$$\delta L = \int_F dF dx = P_c \cdot \int_F dF dx. \quad (2.1)$$

Оскільки очевидно, що

$$\delta L = P_c \cdot dV, \quad (2.2)$$

то робота по зміні об'єму тіла від V_1 до V_2 дорівнює

$$L = \int_{V_1}^{V_2} P_c \cdot dV. \quad (2.3)$$

Робота L проти сил зовнішнього тиску, пов'язана із збільшенням об'єму системи, носить назву **роботи розширення**. Робота розширення проводиться системою над навколишнім середовищем.

Якщо $V = const$, то які б зміни не робили б інші параметри, що характеризують стан тіла (P , V), робота розширення буде дорівнювати 0 (нулю).

Ми будемо розглядати рівноважні процеси. Для них справедлива рівність $P = P_c$, де P - тиск в середині системи. В цьому випадку

$$\delta L = P dV,$$

тобто

$$L = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV. \quad (2.4)$$

На P - V діаграмі робота розширення зображається площею під кривою процесу. Дивися рисунок 2.2.

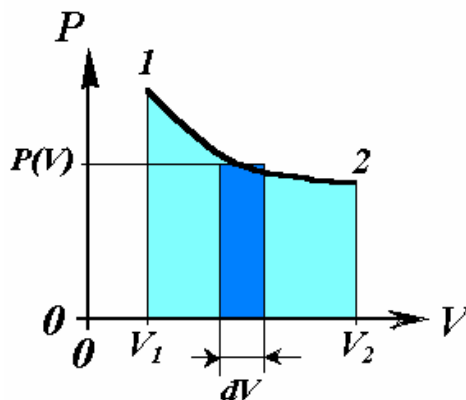


Рисунок 2.2 – Графік залежності тиску системи від її об'єму у термодинамічному процесі 1-2

Вся зафарбована площа відповідає повній роботі процесу L , а темному прямокутнику відповідає елементарна робота $\delta L = P(V) dV$.

Важливо підкреслити, що робота розширення системи від стану 1 до стану 2 залежить не лише від параметрів цих станів, але і від того, за яким шляхом здійснюється процес розширення. Це добре видно на рисунку 2.3., на якому зо-

бражено графіки двох різних процесів ($IA2$ та $IB2$) з однаковими початковим (1) і кінцевим (2) станами.

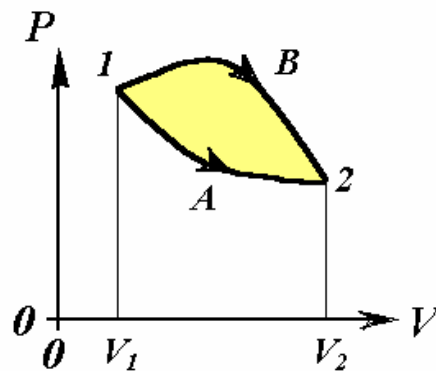


Рисунок 2.3 – Графік залежності тиску системи від її об'єму у термодинамічних процесах між станами 1 та 2

Зафарбована площа відповідає різниці робіт у процесах $IA2$ і $IB2$.

У залежності від шляхів інтегрування, величина (2.4) буде мати різні значення. Таким чином, робота розширення є функцією процесу.

Далі ми будемо розглядати, головним чином, системи, що проводять роботу розширення проти сил зовнішнього тиску. Будь-який вид роботи, віднесений до одиниці маси (m) робочого тіла, будемо позначати символом l й називати **питомою роботою** ($l \equiv L/m$, Дж/кг). Будь-який вид питомої роботи, за винятком роботи розширення, будемо відображати символом l^* . Тоді

$$\delta l = P \cdot dv + \delta l^* .$$

$$l_{1-2} = \int_{v_1}^{v_2} P \cdot dv + l_{1-2}^* . \quad (2.5)$$

2.1.1.2 Робота проштовхування

Розглянемо ще одне поняття - робота проштовхування. **Робота проштовхування** - це робота, яку потрібно витратити для того, щоб ввести тіло до середовища, що має тиск, рівний тиску тіла у стані, що розглядається. Неважко обчислити її величину. Розглянемо газоподібне середовище із тиском P , обмежене контрольною поверхнею КП, та тіло, що знаходиться за межами середовища, але має тиск середовища і об'єм $V = F h$, де F - площа перетину тіла, а h - його висота (дивися рисунок 2.4.a). Введемо це тіло до газового середовища (дивися рисунок 2.4.б).

При введенні тіла до середовища з боку останнього буде діяти сила $P F$. Тому, щоб ввести тіло до середовища, необхідно витратити роботу

$$L = P F h = P V.$$

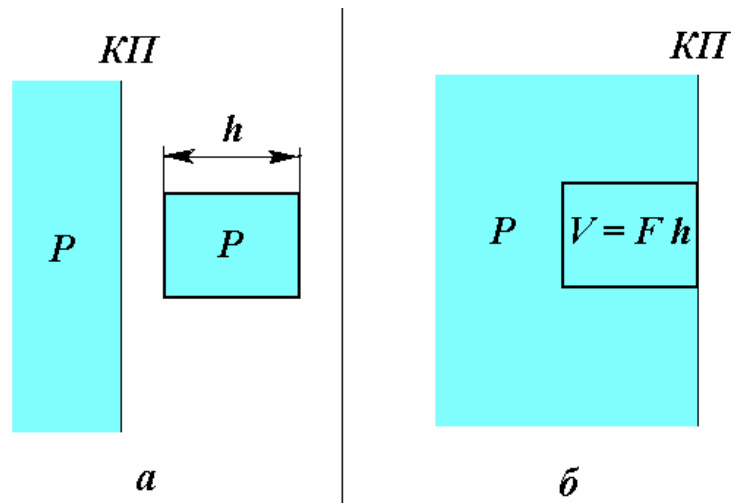


Рисунок 2.4 - Схематичне зображення тіла об'ємом V поза середовищем (а) й у середовищі (б)

Саме цю роботу називають роботою проштовхування. Її можна розглядати як потенційну енергію зв'язку даного тіла із навколишнім середовищем, що знаходиться у механічній рівновазі з тілом (тобто має такий же тиск).

2.1.2 Рівняння першого закону термодинаміки для закритої системи

У загальному випадку, внаслідок підведення теплоти до тіла, температура тіла підвищується і, внаслідок зміни об'єму тіла, проводиться робота. Тобто *тепло Q йде на зміну внутрішньої енергії тіла U та на виконання роботи L* . Це і є **перший закон термодинаміки**. Сказане може бути виражене рівнянням, записаним для одного кілограма робочого тіла:

$$q_{1-2} = \Delta u_{1-2} + l_{1-2}, \quad (2.6)$$

де q_{1-2} – питома теплота, яку передано тілу при нагріванні від стану 1 до стану 2 ; $\Delta u \equiv u_2 - u_1$ - зміна питомої внутрішньої енергії тіла в тому ж процесі, яка дорівнює різниці питомої внутрішньої енергії у точках 1 та 2 ; l_{1-2} - питома робота, що проводиться тілом у процесі $1-2$. Рівняння (2.6) являє собою запис першого закону термодинаміки. Останній, як вже відмічалось, є окремим випадком більш загального закону - закону збереження енергії.

У диференціальній формі це співвідношення має вид:

$$\delta q = du + \delta l. \quad (2.7)$$

Умовимося надалі теплоту, що підводиться до системи, вважати позитивною, а теплоту, що відводиться, - від'ємною. Відповідно, робота, яку виконує система, - позитивна, а робота, що виконується над системою, - від'ємна.

Вище було показано, що робота розширення є функцією процесу. Також можна показати, що теплота, що підводиться до тіла або відводиться від нього, є функцією процесу, тобто залежить від шляху, яким проходить перехід із початкового стану до кінцевого. Нагадаємо, що, на відміну від q та l , внутрішня енергія не є функцією процесу, а є функцією стану - її величина задається параметрами системи у даному стані.

Якщо мати справу тільки з роботою розширення, то формули 1-го закону термодинаміки ((2.6)-(2.7)) можна використовувати у виді:

$$q_{1-2} = (u_2 - u_1) + \int_{v_1}^{v_2} P \cdot dv, \quad (2.8)$$

$$\delta q = du + P dv. \quad (2.9)$$

Джоулем було доведено, що для ідеального газу питома внутрішня енергія системи є функцією тільки температури (не залежить від питомого об'єму), таким чином у випадку ідеального газу можна записати, що

$$du = c_v dT. \quad (2.10)$$

2.1.3 Ентальпія

Як буде видно з подальшого, важливу роль у самих різноманітних термодинамічних розрахунках відіграє сума внутрішньої енергії системи U та добутку тиску системи на її об'єм. Ця величина називається **ентальпією** або **тепловмістом**.

$$I \equiv U + P V, \text{ Дж.}$$

Питома масова ентальпія за визначенням дорівнює

$$i \equiv I/m = u + P v, \text{ Дж/кг.} \quad (2.11)$$

Початок відліку ентальпії пов'язаний із початком відліку внутрішньої енергії (при $u=0$ $i = P v$). Так, для води прийнято, що $u=0$ у потрійній точці води, тобто при $t = 0.01$ °С, $P = 610.8$ Па, $v = 0.0010002$ м³/кг. Значення ентальпії в цьому стані дорівнює $i = P v = 0.611$ Дж/кг.

Через те, що ентальпія визначається тільки через параметри стану, вона також є функцією стану:

$$i = f(P, T).$$

Подивимось, який вид має перший закон термодинаміки в ізобарному процесі. Для цього перепишемо роботу, виділивши з неї роботу прощтовхування:

$$\delta l = Pdv = d(Pv) - vdP.$$

З урахуванням останнього співвідношення, перший закон термодинаміки приймає форму

$$\delta q = du + \delta l = du + d(Pv) - vdP = di - vdP.$$

Але в ізобарному процесі $dP=0$, тому в цьому випадку закон спрощується до

$$\delta q = di. \quad (2.12)$$

Таким чином, теплота, що підводиться в ізобарному процесі, витрачається лише на зміну ентальпії.

Відмітимо, що ентальпія ідеального газу, як і його внутрішня енергія, залежить тільки від температури:

$$di = c_p dT. \quad (2.13)$$

2.1.4 Властивості теплоємності, які витікають з першого закону термодинаміки

2.1.4.1 Зв'язок ізохорної та ізобарної теплоємності

Стосовно до ідеального газу можна з'ясувати зв'язок між величинами c_p і c_v . Так, візьмемо похідну за температурою від визначення (2.11):

$$\frac{di}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{d(Pv)}{dT}. \quad (2.14)$$

Скористаємося тим, що

$$\frac{di}{dT} = c_p, \quad \text{а} \quad \frac{du}{dT} = c_v.$$

Крім того, з рівняння стану ідеального газу ($P v = R T$) випливає, що

$$\frac{d(Pv)}{dT} = R.$$

Об'єднавши три останні співвідношення з рівнянням (2.14), отримаємо теоретичний доказ **закону Майєра**:

$$c_p = c_v + R. \quad (2.15)$$

Нагадуємо, що цю формулу ми продекларували у попередній главі.

2.1.4.2 Межі значень теплоємності

З першого закону термодинаміки відразу витікає твердження про те, що теплоємність залежить від виду процесу, у якому відбувається передача тепла. Справді, за визначенням питома (масова) теплоємність дорівнює

$$c_x \equiv \frac{\delta q_x}{dt},$$

де δq_x - питома тепло, яке передається у ході перебігу процесу x , що супроводжується зміною температури на величину dt . Але тоді, згідно з першим законом термодинаміки, дістаємо

$$c_x = du/dt + \delta l_x/dt,$$

де du та δl_x - відповідно, зміна питомої внутрішньої енергії та питома робота, які супроводжують зміну температури системи на величину dt в ході перебігу x -процесу. Перша складова дорівнює питомій ізохорній теплоємності c_v , друга складова, залежно від процесу, може мати будь-яке значення від $-\infty$ до $+\infty$. Саме тому значення теплоємності c_x можуть знаходитися у таких саме межах.

2.2 Рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу

Закон збереження енергії виконується у будь-яких системах - і в нерухомих і у тих, що рухаються.

У відкритій системі повна енергія, крім виконання роботи та теплообміну, змінюється ще і за рахунок масообміну.

Розглянемо течію газу у каналі довільної форми. При розгляді потоку, на відміну від нерухомого середовища, слід враховувати ще одну складову загальної енергії - кінетичну енергію потоку. Так, кінетична енергія деякої фіксованої малої кількості речовини у потоці дорівнює

$$E_{\text{кін}} = \delta m \cdot \frac{w^2}{2},$$

де δm - маса цієї кількості речовини; w - швидкість газу у потоці. Якщо між двома перетинами за довжиною каналу (позначимо їх 1 та 2, рисунок 2.5) швидкість потоку змінюється від w_1 до w_2 , то і кінетична енергія цієї частини потоку (маси δm) змінюється на величину

$$\Delta E_{\text{кін}} = \delta m \cdot \left(\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \right).$$

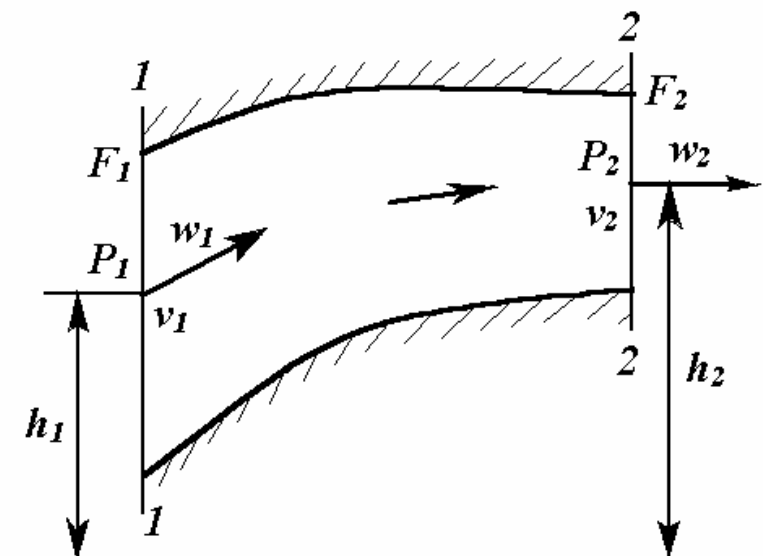


Рисунок 2.5 - Схема течії у каналі

Індексами 1 і 2 позначено фізичні величини у відповідних перетинах: F - площа перетину, P - тиск, v - питомий об'єм, w - швидкість руху, h - висота над початковим рівнем.

Щоб отримати величину зміни кінетичної енергії для одного кілограма газу, треба останню формулу розділити на δm . В результаті для зміни питомої кінетичної енергії отримаємо співвідношення:

$$\Delta e_{\text{кін}} = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2}. \quad (2.16)$$

Розглянемо стаціонарний потік у каналі довільної форми. Площу перетину каналу 1 позначимо F_1 , а перетину 2 – F_2 . Тиск, який має речовина, що рухається у перетинах 1 та 2 , позначимо відповідно P_1 та P_2 .

Застосуємо рівняння першого закону термодинаміки до фіксованої маси рідини. У відповідності до нього, тепло, яке отримає одиниця маси потоку при проходженні якоїсь ділянки, дорівнює

$$q_{1-2} = (u_2 - u_1) + l_{1-2}. \quad (2.17)$$

Тут індекси 1 та 2 позначають відповідні величини в двох перетинах потоку. Величина питомої внутрішньої енергії u визначається звичайним способом. Складнощі виникають тільки при розрахунках l_{1-2} - роботи одиниці маси потоку при проходженні між перетинами 1 і 2 . З чого ж складається ця робота потоку? Розглянемо її складові.

Першою буде робота проштовхування:

$$l_{np} = l_{(2)} - l_{(1)} = P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1,$$

де $l_{(2)}$ - робота проштовхування, яку виконує потік, що виходить із перетину 2 (знак +); $l_{(1)}$ - робота проштовхування, яку виконують над потоком у перетині 1 (знак -). Робота проштовхування - перша частина роботи, що виконується потоком.

Якщо швидкість потоку у перетині 2 відрізняється від швидкості у перетині 1 , то відповідна зміна кінетичної енергії визначається співвідношенням (2.16). Це друга частина роботи.

Якщо перетини розміщені на різній висоті, то повинна бути витрачена робота для того, щоб підняти порцію речовини, що тече, із висоти h_1 на висоту h_2 . Ця робота дорівнює зміні потенційної енергії у полі сил тяжіння:

$$l_{nom} = g(h_2 - h_1),$$

де g - прискорення вільного падіння. Це - третя складова роботи, що пов'язана із потоком.

У загальному випадку потік може виконувати також інші види робіт, наприклад, обертати колесо турбіни. Позначимо цю питому роботу l_{mexh} . Це - четверта складова роботи.

До п'ятої складової роботи потоку відноситься робота, що витрачається на подолання сил тертя на стінках каналу. Позначимо її $l_{терт}$.

Отже, питома робота, яка виконується потоком, у загальному випадку записується наступним чином:

$$l_{1-2} = P_2 v_2 - P_1 v_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) + l_{\text{мехн}} + l_{\text{мерт}} , \quad (2.18)$$

або у диференціальній формі для горизонтального потоку ($dh = 0$):

$$\delta l = P dv = d(Pv) + w dw + \delta l_{\text{мехн}} + \delta l_{\text{мерт}} . \quad (2.19)$$

З урахуванням останніх співвідношень і визначення ентальпії ($i \equiv u + Pv$), перший закон термодинаміки (2.17) (у випадку горизонтального потоку) набуває виду:

$$q_{1-2} = i_2 - i_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + l_{\text{мехн}} + l_{\text{мерт}} , \quad (2.20)$$

або у диференційній формі (для елемента потоку) -

$$\delta q = di + w dw + \delta l_{\text{мехн}} + \delta l_{\text{мерт}} . \quad (2.21)$$

Ці рівняння являють собою запис *першого закону термодинаміки для потоку*. Далі вони будуть використані в ході дослідження явища витікання.

2.3 Другий закон термодинаміки

2.3.1 Основні положення другого закону термодинаміки

Перший закон термодинаміки являє собою рівняння балансу енергії і надає можливість зв'язати теплоту та роботу процесу в тому разі, якщо точно відомі початкова та кінцева внутрішня енергія системи. Проте, перший закон не дозволяє встановити можливість того чи іншого процесу та його напрямку, хоча вкрай необхідно знати, у якій мірі частина одного виду енергії може перейти до іншого виду. Необхідно також уміти визначати можливу роботу системи до моменту досягнення нею термодинамічної рівноваги.

Вирішити ці питання дає можливість другий закон термодинаміки, який встановлює існуючий у природі напрямку усіх природних процесів. Згідно з цим законом, всі самодовільні процеси у природі йдуть завжди у певному напрямку і не можуть без витрати енергії здійснюватися у протилежному напрямку.

Другий закон термодинаміки ґрунтується на явищах, що постійно спостерігаються у природних умовах, - прагненні самодовільного здійснення таких процесів як: передача енергії у формі тепла від тіл із вищою температурою до тіл із нижчою температурою; розширення тіла від стану з вищим тиском до

стану з нижчим тиском; передача електричної енергії від джерела з вищим потенціалом до джерела із нижчим потенціалом.

Природна спрямованість процесів дозволяє людству виробляти необхідну йому кількість енергії. Для здійснення протиприродних процесів завжди потрібно витратити енергію у формі теплоти або роботи.

Так, при розширенні газу можна одержати корисну роботу, а для того, щоб стиснути газ, зменшити об'єм та підвищити його тиск, необхідно витратити певну кількість енергії. Використовуючи природну течію води згори додолу, можна із допомогою, наприклад, гідротурбіни виробляти необхідну енергію; але для того, щоб змусити воду текти знизу угору, слід витратити енергію на привід насосів. Використовуючи природний перехід тепла від гарячого тіла до холодного, можна із допомогою теплового двигуна виробляти механічну енергію. Щоб відняти тепло від холодного тіла і віддати його навколишньому середовищу з більш високою температурою, треба у холодильній установці витратити певну кількість енергії. Через те, що отримання необхідної для цієї мети енергії проводиться лише шляхом здійснення природних процесів (розширення стиснутого газу у циліндрі двигуна, течії води згори додолу у гідротурбінах та т.п.), то можна зробити висновок: неможливо здійснити протиприродний процес без супутнього йому природного процесу. Останнє твердження і є одним із варіантів формулювання другого закону термодинаміки.

2.3.2 Основні формулювання другого закону термодинаміки

Отже, другий закон термодинаміки встановлює, що всі природні процеси, що дозволяють виробити необхідну людині енергію, йдуть завжди у певному напрямку - від вищого потенціалу до нижчого. Роботу у цих процесах можна одержувати до тих пір, доки не наступить повна рівновага системи, що розглядається (рівність температур, рівність тисків та т.п.). Протиприродний процес можна здійснити у тому разі, якщо витратити роботу або здійснити інший природний процес, що дозволить дістати необхідну для цього енергію.

Існує кілька формулювань одержаного експериментальним шляхом **другого закону термодинаміки**. Ось деякі з них.

1. *Тепло не може переходити від холодного тіла до теплого без компенсації* (тобто без змін в стані інших тіл) (Клаузіус).

2. *Природа прагне до переходу від менш ймовірних станів до більш ймовірних* (Больцман).

3. *Не можливі такі процеси, єдиним кінцевим результатом яких було б відняття від якогось тіла тепла і перетворення цього тепла цілком у роботу.*

[Ще одне формулювання наведене у пункті 2.4.2.](#)

Далі ми розглянемо наслідки 2-го закону термодинаміки.

2.4 Оборотні та необоротні процеси. Поняття ентропії

2.4.1 Оборотні та необоротні процеси

Введемо важливе поняття оборотного процесу. *Процес оборотний*, якщо його можливо провести у прямому і зворотному напрямку без кінцевих змін у стані навколишніх тіл. Слід відмітити, що з визначення рівноважного процесу (дивись главу 1) витікає, що оборотним може бути тільки рівноважний процес.

Оборотний процес, очевидно, має таку властивість: якщо при прямому ході на якійсь елементарній ділянці система отримує тепло δQ і здійснює роботу δL , то при зворотному ході на тій самій ділянці система віддає тепло ($-\delta Q$) і над нею здійснюється робота ($-\delta L$). З цієї причини після проходження прямого і зворотного процесів система повертається до початкового стану без змін у навколишніх тілах.

Внаслідок наявності втрат на тертя та подолання інших опорів, всі реальні процеси, які спостерігаються, відбуваються так, що якщо спробувати їх здійснити у зворотному напрямку, то на це доведеться затратити більше енергії, ніж було отримано у прямому процесі. Справді, прояв сил тертя обов'язково викличе різницю тиску між частками середовища $\Delta P_{\text{тер}}^6$, якщо це внутрішнє тертя, або різницю тиску між окремими тілами $\Delta P_{\text{тер}}^3$, якщо сили тертя виникають між цими тілами. Очевидно, що поява означеної різниці тисків ($\Delta P_{\text{тер}}^6, \Delta P_{\text{тер}}^3$, далі позначимо ΔP) буде зменшувати корисну роботу, наприклад, при розширенні газу $l_{\text{роз}}$, та збільшувати роботу на його стиск $l_{\text{ст}}$. При цьому $l_{\text{ст}} > l_{\text{роз}}$, що вказує на необоротність процесів.

Також призведе до необоротності і поява різниці температур поміж частками тіла ΔT_6 або між двома тілами ΔT_3 . В цьому випадку з'явиться природний тепловий потік, звернути який можна, лише витративши додаткову кількість енергії, бо, згідно із другим законом термодинаміки, тепло мимовільно не може переходити від холодного тіла до більш гарячого.

Таким чином, всі реальні процеси є необоротними, бо здійснення їх у зворотному напрямку вимагає додаткової витрати роботи і у кінцевому підсумку викликає які-небудь зміни у навколишніх тілах.

У протилежність цьому можна уявити собі процеси, у яких теплообмін відбувається за нульової різниці температур ($\Delta T = 0$), а тертя та різниця тисків як у середині газу, так і між газом та стінкою відсутні ($\Delta P = 0$). Якщо здійснювати такий процес у прямому та зворотному напрямках, то ніяких кінцевих змін у стані навколишніх тіл не відбувається. Яка кількість енергії у формі тепла та роботи буде у прямому процесі, наприклад, підведена, точно така ж кількість енергії у зворотному процесі буде відведена. Саме такі ідеальні процеси є *цілком оборотними процесами*.

Внутрішньо оборотними процесами називають процеси, у яких дотримуються умови оборотності ($\Delta T_s = 0$, $\Delta P^s = 0$) лише у середині системи, а умови зовнішньої оборотності не додержуються. (Наприклад, таким можна вважати нагрів газу у судині, якщо у будь-який момент часу у кожній точці цього газу тиск та температура будуть однаковими, а різниця температур між зовнішнім джерелом тепла та газом буде кінцева.)

У технічній термодинаміці звичайно розглядають внутрішньо оборотні процеси.

2.4.2 Ентропія як параметр стану термодинамічної системи

Для розрахунку максимальної роботи та її втрат, які викликані необоротністю реальних процесів, відомих нам термічних (P , v , T) та калориметричних (i , u) параметрів виявляється недостатньо.

Не вистачає, зокрема, параметра, за допомогою якого можна було б виражати теплоту процесу, бо вираз кількості тепла через теплоємність є неповним. Не вистачає й параметра для графічного зображення тепла на діаграмі стану (аналогічного роботі у P - v -координатах).

До того ж отримане вище рівняння першого закону термодинаміки (2.7), або

$$\delta q = du + Pdv = di - v dP,$$

точно кажучи, не є диференціальним. Справді, якщо du та di є повними диференціалами (тобто приростами параметрів стану), то δq та δl не являють собою повних диференціалів, бо величини q та l залежать від шляху процесу.

Окремо взяті доданки $P dv$ та $v dP$ також не є повними диференціалами, хоч їх сума є диференціалом від Pv :

$$d(Pv) = P \cdot dv + v \cdot dP$$

Якщо врахувати, що параметри P та v зв'язані поміж собою рівнянням стану, то рівняння першого закону термодинаміки можна привести до іншого виду, перетворивши його у рівняння повних диференціалів введенням множника $1/T$ (В математиці доводиться, що диференціальний двочлен завжди можна перетворити на повний диференціал шляхом помноження на інтегруючий множник.):

$$\frac{\delta q}{T} = \frac{du}{T} + \frac{P \cdot dv}{T} = \frac{di}{T} - \frac{v \cdot dP}{T},$$

де $\delta q/T$ - повний диференціал, що відповідає приросту нового параметра.

Справедливість цього твердження можна показати на прикладі ідеальних газів, для яких $du = c_v \cdot dT$, $di = c_p \cdot dT$, $P \cdot v = R \cdot T$. При цьому рівняння 1-го закону термодинаміки приймає вид:

$$\frac{\delta q}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} . \quad (2.22)$$

Через те, що всі члени правих частин рівняння (2.22) є повними диференціалами, то і величина $\delta q/T$ є повним диференціалом якогось нового параметра – **питомої ентропії** s , Дж/(кг К). Остання є віднесеною до 1 кг маси тіла ентропією S (тобто $s \equiv S/m$). У загальному випадку сама **ентропія**, за визначенням, – це величина, повний диференціал якої співпадає із відношенням

$$dS \equiv \delta Q/T , \text{ Дж/К}, \quad (2.23)$$

де δQ – елементарна кількість теплоти, яку отримує система в оборотному процесі.

Таким чином, з урахуванням (2.22) у випадку ідеальних газів, маємо

$$ds \equiv \frac{\delta q}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} ,$$

що у разі незмінної теплоємності дає

$$s = c_v \cdot \ln T + R \cdot \ln v + \text{const}_1 = c_p \cdot \ln T - R \cdot \ln P + \text{const}_2 .$$

Звідси виходить, що повний приріст питомої ентропії у будь-якому процесі ідеального газу складає

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} , \quad (2.24)$$

де індекси 1 та 2 відмічають, відповідно, початковий та кінцевий стани.

Таким чином, ми показали, що ентропія є функцією стану системи, тобто величина приросту ентропії у процесах не залежить від їх шляхів, а визначається лише значеннями початкових та кінцевих параметрів стану тіла:

$$s = s_1(T, P) \quad \text{або} \quad s = s_2(T, v).$$

Відмітимо ще одну важливу властивість ентропії – вона є адитивною величиною. Це означає, що ентропія системи дорівнює сумі ентропій окремих частин цієї системи.

З'ясуємо співвідношення між зміною ентропії в оборотних та необоротних процесах. Для цього розглянемо два процеси між близькими станами рівноваги (1 та 2) якоїсь системи.

Перший процес необоротний (на рисунку 2.6 його відображає штрихова смуга). Перший закон термодинаміки для цього процесу має вид:

$$\delta Q_{н.о.} = dU + \delta L_{н.о.},$$

де $\delta Q_{н.о.}$ та $\delta L_{н.о.}$ - кількість тепла, яку отримує система, та робота, яку вона виконує, а dU - зміна внутрішньої енергії системи у ході переходу $1 \rightarrow 2$.

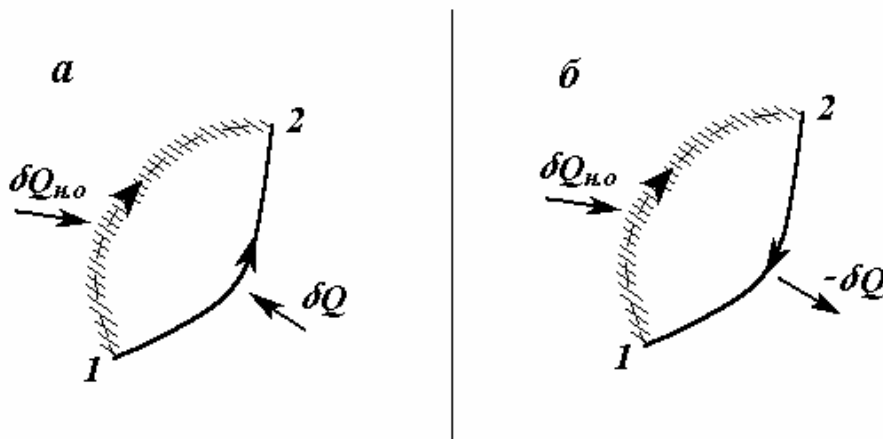


Рисунок 2.6 - Схеми процесів: *a* - необоротного і оборотного процесів $1 \rightarrow 2$; *б* - колового процесу $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Штрихова лінія відображає невизначеність параметрів стану системи в ході необоротного процесу

Другий процес – оборотний (на рисунку 2.6.*a* його відображає суцільна лінія). У цьому випадку перший закон термодинаміки дає вираз:

$$\delta Q = dU + \delta L,$$

де δQ та δL – відповідні кількість тепла та робота системи в оборотному переході $1 \rightarrow 2$.

Через те, що другий процес оборотний, стає можливим здійснити коловий (циклічний) процес $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ (дивись рисунок 2.6.*б*), який складається з прямого необоротного переходу $1 \rightarrow 2$ та зворотного оборотного повернення $2 \rightarrow 1$ (в процесі $2 \rightarrow 1$ система отримує тепло $(-\delta Q)$ і робить роботу $(-\delta L)$).

Як впливає з двох останніх рівнянь, в ході процесу $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ система отримує тепло $\delta Q_{ц.} = \delta Q_{н.о.} - \delta Q$, яке співпадає з роботою $\delta L_{ц.} = \delta L_{н.о.} - \delta L$. Аналіз знаків величин $\delta Q_{ц.}$ і $\delta L_{ц.}$, який проводиться на основі другого закону термоди-

наміки (третє формулювання у пункті 2.3.2), показує, що єдиним можливим варіантом є співвідношення $\delta Q_u = \delta L_u < 0$ (яке означає віддачу системою теплоти δQ_u за рахунок проведеної над нею роботи δL_u). Звідси, скориставшись тим, що в оборотному процесі $1 \rightarrow 2$ існує зв'язок $\delta Q = T \cdot dS$, отримаємо шукану закономірність $\delta Q_u = \delta Q_{н.о} - T \cdot dS < 0$, тобто

$$dS > \frac{\delta Q_{н.о}}{T} \quad (2.25)$$

- необоротність процесів завжди викликає додатковий приріст ентропії.

Об'єднавши формули (2.23), (2.25), та позначивши δQ тепло, що підводиться у довільному елементарному процесі, можна отримати співвідношення:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T},$$

яке вірне для будь-якого процесу і набуває форму рівності у випадку оборотних процесів.

Відмітимо, що через те, що нерівноважні процеси необоротні, нерівність (2.25) виконується і для них. Це означає зростання ентропії у нерівноважних процесах.

(Далі ми не будемо відрізняти записи δq і dq , δQ і dQ , δl і dl та таке інше.)

Визначення (2.23) дає змогу записати рівняння, що зв'язує ентропію з іншими параметрами стану (перший закон термодинаміки у рівноважних процесах):

$$T \cdot ds = du + P \cdot dv . \quad (2.26)$$

Формула (2.26) називається **термодинамічною тотожністю** або **об'єднаним рівнянням термодинаміки**.

У випадку нерівноважних процесів співвідношення (2.25) і перший закон термодинаміки приводять до **основної нерівності термодинаміки**:

$$T \cdot ds > du + P \cdot dv .$$

Використовуючи поняття ентропії, можна дати ще одне формулювання **другого закону термодинаміки**.

4. У процесах, які проходять в ізольованій системі, її ентропія не зменшується.

Спираючись на останнє твердження, покажемо, що в замкнених системах незмінність ентропії можлива тільки в ізотермічних і адіабатних процесах. Дійсно, розглянемо ізольовану систему, яка складається з двох підсистем, які ма-

ють між собою термічний зв'язок (дивися рисунок 2.7). Нехай температура першої підсистеми дорівнює T_1 , температура другої підсистеми дорівнює T_2 , причому $T_1 \geq T_2$. В ході термодинамічного процесу із першої підсистеми до другої перейде якась кількість тепла $dQ \geq 0$. Це призведе до зменшення ентропії першої підсистеми на величину $dS_1 \geq -dQ/T_1$ і збільшення ентропії другої підсистеми на величину $dS_2 \geq dQ/T_2$. Повна зміна ентропії системи (dS_c) дорівнює сумі змін ентропії її підсистем. Через це, згідно з останнім формулюванням другого закону термодинаміки, можна записати:

$$dS_c = dS_1 + dS_2 \geq -dQ/T_1 + dQ/T_2 = dQ (1/T_1 - 1/T_2) \geq 0.$$

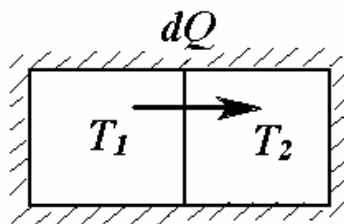


Рисунок 2.7 – Схема процесу передачі тепла dQ між підсистемами ізолюваної системи

Таким чином, ми отримали, що ентропія системи може залишитися незмінною (тобто $dS_c=0$) тільки в адіабатних ($dQ=0$) або ізотермічних ($T_1=T_2$) процесах.

2.4.3 T-s-діаграма. Властивості ентропії

В термодинаміці часто зручно відображати процеси в T - s -координатах. Якщо на T - s -діаграмі (дивися рисунок 2.8) зобразити довільний рівноважний процес (1-2) і виділити елементарну ділянку (що має ширину ds та висоту $T(s)$), то площа, яку зафарбовано, дорівнює питомій теплоті dq відповідного елементарного процесу:

$$dq = T \cdot ds ,$$

а площа під лінією процесу (1→2) дорівнює загальній питомій кількості тепла, що передається у процесі:

$$q = \int_1^2 T(s) ds . \quad (2.28)$$

На цій підставі T - s -діаграма має назву **теплової діаграми**. Її широко використовують в теплових розрахунках термодинамічних процесів.

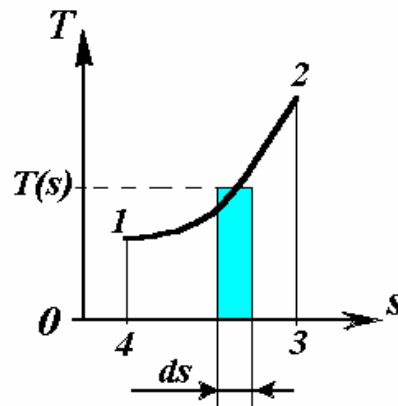


Рисунок 2.8 - T - s -діаграма процесу 1-2

Площа зафарбованого прямокутника дорівнює питомому теплу $dq = T ds$ відповідного елементарного процесу. Площа криволінійної трапеції 1-2-3-4 дорівнює загальній теплоті процесу 1→2.

2.5 Колові процеси або цикли

2.5.1 Поняття циклу. Прямий та зворотний цикли

Для того, щоб робоче тіло у тепловому двигуні безупинно виконувало роботу при розширенні (1→2) (дивися рисунок 2.9), його слід повертати до початкового стану (2→1). Тобто необхідно зробити **замкнений (коловий) процес** або **цикл**.

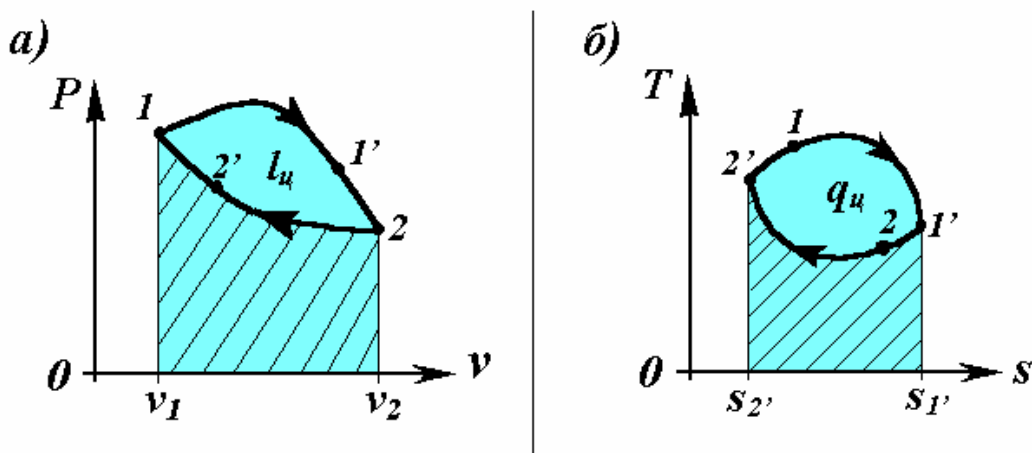


Рисунок 2.9 - Схематичне зображення P - v - та T - s -діаграм циклу

а) Зафарбована площа за величиною відповідає питомій роботі процесу розширення 1→2, заштрихована – питомій роботі процесу стиску 2→1, зафарбована не заштрихована – питомій роботі циклу l_u .

б) Зафарбована площа за величиною відповідає питомій теплоті процесу отримання тепла $2' \rightarrow 1'$, заштрихована – питомій теплоті процесу віддачі тепла $1' \rightarrow 2'$, зафарбована не заштрихована – питомій теплоті циклу q_u .

Розрізняють прямий (тепловий двигун) та зворотний (холодильна машина) цикл. Очевидно, що у тепловому двигуні робота розширення повинна бути більше роботи, що витрачається на стиск. У зв'язку з цим цикли теплових двигунів на P - v -діаграмі завжди повинні бути спрямовані за годинниковою стрілкою. Це **прямий цикл**.

У випадку, коли цикл здійснюється не за годинниковою стрілкою, робота стиску стає більше роботи розширення, і ми маємо справу із так званими **зворотними циклами**, за якими діють компресори та холодильні машини.

Робота циклу l_u - це алгебраїчна сума робіт у всіх процесах розширення і стиску в ході циклу. Аналогічно, **теплота циклу** q_u - це алгебраїчна сума теплоти, яка задіяна у процесах підводу та відводу тепла протягом циклу.

З діаграми (рисунок 2.9.а) видно, що корисна робота циклу l_u дорівнює різниці робіт розширення та стиску, тобто відповідає площі у середині лінії циклу на P - v -діаграмі. Аналогічно, з діаграми (рисунок 2.9.б) випливає, що теплота циклу q_u відповідає площі, яку обмежує лінія циклу на T - s -діаграмі.

Якщо застосувати перший закон термодинаміки (2.6) до циклу, то, внаслідок збігу початкового і кінцевого станів у такому процесі, зміна внутрішньої енергії робочого тіла після циклу дорівнює нулю, що приводить до важливого співвідношення:

$$q_u = l_u.$$

Теплові двигуни є тепловими машинами прямого циклу. Їхню будову схематично представлено на рисунку 2.10.

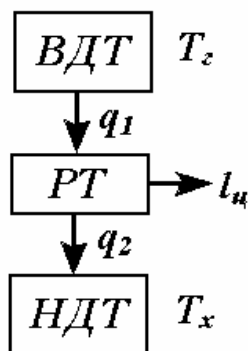


Рисунок 2.10 - Схема будови теплової машини

Машина складається з: 1) вищого джерела теплоти (ВДТ) - деякого тіла з температурою T_2 , що перевищує температуру робочого тіла; 2) робочого тіла (РТ) - тіла (наприклад, газу у циліндрі з поршнем), здатного перетворювати

внутрішню енергію теплового руху в роботу механічного переміщення; 3) нижнього джерела теплоти (НДТ) - тіла, що має температуру T_x , меншу ніж температура робочого тіла.

В ході роботи теплової машини РТ отримує тепло (q_1) від більш нагрітого ВДТ, виконує роботу (l_u) і віддає тепло (q_2) холоднішому НДТ, за рахунок чого повертається у початковий стан.

2.5.2 Термічний ККД циклу

Через те, що машини прямого циклу дають корисну роботу l_u за рахунок теплоти q_1 , яку отримують від ВДТ, то для оцінки ефективності прямого циклу застосовують **термічний коефіцієнт корисної дії** (ККД). Під ним розуміють відношення роботи циклу до одержаного від ВДТ тепла. Використовуючи співвідношення $q_u = l_u$ і $q_u = q_1 - q_2$, неважко показати, що ККД циклу дорівнює

$$\eta_t \equiv \frac{l_u}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}. \quad (2.29)$$

Добре видно, що тепловий ККД не може досягати одиниці.

2.5.3 Прямий цикл Карно

Розглянемо цикл теплового двигуна, який вперше досліджував Саді Карно у 1824 році. Означений цикл зображено на рисунках 2.11 та 2.12. Цей цикл створювався як такий, що реалізує максимальний ККД. Через цю обставину він повинен складатися з оборотних процесів, бо необоротність завжди означає додаткові втрати. Але, як показано в цій главі раніше, оборотними можуть бути ізотермічний і адіабатний процеси, тому цикл Карно містить тільки ізотерми та адіабати.

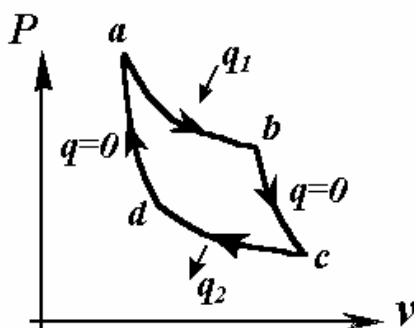


Рисунок 2.11 - P - v -діаграма прямого циклу Карно

Далі викладено послідовність процесів у циклі Карно.

З лівого крайнього положення a відбувається ізотермічне розширення газу у положення b . При цьому питомий об'єм збільшується від v_a до v_b при $T = T_1 = const$ із підводом питомого тепла $q_{a-b}=q_1$.

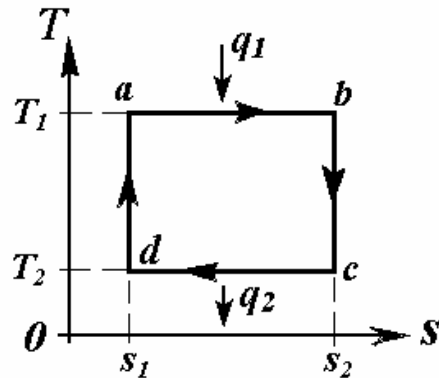


Рисунок 2.12 - T - s -діаграма прямого циклу Карно

Далі у процесі b - c розширення здійснюється адіабатно ($q_{b-c}=0$). Цей процес супроводжується зменшенням температури від значення T_1 до значення T_2 .

Корисна робота виконується у процесах a - b та b - c .

Далі з крайнього правого стану c при русі ліворуч здійснюється спочатку ізотермічний (при $T = T_2 = const$) стиск c - d та відвід питомого тепла $q_{c-d}=q_2$.

Від точки d йде адіабатний ($q_{d-a}=0$) стиск d - a із збільшенням температури та тиску до значень початкового стану a . Цикл закінчується.

Одержимо вираз для роботи даного циклу. Skorистаємось тим, що у загальному випадку робота циклу l_u дорівнює теплоті циклу q_u . Це дає можливість розрахувати l_u як різницю між всім підведеним (q_1) та відведеним (q_2) теплом у циклі ($q_u = q_1 - q_2$). Самий простий вигляд цикл Карно має на T - s -діаграмі. Через це при розрахунках ми скористуємося нею (дивися рис.2.12).

Так, питома теплота, яка підводиться у процесі a - b , дорівнює

$$q_1 = T_1 \cdot (s_2 - s_1),$$

а питома теплота, яка відводиться у процесі c - d , дорівнює

$$q_2 = T_2 \cdot (s_2 - s_1).$$

Таким чином, робота циклу має величину:

$$l_u = q_u = q_1 - q_2 = (T_1 - T_2)(s_2 - s_1).$$

Остання формула дає змогу визначити термічний ККД циклу Карно:

$$\eta_{t.K} \equiv \frac{l_u}{q_1} = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.30)$$

З формули (2.30) витікають наступні твердження про ККД циклу Карно:

- 1) ККД циклу Карно залежить лише від температур джерел та не залежить від фізичної природи робочого тіла машини;
- 2) ККД циклу Карно зростає із зростанням T_2 та спадає із зростанням T_x ;
- 3) ККД циклу Карно менший за 1 та наближається до 1 при $T_x=0$ або $T_2=\infty$;
- 4) ККД циклу Карно дорівнює 0, якщо $T_2 = T_x$;
- 5) ККД циклу Карно більше за ККД будь-якої іншої теплової машини, що діє у тому ж інтервалі температур.

Доказ останнього надзвичайно важливого твердження легше всього отримати у T - s -змінних.

Розглянемо (дивися рисунок 2.13) довільний цикл - цикл I та цикл II - цикл Карно, в якому температура вищого джерела теплоти (T_1) відповідає максимальній температурі циклу I, а температура нижчого джерела (T_2) відповідає мінімальній температурі циклу I. Із допомогою T - s -діаграми можна легко показати, що ККД циклу Карно є максимальним. Для цього, користуючись тим, що теплоті відповідає площа на T - s -діаграмі, запишемо вирази для визначення термічного ККД обох циклів:

$$\eta_i^I = 1 - \frac{q_2^I}{q_1^I} = 1 - \frac{b + (e + f)}{a + b + e + f},$$

$$\eta_{t.K}^{II} = 1 - \frac{q_2^{II}}{q_1^{II}} = 1 - \frac{b}{a + b + e + f + (c + d)}.$$

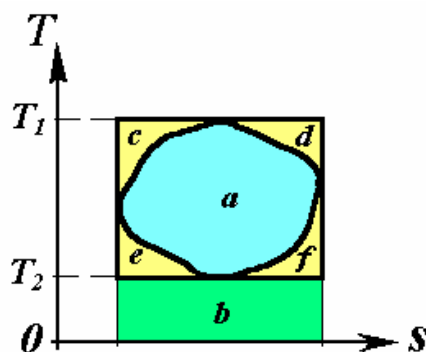


Рисунок 2.13 - T - s -діаграми довільного циклу і циклу Карно, який має такі ж мінімальну і максимальну температури, що і довільний цикл
Буквами a, b, c, d, e, f позначено відповідні площі.

Порівнявши два останні вирази, неважко отримати, що

$$\eta_i^I \leq \eta_{t.K}^{II}.$$

Очевидно, що цикл Карно є еталоном, у порівнянні з яким можна визначати ступінь ефективності будь-якого циклу, що здійснюється у даному інтервалі температур.

2.5.4 Зворотний цикл Карно

Розглянемо зворотний цикл Карно, тобто цикл, у якому тепло відбирається від холодного джерела (холодильника) та віддається гарячому джерелу (навколишньому середовищу, конденсатору) за рахунок виконання роботи (компресор). За цим циклом діють холодильні машини. Діаграми цього циклу зображено на рисунку 2.14.

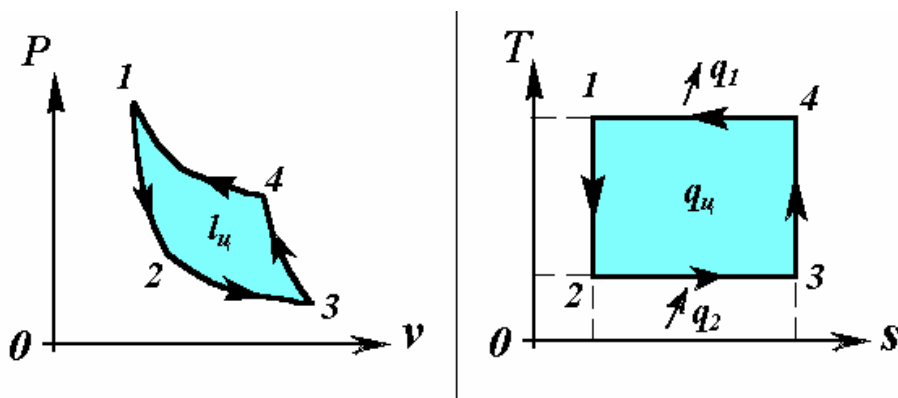


Рисунок 2.14 - P - v - та T - s -діаграми зворотного циклу Карно
Стрілками показано напрямок проходження циклу (1-2-3-4-1).

Ефективність роботи такого циклу характеризується **холодильним коефіцієнтом**, який дорівнює відношенню відведеної від нижчого джерела кількості тепла до роботи циклу:

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_u}. \quad (2.31)$$

На відміну від ККД, холодильний коефіцієнт може бути більше одиниці.

Можна довести, що, у порівнянні з іншими циклами, найбільше значення холодильного коефіцієнта у заданому інтервалі температур холодильної камери T_x та навколишнього середовища T_0 має зворотній цикл Карно. Цей максимальний холодильний коефіцієнт дорівнює

$$\varepsilon_{\text{Карно}} = \frac{T_x}{T_0 - T_x}.$$

Глава 3. ОСНОВНІ ТЕРМОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ

3.1 Основні рівняння та положення дослідження

Предметом даної глави є рівноважні ізотермічні, адіабатні, ізохорні, ізобарні та політропні процеси ідеальних газів. З певною мірою наближення можна вважати, що реальні процеси газів можуть бути саме такими. Через це вивчення їх важливе для практики.

Так, наприклад, можна вважати адіабатним процес розширення газу безпосередньо після хімічної реакції, що супроводжує вибух. Це обґрунтовує застосування рівнянь адіабатного процесу для розрахунку розміру панелей, що легко відкидаються під дією вибуху, запобігаючи руйнуванню будівлі.

Нагрівання газів та пари у закритих судинах можна вважати ізохорним процесом і використовувати його рівняння для визначення максимальних допустимих тиску та температури.

Дослідження термодинамічних процесів ідеальних газів буде спиратися на розглянуті у попередніх главах рівняння:

1) рівняння стану ідеального газу:

$$P v = R T ; \quad (3.1)$$

або його наслідок – узагальнений газовий закон довільного процесу ($1 \rightarrow 2$):

$$P_1 v_1 / T_1 = P_2 v_2 / T_2 ; \quad (3.2)$$

2) рівняння першого закону термодинаміки:

$$dq = du + dl ; \quad (3.3)$$

3) визначення питомої механічної роботи:

$$dl = P dv ; \quad (3.4)$$

4) визначення питомої теплоємності c :

$$dq = c dT ; \quad (3.5)$$

5) рівняння зв'язку між зміною питомої внутрішньої енергії і температури ідеального газу:

$$du = c_v dT; \quad (3.6)$$

б) рівняння зв'язку між зміною питомої ентальпії і температури ідеального газу:

$$di = c_p dT; \quad (3.7)$$

7) рівняння зв'язку між зміною питомої ентропії і параметрами ідеальних газів у рівноважних процесах із незмінною теплоємністю:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1) + R \ln(v_2/v_1) = c_p \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1). \quad (3.8)$$

У дослідження процесу входить:

1. Встановлення рівняння процесу або зв'язку параметрів у ньому.
2. Визначення роботи газу в процесі.
3. Визначення кількості тепла, відведеного або підведеного у процесі, зміни внутрішньої енергії, зміни ентальпії.
4. Зображення процесу у P - v - та T - s -координатах.
5. Визначення зміни ентропії.

У подальшому аналізі, крім рівнянь (3.1)-(3.8), будуть використані деякі додаткові співвідношення. Нагадаємо їх.

З формули Май'єра (дивися (2.15)) $c_p = c_v + R$ можна одержати вирази, що спрощують розрахунки. Ці співвідношення зв'язують ізохорну та ізобарну теплоємності з питомою газовою сталою і **показником (коефіцієнтом) адіабати** k :

$$k \equiv c_p / c_v. \quad (3.9)$$

Неважко показати, що

$$c_p = \frac{k}{k-1} R, \quad c_v = \frac{1}{k-1} R. \quad (3.10)$$

3.2 Дослідження основних термодинамічних процесів

3.2.1 Ізохорний процес

Процес, у ході якого об'єм не змінюється, має назву **ізохорного процесу**. Таким чином, його визначення має вид формули $V = const$, що з урахуванням узагальненого газового закону (3.2) дає відомий закон Шарля:

$$P/T = const, \quad P_1 / T_1 = P_2 / T_2. \quad (3.11)$$

Робота в ізохорному процесі дорівнює 0 (виходячи із зв'язку механічної роботи із зміною об'єму (3.4)). Дійсно,

$$dv = 0 \Rightarrow dl_v = 0 \Rightarrow l_v = 0.$$

Через те, що у даному процесі $c = c_v$, то у випадку, коли теплоємність не залежить від температури T , можна, проінтегрувавши (3.5), визначити питому теплоту процесу:

$$q_v = c_v (T_2 - T_1). \quad (3.12)$$

Коли $c_v = f(t)$, то, використовуючи поняття середньої теплоємності (дивися формулу (1.39)), отримуємо:

$$q_v = t_2 c_{v,m}(0, t_2) - t_1 c_{v,m}(0, t_1). \quad (3.13)$$

Інтегруючи формулу (3.6) за сталої теплоємності, для зміни питомої внутрішньої енергії маємо:

$$\Delta u = c_v (T_2 - T_1).$$

Інтегруючи (3.7) за постійної теплоємності, для зміни ентальпії будемо мати формулу:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

У відповідності до (3.8), зміна ентропії в ізохорному процесі дорівнює:

$$\Delta s_v = c_v \ln(T_2/T_1) = c_v \ln(P_2/P_1). \quad (3.14)$$

Графіки ізохорного процесу представлено на рисунку 3.1.

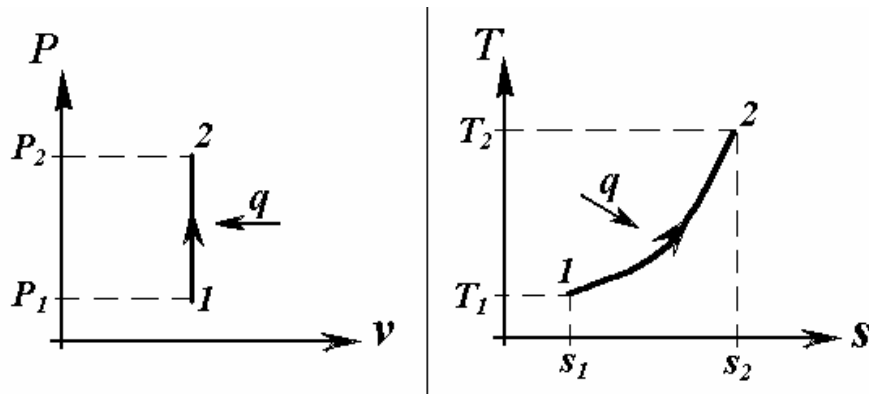


Рисунок 3.1 - Графік ізохорного процесу у P - v - та T - s -координатах

Через те, що робота в даному процесі дорівнює нулю, з першого закону термодинаміки випливає, що

$$q_v = \Delta u,$$

тобто все надане тепло йде на зміну внутрішньої енергії.

3.2.2 Ізобарний процес

Визначення *ізобарного процесу* – процес, що проходить за сталого тиску: $P = const$. З урахуванням узагальненого газового закону (3.2), рівняння ізобарного процесу приймає вид закону Гей-Люсака:

$$v/T = const, \quad v_1 / T_1 = v_2 / T_2.$$

Через те, що тиск сталий, рівняння (3.4) легко інтегрується. Результатом є твердження, що питома робота розширення в ізобарному процесі дорівнює:

$$l_p = P (v_2 - v_1), \quad (3.15)$$

або з урахуванням рівняння стану (3.1):

$$l_p = R (T_2 - T_1). \quad (3.16)$$

Очевидно, що у випадку, коли теплоємність не залежить від температури, інтегруючи рівняння (3.5)-(3.7), одержимо, що тепло, яке підведене у процесі, зміна внутрішньої енергії та зміна ентальпії дорівнюють, відповідно,

$$q_p = c_p (T_2 - T_1), \quad \Delta u = c_v (T_2 - T_1), \quad \Delta i = c_p (T_2 - T_1). \quad (3.17)$$

Коли теплоємність залежить від температури $c_p = f(t)$, згідно з (1.39), маємо:

$$q_p = t_2 c_{p,m}(0, t_2) - t_1 c_{p,m}(0, t_1). \quad (3.18)$$

де $c_{p,m}(0, t)$ - питома ізобарна теплоємність, середня на інтервалі від 0 до t .

Зміна ентропії розраховується із загального для ентропії ідеального газу виразу (3.8). За умови $P_1 = P_2$, отримаємо:

$$\Delta s_p = c_p \ln(T_2/T_1) = c_p \ln(v_2/v_1). \quad (3.19)$$

P - v - та T - s -діаграми процесу зображено на рисунку 3.2.

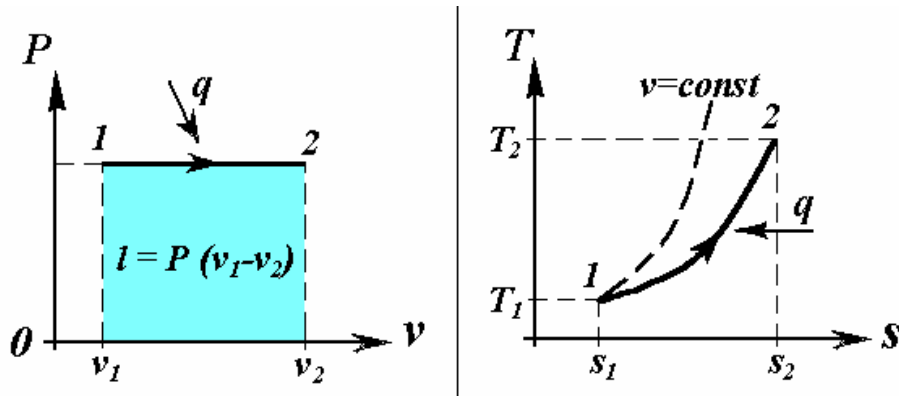


Рисунок 3.2 - P - v - та T - s -діаграми ізобарного процесу 1-2 (неперервна лінія)

В означеному процесі (1-2) робота розширення проводиться при збільшенні температури газу. Встановимо, яка частка з підведеної кількості тепла в ізобарному процесі перетворюється у роботу розширення. Для цього використаємо перший закон термодинаміки (3.3) і співвідношення (3.5) та (3.6).

$$\frac{dl_p}{dq_p} = \frac{dq_p - du}{dq_p} = 1 - \frac{du}{dq_p} = 1 - \frac{c_v \cdot dT}{c_p \cdot dT} = 1 - \frac{1}{k}, \quad (3.20)$$

де величина k - коефіцієнт адіабати (3.9).

Наприклад, для повітря $k = 1.4$. В цьому випадку, як видно з (3.20), лише порядку 28% тепла, підведеного в ізобарному процесі, можуть бути перетворені у роботу. Інші 72% йдуть на розігрів газу в процесі розширення.

3.2.3 Ізотермічний процес

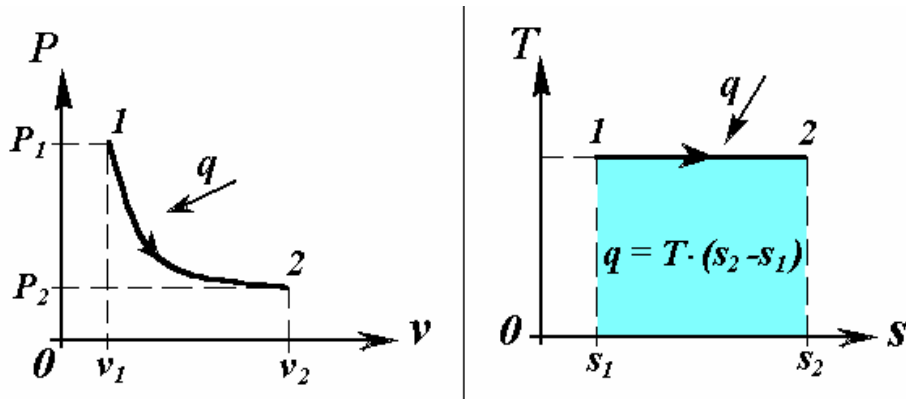
Ізотермічним процесом називається процес, що відбувається при постійній температурі. Наприклад, таким можна вважати витікання повітря при диханні у протигазі.

Рівняння процесу має вид $T = const$, який, з урахуванням узагальненого газового закону (3.2), приймає форму закону Бойля-Маріота:

$$Pv = const, \quad P_1 v_1 = P_2 v_2. \quad (3.21)$$

У P - v -координатах ізотерма є гіперболою, яка асимптотично наближається до осей координат; в T - s -координатах - це пряма, паралельна осі ентропії. (Дивися рисунок 3.3.)

Робота в ізотермічному процесі визначається прямим розрахунком, виходячи з визначення (3.4). При цьому використовується рівняння стану ідеального газу (3.1).

Рисунок 3.3 - P - v - та T - s -діаграми ізотермічного процесу 1-2

Так, питома робота газу у довільному процесі дорівнює:

$$l = \int_{v_1}^{v_2} P dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{RT}{v} dv.$$

Далі, через те, що процес ізотермічний, останній інтеграл спрощується до

$$l_T = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = RT \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = RT \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right). \quad (3.22)$$

Знов використавши рівняння стану ідеального газу, вираз (3.22) можна трансформувати у формулу:

$$l_T = P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right). \quad (3.23)$$

Теплоту процесу можна знайти, спираючись на перший закон термодинаміки. Скористаємося тим, що, згідно з (3.6), зміна внутрішньої енергії в ізотермічному процесі дорівнює нулю. Тоді з (3.3) отримаємо:

$$dq_T = dl_T \Rightarrow q_T = l_T \quad (3.24)$$

Формула (3.24) означає, що вся підведена в ізотермічному процесі кількість тепла може бути перетворена у роботу розширення газу, і навпаки, у процесі стиску від робочого тіла необхідно відводити кількість теплоти, еквівалентну роботі, що витрачається на стиск.

На підставі (3.24) кількість тепла, підведена або відведена від газу при $T = \text{const}$, може бути знайдена з формул (3.22) або (3.23).

Як вже відмічалось, із співвідношень (3.6) та (3.7) випливає, що при $T=const$ для ідеального газу зміна внутрішньої енергії та ентальпії дорівнює 0, тобто

$$u(T) = const, \quad i(T) = const.$$

Для розрахунку зміни ентропії можна просто скористатися формулою (3.8) (взявши $T_1 = T_2$). Інший варіант дії - спиратися на загальне визначення зміни ентропії: $ds = dq/T$. З нього випливає, що в ізотермічному процесі

$$\Delta s_T = q_T/T, \quad (3.25)$$

або із урахуванням (3.22), (3.24)

$$\Delta s_T = R \ln(v_2/v_1) = R \ln(P_1/P_2). \quad (3.26)$$

3.2.4 Адіабатний (ізоентропний) процес

Під **адіабатним процесом** розуміють процес зміни стану робочого тіла без теплообміну із навколишнім середовищем, тобто основною умовою протікання такого процесу є:

$$dq = 0. \quad (3.27)$$

В оборотному процесі $ds = dq/T$, таким чином адіабатний оборотний процес є **ізоентропним процесом**.

Адіабатний процес надалі буде використовуватися в якості моделі робочого розширення газу або пари у двигуні.

Виведемо рівняння адіабатного процесу у P - v -координатах. При цьому ми будемо розглядати тільки оборотні (ізоентропні) процеси, не аналізуючи необоротних адіабатних процесів типу вибуху.

З першого закону термодинаміки (3.3) і рівняння (3.27) маємо зв'язок:

$$du = - dl, \quad (3.28)$$

З (3.28) видно, що в адіабатному процесі робота розширення здійснюється лише за рахунок падіння внутрішньої енергії газу.

Надалі скористаємося зв'язком між внутрішньою енергією і температурою (3.6) і співвідношенням (3.10). З них випливає, що

$$du = c_v \cdot dT = \frac{R}{k-1} dT,$$

або з урахуванням рівняння стану ідеального газу (3.1):

$$du = \frac{d(P \cdot v)}{k-1} .$$

Підставимо останню формулу і визначення роботи ($dl = P dv$) у рівняння (3.28) і поділимо результат на Pv . Отримаємо

$$dP/P + k dv/v = 0 . \quad (3.29)$$

Інтегруючи (3.29), одержимо кінцеве **рівняння адіабатного процесу (рівняння Пуассона)**:

$$P v^k = const . \quad (3.30)$$

Із (3.30) витікає, що

$$P_1 v_1^k = P_2 v_2^k . \quad (3.31)$$

Використавши рівняння стану (3.1), можна записати рівняння адіабатного процесу у змінних T, v :

$$T v^{k-1} = const , \quad T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_2^{k-1} , \quad (3.32)$$

або у змінних T, P :

$$T/P^{(k-1)/k} = const , \quad T_1/P_1^{(k-1)/k} = T_2/P_2^{(k-1)/k} . \quad (3.33)$$

Розглянемо взаємне розташування адіабати та ізотерми (дивися рисунок 3.4).

Покажемо, що адіабата у P - v -координатах завжди крутіша за ізотерму. Нехай адіабата та ізотерма пересікаються у точці (P_0, v_0) (дивися рисунок 3.4). Тоді у P - v -координатах рівняння ізотерми (3.21) і адіабати (3.30) мають вигляд, відповідно,

$$P = P_0 v_0/v, \quad P = P_0 (v_0/v)^k . \quad (3.34)$$

Тангенси кутів нахилу залежностей $P(v)$ визначаються величинами похідних dP/dv , які у точці (P_0, v_0) , згідно з (3.34), для ізотермічного і адіабатного процесів дорівнюють, відповідно,

$$dP/dv = -P_0/v_0, \quad dP/dv = -k P_0/v_0 .$$

Звідси витікає, що через нерівність $k > 1$ адіабата йде крутіше за ізотерму.

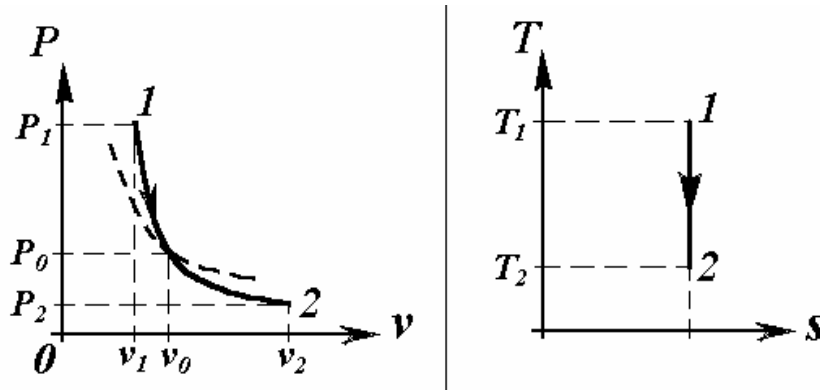


Рисунок 3.4. P - v - та T - s -діаграми адіабатного процесу 1-2.

Жирною пунктирною лінією на P - v -діаграмі зображено графік ізотермічного процесу.

Знайдемо вираз для роботи в адіабатному процесі. Це можна зробити безпосередньо, беручи інтеграл від $dl = P(v) dv$. Можна діяти інакше. Так, з рівняння (3.28) видно, що

$$l_{ad} = -\Delta u = c_v (T_1 - T_2). \quad (3.35)$$

Через виконання співвідношення (3.10), рівняння (3.35) набуває вигляду:

$$l_{ad} = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2). \quad (3.36)$$

Скориставшись рівнянням (3.1) у станах 1 та 2, можна надати формулі (3.36) форму:

$$l_{ad} = \frac{P_1 \cdot v_1 - P_2 \cdot v_2}{k-1}. \quad (3.37)$$

І нарешті, спираючись на зв'язок (3.31), можна привести вираз (3.37) до вигляду:

$$l_{ad} = \frac{P_1 \cdot v_1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right) = \frac{P_1 \cdot v_1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right). \quad (3.38)$$

Зміна ентальпії в адіабатному процесі розраховується за загальною формулою (3.7), яка при інтегруванні у випадку постійних теплоємностей дає вираз:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

Об'єднавши визначення зміни ентропії в оборотному процесі ($ds = dq/T$) із визначенням адіабатного процесу ($dq = 0$), не важко побачити, що в даному випадку зміна ентропії дорівнює нулю, тобто

$$\Delta s = 0 \quad \Leftrightarrow \quad s = \text{const}.$$

3.2.5 Політропний процес

Політропний процес - процес, протягом якого теплоємність робочого тіла залишається постійною.

Аналіз визначення політропного процесу приводить до висновку, що основні термодинамічні процеси - ізохорний, ізобарний, ізотермічний та адіабатний, - якщо вони протікають за постійної теплоємності, є окремими випадками політропного процесу.

Теплоємність політропного процесу c_n може приймати значення від $-\infty$ до $+\infty$.

Кількість теплоти, що бере участь у політропному процесі, можна визначити звичайним співвідношенням (3.5):

$$dq_n = c_n dT, \quad (3.39)$$

яке для процесу $1 \rightarrow 2$ в цілому дає

$$q_n = c_n (T_2 - T_1).$$

Рівняння політропного процесу виводиться на підставі рівняння (3.39), першого закону термодинаміки (3.3):

$$dq_n = du + dl_n = c_v dT + P dv, \quad (3.40)$$

та рівняння стану ідеального газу (3.1) у формі

$$d(Pv) = R dT. \quad (3.41)$$

Виключивши q та T з цих рівнянь, знайдемо **диференціальне рівняння політропного процесу** у P - v - змінних:

$$dP/P = -n dv/v, \quad (3.42)$$

в якому символом n позначено **показник (коефіцієнт) політропи**:

$$n \equiv \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n}. \quad (3.43)$$

Інтегруючи співвідношення (3.42) в межах від початку до кінця процесу, знаходимо

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n, \quad (3.44)$$

або

$$P v^n = \text{const}. \quad (3.45)$$

Отримане рівняння називається **рівнянням політропного процесу**.

Скориставшись рівнянням стану ідеального газу (3.1), можна (аналогічно адіабатному процесу) переписати рівняння політропного процесу у змінних T , v :

$$T v^{n-1} = \text{const}, \quad T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1}, \quad (3.46)$$

або у змінних T , P :

$$T/P^{(n-1)/n} = \text{const}, \quad T_1/P_1^{(n-1)/n} = T_2/P_2^{(n-1)/n}. \quad (3.47)$$

Показник політропи n має для кожного процесу певне значення, яке (користуючись (3.44), (3.46), (3.47)) може бути визначене за координатами двох будь-яких точок за одним із рівнянь:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}, \quad n-1 = \frac{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}{\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}, \quad \frac{n-1}{n} = \frac{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}.$$

Фіксація n (у відповідності до (3.43)) задає також теплоємність процесу:

$$c_n = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (3.48)$$

Значення показника політропи і теплоємності в основних термодинамічних процесах наведено у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Назва процесу	Теплоємність c_n	Показник політропи n
Ізохорний	c_v	$\pm\infty$
Ізобарний	c_p	0
Ізотермічний	$\pm\infty$	1
Адіабатний	0	k

Зміна внутрішньої енергії визначається інтегруванням загальної формули (3.6), що дає зв'язок:

$$\Delta u = c_v \Delta T.$$

Рівняння роботи у політропному процесі має вид, аналогічний до адіабатного процесу. Роботу політропного процесу можна знайти, скориставшись першим законом термодинаміки і співвідношеннями (3.10), (3.48):

$$l_n = q_n - \Delta u = c_n \Delta T - c_v \Delta T = (c_n - c_v)(T_2 - T_1) = -R (T_2 - T_1)/(n-1),$$

тобто

$$l_n = \frac{R \cdot (T_1 - T_2)}{n-1} = \frac{P_1 \cdot v_1 - P_2 \cdot v_2}{n-1}. \quad (3.49)$$

Виходячи з (3.44), останній формулі можна також надати вигляду:

$$l_n = \frac{P_1 \cdot v_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right) = \frac{P_1 \cdot v_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right). \quad (3.50)$$

Зміна ентальпії у політропному процесі розраховується за загальною формулою:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

Зміну ентропії газу легко знайти, спираючись на визначення ентропії в оборотному процесі $ds = dq/T$. Звідси

$$\Delta s = \int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{dq}{T} = \int_{T_1}^{T_2} c_n \frac{dT}{T} = c_n \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1} \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right). \quad (3.51)$$

Зображення політропного процесу на діаграмах показано на рисунку 3.5.

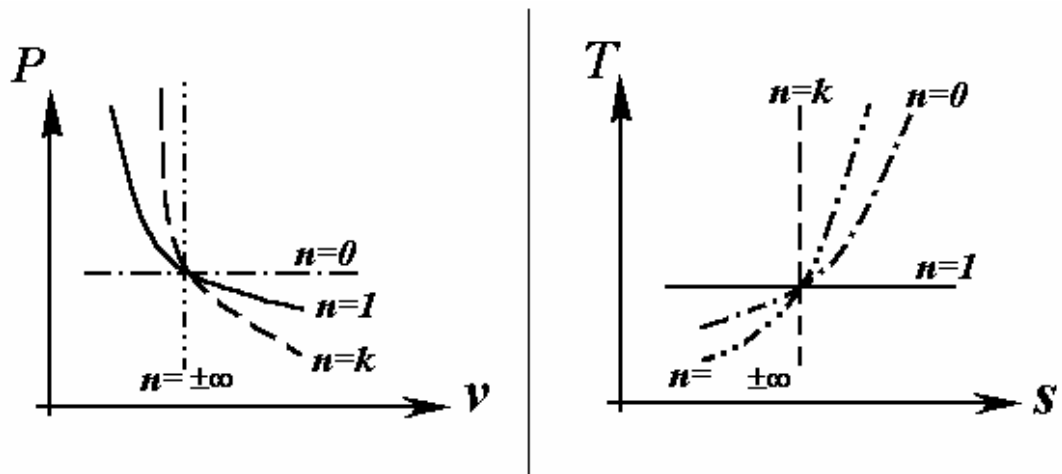


Рисунок 3.5 - P - v - та T - s -діаграми політропних процесів

Глава 3. ОСНОВНІ ТЕРМОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ

3.1 Основні рівняння та положення дослідження

Предметом даної глави є рівноважні ізотермічні, адіабатні, ізохорні, ізобарні та політропні процеси ідеальних газів. З певною мірою наближення можна вважати, що реальні процеси газів можуть бути саме такими. Через це вивчення їх важливе для практики.

Так, наприклад, можна вважати адіабатним процес розширення газу безпосередньо після хімічної реакції, що супроводжує вибух. Це обґрунтовує застосування рівнянь адіабатного процесу для розрахунку розміру панелей, що легко відкидаються під дією вибуху, запобігаючи руйнуванню будівлі.

Нагрівання газів та пари у закритих судинах можна вважати ізохорним процесом і використовувати його рівняння для визначення максимальних допустимих тиску та температури.

Дослідження термодинамічних процесів ідеальних газів буде спиратися на розглянуті у попередніх главах рівняння:

1) рівняння стану ідеального газу:

$$P v = R T ; \quad (3.1)$$

або його наслідок – узагальнений газовий закон довільного процесу ($1 \rightarrow 2$):

$$P_1 v_1 / T_1 = P_2 v_2 / T_2 ; \quad (3.2)$$

2) рівняння першого закону термодинаміки:

$$dq = du + dl ; \quad (3.3)$$

3) визначення питомої механічної роботи:

$$dl = P dv ; \quad (3.4)$$

4) визначення питомої теплоємності c :

$$dq = c dT ; \quad (3.5)$$

5) рівняння зв'язку між зміною питомої внутрішньої енергії і температури ідеального газу:

$$du = c_v dT; \quad (3.6)$$

б) рівняння зв'язку між зміною питомої ентальпії і температури ідеального газу:

$$di = c_p dT; \quad (3.7)$$

7) рівняння зв'язку між зміною питомої ентропії і параметрами ідеальних газів у рівноважних процесах із незмінною теплоємністю:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1) + R \ln(v_2/v_1) = c_p \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1). \quad (3.8)$$

У дослідження процесу входить:

1. Встановлення рівняння процесу або зв'язку параметрів у ньому.
2. Визначення роботи газу в процесі.
3. Визначення кількості тепла, відведеного або підведеного у процесі, зміни внутрішньої енергії, зміни ентальпії.
4. Зображення процесу у P - v - та T - s -координатах.
5. Визначення зміни ентропії.

У подальшому аналізі, крім рівнянь (3.1)-(3.8), будуть використані деякі додаткові співвідношення. Нагадаємо їх.

З формули Май'єра (дивися (2.15)) $c_p = c_v + R$ можна одержати вирази, що спрощують розрахунки. Ці співвідношення зв'язують ізохорну та ізобарну теплоємності з питомою газовою сталою і **показником (коефіцієнтом) адіабати k** :

$$k \equiv c_p / c_v. \quad (3.9)$$

Неважко показати, що

$$c_p = \frac{k}{k-1} R, \quad c_v = \frac{1}{k-1} R. \quad (3.10)$$

3.2 Дослідження основних термодинамічних процесів

3.2.1 Ізохорний процес

Процес, у ході якого об'єм не змінюється, має назву **ізохорного процесу**. Таким чином, його визначення має вид формули $V = const$, що з урахуванням узагальненого газового закону (3.2) дає відомий закон Шарля:

$$P/T = const, \quad P_1 / T_1 = P_2 / T_2. \quad (3.11)$$

Робота в ізохорному процесі дорівнює 0 (виходячи із зв'язку механічної роботи із зміною об'єму (3.4)). Дійсно,

$$dv = 0 \Rightarrow dl_v = 0 \Rightarrow l_v = 0.$$

Через те, що у даному процесі $c = c_v$, то у випадку, коли теплоємність не залежить від температури T , можна, проінтегрувавши (3.5), визначити питому теплоту процесу:

$$q_v = c_v (T_2 - T_1). \quad (3.12)$$

Коли $c_v = f(t)$, то, використовуючи поняття середньої теплоємності (дивися формулу (1.39)), отримуємо:

$$q_v = t_2 c_{v,m}(0, t_2) - t_1 c_{v,m}(0, t_1). \quad (3.13)$$

Інтегруючи формулу (3.6) за сталої теплоємності, для зміни питомої внутрішньої енергії маємо:

$$\Delta u = c_v (T_2 - T_1).$$

Інтегруючи (3.7) за постійної теплоємності, для зміни ентальпії будемо мати формулу:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

У відповідності до (3.8), зміна ентропії в ізохорному процесі дорівнює:

$$\Delta s_v = c_v \ln(T_2/T_1) = c_v \ln(P_2/P_1). \quad (3.14)$$

Графіки ізохорного процесу представлено на рисунку 3.1.

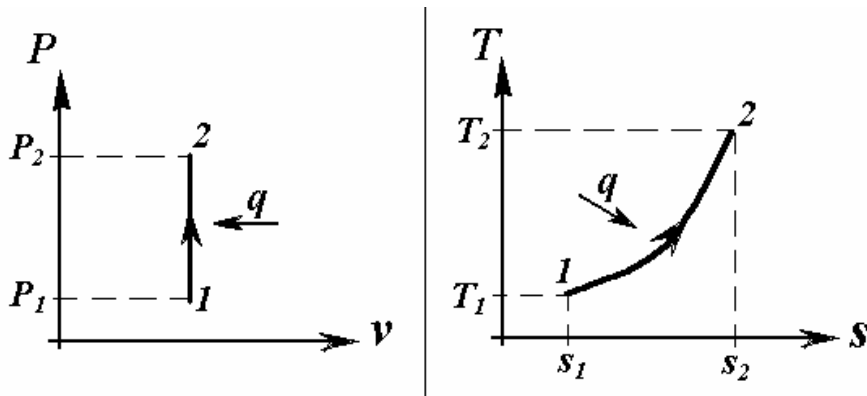


Рисунок 3.1 - Графік ізохорного процесу у P - v - та T - s -координатах

Через те, що робота в даному процесі дорівнює нулю, з першого закону термодинаміки випливає, що

$$q_v = \Delta u,$$

тобто все надане тепло йде на зміну внутрішньої енергії.

3.2.2 Ізобарний процес

Визначення *ізобарного процесу* – процес, що проходить за сталого тиску: $P = const$. З урахуванням узагальненого газового закону (3.2), рівняння ізобарного процесу приймає вид закону Гей-Люсака:

$$v/T = const, \quad v_1 / T_1 = v_2 / T_2.$$

Через те, що тиск сталий, рівняння (3.4) легко інтегрується. Результатом є твердження, що питома робота розширення в ізобарному процесі дорівнює:

$$l_p = P (v_2 - v_1), \quad (3.15)$$

або з урахуванням рівняння стану (3.1):

$$l_p = R (T_2 - T_1). \quad (3.16)$$

Очевидно, що у випадку, коли теплоємність не залежить від температури, інтегруючи рівняння (3.5)-(3.7), одержимо, що тепло, яке підведене у процесі, зміна внутрішньої енергії та зміна ентальпії дорівнюють, відповідно,

$$q_p = c_p (T_2 - T_1), \quad \Delta u = c_v (T_2 - T_1), \quad \Delta i = c_p (T_2 - T_1). \quad (3.17)$$

Коли теплоємність залежить від температури $c_p = f(t)$, згідно з (1.39), маємо:

$$q_p = t_2 c_{p,m}(0, t_2) - t_1 c_{p,m}(0, t_1). \quad (3.18)$$

де $c_{p,m}(0, t)$ - питома ізобарна теплоємність, середня на інтервалі від 0 до t .

Зміна ентропії розраховується із загального для ентропії ідеального газу виразу (3.8). За умови $P_1 = P_2$, отримаємо:

$$\Delta s_p = c_p \ln(T_2/T_1) = c_p \ln(v_2/v_1). \quad (3.19)$$

P - v - та T - s -діаграми процесу зображено на рисунку 3.2.

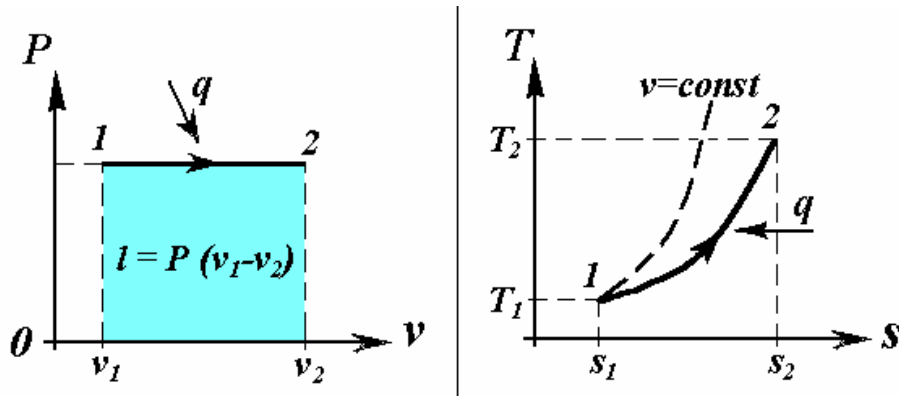


Рисунок 3.2 - P - v - та T - s -діаграми ізобарного процесу 1-2 (неперервна лінія)

В означеному процесі (1-2) робота розширення проводиться при збільшенні температури газу. Встановимо, яка частка з підведеної кількості тепла в ізобарному процесі перетворюється у роботу розширення. Для цього використаємо перший закон термодинаміки (3.3) і співвідношення (3.5) та (3.6).

$$\frac{dl_p}{dq_p} = \frac{dq_p - du}{dq_p} = 1 - \frac{du}{dq_p} = 1 - \frac{c_v \cdot dT}{c_p \cdot dT} = 1 - \frac{1}{k}, \quad (3.20)$$

де величина k - коефіцієнт адіабати (3.9).

Наприклад, для повітря $k = 1.4$. В цьому випадку, як видно з (3.20), лише порядку 28% тепла, підведеного в ізобарному процесі, можуть бути перетворені у роботу. Інші 72% йдуть на розігрів газу в процесі розширення.

3.2.3 Ізотермічний процес

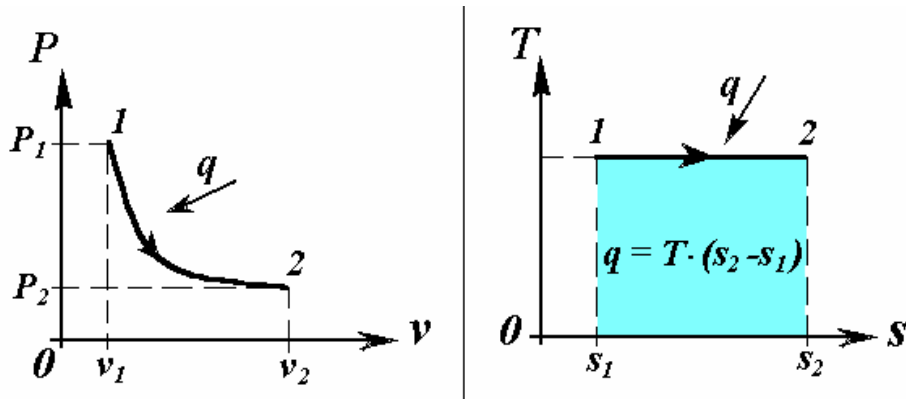
Ізотермічним процесом називається процес, що відбувається при постійній температурі. Наприклад, таким можна вважати витікання повітря при диханні у протигазі.

Рівняння процесу має вид $T = const$, який, з урахуванням узагальненого газового закону (3.2), приймає форму закону Бойля-Маріюта:

$$Pv = const, \quad P_1 v_1 = P_2 v_2. \quad (3.21)$$

У P - v -координатах ізотерма є гіперболою, яка асимптотично наближається до осей координат; в T - s -координатах - це пряма, паралельна осі ентропії. (Дивися рисунок 3.3.)

Робота в ізотермічному процесі визначається прямим розрахунком, виходячи з визначення (3.4). При цьому використовується рівняння стану ідеального газу (3.1).

Рисунок 3.3 - P - v - та T - s -діаграми ізотермічного процесу 1-2

Так, питома робота газу у довільному процесі дорівнює:

$$l = \int_{v_1}^{v_2} P dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{RT}{v} dv.$$

Далі, через те, що процес ізотермічний, останній інтеграл спрощується до

$$l_T = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = RT \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = RT \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right). \quad (3.22)$$

Знов використавши рівняння стану ідеального газу, вираз (3.22) можна трансформувати у формулу:

$$l_T = P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = P_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right). \quad (3.23)$$

Теплоту процесу можна знайти, спираючись на перший закон термодинаміки. Скористаємося тим, що, згідно з (3.6), зміна внутрішньої енергії в ізотермічному процесі дорівнює нулю. Тоді з (3.3) отримаємо:

$$dq_T = dl_T \Rightarrow q_T = l_T \quad (3.24)$$

Формула (3.24) означає, що вся підведена в ізотермічному процесі кількість тепла може бути перетворена у роботу розширення газу, і навпаки, у процесі стиску від робочого тіла необхідно відводити кількість теплоти, еквівалентну роботі, що витрачається на стиск.

На підставі (3.24) кількість тепла, підведена або відведена від газу при $T = \text{const}$, може бути знайдена з формул (3.22) або (3.23).

Як вже відмічалось, із співвідношень (3.6) та (3.7) випливає, що при $T=const$ для ідеального газу зміна внутрішньої енергії та ентальпії дорівнює 0, тобто

$$u(T) = const, \quad i(T) = const.$$

Для розрахунку зміни ентропії можна просто скористатися формулою (3.8) (взявши $T_1 = T_2$). Інший варіант дії - спиратися на загальне визначення зміни ентропії: $ds = dq/T$. З нього випливає, що в ізотермічному процесі

$$\Delta s_T = q_T/T, \quad (3.25)$$

або із урахуванням (3.22), (3.24)

$$\Delta s_T = R \ln(v_2/v_1) = R \ln(P_1/P_2). \quad (3.26)$$

3.2.4 Адіабатний (ізоентропний) процес

Під **адіабатним процесом** розуміють процес зміни стану робочого тіла без теплообміну із навколишнім середовищем, тобто основною умовою протікання такого процесу є:

$$dq = 0. \quad (3.27)$$

В оборотному процесі $ds = dq/T$, таким чином адіабатний оборотний процес є **ізоентропним процесом**.

Адіабатний процес надалі буде використовуватися в якості моделі робочого розширення газу або пари у двигуні.

Виведемо рівняння адіабатного процесу у P - v -координатах. При цьому ми будемо розглядати тільки оборотні (ізоентропні) процеси, не аналізуючи необоротних адіабатних процесів типу вибуху.

З першого закону термодинаміки (3.3) і рівняння (3.27) маємо зв'язок:

$$du = - dl, \quad (3.28)$$

З (3.28) видно, що в адіабатному процесі робота розширення здійснюється лише за рахунок падіння внутрішньої енергії газу.

Надалі скористаємося зв'язком між внутрішньою енергією і температурою (3.6) і співвідношенням (3.10). З них випливає, що

$$du = c_v \cdot dT = \frac{R}{k-1} dT,$$

або з урахуванням рівняння стану ідеального газу (3.1):

$$du = \frac{d(P \cdot v)}{k-1} .$$

Підставимо останню формулу і визначення роботи ($dl = P dv$) у рівняння (3.28) і поділимо результат на Pv . Отримаємо

$$dP/P + k dv/v = 0 . \quad (3.29)$$

Інтегруючи (3.29), одержимо кінцеве **рівняння адіабатного процесу (рівняння Пуассона)**:

$$P v^k = const . \quad (3.30)$$

Із (3.30) витікає, що

$$P_1 v_1^k = P_2 v_2^k . \quad (3.31)$$

Використавши рівняння стану (3.1), можна записати рівняння адіабатного процесу у змінних T, v :

$$T v^{k-1} = const , \quad T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_2^{k-1} , \quad (3.32)$$

або у змінних T, P :

$$T/P^{(k-1)/k} = const , \quad T_1/P_1^{(k-1)/k} = T_2/P_2^{(k-1)/k} . \quad (3.33)$$

Розглянемо взаємне розташування адіабати та ізотерми (дивися рисунок 3.4).

Покажемо, що адіабата у P - v -координатах завжди крутіша за ізотерму. Нехай адіабата та ізотерма пересікаються у точці (P_0, v_0) (дивися рисунок 3.4). Тоді у P - v -координатах рівняння ізотерми (3.21) і адіабати (3.30) мають вигляд, відповідно,

$$P = P_0 v_0/v, \quad P = P_0 (v_0/v)^k . \quad (3.34)$$

Тангенси кутів нахилу залежностей $P(v)$ визначаються величинами похідних dP/dv , які у точці (P_0, v_0) , згідно з (3.34), для ізотермічного і адіабатного процесів дорівнюють, відповідно,

$$dP/dv = -P_0/v_0, \quad dP/dv = -k P_0/v_0 .$$

Звідси витікає, що через нерівність $k > 1$ адіабата йде крутіше за ізотерму.

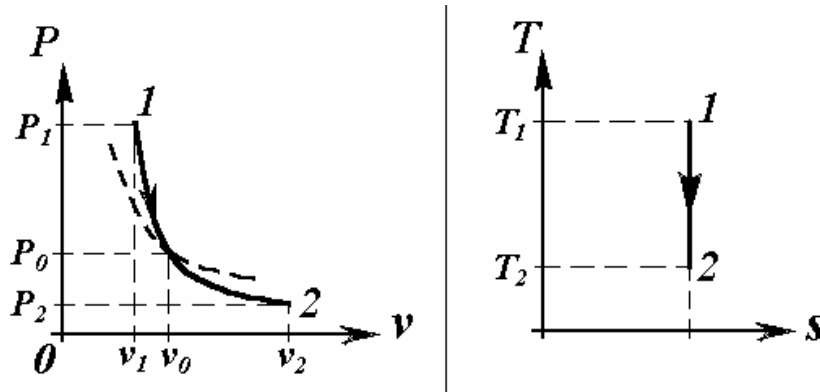


Рисунок 3.4. P - v - та T - s -діаграми адіабатного процесу 1-2.

Жирною пунктирною лінією на P - v -діаграмі зображено графік ізотермічного процесу.

Знайдемо вираз для роботи в адіабатному процесі. Це можна зробити безпосередньо, беручи інтеграл від $dl = P(v) dv$. Можна діяти інакше. Так, з рівняння (3.28) видно, що

$$l_{ad} = -\Delta u = c_v (T_1 - T_2). \quad (3.35)$$

Через виконання співвідношення (3.10), рівняння (3.35) набуває вигляду:

$$l_{ad} = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2). \quad (3.36)$$

Скориставшись рівнянням (3.1) у станах 1 та 2, можна надати формулі (3.36) форму:

$$l_{ad} = \frac{P_1 \cdot v_1 - P_2 \cdot v_2}{k-1}. \quad (3.37)$$

І нарешті, спираючись на зв'язок (3.31), можна привести вираз (3.37) до вигляду:

$$l_{ad} = \frac{P_1 \cdot v_1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right) = \frac{P_1 \cdot v_1}{k-1} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right). \quad (3.38)$$

Зміна ентальпії в адіабатному процесі розраховується за загальною формулою (3.7), яка при інтегруванні у випадку постійних теплоємностей дає вираз:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

Об'єднавши визначення зміни ентропії в оборотному процесі ($ds = dq/T$) із визначенням адіабатного процесу ($dq = 0$), не важко побачити, що в даному випадку зміна ентропії дорівнює нулю, тобто

$$\Delta s = 0 \quad \Leftrightarrow \quad s = \text{const}.$$

3.2.5 Політропний процес

Політропний процес - процес, протягом якого теплоємність робочого тіла залишається постійною.

Аналіз визначення політропного процесу приводить до висновку, що основні термодинамічні процеси - ізохорний, ізобарний, ізотермічний та адіабатний, - якщо вони протікають за постійної теплоємності, є окремими випадками політропного процесу.

Теплоємність політропного процесу c_n може приймати значення від $-\infty$ до $+\infty$.

Кількість теплоти, що бере участь у політропному процесі, можна визначити звичайним співвідношенням (3.5):

$$dq_n = c_n dT, \quad (3.39)$$

яке для процесу $1 \rightarrow 2$ в цілому дає

$$q_n = c_n (T_2 - T_1).$$

Рівняння політропного процесу виводиться на підставі рівняння (3.39), першого закону термодинаміки (3.3):

$$dq_n = du + dl_n = c_v dT + P dv, \quad (3.40)$$

та рівняння стану ідеального газу (3.1) у формі

$$d(Pv) = R dT. \quad (3.41)$$

Виключивши q та T з цих рівнянь, знайдемо **диференціальне рівняння політропного процесу** у P - v - змінних:

$$dP/P = -n dv/v, \quad (3.42)$$

в якому символом n позначено **показник (коефіцієнт) політропи**:

$$n \equiv \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n}. \quad (3.43)$$

Інтегруючи співвідношення (3.42) в межах від початку до кінця процесу, знаходимо

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n, \quad (3.44)$$

або

$$P v^n = const. \quad (3.45)$$

Отримане рівняння називається **рівнянням політропного процесу**.

Скориставшись рівнянням стану ідеального газу (3.1), можна (аналогічно адіабатному процесу) переписати рівняння політропного процесу у змінних T , v :

$$T v^{n-1} = const, \quad T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1}, \quad (3.46)$$

або у змінних T , P :

$$T/P^{(n-1)/n} = const, \quad T_1/P_1^{(n-1)/n} = T_2/P_2^{(n-1)/n}. \quad (3.47)$$

Показник політропи n має для кожного процесу певне значення, яке (користуючись (3.44), (3.46), (3.47)) може бути визначене за координатами двох будь-яких точок за одним із рівнянь:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}{\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}, \quad n-1 = \frac{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}{\ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}, \quad \frac{n-1}{n} = \frac{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}{\ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)}.$$

Фіксація n (у відповідності до (3.43)) задає також теплоємність процесу:

$$c_n = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (3.48)$$

Значення показника політропи і теплоємності в основних термодинамічних процесах наведено у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Назва процесу	Теплоємність c_n	Показник політропи n
Ізохорний	c_v	$\pm\infty$
Ізобарний	c_p	0
Ізотермічний	$\pm\infty$	1
Адіабатний	0	k

Зміна внутрішньої енергії визначається інтегруванням загальної формули (3.6), що дає зв'язок:

$$\Delta u = c_v \Delta T.$$

Рівняння роботи у політропному процесі має вид, аналогічний до адіабатного процесу. Роботу політропного процесу можна знайти, скориставшись першим законом термодинаміки і співвідношеннями (3.10), (3.48):

$$l_n = q_n - \Delta u = c_n \Delta T - c_v \Delta T = (c_n - c_v)(T_2 - T_1) = -R (T_2 - T_1)/(n-1),$$

тобто

$$l_n = \frac{R \cdot (T_1 - T_2)}{n-1} = \frac{P_1 \cdot v_1 - P_2 \cdot v_2}{n-1}. \quad (3.49)$$

Виходячи з (3.44), останній формулі можна також надати вигляду:

$$l_n = \frac{P_1 \cdot v_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right) = \frac{P_1 \cdot v_1}{n-1} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right). \quad (3.50)$$

Зміна ентальпії у політропному процесі розраховується за загальною формулою:

$$\Delta i = c_p (T_2 - T_1).$$

Зміну ентропії газу легко знайти, спираючись на визначення ентропії в оборотному процесі $ds = dq/T$. Звідси

$$\Delta s = \int_1^2 ds = \int_1^2 \frac{dq}{T} = \int_{T_1}^{T_2} c_n \frac{dT}{T} = c_n \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = c_v \cdot \frac{n-k}{n-1} \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right). \quad (3.51)$$

Зображення політропного процесу на діаграмах показано на рисунку 3.5.

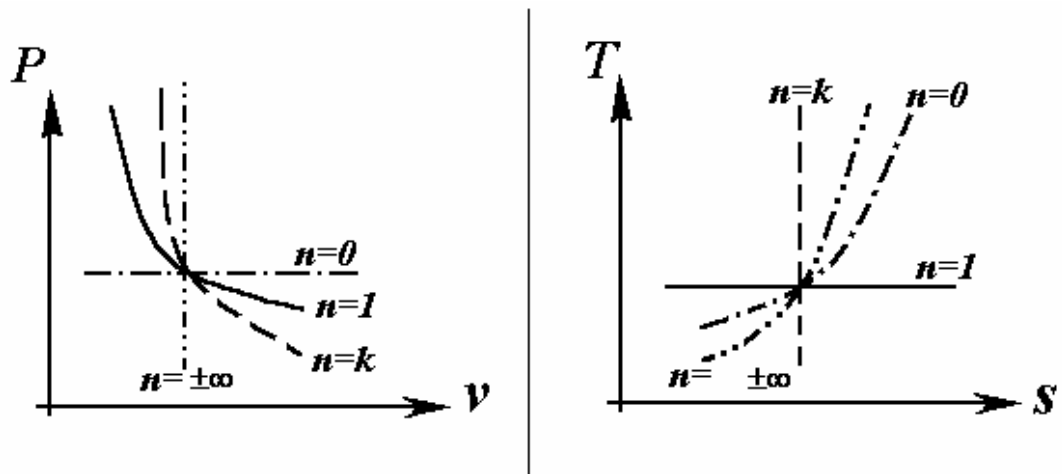


Рисунок 3.5 - P - v - та T - s -діаграми політропних процесів

Глава 5. ТЕРМОДИНАМІКА ПРОЦЕСІВ ВИТІКАННЯ ГАЗІВ ТА ПАРИ

У техніці процес витікання є основним у газових і парових турбінах, а також у реактивних та ракетних двигунах. Цей процес має значення при розгляді великої кількості питань, які пов'язані з забезпеченням пожежної безпеки.

На багатьох підприємствах у технологічних процесах використовують вибухонебезпечні гази. При пошкодженні резервуарів або технологічного обладнання відбуваються процеси витікання пожежонебезпечних речовин, внаслідок яких у просторі може створитися вибухонебезпечна концентрація, що робить ймовірним вибух та пожежу. Розрахунок характеристик процесу витікання та часу утворення вибухонебезпечної концентрації може бути проведений за допомогою рівнянь, що будуть розглянуті у даній главі.

Використовуючи рівняння витікання, можна розрахувати розміри трубопроводів, тиск в них і розміри сопел у системах пожежогасіння інертним газом, що підводять вогнегасний газ до осередку пожежі.

Процес витікання газу використовується, наприклад, в автомобілі газоводяного гасіння (АГВГ – 150). У цьому автомобілі високодисперсний газодляний струм створюється у соплі авіаційного газотурбінного двигуна. Такі автомобілі використовуються при гасінні пожеж газонафтових фонтанів.

5.1 Витікання газів

5.1.1 Основні рівняння витікання

При розгляді витікання ми будемо вважати, що рідина рухається у каналі (дивися рисунок 2.5). Канал впливає на потік. У зв'язку з цим важливим стає напрямок руху. Це робить необхідним для розгляду витікання ввести додаткові поняття. Так, якщо при витіканні тиск падає, а швидкість руху зростає, то канал називається *соплом*, якщо при витіканні тиск зростає, а швидкість руху падає, то канал називається *дифузором*.

Течію у каналі ми будемо розглядати, використовуючи середні за перетином каналу значення тиску P , питомого об'єму v , швидкості руху w .

До основних рівнянь, які описують течію у каналі, відносяться: 1) рівняння енергії (першого закону термодинаміки); 2) рівняння роботи (рівняння руху); 3) рівняння видатку (суцільності); 4) рівняння стану рідини. Із них новим у даному викладі буде тільки третє рівняння, а специфіка середовища, яке тече (газ, пара, крапельна рідина), відображена у четвертому рівнянні.

5.1.1.1 Рівняння першого закону термодинаміки

Рівняння першого закону термодинаміки для стаціонарного потоку було розглянуто раніше (дивись формули (2.20), (2.21)).

Будемо вважати, що 1) канал розташовано горизонтально; 2) можна нехтувати силами тертя; 3) потік не здійснює технічної роботи. У цьому випадку рівняння (2.20) приймає вид:

$$q_{1-2} = i_2 - i_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} \quad (5.1)$$

(позначки вказано на рисунку 2.5) або у диференціальній формі (для елемента потоку) -

$$dq = di + wdw . \quad (5.2)$$

Нагадаємо, що формули (5.1) - (5.2) означають, що при витіканні тепло, яке підводиться, витрачається на зміну ентальпії потоку та на зміну його кінетичної енергії.

5.1.1.2 Рівняння роботи (рівняння руху)

Рівняння роботи також розглядалося нами раніше (дивися (2.18), (2.19)). В дійсності це співвідношення є наслідком рівняння руху рідини. Якщо нехтувати тертям та технічною роботою, рівняння роботи співпадають з відомим з курсу фізики рівнянням Бернуллі. У диференціальній формі для горизонтального каналу цьому рівнянню (див. (2.19)) можна надати вигляду:

$$wdw = -v \cdot dP . \quad (5.3)$$

Величина $wdw = d(w^2/2)$ є зміною питомої кінетичної енергії. Водночас це - робота, яку може виконати потік або в соплах реактивного двигуна, або на робочих лопатках турбіни. Ця величина носить назву **можливої роботи**.

Рівняння (5.3) справедливо для довільного потоку. Воно зв'язує величину швидкості витікання з термодинамічними параметрами P та v . З рівняння видно, що для забезпечення зростання швидкості (збільшення кінетичної енергії) величина dP повинна бути від'ємною, тобто необхідною умовою прискорення потоку є падіння тиску в каналі в напрямку витікання.

5.1.1.3 Рівняння видатку (суцільності)

Перейдемо до рівняння видатку. Позначимо кількість речовини, що проходить крізь поперечний перетин каналу за одиницю часу (масовий видаток), символом G . Через те, що в каналі нема стоків (потік суцільний) і існує закон збереження речовини, масовий видаток стаціонарного потоку є незмінною величиною не тільки у часі, але й у просторі.

Таким чином, параметри потоку у довільному перетині зв'язані співвідношеннями:

$$G = w F/v = const, \quad (5.4)$$

де F - площа перетину.

5.1.1.4 Рівняння стану

Замикає систему рівняння стану речовини, яка тече. Слід відмітити, що у вже розглянутих рівняннях не конкретизовано властивості речовини потоку. Рівняння (5.1)-(5.4) (в межах вже оговорених обмежень) придатні для опису як газів, так і крапельних рідин. Таким чином, тільки застосування рівняння стану конкретизує ситуацію. У випадку течії ідеального газу можна скористатися рівнянням (1.8):

$$P v = R T,$$

в якому під R і T слід розуміти питому газову сталу і абсолютну температуру газу потоку в даному перетині. Розгляд витікання пари потребує залучення таблиць її властивостей або i - s -діаграм.

5.1.2 Адіабатне витікання

5.1.2.1 Загальне співвідношення

У зв'язку з високою швидкістю витікання та малим часом перебування часток в середині апарата, можна знехтувати процесом теплообміну макрочасток речовини потоку (газу або пари) як з навколишнім середовищем, так і поміж собою, тобто вважати процес витікання адіабатним. В цих умовах рівняння (5.1) має вид:

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = i_1 - i_2, \quad (5.5)$$

де w_1 - швидкість газу (пари) на вході до каналу, w_2 - швидкість газу (пари) на виході з каналу. Тобто в адіабатному процесі приріст швидкості витікання відбувається за рахунок падіння ентальпії робочого тіла.

З останнього рівняння можна визначити швидкість витікання:

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (i_1 - i_2) + w_1^2}.$$

Як правило, площа перетину потоку на вході до каналу значно перевищує значення площі перетину на виході ($F_1 \gg F_2$), а зміна питомого об'єму вздовж каналу незначна. У зв'язку з цим збереження потоку (дивись (5.4)) призводить до нерівності $w_1 \ll w_2$, тобто до можливості нехтувати вхідною швидкістю w_1 , у порівнянні з вихідною швидкістю w_2 . У такому наближенні остання формула спрощується до

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (i_1 - i_2)}, \text{ м/с.} \quad (5.6)$$

У формулі (5.6) питома ентальпія вимірюється в Дж/кг. Якщо задавати i у кДж/кг, то останнє рівняння набуває виду:

$$w_2 = 44,7 \cdot \sqrt{i_1 - i_2}, \text{ м/с.} \quad (5.7)$$

Рівняння (5.7) зручно застосовувати при розрахунку процесів витікання реальних робочих тіл (водяної пари), використовуючи при цьому i - s -діаграму водяної пари.

5.1.2.2 Швидкість витікання газу

Для розрахунку швидкості витікання газу візьмемо за основу загальне рівняння (5.5). Зв'яжемо зміну ентропії із зміною температури, а далі скористаємось рівнянням стану ідеального газу. Отримаємо

$$i_1 - i_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2) = \frac{c_p}{R} (P_1 v_1 - P_2 v_2) = \frac{k}{k-1} (P_1 v_1 - P_2 v_2), \quad (5.8)$$

де k - стала адіабати (дивись (3.9), (3.10)).

Для подальших перетворень знов використаємо адіабатичність течії. Сумісно розглянемо співвідношення (5.2) (при $dq = 0$), (5.3), (3.7), (1.8):

$$0 = di + w dw, \quad w dw = -v dP$$

$$di = c_p dT = k R dT / (k-1), \quad P v = R T.$$

З них неважко отримати рівняння

$$dP/P = -k dv/v,$$

яке співпадає з диференціальним рівнянням (3.29) – рівнянням адиабати для замкненої системи. Остання обставина є наслідком того, що в обох випадках розглядаються однакові процеси – процеси адиабатної зміни об'єму фіксованої маси газу. Таким чином, за адиабатної течії в каналі, як і в замкненій системі, виконується співвідношення (3.31):

$$P_1 v_1^k = P_2 v_2^k, \quad (5.9)$$

яке зв'язує значення параметрів в різних перетинах каналу.

Зробивши підстановку результатів (5.9) у (5.8) і далі у (5.5), отримаємо, що середню швидкість витікання можна визначати за формулою:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot P_1 v_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (5.10)$$

Використовуючи рівняння стану ідеального газу (1.8), виразу (5.10) можна також надати виду:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot R T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (5.11)$$

З аналізу формул (5.10) та (5.11) видно, що швидкість витікання тим вище, чим вищі початкові тиск P_1 , температура T_1 і питома газова стала R газу, та чим нижче протитиск P_2 .

5.1.2.3 Видаток витікання газу

Як вже відмічалось, за стаціонарної течії видаток є сталою величиною (5.4). Якщо при його розгляді взяти за основу вихідний перетин 2 і скористатися формулами (5.9) та (5.10), то відповідне розрахункове співвідношення набуває виду:

$$G = \frac{w_2 F_2}{v_2} = F_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{P_1}{v_1} \cdot \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} . \quad (5.12)$$

Залежності (5.10) і (5.12) - швидкості витікання і видатку від $\beta = P_2/P_1$ (відношення тисків у вихідному та початковому перетинах каналу) представлено на рисунку 5.1.

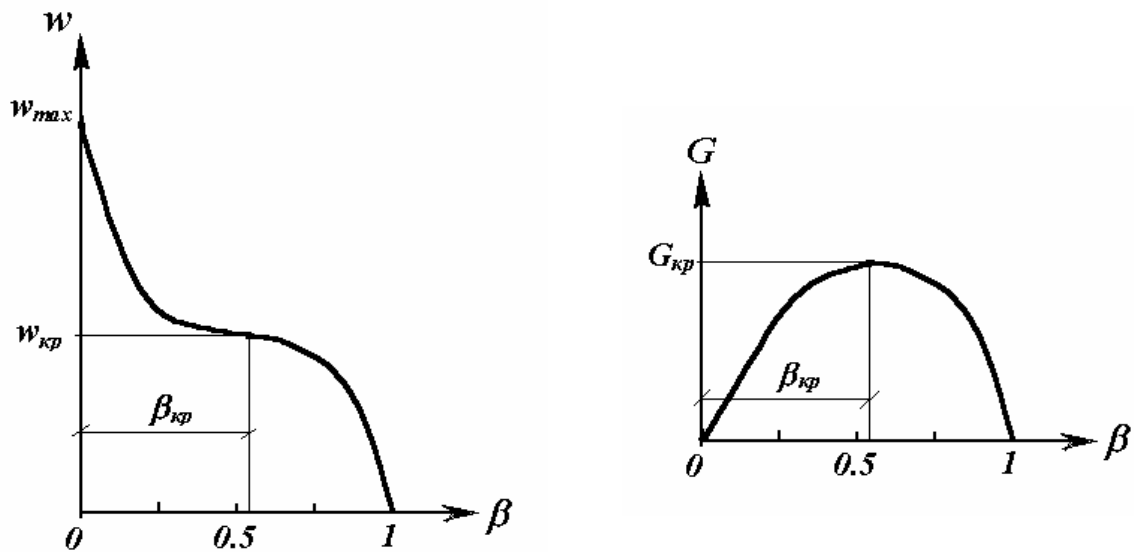


Рисунок 5.1 - Графік залежності швидкості витікання w і масової витрати G газу від відношення тисків $\beta = P_2/P_1$

5.1.2.4 Режими витікання

Як видно з рисунків 5.1, залежності $w(\beta)$ і $G(\beta)$ мають особливості при $\beta = \beta_{кр}$. Характер цих особливостей, як і значення $\beta_{кр}$, ми з'ясуємо далі, а поки займемося близьким питанням – залежністю витікання від поздовжнього профілю каналу. Відмітимо, що в явному вигляді у формулах (5.10) – (5.12) такої залежності немає. Тому аналіз потребує повернення до початкових співвідношень. Для цього розглянемо разом рівняння (5.3), (3.29) та (5.4):

$$w \, d w = -v \, d P , \quad d P / P = -k \, d v / v , \quad w F / v = const .$$

Комбінуючи їх, отримаємо формулу:

$$(M^2 - 1) \frac{d w}{w} = \frac{d F}{F} , \quad (5.13)$$

в якій символом M позначено **число Маха**. Останнє за визначенням дорівнює

$$M \equiv w/a$$

- відношенню швидкості потоку w до швидкості звуку a в даному перетині (місцевої швидкості звуку). З курсу фізики відомо, що

$$a = \sqrt{kRT} = \sqrt{kPv} . \quad (5.14)$$

З (5.13) витікає, що при дозвукових швидкостях, тобто при $M < 1$ зростання швидкості ($dw > 0$) можливо тільки при звуженні каналу ($dF < 0$). При числах Маха, більших за одиницю (тобто надзвукових швидкостях), реалізується зворотна ситуація - зростання швидкості ($dw > 0$) можливо тільки при розширенні каналу ($dF > 0$).

5.1.2.5 Максимальна масова витрата та критична швидкість витікання

Згідно з рівнянням (5.13), поведінка газу у потоці при дозвукових і надзвукових швидкостях різниться. Зміна залежностей трапляється, якщо швидкість потоку досягає швидкості звуку. Через це перетин каналу, в якому швидкість потоку досягає швидкості звуку, називається **критичним перетином**. Параметри газу в цьому перетині також мають назву **критичних параметрів витікання**.

Для визначення критичного значення параметра $\beta = P_2/P_1$ прирівняємо швидкість витікання (5.10) критичному значенню швидкості руху газу – місцевій швидкості звуку у відповідному перетині $a_2 = \sqrt{kRT_2} = \sqrt{kP_2v_2}$ (див. (5.14)). В результаті, скориставшись зв'язком (5.9), отримаємо вираз:

$$\frac{2}{k-1} \left(1 - \beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}} \right) = \beta_{кр}^{\frac{k-1}{k}} ,$$

в якому $\beta_{кр} \equiv (P_2/P_1)_{кр}$. Останнє рівняння дає формулу для розрахунку **критичного відношення тисків**:

$$\beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} . \quad (5.15)$$

Величина $\beta_{кр}$ залежить тільки від коефіцієнта адиабати k . Останній, як правило, визначається кількістю атомів у молекулі газу. Характерні величини цих параметрів відображено у таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

Газ	$k = c_p/c_v$	$\beta_{кр}$
Одноатомний	1.7	0.48
Двохатомний	1.4	0.53
Трьох- і більше -атомний	1.3	0.55

Формула (5.15) дає змогу виразити всі критичні параметри через вхідні дані:

- критичну швидкість:

$$w_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot P_1 v_1} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot RT_1}, \quad (5.16)$$

- критичний питомий об'єм:

$$v_{кр} = \frac{v_1}{\beta_{кр}^{1/k}},$$

- критичну температуру:

$$T_{кр} = \frac{2}{k+1} T_1,$$

- критичну витрату:

$$G_{кр} = F_2 \frac{w_{кр}}{v_{кр}} = F_2 \cdot \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{2k}{k+1} \cdot \frac{P_1}{v_1}}. \quad (5.17)$$

У відповідності до (5.12) (також дивись рисунок 5.1) критична витрата співпадає з максимально можливою.

5.1.2.6 Витікання з сопла, що звужується

Розглянемо, як виглядають загальні співвідношення (5.10), (5.12), якщо застосувати їх до течії у соплі, що звужується. При цьому, крім тиску у вхідному перетині (P_1), тиску у вихідному перетині (P_2), будемо ще відрізняти тиск у зовнішньому середовищі (P_c), в яке йде витікання з сопла (дивись рисунок 5.2). Нас будуть цікавити залежності від останнього тиску (P_c), через те, що саме він задається на практиці. Відповіді можна отримати, знайшовши зв'язок тиску P_2 із тиском P_c і підставивши цю залежність у загальні формули (5.10), (5.12).

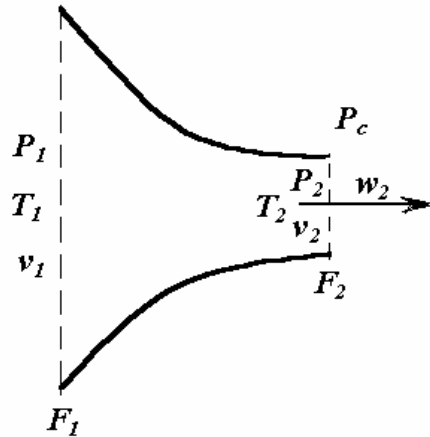


Рисунок 5.2 – Схема витікання з сопла, що звужується

Вид функції $P_2(P_c)$ визначається режимом витікання. При невеликому перепаді тисків P_1 і P_2 , а отже і дозвуковій швидкості витікання, всяка зміна зовнішнього тиску P_c передається за потоком в середину каналу. Як результат, у вихідному перетині каналу встановлюється тиск P_2 , який дорівнює тиску у зовнішньому середовищі, тобто у цьому випадку $P_2 = P_c$. Якщо ж у вихідному перетині швидкість газу досягне місцевої швидкості звуку, тобто буде дорівнювати критичній швидкості, то ніяке зменшення зовнішнього тиску не буде впливати на течію в каналі. В цьому випадку тиск на виході з каналу буде дорівнювати критичному значенню $P_2 = P_{кр} > P_c$, де

$$P_{кр} = \beta_{кр} P_1. \quad (5.18)$$

Графік залежності $P_2(P_c/P_1)$ представлено на рисунку 5.3.

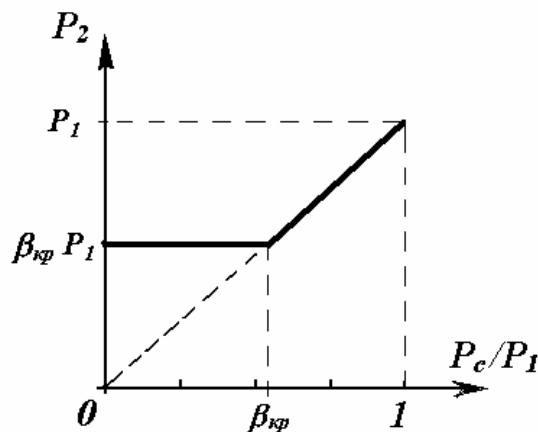


Рисунок 5.3 – Графік залежності тиску у вихідному перетині сопла, що звужується, від відношення тисків

Скориставшись функцією $P_2(P_c)$ і загальними співвідношеннями (5.10), (5.12), отримаємо залежності швидкості витікання і масової витрати від відно-

шення тиску у навколишньому середовищі до тиску в початковому перетині сопла (дивись рисунок 5.4).

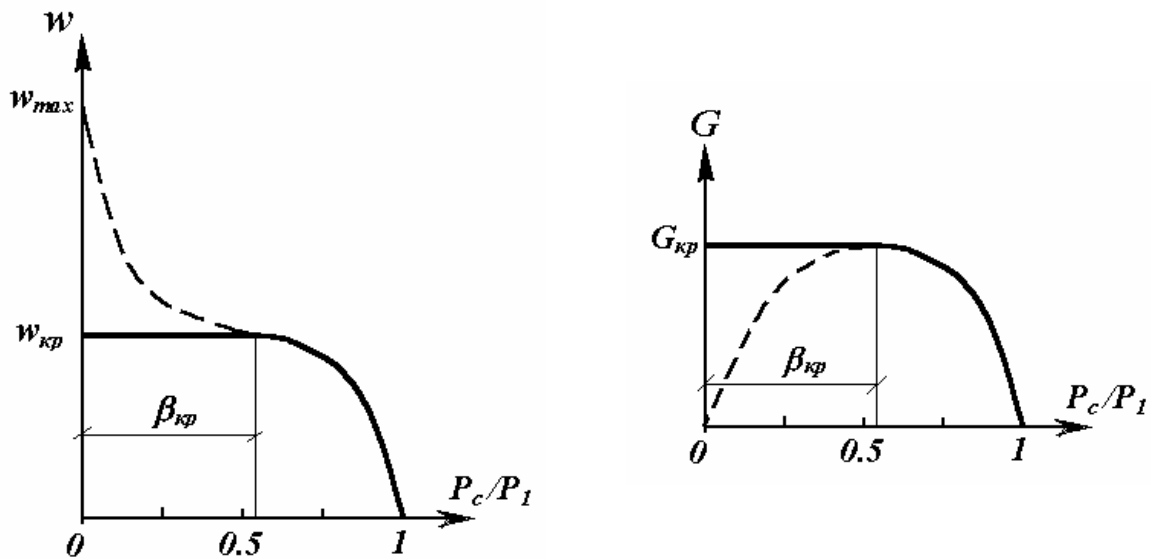


Рисунок 5.4 – Графіки залежності швидкості витікання газу w і витрати G від відношення тисків P_c/P_1 у соплі, що звужується

Представлені графіки наочно демонструють, що при витіканні з сопла, що звужується, існує два режими течії: докритичний і критичний.

Докритичний режим реалізується при тисках, які задовольняють нерівностям:

$$1 > \frac{P_c}{P_1} \geq \beta_{кр}.$$

В цьому випадку тиск у вихідному перетині сопла P_2 дорівнює тиску у навколишньому середовищі P_c , що дозволяє розрахувати швидкість витікання і масову витрату, роблячи підстановку $P_2 = P_c$ у формули (5.10) та (5.12), відповідно.

Критичний режим має місце за відносно великого перепаду тисків:

$$\beta_{кр} \geq \frac{P_c}{P_1}.$$

При ньому течія в каналі не залежить від зовнішнього тиску. Тиск у вихідному перетині дорівнює критичному значенню (5.18), масова витрата - критичній масовій витраті (5.17), а швидкість витікання - місцевій швидкості звука у вихідному перетині, яка одночасно є критичною швидкістю (5.16).

5.1.3 Витікання з сопла Лаваля

У соплі, що тільки звужується, за будь-якого зовнішнього тиску неможливо отримати швидкість витікання, більшу за місцеву швидкість звука. Реалізувати весь перепад тисків можна лише в разі використання так званого комбінованого сопла Лаваля (дивись рисунок 5.5).

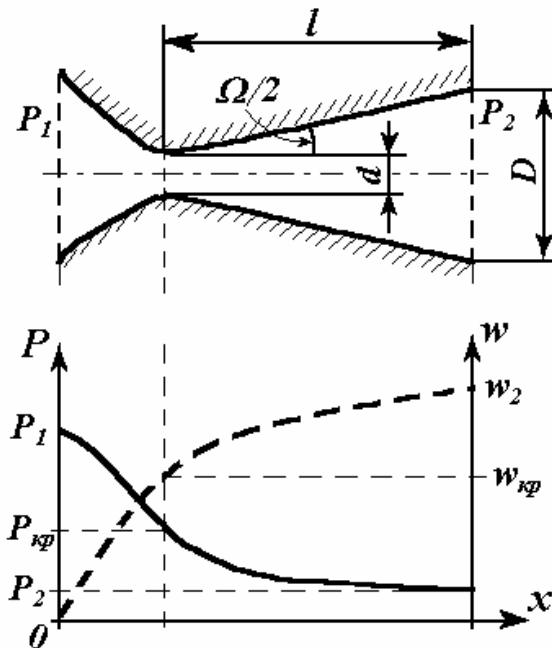


Рисунок 5.5 - Схема сопла Лаваля та графік розподілу тиску і швидкості при розрахунковому режимі течії вздовж сопла Лаваля

Сопло Лаваля складається з короткої частини, що звужується (дозвукової), та частини, що розширюється (надзвукової). Досвід показує, що кут конусності Ω частини, що розширюється, не повинен перевищувати $8-12^\circ$, інакше можливий відрив потоку від стінок каналу (останній призводить до додаткових втрат енергії, а отже, до зменшення швидкості витікання).

При витіканні газу з сопла Лаваля до навколишнього середовища, яке має тиск, який менше за критичний, в самому вузькому перетині сопла встановлюються саме критичні тиск $P_{кр}$ та швидкість $w_{кр}$. У частині сопла, що розширюється, відбувається подальше збільшення швидкості газу та падіння тиску до тиску зовнішнього середовища $P_2 = P_c$. Швидкість витікання та видаток визначаються за формулами (5.10) та (5.12). При заданому видатку G площу мінімального перетину сопла можна обчислити за формулою (5.17) (взявши $G_{кр} = G$), а площу вихідного перетину - за формулою (5.12).

Довжина частини, що звужується, як правило, дорівнює діаметру вихідного перетину сопла. Довжину частини, що розширюється, можна розрахувати за формулою:

$$l = \frac{D-d}{2} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\Omega}{2}\right),$$

де d - мінімальний діаметр сопла; D - діаметр сопла у вихідному перетині.

Наведені вище формули мають відношення до оборотного процесу течії, тобто за відсутності сил тертя між газом і стінками каналу та внутрішнього тертя між струмами потоку через різницю швидкостей за перетином каналу. За наявності тертя дійсна швидкість газу w_D завжди буде меншою за теоретичну швидкість витікання w_T при оборотному процесі за того ж перепаду тисків.

Відношення w_D/w_T називають **коефіцієнтом швидкості сопла**:

$$\varphi_c \equiv w_D/w_T.$$

У каналів з добре обробленою поверхнею, згідно з експериментальними даними, коефіцієнт швидкості складає 0.96-0.98.

Втрати кінетичної енергії визначаються співвідношенням

$$(w_T^2 - w_D^2)/2 = (1 - \varphi_c^2) w_T^2/2 = \psi w_T^2/2,$$

в якому введено показник $\psi = (1 - \varphi_c^2)$ - **коефіцієнт втрат енергії**.

Маючи ці параметри, можна розрахувати **ККД сопла**:

$$\eta_c = (w_D^2/2)/(w_T^2/2) = \varphi_c^2 = 1 - \psi.$$

Таким чином, питома теплота, що виділяється у дійсному процесі витікання, оцінюється співвідношенням

$$q = \psi w^2/2 = \psi (i_1 - i_2).$$

5.2 Дроселювання газу та пари

Під **дроселюванням** розуміють необоротний процес падіння тиску при витіканні крізь місцеве звуження в каналі (заслінки, крани, вентиля, діафрагми і т.д.). Це явище використовується, наприклад, для зниження тиску або вимірювання витратки в трубопроводах. Дроселювання приводить до необоротного переведення частини кінетичної енергії робочого тіла у теплоту.

Схему течії в каналі з дроселюючим пристроєм зображено на рисунку 5.6. З рисунку видно, що у звуженні каналу відбувається різке падіння тиску, яке супроводжується зростанням швидкості руху. Далі (за дроселем) частина кінетичної енергії потоку перетворюється у потенційну, що приводить до деякого зростання тиску. Проте, має місце необоротна втрата тиску на величину ΔP . Остання тим більша, чим менша відносна площа звуження.

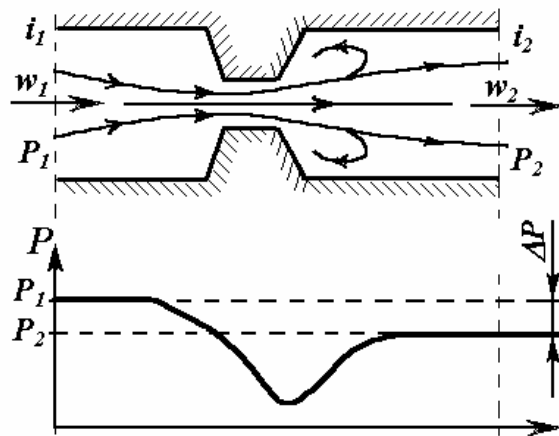


Рисунок 5.6 - Схема течії і графік розподілу тиску вздовж каналу з дроселюючим пристроєм

5.2.1 Рівняння процесу дроселювання

Через те, що процес дроселювання є процесом витікання, то у випадках, коли можна нехтувати теплообміном, параметри потоку задовольняють першому закону термодинаміки для адіабатної проточної системи (дивись формулу (5.5), в якій індекси 1 і 2 відповідають параметрам (ентальпії та швидкості) робочого тіла до та після дроселюючого пристрою (рисунок 5.6)).

Як правило, результуючою зміною швидкості при дроселюванні можна нехтувати, тобто вважати, що $w_1 \approx w_2$. Таким чином, згідно з (5.5), питомі ентальпії по різні боки і на достатній відстані від дроселюючого пристрою задовольняють співвідношенню

$$i_1 = i_2. \quad (5.19)$$

Співвідношення (5.19) є основним для розрахунку результатів процесу дроселювання. Так, у випадку течії ідеального газу, через те, що в цьому випадку $di = c_p dt$, з (5.19) витікає ізотермічність процесу дроселювання, тобто

$$t_1 = t_2. \quad (5.20)$$

5.2.2 Дроселювання пари

Процес дроселювання пари (як і ідеального газу) є суто необоротним процесом, пов'язаним з збільшенням ентропії. Параметри стану пари після дроселювання зручно визначати за допомогою i - s -діаграми (дивись рисунок 5.7, на якому зображено три процеси дроселювання). Точка, яка відповідає початковому стану пари (до дроселюючого пристрою), задається початковими параметрами стану (температурою T_1 , тиском P_1 та т.п.). Точка, яка співвідноситься із

кінцевим станом (після дроселювання), повинна відповідати тиску P_2 після дроселюючого пристрою. Другим параметром, який задає положення кінцевої точки, згідно з (5.19), є ентальпія. У зв'язку з цим для визначення положення кінцевої точки треба на i - s -діаграмі провести горизонтальну лінію із точки початкового стану до перетину з ізобарою кінцевого тиску $P = P_2$. Слід мати на увазі, що горизонтальна лінія $i = \text{const}$, що з'єднує початкову і кінцеву точки, не є зображенням процесу дроселювання, тобто ця лінія не відображає послідовності проміжних станів при дроселюванні. Відповідні відрізки іноді називають *умовним зображенням процесу дроселювання*.

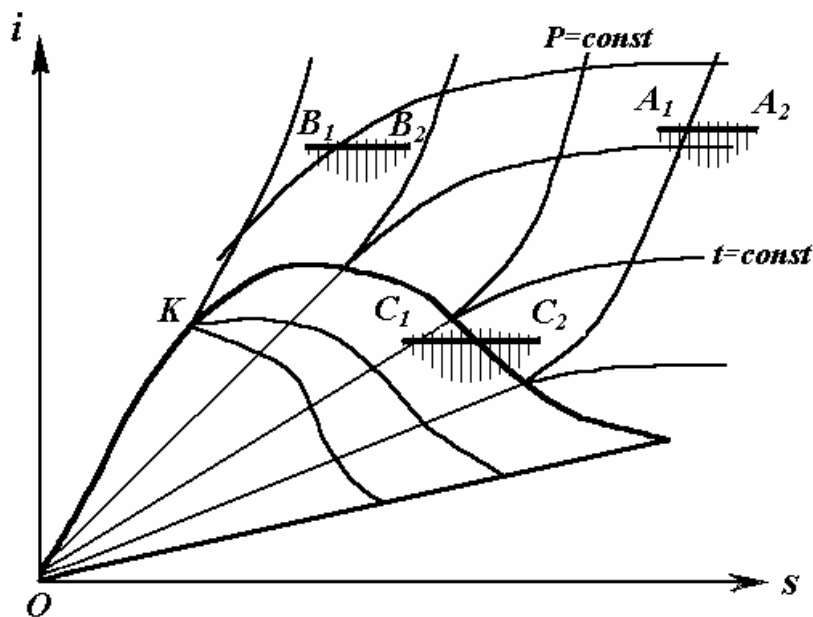


Рисунок 5.7 - Визначення параметрів дроселювання пари за i - s -діаграмою
Штрихові лінії символізують невизначеність параметрів стану при дроселюванні, внаслідок нерівноважності цього процесу.

На рисунку 5.7 приведено умовне зображення трьох процесів дроселювання пари. Процес $A_1 - A_2$ проходить в області перегрітої пари за низьких тисків. Тут пар за своїми властивостями близький до ідеального газу, і тому відрізок $A_1 - A_2$, згідно з (5.20), йде практично паралельно до ізотерми, тобто температура практично не змінюється. Процес $B_1 - B_2$ протікає також в області перегрітої пари, але за високих тисків. Відрізок $B_1 - B_2$ пересікає ізотерми, тут при дроселюванні температура зменшується. Процес дроселювання $C_1 - C_2$ починається в області вологої пари і призводить до збільшення ступеня сухості пари. В кінці процесу $C_1 - C_2$ пара стає перегрітою. Цей процес також супроводжується зменшенням температури пари. Слід відмітити, що в області дуже високих тисків і температур (які значно перевищують критичне значення) дроселювання супроводжується не зменшенням, а підвищенням температури.

Явище зміни температури пари (реального газу) при адіабатному дроселюванні називається *ефектом Джоуля-Томсона*. Різницю кінцевої і початкової температури $\Delta T = T_2 - T_1$ процесу адіабатного дроселювання називають *інтегральним дросель-ефектом*. Інтегральний дросель-ефект може досягати досить великої величини (наприклад, зменшення температури у декілька сот градусів). В залежності від початкових даних, зміна температури може мати як негативний, так і позитивний знак.

Глава 6. ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ЦИКЛІВ ТЕПЛОВИХ МАШИН

Як відомо, *теплові машини* – механізми для взаємного перетворення тепла та роботи - знайшли широке застосування в техніці. До найбільш розповсюджених теплових машин можна віднести двигуни внутрішнього згоряння (ДВЗ) та компресори.

Вміння розраховувати параметри стану робочого тіла та температуру конструктивних елементів таких машин необхідні для дослідження причин пожеж, наприклад, для з'ясування можливості самоспалахування горючої речовини біля високотемпературних поверхонь ДВЗ.

Розрахункові співвідношення для колових процесів (циклів) теплових машин виводяться на підставі першого закону термодинаміки та основних газових законів. Перейдемо до їх вивчення у конкретних випадках.

6.1 Компресія або стиск газів

Компресія газів - це процес їх стиску. Цей процес знаходить широке застосування в техніці та технології різноманітних виробництв, і через це обумовлює ряд задач пожежної безпеки. Так, визначення поведінки основних параметрів газу при стиску необхідно, наприклад, у тих випадках, коли, внаслідок стиску, можливе значне підвищення температури газу, яке веде до перегріву обмежуючих газ конструкцій, що може призвести до самоспалахування пилових і олійних відкладень на поверхнях цих конструкцій.

Стиск газів відбувається у компресорі. За принципом дії компресори поділяються на об'ємні та лопаткові. До об'ємних відносяться поршневі та ротаційні компресори. У другу групу (лопаткових) входять відцентрові та осьові (аксіальні) компресори.

Принцип дії *об'ємних компресорів* полягає в тому, що стиск газу здійснюється за рахунок зменшення об'єму простору між обмежуючими газ стінками. Так, у *поршковому компресорі* (дивись рисунок 6.1) газ за вхідним патрубком 1 надходить до циліндру 2, потім стискається поршнем 3 і виштовхується у нагнітальний трубопровід 4. У *ротаційному компресорі* роль поршня виконує ротор із пластинами.

Якісно інший принцип дії реалізується в *лопаткових компресорах*. В цих машинах газу спочатку надається додатковий запас кінетичної енергії, а потім високошвидкісний потік спрямовується у дифузор. В дифузорі швидкість газу зменшується, а тиск зростає.

На рисунку 6.2 показано схему *осьового компресора*. У середині корпусу 1 розташовано ротор 2. На роторі закріплено робочі лопатки 3. Після кожного ряду робочих лопаток встановлено нерухомі лопатки 4, які утворюють канали,

що розширюються. Газ прискорюється робочими лопатками. У каналах із нерухомих лопаток його швидкість зменшується, а тиск зростає. Кожен ряд робочих лопаток з наступним рядом нерухомих лопаток утворює один ступінь підвищення тиску.

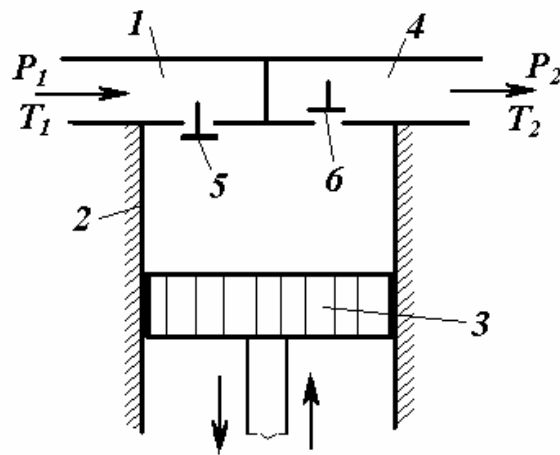


Рисунок 6.1 - Схема одноступеневого поршневого компресора:

1 – вхідний патрубок; 2 – циліндр; 3 – поршень; 4 – вихідний патрубок; 5, 6 – клапани.

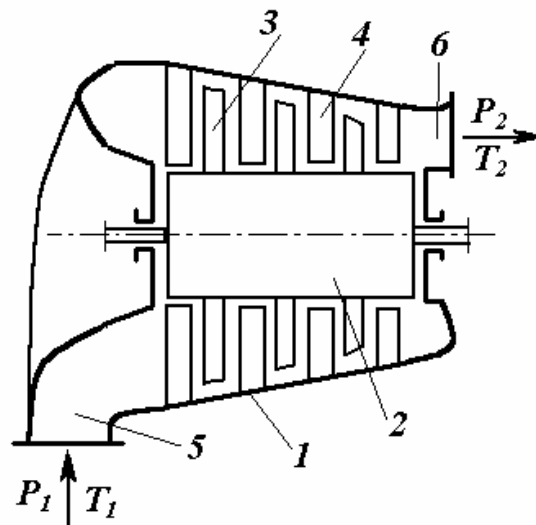


Рисунок 6.2 - Схема осевого компресора:

1 – корпус; 2 – ротор; 3 – робочі лопатки; 4 – нерухомі лопатки; 5 – вхідний патрубок; 6 – вихідний патрубок.

6.1.1 Стиск в одноступеновому компресорі

Незважаючи на істотну конструктивну різницю, суть термодинамічних процесів, що відбуваються в компресорах, однакова. Розглянемо ці процеси на прикладі поршневого компресора (рисунок 6.1).

P - V -діаграма процесу виглядає таким чином (дивись рисунок 6.3): при відкритому клапані 5 (закритому клапані 6) та ході поршня вниз здійснюється процес $0-1$ – ізобарного ($P = P_1$) наповнення циліндра газом. У точці 1 - крайньому нижньому положенні – клапан 5 зачиняється та при ході поршня догори, завдяки зовнішній енергії, відбувається процес стиску $1-2$. В точці 2, коли тиск над поршнем дорівнює тискові в газозбірнику ($P = P_2$), автоматично відчиняється нагнітальний клапан 6 й в ході руху поршня догори відбувається процес $2-3$ - наповнення газозбірника стиснутим газом. У крайньому верхньому положенні нагнітальний клапан 6 зачиняється та відчиняється клапан 5, що з'єднує циліндр з зовнішнім середовищем. У зв'язку з цим тиск в циліндрі знов падає від P_2 до P_1 і процес повторюється.

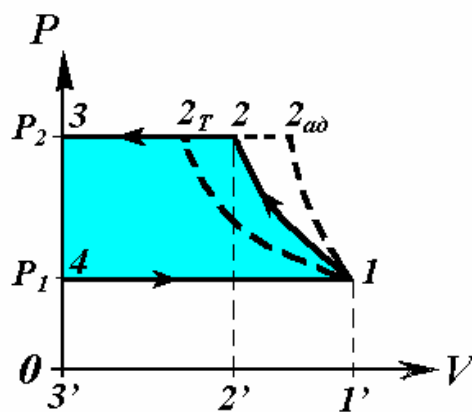


Рисунок 6.3 - Графік процесу стиску газу в одноступеневому поршневному компресорі

$1-2$ – політропа; $1-2_{ad}$ – адіабата; $1-2_T$ – ізотерма.

Процес стиску може бути:

політропний $1-2$ (показник політропи $1 < n < k$, де k - показник адіабати);
адіабатний $1-2_{ad}$ (показник політропи $n = k$);
ізотермічний $1-2_T$ (показник політропи $n = 1$).

Враховуючи те, що площа в середині колового процесу на P - V -діаграмі відповідає роботі циклу, визначимо, при якому процесі означена робота за абсолютною величиною за інших рівних умов буде мінімальною. З P - V -діаграми видно, що за таких умов найбільш вигідним є ізотермічний процес $1-2_T$.

Для здійснення $1-2_T$ необхідно забезпечити інтенсивний відвід тепла від газу в процесі стиску. Розрахунки показують, що робити це економічно недоцільно, у зв'язку з чим реальний стиск здійснюється за політропою з показником $1 < n < k$.

Отримаємо вираз для роботи одноступеневого поршневого компресора. Її величину можна розраховувати як площу, що укладено в середині колового процесу 41234 на P - V -діаграмі (закрашено на рис.6.3). Тобто

$$L_{cy} = \text{пл.}(3'2'233') + \text{пл.}(2'1'122') - \text{пл.}(43'1'14) ,$$

що з урахуванням прийнятих раніше знаків для роботи і формули (3.49) дає

$$L_u = -P_2V_2 + \frac{1}{n-1}(P_1V_1 - P_2V_2) + P_1V_1 = \frac{n}{n-1}(P_1V_1 - P_2V_2). \quad (6.1)$$

З (6.1) видно, що робота, яка витрачається на стиск у компресорі, в n раз більша, ніж робота у політропному процесі 1-2.

Використовуючи співвідношення (6.1) і зв'язок між тиском і об'ємом у політропному процесі 1-2 (дивись (3.44)):

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{n}},$$

отримаємо формулу залежності роботи від ступеня підвищення тиску:

$$L_u = -\frac{n}{n-1} \cdot P_1V_1 \cdot \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (6.2)$$

Окремо можна розглянути випадок ізотермічного стиску в компресорі. В цьому разі рівняння (6.1), із урахуванням співвідношень $P_2V_2 = P_1V_1$ та $n=1$, приймає вигляд:

$$L_{изот} = P_1 \cdot V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = P_1 \cdot V_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right), \quad (6.3)$$

що дає вираз мінімальної (за абсолютною величиною) роботи.

6.1.2 Багатоступеневий компресор

Згідно з співвідношенням (3.47), у політропному процесі існує зв'язок:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}},$$

тобто підвищення тиску газу призводить до підвищення його температури, що за високого стиску (від одиниць до 100 – 300 бар) приводить до неприпустимих

рівнів температур, з точки зору як надійності роботи компресора, так і безпечності умов його експлуатації. У зв'язку з цим виявилось доцільним використання багатоступневих компресорів (дивись рисунок 6.4), які реалізують схему багатоступеневого стиску з проміжним охолодженням газу між ступенями стиску.

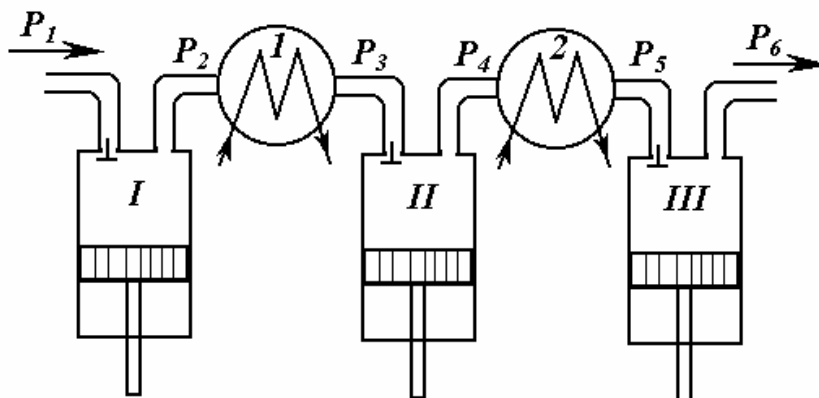


Рисунок 6.4 - Схема трьохступеневого поршневого компресора
I, II, III – ступені компресора; 1, 2 – проміжні теплообмінники.

Розглянемо графічне зображення процесу багатоступеневого стиску у P - V -координатах (дивись рисунок 6.5).

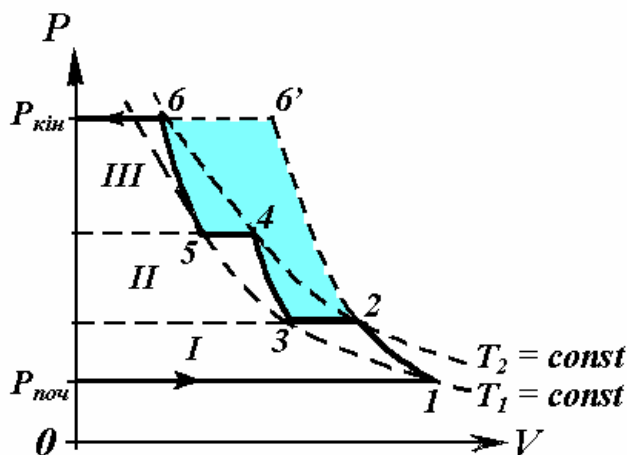


Рисунок 6.5 - P - V -діаграма процесу стиску газу у трьохступеному компресорі

Представлено процес стиску I, II, III ступенів. Найбільш економічно компресор працює, якщо точки 2, 4, 6, а також 1, 3, 5 лежать на відповідних ізотерамах.

Прослідкуємо на діаграмі цикл роботи багатоступеневого компресора. У першому ступені після звичайного всмоктування та політропного стиску 1-2 газ спрямовується до проміжного теплообмінника, де або за рахунок продувки повітря, або за рахунок циркуляції води відбувається ізобарне охолодження 2-

3. Охолоджене повітря надходить у другий ступінь, де стискається за політропою 3-4, далі воно охолоджується за ізобарою 4-5. У третьому ступені відбувається аналогічний процес.

З P - V -діаграми видно, що якщо умовно збільшити число ступенів N , то спільний процес стиску 1, 2, 3, ..., N наближається до ізотермічного процесу 1, 3, 5, що є найкращим варіантом. Проте, технічно велика кількість ступенів не може бути здійснена (як правило, їх не більше, ніж 6). Це обмеження пов'язано з тим, що за більшого числа N термодинамічний вигравш від збільшення числа ступенів зводиться нанівець збільшенням суми втрат на тертя поршневої групи.

Якщо розглянути роботу циклу в одноступеневому компресорі 1-2-6' (дивись рисунок 6.5), то стає очевидним, що багатоступеневий стиск призводить до помітного зниження роботи, що витрачається (ця знижка еквівалентна величині заштрихованої площі).

Розрахуємо необхідну роботу у багатоступеневому компресорі.

З політроп 1-2, 3-4, 5-6 витікає, що

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}, \quad \frac{P_4}{P_3} = \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{n}{n-1}}, \quad \frac{P_6}{P_5} = \left(\frac{T_6}{T_5}\right)^{\frac{n}{n-1}}. \quad (6.4)$$

У найбільш вигідному режимі, який ми розглядаємо, $T_1=T_3=T_5$, а $T_2=T_4=T_6$. Це, згідно з формулою (6.4), означає, що виконується співвідношення:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} = \frac{P_6}{P_5} = \delta,$$

де δ - ступінь підвищення тиску в одному ступені компресора. Таким чином, ступені підвищення тиску в кожній з ступенів компресора однакові.

Згідно з формулою (6.2), абсолютна величина роботи стиску у кожному з ступенів дорівнює:

$$L_i = \frac{n}{n-1} P_i V_i \cdot \left[\delta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

де індекс $i = 1, 2, 3$ вказує на ступінь. Далі врахуємо, що, внаслідок ізотермічності станів 1, 3, 5, існує зв'язок:

$$P_1 \cdot V_1 = P_3 \cdot V_3 = P_5 \cdot V_5,$$

і тому вираз роботи одного ступеня приймає однаковий вид:

$$L_1 = \frac{n}{n-1} P_1 V_1 \cdot \left[\delta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

В результаті отримуємо, що у випадку оптимального N -ступеневого компресора необхідна робота одного його циклу дорівнює:

$$L = N \cdot L_1 = N \frac{n}{n-1} P_1 V_1 \cdot \left[\delta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$

Встановимо зв'язок між числом ступенів - N , ступенем підвищення тиску в одному ступені - δ , а також початковим $P_{поч}$ та кінцевим $P_{кін}$ тисками газу в компресорі.

Після кожного ступеня тиск збільшується у δ разів. Дійсно, $P_2 = \delta \cdot P_1$ і $P_3 = P_2$, тому після першого ступеня (на вході до другого) $P_3 = \delta \cdot P_1$. Аналогічно, після другого ступеня $P_4 = \delta \cdot P_3$. Об'єднавши два останні рівняння, отримаємо співвідношення тисків після двох ступенів - $P_4 = \delta^2 \cdot P_1$, а далі після трьох - $P_6 = \delta^3 \cdot P_1$. Таким чином, можна, рухаючись покроково, отримати результуюче співвідношення -

$$P_{кін} = \delta^N \cdot P_{поч}, \quad (6.5)$$

де $P_{кін}$ - кінцевий тиск у компресорі з N ступенів, $P_{поч} = P_1$ - початковий тиск.

Обернувши формулу (6.5), знайдемо розрахункову формулу для ступеня підвищення тиску:

$$\delta = \sqrt[N]{\frac{P_{кін}}{P_{поч}}}. \quad (6.6)$$

Рівняння (6.6) можна використати в двох варіантах розрахунку компресора:

1. *Конструктивний розрахунок*, коли з технічного завдання відомі $P_{поч}$ та $P_{кін}$, а на підставі досліджень чи досвіду експлуатації відома допустима температура у кожному ступені. Тоді, спираючись на зв'язок $\delta = (T_2/T_1)^{n/(n-1)}$, можна знайти (за заданого T_2) необхідну кількість ступенів N .

2. *Перевірочний розрахунок*. Його роблять, коли існує необхідність перевірки можливості використання компресора відомих конструктивних параметрів у інших умовах, наприклад, при обмеженнях за температурою. У цьому разі N , $P_{поч}$ та $P_{кін}$ - задані. При перевірці спочатку за формулою (6.6) знаходять δ , а потім за формулою

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = T_1 \cdot \delta^{\frac{n-1}{n}}$$

перевіряють, яка буде температура при знайденому значенні δ . Якщо T_2 не перевищує допустимих значень, компресор можна використати у нових умовах.

6.2 Цикли двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ)

Відомо, що температурний ККД теплового циклу η_t тим вище, чим вище температура робочого тіла в процесі виконання роботи, тому доцільно для досягнення максимального ККД вести процес горіння палива безпосередньо в середині самого двигуна, з тим, щоб робочим тілом були високотемпературні продукти згорання.

Дослідження циклу Карно (ідеального циклу теплової машини) також підтверджують, що для отримання максимальної ефективності необхідно, щоб процес розширення робочого тіла проходив за максимальних тисків і стисків.

У практиці широке розповсюдження отримали цикли двигунів з підводом тепла за постійного об'єму, постійного тиску або за комбінованого підводу тепла.

6.2.1 Цикл двигуна з підводом тепла за постійного об'єму (цикл Отто)

Відомим прикладом циклу ДВЗ з підводом тепла за постійного об'єму ($v = const$) є цикл карбюраторного двигуна звичайного автомобіля. Розглянемо такий цикл на індикаторній діаграмі (дивись рисунок 6.6). Площа в середині циклу дасть індикаторну роботу, тобто роботу газу за один цикл.

В циклі виділяють чотири такти.

1. Розгляд починають із стану θ , який відповідає крайньому лівому положенню поршня (дивись рисунок 6.6). При ході поршня праворуч відкривається клапан, що всисає, та відбувається *перший такт* двигуна - всмоктування суміші повітря з дрібно розпиленним паливом за лінією $\theta-1$.

2. У крайньому правому положенні клапан закривається та при зворотному ході поршня йде *другий такт* - адіабатний стиск в процесі $1-2$.

3. В точці 2 (крайньому лівому положенні поршня) відбувається вимушене займання суміші, яке призводить до миттєвого виділення тепла q_1 і підводу його до робочого тіла в ізохорному процесі $2-3$.

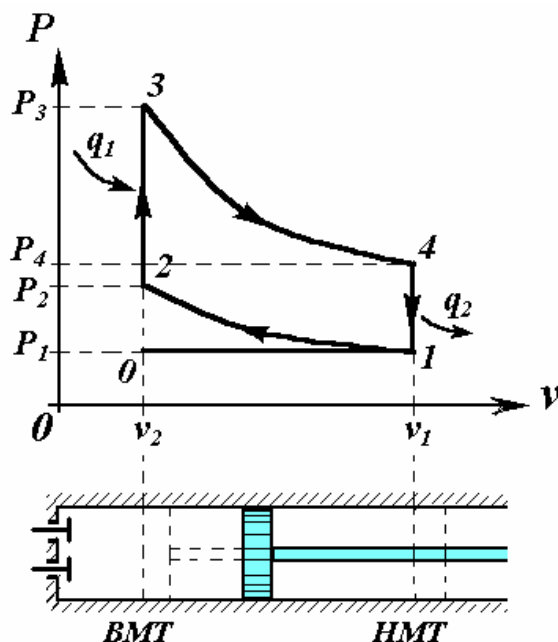


Рисунок 6.6 - Схема і цикл двигуна з підводом теплоти за постійного об'єму
ВМТ – верхня мертва точка; *НМТ* – нижня мертва точка.

4. За адіабатним процесом 3-4 йде *третій такт* роботи двигуна - розширення газу або робочого ходу поршня. У цьому такті теплова енергія перетворюється в механічну.

5. У крайньому правому положенні (точці 4) відкривається вихлопний клапан і йде викид гарячих продуктів згоряння в атмосферу. При цьому разом з масами газу уносятся теплота q_2 . Цей процес на діаграмі замінено на зниження тиску до тиску навколишнього середовища за ізохорою 4-1. Така заміна можлива, бо обидва процеси не супроводжуються роботою переміщення поршня, а кількість відданого тепла вважається однаковою.

6. Нарешті при ході поршня ліворуч за лінією 1-0 відбувається *четвертий такт* - виштовхування газів, що відпрацювали.

Далі цикл повторюється. В ході його аналізу, як правило, перший та четвертий такти (0-1 та 1-0) ігноруються, бо вони відповідають проходженню однакових термодинамічних станів у протилежному напрямку, і тому дають загальний нульовий внесок в енергетичні характеристики. Таким чином, справа зводиться до розгляду циклу 1-2-3-4-1.

Для розрахунку циклу треба знати параметри робочого тіла в точці 1 (перед початком стиску) та дві технічні характеристики циклу:

1) *ступінь стиску*, тобто відношення об'ємів на початку та в кінці стиску:

$$\varepsilon \equiv \frac{v_1}{v_2} ; \quad (6.7)$$

2) *ступінь підвищення тиску*:

$$\lambda \equiv \frac{P_3}{P_2} . \quad (6.8)$$

Визначимо коефіцієнт корисної дії даного циклу.

Як було показано при загальному розгляді циклів (дивись тему 2) ККД циклу визначається як

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} ,$$

де q_1 та q_2 - тепло, що підводиться та відводиться, відповідно, до або від робочого тіла в ході циклу. В даному випадку підвід та відвід тепла відбувається в ізохорних процесах 2-3 та 4-1. Через це

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2) , \quad q_2 = c_v(T_4 - T_1) ,$$

де c_v - питома середня ізохорна теплоємність газів. Таким чином,

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} .$$

Виразимо T_2 , T_3 , T_4 через T_1 , використовуючи співвідношення параметрів у окремих процесах циклу.

Так, розглядаючи адіабатний процес 1-2, отримаємо

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1} .$$

Ізохорний процес 2-3 дає

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda \Rightarrow T_3 = T_2 \lambda = T_1 \lambda \varepsilon^{k-1} .$$

Адiabатний процес 3-4 дає

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{k-1} ,$$

що (з урахуванням рівностей $v_3=v_2$, $v_4=v_1$ та визначення (6.7)) призводить до формули:

$$T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k-1} = T_1 \cdot \lambda \cdot \varepsilon^{k-1} \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{k-1} = T_1 \cdot \lambda.$$

Скориставшись останніми результатами, отримаємо, що ККД циклу Отто має вид:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1 \lambda - T_1}{T_1 \lambda \varepsilon^{k-1} - T_1 \varepsilon^{k-1}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \quad (6.9)$$

Аналіз формули (6.9) показує, що:

1. ККД тим вище, чим вище ступінь стиску ε (6.7);
2. ККД не залежить від ступеня підвищення тиску λ (6.8).

Відмітимо, що в існуючих карбюраторних двигунах ступінь стиску ε складає величину 4÷8. Він обмежений у зв'язку з тим, що за високого ε можливо передчасне самоспалахування палива та детонація (вибуховий характер горіння) ще на стадії стиску.

6.2.2 Цикл Дизеля

Якщо стискувати окислювач (повітря) і тільки після цього вводити до циліндра пальну суміш, то обмеження за ступенем стиску відпадають і можна отримати двигун з більш високим значенням ε , яке обмежене тільки з умов міцності конструктивних матеріалів. Такий двигун реалізує цикл Дизеля – цикл підводу тепла за постійного тиску.

Переваги такого циклу:

1. Не потрібні запальні прилади.
2. Можна використати дешеві сорти палива.

Розглянемо індикаторну діаграму такого циклу (дивись рисунок 6.7). Тут 1-2 – адіабатний стиск повітря; 2-3 - підвід тепла q_1 при $P = const$, що супроводжує упорскування та горіння палива; 3-4 – адіабатне розширення продуктів горіння; 4-1 - відвід тепла q_2 .

До основних характеристик такого циклу, крім ступеня стиску ε (6.7), відноситься ще **ступінь попереднього розширення** ρ

$$\rho \equiv \frac{v_3}{v_2}.$$

(Аналогічний показник вводять і для інших циклів. Дивись пункти [6.2.3](#) та [6.3.](#))

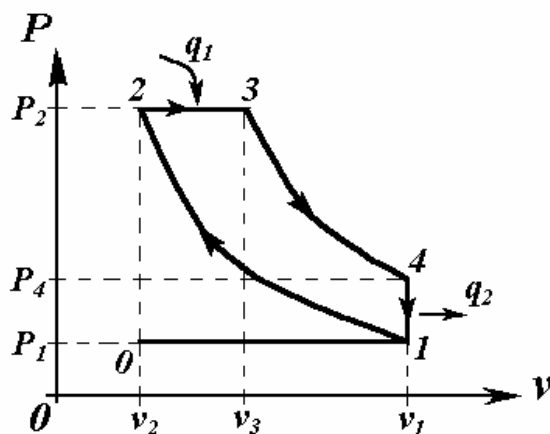


Рисунок 6.7 - Цикл двигуна з підводом теплоти за постійного тиску

У подальшому аналізі, скориставшись основними співвідношеннями для газових процесів, виразимо параметри в основних точках через початкові температуру T_1 та питомий об'єм v_1 .

Розглядаючи адіабатний процес 1-2, отримаємо

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon}, \quad T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1}. \quad (6.10)$$

Ізобарне розширення 2-3 дає

$$v_3 = \rho \cdot v_2 = v_1 \cdot \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad T_3 = T_2 \cdot \frac{v_3}{v_2} = T_2 \cdot \rho = T_1 \cdot \rho \cdot \varepsilon^{k-1}. \quad (6.11)$$

Розгляд адіабатного розширення 3-4 дає

$$v_4 = v_p, \quad T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{k-1} = T_1 \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\rho}{\varepsilon} \right)^{k-1} = T_1 \cdot \rho^k, \quad (6.12)$$

Для визначення ККД циклу скористаємося виразами для тепла, що підведене в ізобарному процесі 2-3:

$$q_1 = c_p (T_3 - T_2),$$

та відведене в ізохорному процесі 4-1:

$$q_2 = c_v (T_4 - T_1).$$

Використавши ці співвідношення, отримаємо формулу:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_v}{c_p} \cdot \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Через те, що

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

є відомим коефіцієнтом адиабати, вираз ККД, із врахуванням співвідношень (6.10)-(6.12), спрощується до

$$\eta_t = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k \cdot \varepsilon^{k-1} \cdot (\rho - 1)} \quad (6.13)$$

З виразу (6.13) витікає, що ККД збільшується із збільшенням ступеня стиску і зменшенням ступеня попереднього розширення. Недоліком двигуна, робота якого базується на циклі Дизеля, є те, що для впорскування палива до циліндра необхідно мати компресор, на привід якого витрачається значна частина потужності двигуна.

6.2.3 Цикл Тринклера

Цей цикл характеризується змішаним підводом тепла $q_1 = q'_1 + q''_1$. Індикаторна діаграма має вид (дивись рисунок 6.8): 1-2 – адиабатний стиск; 2-3 – ізохорний підвід тепла q'_1 ; 3-4 – ізобарний підвід тепла q''_1 ; 4-5 – адиабатне розширення продуктів згорання; 5-1 – ізохорний відвід тепла q_2 .

У цьому циклі частина палива згоряє за $v = const$, а частина - за $P = const$. Основними конструктивними параметрами є ступінь стиску ε (6.7), ступінь підвищення тиску λ (6.8) та **ступінь попереднього розширення** ρ . В даному випадку остання дорівнює

$$\rho \equiv \frac{v_4}{v_3}.$$

ККД циклу Тринклера визначається за формулою:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1' + q_1''} = 1 - \frac{c_v \cdot (T_5 - T_1)}{c_v \cdot (T_3 - T_2) + c_p \cdot (T_4 - T_3)},$$

яка після розгляду, аналогічного попереднім, приймає форму

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\varepsilon^{k-1} [\lambda - 1 + k \cdot \lambda \cdot (\rho - 1)]}. \quad (6.14)$$

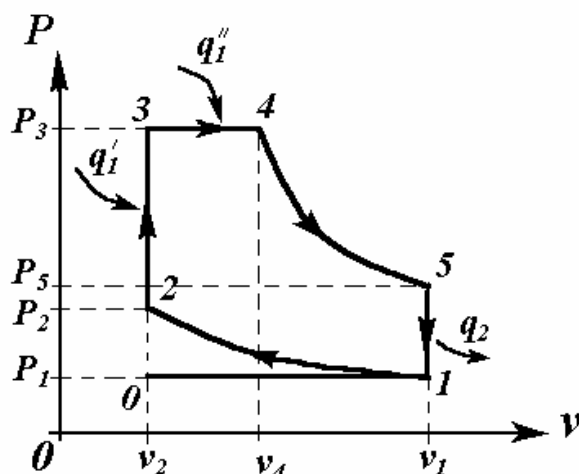


Рисунок 6.8 - Цикл двигуна зі змішаним підводом теплоти

Цілком природно, що формула (6.14) за $\rho = 1$ дає ККД циклу Отта (6.9), а за $\lambda = 1$ – ККД циклу Дизеля (6.13).

Перевагою двигуна з даним циклом є відсутність компресора.

6.3 Цикли газотурбінних двигунів

Основним недоліком поршневих двигунів внутрішнього згорання є обмеженість їхньої потужності та неможливість адіабатного розширення робочого тіла до атмосферного тиску. Ці недоліки відсутні в газотурбінних установках (ГТУ) та повітряно-реактивних двигунах. У таких установках немає частин, що рухаються поступально, і тому їх потужність (в розрахунку на одиницю ваги двигуна) значно вища, ніж потужності поршневих двигунів.

За браком місця далі ми розглянемо тільки роботу компресорного повітряно-реактивного двигуна (ПРД), цикл якого практично не відрізняється від циклу ГТУ з підводом теплоти за постійного тиску.

Найбільш широке застосування ПРД знайшли в авіації. В пожежній справі ПРД використовуються в установках газопорошкового та газоводяного гасіння. З їх допомогою створюються потужні порошково-газові та парогазово-

дянні потоки. Відповідні апарати особливо ефективні при гасінні пожеж нафтових та газових фонтанів.

Нагадаємо, що реактивними називають двигуни, в яких теплова енергія згоряння палива перетворюється у кінетичну енергію газового потоку. Спрощену схему компресорного ПРД зображено на рисунку 6.9.

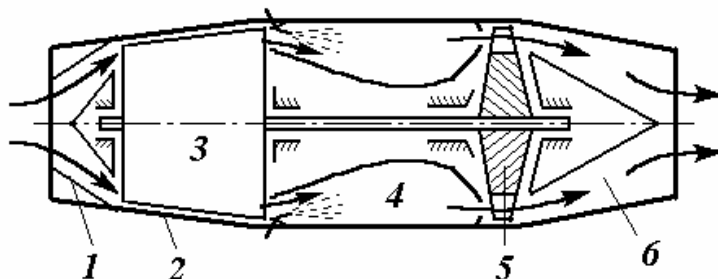


Рисунок 6.9 - Схема компресорного повітряно-реактивного двигуна

В корпусі 2 на підшипниках закріплено ротор, передня частина якого є ротором компресора 3. На другому кінці ротора укріплено робоче колесо газової турбіни 5, яка призначена для приводу компресора. Повітря через дифузор 1 поступає на компресор 3 (приклад схеми компресора дивись на рисунку 6.2). Там воно стискається і подається далі у камеру згоряння 4, в яку одночасно вприскується паливе. Згоряння палива проходить за постійного тиску. В результаті утворюється високотемпературний газ, який далі поступає к соплам турбіни 5. В турбіні газ частково розширюється і далі поступає до реактивного сопла 6. В реактивному соплі газ адиабатно розширюється до тиску навколишнього середовища. Далі газ, які залишають двигун, ізобарно охолоджуються до температури навколишнього середовища.

Ідеальний цикл компресорного ПРД зображено на рисунку 6.10. Нагадаємо, що він співпадає із циклом ГТУ з підводом тепла за постійного тиску.

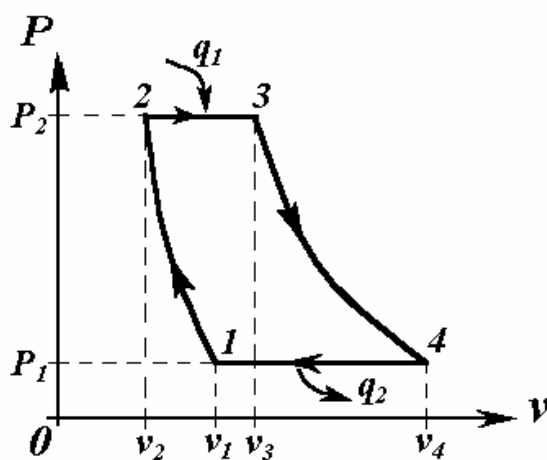


Рисунок 6.10 - Схема ідеального циклу ГТУ із згорянням за постійного тиску

Адіабата 1-2 відповідає стиску повітря спочатку в дифузори, а потім у компресорі. Ізобара 2-3 описує підвід теплоти до газу при згорянні палива у камерах згорання. Адіабата 3-4 відповідає процесу розширення газу спочатку у турбіні, а далі у реактивному соплі. Ізобара 4-1 моделює процес охолодження газу в навколишньому середовищі.

Основними параметрами даного циклу є *ступінь підвищення тиску за адіабатного стиску* –

$$\beta \equiv \frac{P_2}{P_1}$$

та *ступінь попереднього розширення* –

$$\rho \equiv \frac{v_3}{v_2} .$$

Для розрахунку ККД циклу скористаємося адіабатичністю процесів 1-2 та 3-4. Вона приводить до співвідношень:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_1 \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

та

$$T_3 = T_4 \cdot \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{k-1}{k}} = T_4 \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}} .$$

Останні дозволяють отримати відносно просту формулу ККД циклу:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_p \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}} . \quad (6.15)$$

Як показує вираз (6.15), термічний ККД компресорного ПРД (а отже, і ГТУ з підводом тепла за постійного тиску) залежить від ступеня підвищення тиску β та показника адіабати k та зростає із збільшенням цих величин.

6.4 Цикли холодильних установок

Цикли холодильних установок відрізняються від циклів двигунів тим, що робота стиску більше роботи розширення. Це дає можливість за рахунок роботи зовнішніх сил здійснити передачу тепла від холодного тіла до гарячого.

Холодильна установка працює за зворотним циклом, найбільш досконалим типом якого є зворотний цикл Карно. Такий цикл розглядався в параграфі 2.5 (дивись рисунок 2.14). Там було введено поняття основної характеристики холодильного циклу - холодильного коефіцієнта (дивись формулу (2.31)) як відношення відведеного тепла до витраченої роботи.

На рисунку 6.11 наведено типову схему парокompресорної холодильної установки, яка реалізується в багатьох типах холодильних машин. Далі викладено цикл її роботи.

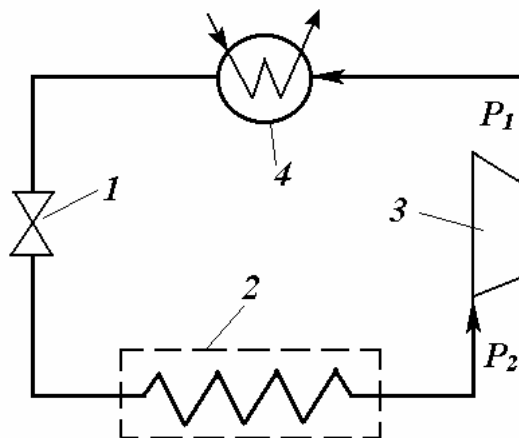


Рисунок 6.11 - Схема парокompресорної холодильної установки

Холодоагент в пароподібному стані за температури T_2 та тиску P_2 надходить з випарника 2 до компресора 3, де стискається до тиску P_1 . Після компресора пара йде до конденсатора 4, де віддає теплоту охолоджуючому середовищу (воді або повітря) і конденсується за температури T_1 (остання детермінована тиском P_1). Після конденсатора рідина в насиченому стані проходить крізь дроселюючий вентиль 1, в якому холодоагент знижує температуру та тиск до T_2 та P_2 , відповідно. Далі рідина надходить у випарник, в якому йде основний процес – випаровування за рахунок тепла, що відбирається від охолоджуваних тіл. Після випарника цикл повторюється.

Для кількісного аналізу холодильного циклу використовують $i-s$ -діаграми або таблиці термодинамічних властивостей відповідних холодоагентів. В якості останніх виступають аміак, етан, хлористий метил, фреони.

Глава 7. ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ПОЖЕЖІ У ПРИМІЩЕННІ

7.1 Вихідні положення

У даній главі розглянуто надзвичайно цікаве явище - пожежа у приміщенні. Немає потреби пояснювати, що розуміння цього складного процесу є необхідною умовою для його грамотного припинення. Остання обставина обумовила увагу фахівців до даної проблеми. (Більш докладний виклад відповідних питань можна знайти у книзі [21].)

Як відомо, пожежа в приміщенні супроводжується зміною хімічного складу та параметрів стану газового середовища, що заповнює приміщення. Саме про такі величини, в першу чергу, йдеться при аналізі обстановки на пожежі. Вивчаючи параметри стану, можна простежити загальні закономірності розвитку пожежі, виявити її найбільш істотні особливості. Знання цих закономірностей необхідно при вирішенні багатьох нормативно-технічних та оперативно-тактичних задач, які зв'язані із забезпеченням безпечної евакуації людей з приміщення, що горить, розробкою планів і тактики гасіння пожеж, оцінкою вогнестійкості будинків, проведенням пожежно-технічних експертиз тощо.

Через те, що звичайно приміщення з'єднано отворами (вікнами, дверима, люками) із навколишнім світом, воно являє собою відкриту термодинамічну систему. Таким чином зміни, що відбуваються при пожежі в приміщенні, пов'язані не тільки з процесом горіння в приміщенні, але і з енерго- та масообміном (газообміном) із зовнішнім середовищем. Ця обставина ускладнює дослідження пожеж.

Існує декілька різних за складністю (а отже і за докладністю) рівнів опису пожежі. Відповідні математичні моделі пожежі поділяються на диференціальні, зонні та інтегральні. Відмітимо основні особливості цих моделей.

З високою точністю середовище, що заповнює приміщення, можна розглядати як суміш ідеальних газів. Значення температури T , тиску P та густини ρ цієї суміші змінюються як у часі, так і у просторі - тобто ці величини являють собою нестационарні поля.

Для теоретичного знаходження нестационарних полів ρ , T і P необхідно вирішити складну нелінійну систему диференціальних рівнянь у часткових похідних - рівнянь гідродинаміки, яку наведено в главі "Конвекційний теплообмін". Цю систему доводиться доповнювати, а отже ускладнювати рівняннями, які описують протікання хімічних реакцій, що супроводжують горіння, та ще, наприклад, рівняннями, що відслідковують процес прогріву конструкцій. Опис явищ на такому рівні носить назву *польової або диференціальної моделі* (field models) пожежі. У зв'язку з тим, що польові моделі досліджують переважно

чисельними методами, такі системи ще називають CDF-моделями (Computational Fluid Dynamics).

Рішення CDF-моделей – нестационарні поля густини, температури, тиску, концентрацій компонент – найбільш докладно описують поведінку газового середовища, однак отримання цих функцій потребує подолання великої кількості труднощів фізичного і математичного плану. Через це в даному посібнику польові моделі розглядатися не будуть.

Дуже часто користувача цікавить менш докладна інформація. З метою її з'ясування використовують менш деталізований опис пожежі. Останній, в залежності від ступеня спрощення, може мати форму інтегральної або зонної моделі. У найпростішому випадку – *інтегральної моделі* – стан газового середовища в приміщенні характеризують за допомогою значень термодинамічних параметрів середніх за об'ємом всього приміщення. Відповідні середні величини зв'язані між собою системою звичайних диференціальних рівнянь. Останні впливають з фундаментальних законів збереження речовини та енергії.

Більш складною є *зонна модель*. При її застосуванні приміщення розбивають на декілька просторових областей – зон, поведінка середовища в яких якісно відрізняється. Так, на початковій стадії пожежі в якості характерних зон можна виділити, наприклад, пристельову область, що заповнюється продуктами горіння, область висхідних газів над осередком пожежі та область незадимленої частини приміщення. В межах кожної зони зв'язки термодинамічних параметрів, як правило, задають напівемпіричними алгебраїчними співвідношеннями. Кожна зона описується обмеженою кількістю величин, які задовольняють системі звичайних диференціальних рівнянь відносно часу, таким чином всій пожежі відповідає сукупність таких систем. В ході пожежі змінюються як значення внутризонних параметрів, так і границі зон. Один з варіантів зонної моделі наведено у даній главі після викладу більш простої інтегральної моделі пожежі.

Перед тим, як перейти до розгляду конкретних моделей, відмітимо, що в закономірностях пожежі існує спрощуюча обставина – у газовому середовищі, що заповнює приміщення, у будь-якій точці, у будь-який момент часу має місце локальна рівновага, і тому температура, тиск та густина зв'язані поміж собою рівнянням стану ідеального газу (формула (1.9)):

$$P = \rho R T, \quad (7.1)$$

де R – питома газова стала газової суміші, що заповнює приміщення.

7.2 Інтегральна модель пожежі у приміщенні

Як вже відмічалось, при використанні інтегральної моделі основними середньооб'ємними параметрами стану газового середовища при пожежі в при-

міщенні є середньооб'ємна температура – T_c , середньооб'ємна густина – ρ_c , середньооб'ємний тиск – P_c , середньооб'ємні концентрації компонентів газової суміші (O_2 , CO_2 , CO та ін.) – g_i . Розглянемо зміст цих понять.

7.2.1 Середньооб'ємні параметри стану середовища в приміщенні

Насамперед з'ясуємо, що розуміють під *середньооб'ємним значенням* (A_c) будь-якої *величини* A . Структура його побудови наступна. Ми розбиваємо об'єм (V) приміщення на велику кількість (N) рівних малих об'ємів (ΔV)

$$\Delta V = V/N \quad (7.2)$$

і в середині кожного з них заміняємо величину A на її характерне для даного малого об'єму значення A_j . Тоді середнє за об'ємом приміщення значення A буде дорівнювати середньому арифметичному за всіма N об'ємами, тобто сумі значень A_j у кожному з об'ємів, поділений на кількість цих малих об'ємів N :

$$A_c = \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^N A_j = \frac{1}{V} \cdot \sum_{j=1}^N A_j \Delta V.$$

(При написанні останнього співвідношення ми використали формулу (7.2)). Видно, що при збільшенні N (з одночасним зменшенням розмірів елементарного об'єму ΔV) остання з сум наближається до інтегралу величини A за об'ємом приміщення, тобто середньооб'ємне значення величини A дорівнює:

$$A_c \equiv \frac{1}{V} \int_V A \cdot dV. \quad (7.3)$$

7.2.1.1 Середньооб'ємна густина

Розглянемо в якості величини A густину газового середовища ρ . У відповідності до загального співвідношення (7.3), *середньооб'ємна густина* дорівнює:

$$\rho_c \equiv \frac{1}{V} \int_V \rho \cdot dV.$$

Але густина газу в об'ємі dV за визначенням є

$$\rho \equiv \frac{dm}{dV} ,$$

де dm - маса газу у цьому об'ємі, тобто $\rho dV = dm$. Проінтегрувавши останній вираз у межах об'єму приміщення, відразу же дістанемо, що

$$\int_V \rho \cdot dV = m ,$$

де m - повна маса газів, що знаходяться у приміщенні. Таким чином для середньої густини цих газів виконується природне співвідношення:

$$\rho_c = \frac{m}{V} . \quad (7.4)$$

7.2.1.2 Середньооб'ємні парціальна густина та концентрація компонента газового середовища

Цілком аналогічно розгляду всієї маси газу можна розглянути будь-який з його компонентів. В результаті для *середньооб'ємної густини i -ої компоненти* можна записати, що

$$\rho_{ic} \equiv \frac{1}{V} \int_V \rho_i \cdot dV = \frac{m_i}{V} , \quad (7.5)$$

де ρ_i та m_i - відповідно, локальна густина та повна маса i -ої компоненти.

Між m та m_i існує простий зв'язок, який відображає адитивність маси - повна маса газу в приміщенні дорівнює сумі мас його компонентів:

$$m = \sum_{i=1}^z m_i , \quad (7.6)$$

де z - число компонентів, що входять до газової суміші.

Поділивши обидві частини останнього рівняння на об'єм, одержимо аналогічне співвідношення для густин суміші та її компонент:

$$\rho_c = \sum_{i=1}^z \rho_{ic} .$$

Середньооб'ємною концентрацією i -го компонента газового середовища (g_i) називається відношення маси цього компонента до всієї маси суміші:

$$g_i \equiv m_i/m.$$

Фактично це масова частка i -го компонента (дивись (1.18)).

Поділивши рівняння (7.6) на масу суміші, отримаємо корисне співвідношення:

$$\sum_{i=1}^z g_i = 1 .$$

7.2.1.3 Середньооб'ємний тиск

Середньооб'ємний тиск, у відповідності до загального визначення середнього значення (7.3), визначається наступним інтегралом:

$$P_c \equiv \frac{1}{V} \int_V P \cdot dV ,$$

де P - тиск газу у відповідних точках простору.

Відразу ж відзначимо, що якщо у нас немає процесів типу вибуху, то значення тиску у різних точках простору в межах одного приміщення відрізняються одне від одного, а значить і від середньої величини, не більш ніж на десяти частки відсотка.

7.2.1.4 Середньооб'ємна температура

Порядок визначення середньооб'ємної температури дещо відрізняється від визначення середньооб'ємних значень інших величин.

Рівняння стану газової суміші в даній точці приміщення можна записати у виді:

$$\frac{1}{T} = \frac{\rho \cdot R}{P} .$$

Скористаємося останнім співвідношенням для введення дещо незвичної **середньооб'ємної температури** T_c . Проінтегруємо цю формулу за об'ємом приміщення. В результаті одержимо, що

$$\frac{I}{T_c} \equiv \frac{I}{V} \cdot \int_V \frac{I}{T} dV = \frac{I}{V} \cdot \int_V \frac{\rho \cdot R}{P} dV. \quad (7.7)$$

(Введена таким чином середня температура T_c в математиці називається середньою гармонійною.)

Експерименти показують, що локальне значення питомої газової сталої суміші R мало відрізняється від своєї середньооб'ємної величини:

$$R_c = \sum_{i=1}^z g_i \cdot R_i,$$

де R_i - питома газова стала i -ої компоненти. Те ж саме можна сказати про тиск. У результаті, замінивши у формулі (7.7) величини R та P їх середньооб'ємними значеннями, ми отримуємо зв'язок:

$$\frac{I}{T_c} = \frac{R_c}{P_c} \cdot \frac{I}{V} \int_V \rho dV = \frac{\rho_c \cdot R_c}{P_c},$$

тобто при такому визначенні середньої температури для середніх величин виконується рівняння стану ідеального газу:

$$P_c = \rho_c R_c T_c. \quad (7.8)$$

Можна усереднити температуру за загальною методикою:

$$T'_c \equiv \frac{I}{V} \int_V T dV.$$

Величини T_c та T'_c співпадають лише якщо температури в приміщенні від точки до точки незмінні. В умовах пожежі величина T_c менша за T'_c на 5 - 10 %. Перевага використання усередненої оберненої температури T_c полягає в тому, що для відповідних середніх величин, як було щойно показано, виконується рівняння стану ідеального газу, у той час як при звичайному варіанті осереднення зв'язок більш складний.

7.2.2 Рівняння пожежі

Рівняння пожежі описують зміну середньооб'ємних параметрів у часі (в процесі розвитку пожежі). Ці рівняння витікають з основних законів фізики: закону збереження маси та першого закону термодинаміки (закону збереження енергії).

7.2.2.1 Рівняння матеріального балансу

Розглянемо приміщення об'ємом V із довільною кількістю отворів, що сполучають приміщення із зовнішнім середовищем (дивись рисунок 7.1).

У момент часу τ загальна маса газу в приміщенні дорівнює $m = \rho_c V$, де ρ_c - середньооб'ємна густина газу в приміщенні. Нехай витрата повітря, яке надходить до приміщення, дорівнює G_n , кг/с, витрата газів, що уходять із приміщення, - G_z , кг/с, а швидкість вигорання - ψ (ψ - це маса пального матеріалу, яка щосекунди в результаті горіння переходить у газоподібний стан, кг/с). Зміна маси газу в приміщенні за час $d\tau$, з одного боку, дорівнює $d(\rho_c V)$, а з іншого боку, складається з маси повітря, що прийшло крізь отвори, $G_n d\tau$, маси пального, що перейшла у газоподібний стан, $\psi d\tau$, мінус маса газу, що залишила приміщення крізь отвори, $G_z d\tau$. Таким чином

$$d(\rho_c V) = G_n d\tau + \psi d\tau - G_z d\tau.$$

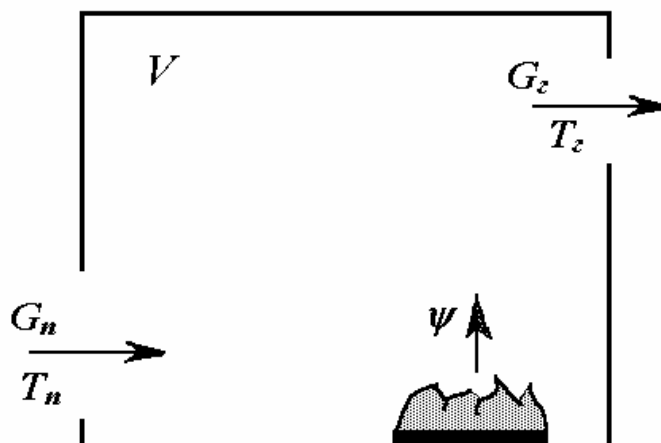


Рисунок 7.1 - Схема масообміну при пожежі в приміщенні

Поділивши останнє рівняння на $d\tau$, нехтуючи зміною об'єму приміщення, можна отримати **рівняння матеріального балансу** пожежі в приміщенні:

$$V \frac{d\rho_c}{d\tau} = G_n + \psi - G_z. \quad (7.9)$$

Рівняння (7.9) дозволяє встановити деякі загальні закономірності пожежі в приміщенні з отворами. Звичайна залежність середньооб'ємної температури від часу на такій пожежі має вид, який наведено на рисунку 7.2. Це дозволяє визначити динаміку густини середовища. Так, через те, що середній тиск і питома газова стала газу в приміщенні змінюється дуже слабо, то, згідно з (7.8), в

першому наближенні можна вважати, що середньооб'ємна густина обернено пропорційна середньооб'ємній температурі:

$$\rho_c \sim 1/T_c. \quad (7.10)$$

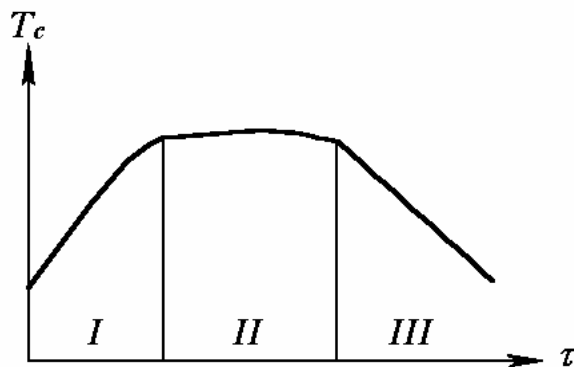


Рисунок 7.2 - Графік температурного режиму розвитку пожежі в огорожі

Згідно з рисунком 7.2, можна виділити три стадії розвитку пожежі. На першому етапі розвитку пожежі (ділянка I на рисунку) відбувається зростання температури та (у відповідності до (7.10)) зменшення густини. Таким чином на цій стадії $d\rho_c/d\tau < 0$. При цьому з рівняння (7.9) випливає, що $G_n + \psi < G_2$, тобто кількість газів, що уходить крізь отвори, більша ніж кількість повітря, що поступає до приміщення, разом з кількістю пального, яке переходить у газоподібний стан. Ця різниця тим більша, чим вище швидкість зростання температури. Такі висновки означають, що на початковій стадії пожежі в основному з приміщення вальють дим.

На другому етапі (ділянка II на рисунку) температура (і у відповідності до рівняння (7.10) і густина) змінюються незначною мірою, тобто $d\rho_c/d\tau \approx 0$. У цьому режимі $G_n + \psi \approx G_2$. Цей режим пожежі має назву **квaziстаціонарного** або **режиму, що встановився**. При ньому витрата газів, що уходять, приблизно дорівнює сумі витрати повітря, що надходить до приміщення, та швидкості вигорання.

На стадії завершення пожежі (ділянка III на рисунку) $d\rho_c/d\tau > 0$ і з (7.9) випливає, що $G_n + \psi > G_2$, тобто кількість газів, що уходять, менша за кількість повітря, що надходить до приміщення, в сумі зі швидкістю вигорання. Враховуючи, що на цій стадії пожежі швидкість вигорання ψ мала, отримаємо висновок, що в даному разі отвори приміщення в основному роблять на приток.

7.2.2.2 Рівняння балансу кисню

Розглянемо, як змінюється кількість кисню у газовій суміші, що заповнює приміщення. Масу кисню можна виразити через загальну масу газу ($m = \rho_c V$) та середньооб'ємну концентрацію кисню (g_1): $m_1 = \rho_c V g_1$.

Протягом малого проміжку часу $d\tau$ маса кисню у приміщенні зміниться на малу величину:

$$dm_1 = d(\rho_c V g_1) .$$

Остання є сумою трьох складових.

Перша складова – це кисень, який витратиться на горіння. Ця величина складає:

$$- \eta \psi L_1 d\tau ,$$

де L_1 - маса кисню, яка потрібна для повного згорання одиниці маси пального матеріалу, кг/кг. Як показує теорія горіння (хімія), цю величину легко розрахувати, знаючи елементний склад пального; η - коефіцієнт повноти згорання (він відображає частку пального, що, перейшовши у газове середовище приміщення, провзаємодіяла із киснем).

Друга складова – кисень, що потрапляє до приміщення з приточним повітрям. Ця величина дорівнює:

$$+ G_n g_{1n} d\tau ,$$

де g_{1n} - концентрація кисню у зовнішньому повітрі.

Кисень також уходить разом з газами, що покидають приміщення. Ця величина дорівнює:

$$- G_2 g_{12} d\tau ,$$

де g_{12} - концентрація кисню в газах, що уходять. Відзначимо, що концентрація кисню у цих газах (g_{12}) у загальному випадку відрізняється від її середньооб'ємного значення (g_1). Зазвичай виконується умова $g_{12} < g_1$.

Склавши величини, отримаємо **рівняння балансу кисню**:

$$V d(\rho_c g_1) / d\tau = G_n g_{1n} - \eta \psi L_1 - G_2 g_{12} . \quad (7.11)$$

7.2.2.3 Рівняння балансу продуктів горіння

При горінні утворюються різні, часто небезпечні для людини продукти, такі, як вуглекислий газ, оксид вуглецю та інші. Розглянемо будь-який з них. Маса такого продукту в приміщенні визначається за загальною формулою $m_2 = \rho_c V g_2$, де g_2 - середньооб'ємна концентрація продукту горіння, що розглядається.

За час $d\tau$ ця маса зміниться на величину:

$$dm_2 = d(\rho_c V g_2) .$$

Остання складається з трьох доданків. По-перше, це маса продукту, що безпосередньо утворюється в процесі горіння. Дана величина дорівнює:

$$+ \eta \psi L_2 d\tau ,$$

де L_2 - маса продукту, що з'являється при повному згорянні одиниці маси пального матеріалу, кг/кг. (Цей параметр легко розрахувати, знаючи елементний склад пального.)

Деяка кількість даного газу може міститися в зовнішньому повітрі, і потрапляє до приміщення разом з ним. Ця величина дорівнює:

$$+ G_n g_{2n} d\tau ,$$

де g_{2n} - концентрація продукту у довкіллі.

Кількість продукту горіння також буде зменшуватися через витікання газів з приміщення. Цей доданок дорівнює:

$$- G_2 g_{2e} d\tau ,$$

де g_{2e} - концентрація продукту в газах, що уходять.

Згідно з законом збереження маси, алгебраїчна (тобто взята з урахуванням знаків) сума потоку маси продукту горіння повинна дорівнювати зміні його маси в приміщенні. Якщо таке співвідношення поділити на час процесу ($d\tau$), то в результаті можна отримати рівняння:

$$V \frac{d(\rho_c \cdot x_2)}{d\tau} = G_n \cdot x_{2n} + \eta \cdot \psi \cdot L_2 - G_2 \cdot x_{2e}, \quad (7.12)$$

яке називається **рівнянням балансу продукту горіння**.

7.2.2.4 Рівняння балансу інертного газу

Інертними називаються гази, що не беруть участі у хімічних реакціях при пожежі. Кількість цих речовин в об'ємі приміщення може змінюватися лише через газообмін з зовнішнім середовищем. За аналогією з попереднім розглядом можна показати, що виконується співвідношення:

$$V \frac{d(\rho_c \cdot g_3)}{d\tau} = G_n \cdot g_{3n} - G_2 \cdot g_{3e}, \quad (7.13)$$

де g_3, g_{3n}, g_{3z} - відповідно, середньооб'ємна концентрація інертного газу в приміщенні, концентрація його в зовнішньому повітрі та у газах, що виходять із приміщення. Природно, що рівняння (7.13) є *рівнянням балансу інертного газу*.

7.2.2.5 Рівняння енергії

Газове середовище в приміщенні характеризується тим, що воно не виконує роботи розширення або іншої технічної роботи. Крім того, кінетична енергія його руху нехтовно мала, у порівнянні з внутрішньою енергією. З урахуванням цих обставин перший закон термодинаміки для проточної системи, якою є приміщення, буде мати вид:

$$\frac{dU}{d\tau} = \eta \cdot \psi \cdot Q_n + \psi \cdot i_{n2} - Q_w + G_n \cdot i_n - G_2 \cdot i_2. \quad (7.14)$$

Тут U – повна внутрішня енергія газового середовища. Цей параметр стану залежить від температури. Так, якщо в малому об'ємі dV задані температура T та густина газу ρ , то внутрішня енергія газу в dV може бути розрахована за формулою:

$$c_v T \rho dV,$$

де c_v - питома ізохорна теплоємність газу, Дж/(кг·К). Величина U дорівнює інтегралу від останнього виразу по всьому об'єму приміщення:

$$U = \int_V c_v \cdot T \cdot \rho \cdot dV. \quad (7.15)$$

Через те, що у нас газу близькі до ідеального газу, виконуються співвідношення:

$$\rho T = P/R, \quad c_p = c_v + R, \quad k = c_p/c_v.$$

Перше з них є рівнянням стану ідеального газу (7.1), друге - законом Майєра, а третє – визначенням показника адіабати (k). Комбінування цих рівнянь дозволяє переписати підінтегральний вираз у формулі (7.15):

$$c_v T \rho = P/(k-1).$$

Підстановка останнього співвідношення у (7.15) дозволяє доказати, що повна внутрішня енергія дорівнює:

$$U = P_c V / (k-1). \quad (7.16)$$

Продовжимо розгляд формули (7.14). Зміна внутрішньої енергії зумовлена підводом теплоти, що виділяється в результаті горіння, відводом теплоти в огорожу та взаємодією з зовнішнім середовищем шляхом газообміну.

У відповідності до останнього твердження, доданок $\eta \psi Q_n$ є кількістю тепла, що виділяється при горінні за одиницю часу (тут величина Q_n – питома нижча теплота згорання пального, Дж/кг).

Другий доданок у правій частині рівняння (7.14) $\psi \cdot i_{n2}$ – кількість енергії, яка виділяється (або поглинається) за одиницю часу в процесі газифікації палива (наприклад, піролізу деревини або випаровування рідкого пального). Знакова величина i_{n2} – це питома теплота відповідного процесу газифікації, Дж/кг.

Кількість теплоти, що за одиницю часу уходить в огорожу (тепловий потік з приміщення в огорожу), позначається Q_w , Вт. Цю величину розраховують на основі співвідношення:

$$Q_w = \bar{\alpha} \cdot (T_c - T_w) \cdot F,$$

де T_w – середня температура поверхні огорожі, К; F – площа поверхні огорожі, м². Найбільш складною для визначення є величина $\bar{\alpha}$ – це середній по поверхні огорожі коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м² К). (Питання знаходження $\bar{\alpha}$ розглянуто у наступному розділі.)

Два останні доданки у формулі (7.14) враховують зміни енергії, які пов'язані з масообміном газового середовища приміщення з зовнішнім світом. Ці доданки визначаються питомими ентальпіями зовнішнього повітря (i_n , Дж/кг) та потоку газу (i_2 , Дж/кг), який покидає приміщення. Останні розраховуються за формулами:

$$i_n = c_{pn} T_n, \quad i_2 = c_p T_2,$$

в яких величина c_{pn} є питомою ізобарною теплоємністю приточного повітря, Дж/(кг К), а T_n – його температурою, К. Величина T_2 – є температурою газів, які покидають приміщення, К. При розрахунках можна в першому наближенні вважати, що T_2 співпадає з середньооб'ємним значенням температури, тобто $T_2 = T_c$.

Враховуючи сказане, можна придати рівнянню (7.14) вид:

$$\frac{V}{k-1} \cdot \frac{dP_c}{d\tau} = (\eta \cdot Q_n + i_{n2}) \cdot \psi - \bar{\alpha} \cdot (T_c - T_w) \cdot F + G_n \cdot c_{pn} \cdot T_n - G_2 \cdot c_p \cdot T_2. \quad (7.17)$$

Це і є *рівняння енергії пожежі*, яке замикає систему.

7.2.2.6 Початкові умови

Для дослідження розвитку пожежі треба знати початкові умови процесу. До них відносяться дані про стан газового середовища перед пожежею, тобто при $\tau = 0$:

$$T_c = T_{c0}, \quad P_c = P_{c0}, \quad \rho_c = \rho_{c0}, \quad g_i = g_{i0}.$$

Тут індексом '0' позначені відповідні величини в момент часу перед пожежею.

У сукупності рівняння стану (7.8), матеріального балансу (7.9), балансу кисню (7.11), балансу продуктів горіння (7.12), балансу інертного газу (7.13), енергії пожежі (7.17) та початкові умови дають загальний математичний опис пожежі в приміщенні. Ці рівняння містять наступні змінні:

$$T_c, \quad P_c, \quad \rho_c, \quad g_1, \quad g_2, \quad g_3.$$

Число невідомих дорівнює числу рівнянь. Це означає, що опис носить замкнутий характер.

До рівнянь, окрім довідкових величин (Q_{in} , L_1 , L_2 , c_{pm} , c_p , i_{ng} та інших), входять ще величини G_n , G_v , $\bar{\alpha}$. Їх визначення потребує окремих розрахунків. Так, методики розрахунку величини $\bar{\alpha}$ викладено у главі "Конвекційний теплообмін". Способам з'ясування величини витрат газів та повітря приділяється увага при вивченні курсу "Пожежна профілактика систем опалення і вентиляції". За примусової вентиляції витрати газів залежать від характеристик вентиляторів та повітропроводів, за природної вентиляції - від розмірів та розташування отворів та середніх параметрів стану середовища в приміщенні.

Підведемо проміжний підсумок.

Виявляється, що незважаючи на приблизність опису в межах інтегральної моделі, з неї вдається витягти багато корисної інформації про розвиток пожежі. В той же час наочно видно, що навіть така приблизна модель досить складна і вимагає для вирішення або подальших спрощень, або застосування обчислювальної техніки.

Як вже відмічалось, інтегральна модель оперує значеннями термодинамічних параметрів середніми по об'єму всього приміщення. Такий опис принципово не може відобразити відмінності у поведінці середовища у різних точках приміщення. Найпростішими моделями, які здатні враховувати просторові відмінності, є зонні моделі.

7.3 Зонна модель пожежі у приміщенні

Зонні математичні моделі в основному використовують для дослідження динаміки небезпечних факторів пожежі на початковій стадії. В цей проміжок часу розподіл параметрів стану газового середовища за об'ємом приміщення відрізняється великою просторовою неоднорідністю - простір усередині приміщення можна умовно поділити на ряд характерних зон з суттєво різними температурами та складами газового середовища. За мірою розвитку пожежі змінюється геометрична конфігурація зон і згладжується відмінність стану газу у цих зонах. У цій главі буде розглянута зонна модель, яку можна використовувати в умовах, коли розмір осередку горіння значно менший за розміри приміщення.

Процес розвитку пожежі на початковій стадії можна представити наступним чином. Після спалахування горючих речовин утворюються високотемпературні газоподібні продукти, які спрямовуються догори, утворюючи над осередком пожежі конвекційний струмінь. Цей потік, досягнувши стелі приміщення, розтікається, утворюючи пристельовий шар задимленого газу. З плином часу товщина цього шару поступово збільшується.

У відповідності до сказаного, в об'ємі приміщення можна виділити три характерні зони: конвекційну колонку над осередком пожежі, пристельовий шар нагрітого газу та повітряну зону з практично незмінними параметрами стану, які дорівнюють своїм початковим значенням. Така модель носить назву **трьохзонної моделі**. Схема розподілу зон за цією моделлю зображена на рисунку 7.3.

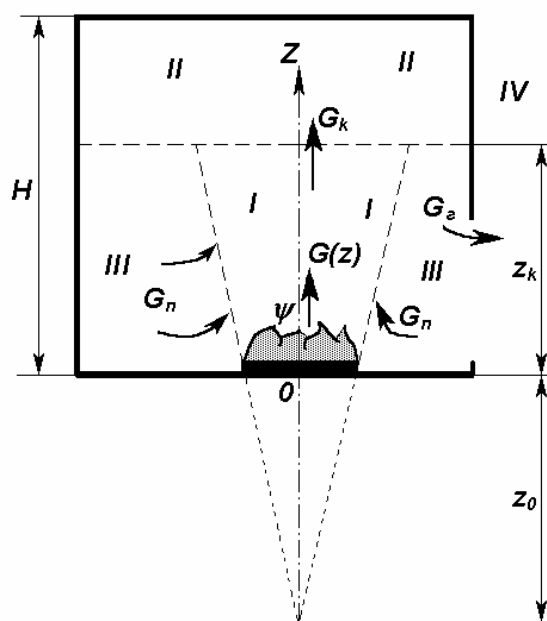


Рисунок 7.3 – Схема трьохзонної моделі пожежі:

I – зона конвекційного струменя; *II* – зона пристельового нагрітого газу; *III* – зона холодного повітря; *IV* – зона зовнішнього повітря.

На цій схемі використані наступні позначки: z_k - координата нижнього краю пристельового шару, яка відраховується від поверхні горіння (вважаємо, що остання співпадає з підлогою), м; $G(z)$ - потік газу крізь проведений на висоті z горизонтальний перетин конвекційної колонки, кг/с; $G_k \equiv G(z_k)$ - потік газу, що поступає у пристельовий шар із конвекційної колонки, кг/с; G_n - потік повітря, що поступає у конвекційну колонку із зони III, кг/с; G_2 - потік газу, який виштовхується із приміщення, кг/с; z_0 - відстань від фіктивного джерела тепла до поверхні горіння, м; H - висота приміщення, м.

У подальшому буде розглянута тільки перша фаза початкової стадії пожежі, протягом якої нижня границя пристельового шару, безупинно знижуючись, не досягає верхнього краю вихідного прорізу. На цій стадії нагріті гази лише накопичуються у пристельовій зоні. У зв'язку з цим, потік газу (G_2), який виштовхується із приміщення, утворюється тільки із повітря III-ої зони.

Насамперед розглянемо I зону. У даний час теорія вільного конвекційного струменя досить добре розроблена. Вона дозволяє розраховувати поля температур, швидкостей та густин у конвекційній колонці. Згідно з цією теорією середні за відповідними перетинами конвекційної колонки значення температур та масові витрати можна розраховувати за формулами [14]:

$$\bar{T}_I(z) = T_0 + \frac{Q_k}{c_p G(z)}, \quad (7.18)$$

$$G(z) = 0.21 \left(\frac{g \rho_0^2 Q_k}{c_p T_0} \right)^{1/3} (z + z_0)^{5/3}. \quad (7.19)$$

Тут Q_k - конвекційна складова теплового потоку від осередку пожежі, Вт. Вона дорівнює

$$Q_k = Q_{пож} - Q_{wI}, \quad (7.20)$$

де $Q_{пож}$ - швидкість тепловиділення осередку пожежі, Вт:

$$Q_{пож} = \eta \psi Q_H = \eta \bar{\psi}_{нит} F_{пож} Q_H; \quad (7.21)$$

$\bar{\psi}_{нит}$ - середня по поверхні горіння питома швидкість вигорання, тобто швидкість вигорання, що приходить на одиницю площі горіння, кг/(м² с); $F_{пож}$ - площа пожежі, м²; c_p - питома ізобарна теплоємність газу, Дж/(кг К); ρ_0 , T_0 - відповідно, густина та температура відносно холодного навколишнього повітря (III-ої зони), кг/м³ та К; g - прискорення вільного падіння, м/с²; Q_{wI} - потік тепла від осередку пожежі в огорожу, Вт.

Відстань від фіктивного джерела тепла до осередку пожежі розраховується за формулою [14]:

$$z_0 = 1.5 \sqrt{F_{\text{пож}}}, \text{ м.} \quad (7.22)$$

Остання формула дозволяє розрахувати площу перетину конвекційної колонки на висоті z (дивись рис.7.3):

$$F_I(z) = \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right)^2 F_{\text{пож}} = \left(\frac{z + z_0}{1.5} \right)^2, \text{ м}^2. \quad (7.23)$$

Результат (7.23) дозволяє визначити об'єм I -ої зони:

$$V_I(\tau) = \int_0^{z_\kappa} F_I(z) dz = \frac{(z_\kappa + z_0)^3 - z_0^3}{6.75}.$$

(Рівняння, що дозволяє визначити величину z_κ , буде отримано нижче.)

При подальшому аналізі скористаємося тим, що у головному наближенні тиск газу у всьому приміщенні практично не змінюється, тобто виконуються співвідношення:

$$P_I = P_{II} = P_{III} = P_0 = \rho_0 R T_0 = \text{const}, \quad (7.24)$$

де P_I, P_{II}, P_{III} - тиск газів у відповідних зонах, який співпадає з початковим тиском P_0 , а R - питома газова стала повітря. Якщо нехтувати різницею питомої газової сталої середовища різних зон, то остання формула надає низку співвідношень типових для ізобарних процесів:

$$\bar{\rho}_I(z) \bar{T}_I(z) = \rho_{II} T_{II} = \rho_{III} T_{III} = \rho_0 T_0, \quad (7.25)$$

де $\bar{\rho}_I(z)$ - середня за відповідним перетином конвекційної колонки густина газу; $\rho_{II}, T_{II}, \rho_{III}, T_{III}$ - середньоб'ємні густина та температура газу у відповідних зонах.

Формула (7.25) дозволяє з'ясувати розподіл густини газу за висотою конвекційної колонки:

$$\bar{\rho}_I(z) = \frac{\rho_0 T_0}{\bar{T}_I(z)}, \quad (7.26)$$

в якому залежність $\bar{T}_I(z)$ треба брати з співвідношення (7.18).

Знаючи густину, розрахуємо масу газу у конвекційній колонці:

$$M_I(\tau) = \int_0^{z_k} \bar{\rho}_I(z) F_I(z) dz .$$

Скористаємося результатами (7.23) та (7.26). Тоді кінцевий вираз має форму:

$$M_I(\tau) = \frac{\rho_0 T_0}{2.25} \int_0^{z_k} \frac{(z + z_0)^2}{\bar{T}_I(z)} dz , \quad (7.27)$$

в якій при інтегруванні треба використовувати залежність (7.18).

Результат (7.26) дозволяє оцінити середні за відповідними перетинами конвекційної колонки значення швидкості руху газу $\bar{w}_I(z)$. Дійсно, швидкість руху і витрата зв'язані загальним співвідношенням:

$$G_I(z) = \bar{\rho}_I(z) \bar{w}_I(z) F_I(z) ,$$

з якого з урахуванням формули (7.26) випливає функціональний зв'язок:

$$\bar{w}_I(z) = \frac{G_I(z) \bar{T}_I(z)}{\rho_0 T_0 F_I(z)} , \quad (7.28)$$

у якому явний вид залежностей від висоти z визначено раніше (дивись (7.18), (7.19), (7.23)).

Використовуючи формули (7.28) і (7.23), можна визначити час, за який продукти горіння проходять конвекційну колонку:

$$\Delta\tau(\tau) = \int_0^{z_k} \frac{dz}{\bar{w}_I(z)} = \frac{\rho_0 T_0}{2.25} \int_0^{z_k} \frac{(z + z_0)^2}{G_I(z) \bar{T}_I(z)} dz . \quad (7.29)$$

Відмітимо, що величина (7.29) добре визначена, якщо вона значно менша за характерний час розростання осередку пожежі.

Розглянемо далі II зону - пристельовий шар нагрітих газів. Об'єм цієї зони дорівнює:

$$V_{II} = F \cdot (H - z_k) , \text{ м}^3 , \quad (7.30)$$

де F – площа стелі, м^2 .

Через те, що речовина у II зону потрапляє виключно з конвекційної колонки, рівняння матеріального балансу для II зони має вид:

$$\frac{d(\rho_{II} \cdot V_{II})}{d\tau} = G_k, \quad (7.31)$$

де символом G_k , як вже відмічалось, позначено витрату $G_k \equiv G(z_k)$.

Для написання рівняння енергетичного балансу випишемо внутрішню енергію газу у II зоні. Вона дорівнює:

$$U_{II} = c_v \rho_{II} T_{II} V_{II} = c_v \frac{P_{II} \cdot V_{II}}{R}, \quad (7.32)$$

де c_v - питома ізохорна теплоємність газу, Дж/(кг К). У свою чергу рівняння енергетичного балансу має вид:

$$\frac{dU_{II}}{d\tau} = c_p T_k G_k - Q_{wII} - \frac{d(P_{II} V_{II})}{d\tau}, \quad (7.33)$$

Тут перша складова у правій частині рівняння відповідає потоку ентальпії із конвекційної колонки (I-ої зони) до II-ої зони; $T_k \equiv T_I(z_k)$, К (дивись формулу (7.18)); Q_{wII} - тепловий потік від пристельового шару до огорожі, Вт; третя складова правої частини рівняння (7.33) відповідає роботі проштовхування, яку виконує газ пристельового шару, внаслідок розширення II-ої зони.

Скориставшись сталістю тиску у приміщенні ($P_{II} = P_0$), законом Майєра ($c_p = c_v + R$) і виразами (7.30) та (7.32), рівнянню (7.33) можна надати вид:

$$-c_p \rho_0 T_0 F \frac{dz_k}{d\tau} = c_p T_k G_k - Q_{wII}. \quad (7.34)$$

В свою чергу, використавши формули (7.18) - (7.20), останнє співвідношення можна записати, як рівняння відносно змінної z_k :

$$-\frac{dz_k}{d\tau} = \frac{1}{\rho_0 F} \left[\frac{Q_{нож} - Q_{wI} - Q_{wII}}{c_p T_0} + 0.21 \left(\frac{g \rho_0^2 Q_k}{c_p T_0} \right)^{1/3} (z_k + z_0)^{5/3} \right]. \quad (7.35)$$

Формула (7.35) є базовою у подальших розрахунках. Вона дозволяє (переважно чисельно) визначити вид залежності координати границі розділу зон від часу: $z_k = z_k(\tau)$.

Середня густина газового середовища у пристельовому шарі знаходиться з закону збереження речовини (7.31). Інтегруючи цю формулу за часом, неважко отримати співвідношення:

$$\rho_{II} \cdot V_{II} = M_{II}(\tau),$$

де

$$M_{II}(\tau) \equiv \int_0^{\tau} G_{\kappa}(\tau') d\tau' \quad (7.36)$$

- маса газу, що за час горіння з конвекційної колонки поступила до II-ої зони (вона і складає масу газу пристельової зони), кг. Далі неважко отримати шукану формулу:

$$\rho_{II}(\tau) = \frac{M_{II}(\tau)}{V_{II}(\tau)} = \frac{M_{II}(\tau)}{F \cdot [H - z_{\kappa}(\tau)]}. \quad (7.37)$$

Маючи залежність (7.37), спираючись на співвідношення (7.25), можна визначити середню температуру у пристельовій зоні:

$$T_{II}(\tau) = \frac{\rho_0 T_0}{\rho_{II}(\tau)} = \frac{\rho_0 T_0 F \cdot [H - z_{\kappa}(\tau)]}{M_{II}(\tau)}. \quad (7.38)$$

З'ясуємо середню масову частку токсичної компоненти (помітимо її індексом 2) у II-ій зоні. Вона дорівнює:

$$g_{II,2}(\tau) = \frac{M_{II,2}(\tau)}{M_{II}(\tau)}. \quad (7.39)$$

Маса у знаменнику виразу (7.39) визначається за формулою (7.36), а чисельник є загальною масою токсичної речовини 2, що за час горіння виділяється з осередку пожежі і крізь конвекційну колонку потрапляє до II-ої зони. Згідно з пунктом 7.2.2.3 остання маса дорівнює:

$$M_{II,2}(\tau) = L_2 \int_0^{\tau - \Delta\tau} \eta \psi(\tau') d\tau'. \quad (7.40)$$

Нагадуємо, що інтеграл у формулі (7.40) дає загальну масу пального, яка за відповідний час ($\tau - \Delta\tau$) вступила у реакцію горіння.

Дана модель дозволяє розрахувати потоки повітря із III-ої зони до конвекційної колонки та у зовнішнє середовище (G_n та G_z на рисунку 7.3).

Так, для з'ясування G_n необхідно розглянути рівняння балансу газу у конвекційній колонці:

$$\frac{dM_I}{d\tau} = \psi + G_n - G_k . \quad (7.41)$$

Дане рівняння обґрунтовується аналогічно формулі (7.9) і означає, що загальна зміна маси газу у *I*-ій зоні обумовлена припливом газоподібного пального від осередку пожежі (витрата ψ), припливом повітря з вільної зони *III* (витрата G_n) і відтоком газів із колонки у пристельовий шар (витрата G_k).

З (7.41) витікає шукана формула:

$$G_n = G_k - \psi + \frac{dM_I}{d\tau} , \quad (7.42)$$

в яку величину $M_I(\tau)$ підставляють із співвідношення (7.27).

Для з'ясування G_2 необхідно розглянути рівняння балансу газу у зоні холодного повітря (зона *III* на рисунку 7.3):

$$\frac{d(\rho_{III} V_{III})}{d\tau} = -G_n - G_2 . \quad (7.43)$$

Дане рівняння відображає ту обставину, що маса повітря у *III*-ій зоні зменшується за рахунок відтоку у конвекційну колонку (витрата G_n) та за межі приміщення (витрата G_2). Skorиставшись незмінністю густини повітря у *III*-ій зоні ($\rho_{III} = \rho_0$) та тим, що $V_{III} = z_k F - V_I$, з (7.43) отримаємо формулу, яка дозволяє знаходити витрату G_2 :

$$G_2 = -G_n - \rho_0 \frac{d(z_k F - V_I)}{d\tau} .$$

Як видно із викладеного у даній главі, математичне моделювання пожежі навіть на рівні простіших моделей досить складна річ. Однак ця діяльність має сенс, бо дозволяє розраховувати температурний режим та газообмін у приміщенні в умовах пожежі, що, у свою чергу, дає ключ до розв'язання величезної кількості важливих практичних задач пожежної безпеки.

Розділ 2. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА У ПОЖЕЖНІЙ СПРАВІ

Глава 8. ВСТУП. СТАЦІОНАРНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ

8.1 Вступ до теплопередачі

До цього ми здебільшого розглядали стан тіл та їх поведінку у різноманітних процесах, наприклад, при нагріванні. Нас не турбувало питання, як тепло попадає у термодинамічну систему. Далі ми розглянемо це питання. Нас будуть цікавити основні закономірності передачі тепла між тілами.

Закономірності переносу теплоти та кількісні характеристики цього процесу є предметом дослідження теорії теплообміну (теплопередачі).

Вивчення теплопередачі у пожежній справі допомагає використовувати її закони для вирішення задач пожежної безпеки. Так, знання закономірностей теплопереносу дозволяє:

1) розрахувати температуру на зовнішній поверхні печі, що допомагає з'ясувати можливість спалахування пального при контакті з нею, або розрахувати необхідну товщину теплоізоляційного шару (профілактика процесів виробництва);

2) визначити межу вогнестійкості та небезпечну глибину розташування арматури будівельних конструкцій або розрахувати протипожежні розриви між будівлями (профілактика у будівництві);

3) визначити безпечні від факела пожежі відстані роботи особового складу (пожежна тактика).

Без знання теплопередачі неможливо зрозуміти закономірності явищ, які розглядає теорія розвитку та припинення горіння.

8.1.1 Основні поняття

Основною задачею розділу “Теплопередача” є розрахунок характеристик процесу передачі тепла, до найважливіших з яких відноситься тепловий потік. Він характеризує інтенсивність процесів теплопередачі у часі. Кількісно тепловий потік визначається наступним чином: *тепловим потоком* крізь поверхню називається кількість тепла, яка пересікає цю поверхню за одиницю часу. Цьому визначенню відповідає формула

$$Q \equiv dQ'/d\tau, \text{ Вт}, \quad (8.1)$$

згідно з якою тепловий потік Q є похідною за часом τ (с) від кількості тепла Q' (Дж), яка пересікає поверхню. Якщо цікавитися середнім значенням теплового

поток за час $\Delta\tau$, то для нього інтегрування формули (8.1) за часом дає співвідношення:

$$\bar{Q} = \frac{\Delta Q'}{\Delta\tau}, \text{ Вт}, \quad (8.2)$$

в якому величина $\Delta Q'$ являє собою загальну кількість тепла, що пересікає поверхню за проміжок часу $\Delta\tau$.

Для кількісної характеристики просторового розподілу процесів теплопередачі вводиться поняття поверхневої густини теплового потоку, або питомого теплового потоку (у теплотехніці його ще звать “*тепловим навантаженням*”). За змістом це вектор, який направлено у напрямку перетікання тепла. За абсолютною величиною *питомий тепловий потік* дорівнює відношенню потоку dQ крізь елементарну поверхню (дивися рисунок 8.1.а) до величини dF_q , яка є площею проекції поверхні dF на площину, яка нормальна до напрямку потоку. Тобто

$$q \equiv dQ/dF_q, \text{ Вт/м}^2, \quad (8.3)$$

де $dF_q = dF \cdot \cos \varphi$ (дивися рисунок 8.1.б).

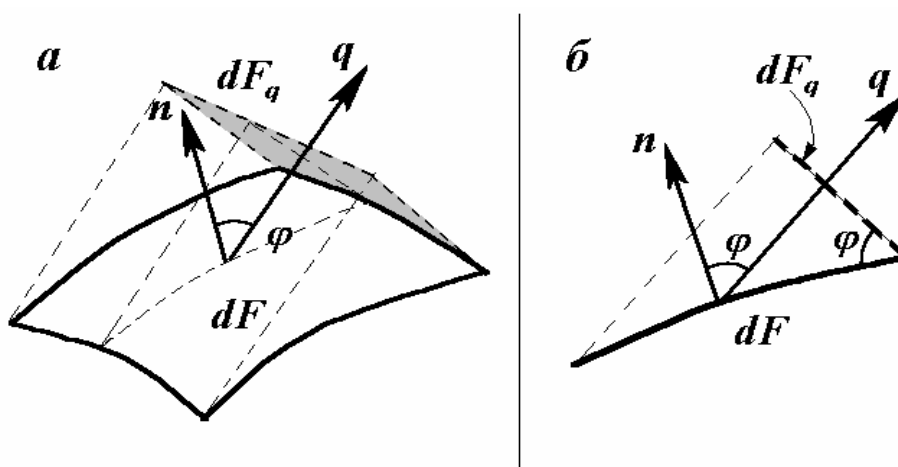


Рисунок 8.1 – Геометрія теплопередачі: а) просторова картина; б) переріз картини площиною, що проходить крізь n та q

Тепловий потік пересікає елементарну площину (з площею dF) у напрямку вектора питомого теплового потоку q . φ - кут між напрямком потоку і нормаллю n до поверхні. Зафарбовану площину (площею dF_q) вектор q пересікає по нормалі.

Знання питомого потоку q дає змогу розрахувати потік Q крізь будь-яку поверхню F . Згідно з визначенням (8.3), розрахунок ведеться за формулою:

$$Q = \int_F q \cdot \cos \varphi \cdot dF,$$

в якій інтеграл береться по поверхні F .

Якщо потік крізь поверхню спрямовано по нормалі до неї (тобто $\cos\varphi=1$), то, згідно з формулою (8.3), середнє за площиною значення величини питомого теплового потоку розраховується за формулою:

$$\bar{q} \equiv \frac{Q}{F}, \text{ Вт/м}^2, \quad (8.4)$$

в якому Q - тепловий потік крізь поверхню площею F .

Надалі, з метою спрощення записів, ми не будемо відрізняти q від його середнього значення \bar{q} . Остання домовленість має сенс ще й тому, що у великій кількості випадків, внаслідок симетрії, ці величини співпадають.

Для опису теплообміну у випадках з циліндричною симетрією об'єктів (дивися рисунок 8.2) вводиться поняття **лінійної густини теплового потоку** (або скорочено: **лінійного теплового потоку**). Її середня величина дорівнює відношенню потоку тепла Q крізь бокову поверхню циліндричної ділянки до довжини цієї ділянки l :

$$q_l \equiv Q/l. \quad (8.5)$$

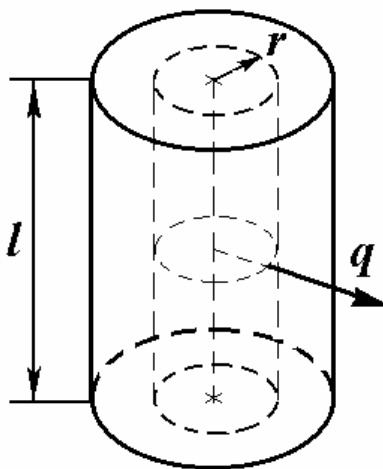


Рисунок 8.2 - Геометрія теплопередачі у випадку циліндричної симетрії

Зображено фрагмент циліндричного зразку та його циліндричний коаксіальний переріз; стрілкою позначено вектор питомого теплового потоку q ; l – довжина циліндричної ділянки; r – радіус перетину.

Неважко знайти зв'язок між величиною лінійної густини потоку q_l і питомим потоком q на відстані r від осі. Треба скористатися тим, що бокова поверхня ділянки циліндричного перетину радіуса r має площу $F = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot d \cdot l$ (де $d = 2r$ - діаметр). Враховуючи це, з визначень (8.4), (8.5) отримаємо, що

$$q = \frac{Q}{2\pi \cdot r \cdot l} = \frac{q_l}{2\pi \cdot r} = \frac{q_l}{\pi \cdot d} . \quad (8.6)$$

Надалі ми в основному будемо розглядати стаціонарні процеси теплопередачі. (Нагадуємо, що **стаціонарність** будь-якого параметра означає його незмінність у часі.) З'ясуємо, як стаціонарність теплового потоку впливає на його просторову поведінку. У стаціонарних умовах тепловий потік, що входить у довільну область, яка немає джерел або стоків тепла, дорівнює тепловому потоку, що виходить з неї. Що це так, можна довести методом від противного. (Якби існувала незбалансованість потоків, то це означало би, що є області тіла, у які надходить одна кількість тепла, а уходить інша. Це, внаслідок збереження енергії, призвело би до зміни у часі температури цих областей, що суперечить стаціонарності).

Розглянемо, як стаціонарність впливає на просторову поведінку теплового потоку у випадках площинної, циліндричної та сферичної симетрії.

Якщо має місце площинна симетрія (дивися рисунок 8.3), то незмінність потоку тепла ($Q = const$) призводить до просторової незмінності питомого потоку:

$$q = \bar{q} \equiv \frac{Q}{F} = const , \quad (8.7)$$

де, як і у формулі (8.4), Q - тепловий потік крізь перетин площею F .

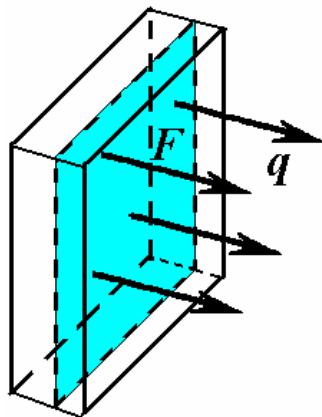


Рисунок 8.3 – Геометрія теплопередачі у випадку площинної симетрії

Зображено фрагмент необмеженої плоскої стінки; стрілками позначено вектори питомого теплового потоку q : виділено перетин площею F , крізь який йде тепловий потік Q .

Якщо має місце циліндрична симетрія (дивися рисунок 8.2), то незмінність потоку тепла ($Q = const$), у відповідності до визначення (8.5), призводить до незмінності лінійної густини потоку крізь циліндричні поверхні довільного радіуса:

$$q_l = \text{const},$$

що, в свою чергу, означає зменшення питомого потоку (із зростанням відстані r від осі) за законом (8.6).

Якщо має місце сферична симетрія (дивися рисунок 8.4), то незмінність потоку тепла ($Q = \text{const}$) крізь сферичні поверхні різних радіусів (з урахуванням залежності $F = 4 \cdot \pi \cdot r^2$ площі поверхні сфери F від її радіуса r) призводить до зменшення величини середнього питомого потоку (з ростом відстані r) за законом

$$q = \bar{q} \equiv \frac{Q}{F} = \frac{Q}{4\pi \cdot r^2}. \quad (8.8)$$

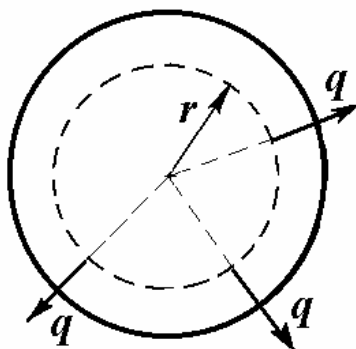


Рисунок 8.4 – Геометрія теплопередачі у випадку сферичної симетрії
Зображено головний переріз сферичного об'єкта площиною; стрілками позначено вектори питомого теплового потоку q ; r – радіус сферичної поверхні.

8.1.2 Види теплообміну

Відповідно до другого закону термодинаміки, самодовільний перенос теплоти у просторі виникає під дією різниці температур і завжди має напрямок у бік зменшення температури. Це загальне правило. Однак фізична реалізація його має декілька варіантів. Всі види передачі тепла можна звести до комбінації трьох фізично різних механізмів: теплопровідності, конвекційного теплообміну та передачі тепла випромінюванням (променистого теплообміну).

Теплопровідність - це перенос теплоти між тілами, що безпосередньо торкаються одне одного (або частками одного й того ж тіла), під час якого має місце обмін енергією руху мікроскопічних структурних частинок речовини (молекул, атомів, вільних електронів). Структурні частки більш нагрітої частини тіла, стикаючись у процесі безладного руху з сусідніми частками, передають їм частину своєї енергії хаотичного руху. У результаті більш холодне з цих тіл (часток тіла) нагрівається, а більш гаряче - охолоджується. За теплопровідності

інтенсивність переносу тепла визначається швидкістю дифузії збуджень у системі мікрочастинок.

Конвекційний теплоперенос - перенос теплоти, який супроводжує конвекцію (рух макрочастинок) рідини між областями з різними температурами. (Закономірності конвекційного теплопереносу викладено [у темі 9.](#)) Рідиною у випадку конвекції називають середовище, що тече, тобто безпосередньо крапельну рідину, газ або сипуче середовище. За конвекційного теплопереносу макрочастинки рідини, нагріваючись в одній області, потім, внаслідок руху рідини (конвекції), переносять енергію в область з іншою температурою, де здійснюється подальший енергообмін. Через те, що швидкість макроскопічного руху речовини, як правило, перевищує швидкість дифузії, конвекційний механізм теплопереносу більш інтенсивний, ніж проста теплопровідність.

Конвекція завжди супроводжується теплопровідністю як поміж частками рідини або газу, так і між рідиною або газом та поверхнями твердих тіл. Сумісний процес переносу теплоти конвекцією та теплопровідністю називається **конвекційним теплообміном**. Окремим випадком конвекційного теплообміну є **тепловіддача** - конвекційний теплообмін між твердою стінкою та середовищем.

Теплове випромінювання характеризується переносом енергії від одного тіла до іншого електромагнітними хвилями. (Більш докладне визначення цього різновиду передачі енергії надано [у пункті 11.1.](#))

Тепловіддача може супроводжуватися тепловим випромінюванням. У цьому випадку перенос теплоти здійснюється одночасно конвекцією та тепловим випромінюванням.

У загальному випадку теплота одночасно переноситься конвекцією, випромінюванням і теплопровідністю. Наприклад, при пожежі у приміщенні теплота від полум'я та продуктів згоряння переноситься конвекційним та променистим теплообміном до огорожуючих конструкцій приміщення, теплопровідністю передається по них, а потім знов конвекційним та променистим теплообміном від зовнішньої поверхні огорожі передається до навколишнього середовища. Такий процес називається **складним теплообміном** або **тепловіддачею** (більш докладно визначення цього поняття дано [у пункті 12.1.](#))

У багатокомпонентних системах (наприклад, газових сумішах) процеси переносу теплоти супроводжуються переносом складових частин речовини - **масообміном**, котрий веде до зміни концентрацій складових суміші. Сумісне протікання процесів теплообміну та масообміну називається **тепломасообміном**.

8.2 Теплопровідність

Подальший матеріал глави присвячено питанню переносу тепла теплопровідністю. Конкретні механізми передачі енергії між частинками тіла різняться: у газах теплопровідність здійснюється шляхом дифузії молекул та ато-

мів, у рідинах та твердих тілах - діелектриках - шляхом розповсюдження пружних хвиль. У металах теплопровідність - результат дифузії вільних електронів.

Передача теплоти теплопровідністю є домінуючим механізмом теплопередачі у твердих тілах (у рідинах та газах теплопровідність супроводжується конвекцією).

8.2.1 Основні поняття та визначення теплопровідності

Теплопровідність (як і інші види розповсюдження тепла) може мати місце тільки якщо температура у різних точках тіла неоднакова. Для опису теплопровідності використовують декілька загальних понять, які ми зараз нагадаємо.

Сукупність значень температури t у даний момент часу τ для усіх точок простору називається **температурним полем**:

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

Відрізняють стаціонарне та нестаціонарне температурне поле. Якщо температура не залежить від часу - поле **стаціонарне**, в протилежному випадку ми маємо справу з **нестационарним** температурним полем.

Для дослідження полів використовують поняття ізоперхонь. Так, **ізотермічною поверхнею** називається геометрична множина точок, у яких середовище має однакову температуру. Оскільки в одній точці може бути тільки одне значення температури, то ізотермічні поверхні не можуть перетинатися, - вони можуть або замикатися в середині тіла або закінчуватися на його границі.

Спіраючись на поняття ізотермічної поверхні, можливо наочно ввести поняття градієнта температур. Розглянемо малі ділянки двох близько розташованих ізотермічних поверхонь із температурами t та $t + \Delta t$ (дивися рисунок 8.5). Межа відношення різниці температур Δt до відстані Δn (яка береться за нормаллю n до відповідних ізотермічних поверхонь), за умови, що Δn зменшується до нуля, задає величину **температурного градієнта**:

$$\mathbf{grad} t \equiv \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta t}{\Delta n} \right), \text{ К/м.} \quad (8.9)$$

Цей вектор спрямовано за нормаллю до ізотермічної поверхні у напрямку збільшення температури. Він виражає зміну температури у градусах, яка припадає на 1 м відстані між ізотермічними поверхнями. (Чим більше значення температурного градієнта, тим менш рівномірний розподіл температури у тілі. Якщо усі точки тіла мають однакову температуру, то температурний градієнт в ньому дорівнює 0.)

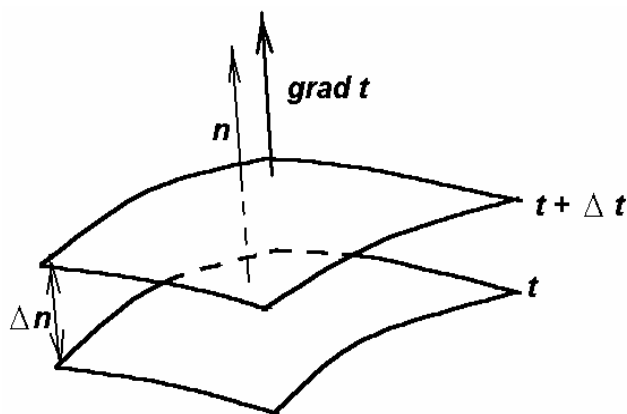


Рисунок 8.5 - Ділянки ізотермічних поверхонь із температурами t та $t + \Delta t$
 Δn – відстань між поверхнями (яка береться за нормаллю n до них).

Зв'язок теплових потоків з температурним полем у випадку передачі тепла теплопровідністю встановив Фур'є. Згідно з Фур'є потік тепла dQ , що проходить крізь елементарну площину dF , яка лежить на ізотермічній поверхні, розраховується за формулою:

$$dQ = - \lambda \cdot \text{grad } t \cdot dF, \text{ Вт}, \quad (8.10.1)$$

або

$$q = - \lambda \cdot \text{grad } t, \text{ Вт/м}^2. \quad (8.10.2)$$

Ця закономірність носить назву **основного закону теплопровідності**, або **закону Фур'є**.

Тепловий потік і градієнт температур мають протилежні напрямки. Цю обставину у рівняннях (8.10.1), (8.10.2) враховує знак "-".

Здатність речовини проводити тепло теплопровідністю відображає коефіцієнт λ , який називається **коефіцієнтом теплопровідності** і має розмірність Вт/(м·К). Визначення величини λ неважко отримати, обернувши рівняння (8.10.2):

$$\lambda = |q / \text{grad } t|, \text{ Вт/(м·К)}.$$

Таким чином чисельно коефіцієнт теплопровідності дорівнює густині теплового потоку за градієнта температур в 1 К/м. Значення коефіцієнта теплопровідності наведено у теплофізичних довідниках. В залежності від стану речовини, λ за величиною може різнитися на порядки.

Відповідно до молекулярно-кінетичної теорії, коефіцієнт теплопровідності у газах залежить в основному від швидкості руху молекул, яка, у свою чергу, зростає із збільшенням температури і зменшенням маси молекул. Тобто найбільшу теплопровідність має легкий газ - водень. (За кімнатних умов коефіцієнт теплопровідності водню - 0.2 Вт/(м·К), повітря - 0.025 Вт/(м·К)).

У металах теплопровідність забезпечується, головним чином за рахунок теплового руху електронів провідності. Маса електрона у 3000 разів менша за масу молекули самого легкого газу. Відповідно і теплопровідність металів набагато вища, ніж у газів. Найвищий коефіцієнт теплопровідності має чисте срібло - 400 Вт/(м·К), у сталей $\lambda \approx 50$ Вт/(м·К).

У рідин (неметалів) коефіцієнт теплопровідності, як правило, менше ніж 1 Вт/(м·К) (у води, одного з кращих рідинних провідників теплоти, $\lambda \approx 0.6$ Вт/(м·К)).

Неметалеві тверді речовини мають коефіцієнт теплопровідності, що не перевищує 10 Вт/(м·К).

Пористі матеріали - пробка, різноманітні волокнисті наповнювачі типу вапна та інші - мають найменший (окрім газів) коефіцієнт теплопровідності, який за малої густини набивки наближається до коефіцієнта теплопровідності повітря, що заповнює пори.

У анізотропних матеріалів, які мають різну структуру у різних напрямках (деревина, волокнисті та пресовані матеріали, кристали), теплопровідність залежить від напрямку розповсюдження теплового потоку. Наприклад, у деревини це обумовлено тим, що перпендикулярно до волокон тепловий потік пересікає більше повітряних зазорів, ніж вздовж волокон. Через це опір розповсюдженню тепла вздовж волокон значно менший.

Значний вплив на коефіцієнт теплопровідності можуть справляти температура, тиск, а у пористих матеріалах ще і вологість. Вплив вологості пояснюється тим, що вона відображає вміст води у порах матеріалу, а коефіцієнт теплопровідності води значно вищий, ніж у повітря. У довідниках, як правило, наведено умови, за яких визначено коефіцієнти теплопровідності. Характерні величини останніх наведено в таблиці 8.1.

Таблиця 8.1.

Порядки величини коефіцієнта теплопровідності (Вт/(м·К))					
Гази			Метали		
	Теплоізоляційні матеріали				
	Будівельні матеріали та вогнетривки				
		Рідини			
10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2

8.2.2 Диференціальне рівняння теплопровідності та його рішення для однорідної плоскої стінки

Розглянемо теплопровідність плоскої однорідної стінки, товщина якої мала у порівнянні із довжиною та шириною. На обох боках стінки температури не змінюються і дорівнюють відповідно t_1 та t_2 (нехай $t_1 > t_2$). У цьому випадку температурне поле одновимірне, а ізотермічні поверхні розташовані пара-

лельно поверхні стінки (перпендикулярно осі $0x$), як перетин на рисунку 8.3. Графік просторового розподілу температури стінки представлено на рисунку 8.6.

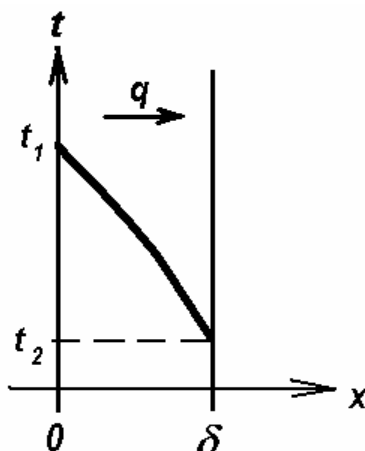


Рисунок 8.6 – Графік залежності температури від відстані в плоскій однорідній стінці

Відстань (x) відраховується від поверхні стінки за нормаллю до неї; t_1 - температура гарячої поверхні стінки; t_2 - температура холодної поверхні стінки; δ - товщина стінки; вектором q указано напрямок поширення теплового потоку.

За умов такої геометрії закон Фур'є (8.10.2) приймає вид:

$$q = - \lambda \cdot dt/dx , \quad (8.11)$$

тобто у даному випадку градієнт температури приймає форму dt/dx - похідної від температури за координатою.

Далі ми розглянемо стаціонарний розподіл температур. Це, за умови відсутності джерел тепла у товщі стіни, приводить (як відмічалось при виведенні формули (8.7)) до незмінного у просторі значення теплового потоку: $q = const$. Відокремивши змінні у рівнянні (8.11), отримаємо співвідношення:

$$q \cdot dx = - \lambda(t) \cdot dt . \quad (8.12)$$

Використовуючи сталість q , проінтегруємо рівняння (8.12) у межах координат від 0 до δ , що відповідає зміні температур від t_1 до t_2 . Це дає вираз:

$$q \cdot \delta = \int_{t_2}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt . \quad (8.13)$$

Кінцевий результат зручно представити у вигляді:

$$q = \frac{\lambda_{сер}}{\delta}(t_1 - t_2), \text{ Вт/м}^2, \quad (8.14)$$

де

$$\lambda_{сер} = \frac{l}{t_1 - t_2} \int_{t_2}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}, \quad (8.15)$$

- середнє на інтервалі температур від t_2 до t_1 значення коефіцієнта теплопровідності матеріалу стінки. Зрозуміло, що коли коефіцієнт теплопровідності не залежить від температури, то його середнє значення співпадає з наявним.

Рівняння (8.14) часто записують у формі, яка нагадує закон Ома для постійного струму:

$$q = (t_1 - t_2)/R, \text{ Вт/м}^2, \quad (8.16)$$

де величина

$$R = \delta/\lambda_{сер}, \text{ м}^2\cdot\text{К/Вт}, \quad (8.17)$$

є **термічним опором теплопровідності плоскої одношарової стінки**.

У пожежній практиці вираз (8.14) (або (8.16)) використовується для розрахунку:

- 1) теплового потоку ($Q = q \cdot F$);
- 2) товщини стінок опалювальних та технологічних печей, або теплоізоляційного шару:

$$\delta = \lambda_{сер} \cdot (t_1 - t_2)/q, \text{ м}; \quad (8.18)$$

3) для розрахунку безпечної температури t_2 на поверхні, яка не обігривається. В останньому випадку формула (8.14) ((8.16)) приймає вид:

$$t_2 = t_1 - q \cdot \delta/\lambda_{сер}, \text{ або } t_2 = t_1 - q \cdot R. \quad (8.19)$$

Рівняння Фур`є (8.12) можна використати для визначення температури у довільному перетині x стінки. Для цього слід проінтегрувати його за товщиною стінки у межах від 0 до x . Тоді права частина рівняння (8.12) буде інтегруватися від $t(x=0) = t_1$ до $t(x) = t_x$. Результат, аналогічно до випадку формули (8.14), має вид:

$$q = \frac{\lambda_{x,сер}}{x}(t_1 - t_x), \text{ Вт/м}^2, \quad (8.20)$$

де

$$\lambda_{x,сер} \equiv \frac{1}{t_1 - t_x} \int_{t_x}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}. \quad (8.21)$$

Якщо коефіцієнт теплопровідності λ не залежить від температури, то $\lambda_{x.сер} = \lambda_{сер} = \lambda$, і рівняння (8.20) дає лінійну залежність t_x від x :

$$t_x = t_1 - q \cdot x / \lambda . \quad (8.22)$$

Останню, враховуючи (8.14), можна представити як

$$t_x = t_1 - (t_1 - t_2) \cdot x / \delta . \quad (8.23)$$

В дійсності коефіцієнт теплопровідності залежить від температури. Для більшості матеріалів можна вважати, що цей зв'язок має лінійний характер, тобто

$$\lambda(t) = \lambda_0 + \beta \cdot t , \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)} , \quad (8.24)$$

де величини λ_0 і β не залежать від температури і являють собою, відповідно, значення (при $t = 0$) та температурний коефіцієнт коефіцієнта теплопровідності. У такому випадку, згідно з формулою (8.21),

$$\lambda_{x.сер} = \lambda_0 + \beta \cdot (t_1 + t_x) / 2 = \lambda((t_1 + t_x) / 2) , \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)} , \quad (8.25)$$

тобто середнє на ділянці шару значення коефіцієнта теплопровідності дорівнює його значенню за середньої температури.

Якщо підставити вираз (8.25) у формулу (8.20), то можна отримати квадратне рівняння відносно температури t_x і з нього за необхідності виписати явний вигляд залежності температури від інших змінних.

Приступимо до вивчення процесів стаціонарної теплопровідності у системах з дещо більш складною геометрією, ніж однорідна плоска стінка. Такі процеси мають безпосереднє відношення до задач пожежної безпеки, бо вони, наприклад, визначають дію теплоізоляції.

8.2.3 Теплопровідність багат шарової плоскої стінки

Спочатку розглянемо теплопровідність крізь багат шарову плоску стінку. Будемо вважати, що стінка складається з n однорідних плоских шарів (дивися рисунок 8.7). Нехай товщини шарів $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ та їх середні коефіцієнти теплопровідності $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ є відомими величинами. Температура на зовнішніх поверхнях стіни зліва та справа дорівнює, відповідно, t_1 та t_{n+1} .

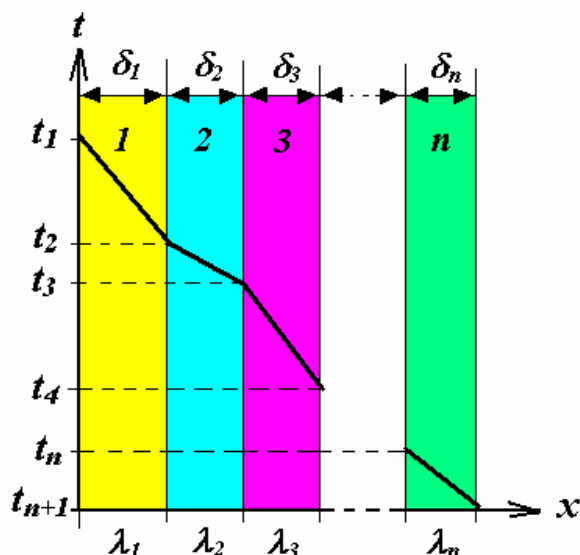


Рисунок 8.7 - Графік розподілу температури у n -шаровій плоскій стінці
 $1, 2, 3, \dots, n$ – номери шарів; $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ – товщини шарів;
 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n, t_{n+1}$ – температури на відповідних границях шарів (t_i, t_{i+1} – температура на поверхнях i -го шару; $i = 1, 2, \dots, n$).

Визначимо залежність питомого потоку q крізь багатошарову стінку від температури на її зовнішніх поверхнях (t_1 і t_{n+1}). В умовах стаціонарної теплопровідності за малої (відносно довжини та ширини) товщини стінки для i -го її шару буде виконуватися рівняння Фур'є, яке зручно записати у вигляді (8.16),

$$q_i = (t_i - t_{i+1})/R_i, \quad (8.26)$$

де величина $R_i = \delta_i / \lambda_i$ позначає термічний опір i -го шару.

Спираючись на формулу (8.26), розпишемо різниці температур на кожному з n шарів стінки:

$$\begin{aligned} t_1 - t_2 &= q_1 \cdot R_1, \\ t_2 - t_3 &= q_2 \cdot R_2, \\ t_3 - t_4 &= q_3 \cdot R_3, \\ &\dots\dots\dots \\ t_n - t_{n+1} &= q_n \cdot R_n. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Далі, склавши окремо ліві та праві частини рівнянь (8.27), користуючись незмінністю потоку у стаціонарному процесі ($q = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_n$), отримаємо вираз:

$$t_1 - t_{n+1} = q \cdot \sum_{i=1}^n R_i.$$

Це співвідношення дозволяє визначити величину питомого теплового потоку:

$$q = (t_1 - t_{n+1})/R_{\Sigma}. \quad (8.28)$$

В останній формулі використано поняття повного *термічного опору теплопровідності багат шарової плоскої стінки* R_{Σ} , який легко виразити через термічні опори окремих шарів R_i :

$$R_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n R_i, \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт}. \quad (8.29)$$

Порівняння формул (8.26) і (8.28) показує, що багат шарова стінка веде себе як одношарова з термічним опором, який дорівнює повному термічному опору. При цьому, аналогічно до того, як електричний опір у послідовному електричному ланцюгу дорівнює сумі електроопорів елементів, які складають ланцюг, повний термічний опір багат шарової стінки дорівнює сумі термічних опорів складових шарів.

Спираючись на співвідношення (8.27) – (8.29), можна розрахувати температуру у будь-якій точці багат шарової стінки. Так, рухаючись покрово від першого шару, отримаємо низку співвідношень:

$$\begin{aligned} t_2 &= t_1 - q \cdot R_1, \\ t_3 &= t_2 - q \cdot R_2 = t_1 - q (R_1 + R_2), \\ t_4 &= t_3 - q \cdot R_3 = t_1 - q (R_1 + R_2 + R_3), \end{aligned}$$

або для довільного k -го шару ($k = 1, 2, \dots, n$):

$$t_{k+1} = t_k - q \cdot R_{.k} = t_1 - q \cdot (R_1 + R_2 + \dots + R_{.k}) = t_1 - q \cdot \sum_{i=1}^k R_i. \quad (8.30)$$

В окремих випадках багат шарову стінку розглядають як одношарову з такою же товщиною:

$$\delta_{\Sigma} \equiv \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots + \delta_n \equiv \sum_{i=1}^n \delta_i.$$

При цьому вводиться еквівалентний коефіцієнт теплопровідності стінки, який дорівнює:

$$\lambda_{екв} \equiv \frac{\delta_{\Sigma}}{R_{\Sigma}} = \frac{\sum_{i=1}^n \delta_i}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} . \quad (8.31)$$

У цих змінних формула (8.28) приймає вид закону Фур'є для одношарової стінки (дивися (8.14)):

$$q = \frac{\lambda_{екв}}{\delta_{\Sigma}} (t_1 - t_{n+1}) , \text{ Вт/м}^2 . \quad (8.32)$$

8.2.4 Теплопровідність циліндричної стінки

Розглянемо теплопровідність у системі, яка має циліндричну симетрію. Наближено ця властивість притаманна трубам з круглим перетином, ділянкам ізоляції таких труб та дротів і таке інше. Спочатку дослідимо теплопровідність крізь одношарову циліндричну стінку, потім – крізь багатошарову. При цьому будемо вважати, що стінка має необмежену довжину. Результати, які отримано за таких умов, можна використовувати, якщо діаметр відповідного циліндра значно менший як за його довжину, так і за радіус кривизни осі.

8.2.4.1 Одношарова циліндрична стінка

Розглянемо одношарову циліндричну стінку довжиною l . Нехай її внутрішній радіус дорівнює r_1 , а зовнішній – r_2 , коефіцієнт теплопровідності матеріалу $\lambda(t)$ є відомою функцією температури. Температура на внутрішній поверхні t_1 всюди однакова та стаціонарна. Те ж саме відноситься до температури на зовнішній поверхні стінки t_2 . Будемо для визначеності вважати, що $t_1 > t_2$. Крім того, нехай зовнішній радіус r_2 малий, у порівнянні з довжиною l . За таких умов можна вважати, що тепловий потік в основному спрямовано за нормаллю до поверхні стінки, тобто вздовж радіуса. Температура стінки залежить тільки від змінної координати r (дивися рисунок 8.8). Нашою першою задачею буде розрахунок величини теплового потоку Q крізь бокову поверхню такої циліндричної стінки. З цією метою ми скористаємося основним рівнянням теплопровідності (рівнянням Фур'є) у формі (8.10.2).

З'ясуємо, як виглядає градієнт температури. Для цього виділимо у стінці кільцевий шар з радіусами поверхонь r та $r+dr$. Поверхні, які обмежують такий циліндричний шар, є ізотермічними поверхнями з температурами t та $t+dt$, відповідно. Таким чином, у випадку циліндричної симетрії, згідно з визначенням (8.9), вектор градієнта направлено вздовж радіуса і за величиною дорівнює похідній від температури за радіусом:

$$\text{grad } t = dt/dr, \text{ K/м.} \quad (8.33)$$

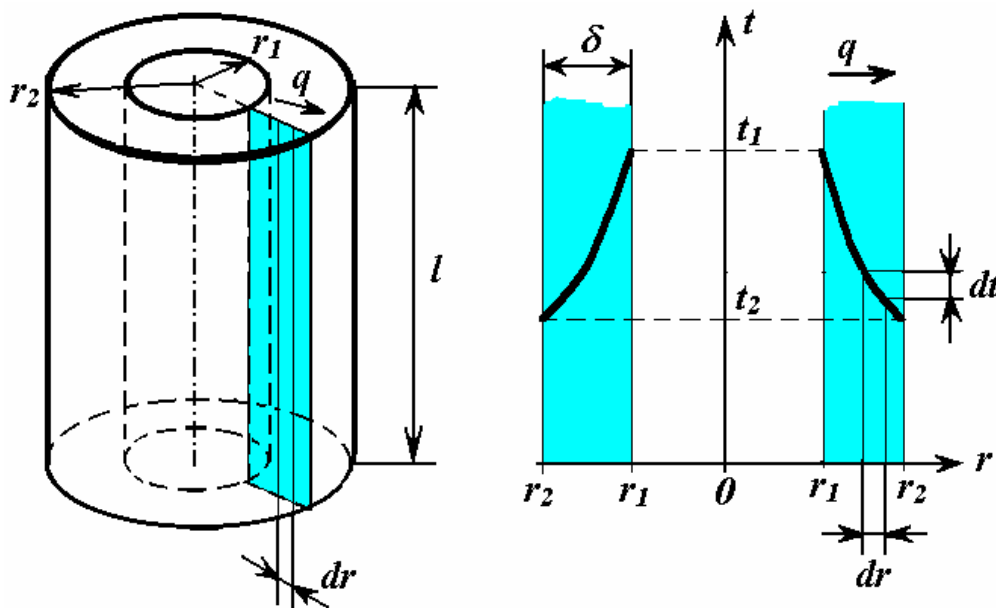


Рисунок 8.8 - Схема циліндричної стінки та графік залежності температури t стінки від відстані r від осі:

l – довжина стінки; r_1 та r_2 – радіуси внутрішньої та зовнішньої поверхонь стінки; $\delta = r_2 - r_1$ – товщина стінки; t_1 та t_2 – температури на внутрішній та зовнішній поверхнях стінки; dt – зміна температури шару, яка відповідає зміні відстані dr ; стрілкою q показано напрямок теплового потоку.

Покажемо, як виглядає основне рівняння теплопровідності у циліндричних координатах, для чого скористаємося формулою (8.6) сумісно з (8.33). Це дозволяє надати загальному виразу (8.10.2) шуканої форми

$$\frac{q_l}{2\pi \cdot r} = -\lambda(t) \cdot \frac{dt}{dr},$$

або

$$q_l \frac{dr}{r} = -2 \cdot \pi \cdot \lambda(t) \cdot dt. \quad (8.34)$$

Аналогічно до одновимірного площинного варіанта (дивися (8.12)), користуючись незмінністю лінійного потоку q_l , проінтегруємо ліву частину останнього виразу за радіусом від r_1 до r_2 , що відповідає інтегруванню правої частини за температурою у межах від t_1 до t_2 . Отримаємо співвідношення:

$$q_l \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 2\pi \int_{t_2}^{t_1} \lambda(t) \cdot dt. \quad (8.35)$$

Якщо, як і в площинному випадку, застосувати поняття середнього значення коефіцієнта теплопровідності (8.15), то формулу (8.35) можна привести до остаточного виду

$$q_l = \frac{2\pi \cdot \lambda_{сеп}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} (t_1 - t_2), \text{ Вт/м}. \quad (8.36)$$

Аналогічно до випадку площинної симетрії, у системах з циліндричною симетрією має сенс використовувати поняття **лінійного термічного опору теплопровідності циліндричного шару** (дивись також [пункт 8.2.4.2](#)). Він дорівнює

$$R_l = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \cdot \lambda_{сеп}}, \text{ м}\cdot\text{К/Вт}. \quad (8.37)$$

Такий хід дозволяє надати рівнянню (8.36) вигляду, який, як і співвідношення (8.16), нагадує закон Ома:

$$q_l = (t_1 - t_2)/R_l, \text{ Вт/м}. \quad (8.38)$$

Рівняння (8.34) дозволяє також визначити температуру у будь-якій точці циліндричної стінки. Для цього ліву частину виразу (8.34) треба інтегрувати від поверхні $r = r_1$ з відомою температурою $t = t_1$ до значення r , яке відповідає обраній точці. Результуюча залежність температури $t(r)$ точок циліндричної стінки від відстані r від осі має вид:

$$t(r) = t_1 - q_l \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{2\pi \cdot \lambda_{сеп,r}}. \quad (8.39)$$

Тут середнє значення коефіцієнта теплопровідності матеріалу циліндричного шару $\lambda_{сеп,r}$ визначається в інтервалі температур від t_1 до $t(r)$.

Якщо коефіцієнт теплопровідності не залежить від температури, то можна, скориставшись формулою (8.36), надати співвідношенню (8.39) дещо іншого вигляду:

$$t(r) = t_1 - (t_1 - t_2) \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \quad (8.40)$$

Дана формула (аналогічно до виразу (8.23)) дозволяє розраховувати температури у стінці, знаючи лише температури на її поверхнях.

Основну розрахункову формулу (8.36) можна спростити у випадку, коли товщина циліндричного шару $\delta = r_2 - r_1$ мала, у порівнянні з обома його радіусами r_1, r_2 . У такому разі теплопровідність крізь поверхню шару локально виглядає як теплопровідність крізь плоску стінку товщиною δ . У зв'язку з цим питомий потік крізь поверхню можна розрахувати за формулою (8.14). Далі, користуючись формулою зв'язку лінійної та поверхневої густини потоку (8.6) ($q_l = \pi \cdot d \cdot q$), легко отримати співвідношення:

$$q_l = \pi \cdot d_{сер} \frac{\lambda_{сер}}{\delta} (t_1 - t_2), \text{ Вт/м}, \quad (8.41)$$

у якому символом $d_{сер}$ позначено середній діаметр циліндричного шару ($d_{сер} = r_1 + r_2$).

Вираз (8.41) можна отримати і безпосередньо з формули (8.36). Для цього в останній треба скористатися розкладом логарифму навколо одиниці у ряд Тейлора за ступенями параметра $\delta/d_{сер}$:

$$\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 2 \cdot \frac{\delta}{d_{сер}} \cdot \left[1 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\delta}{d_{сер}}\right)^2 + \dots \right].$$

З цього співвідношення безпосередньо видно, що відносна точність формули (8.41) складає $1/3 \cdot (\delta/d_{сер})^2$. Ця похибка, наприклад, у випадку, коли зовнішній радіус стінки вдвічі перевищує внутрішній, складає $1/3 \cdot ((2-1)/(2+1))^2 \cdot 100\% \approx 4\%$.

8.2.4.2 Багат шарова циліндрична стінка

Співвідношення для розрахунку теплопровідності багат шарової циліндричної стінки (дивися рисунок 8.9), аналогічно до випадку багат шарової плоскої стінки, отримують, базуючись на формулі, що описує теплопровідність крізь одно шарову (в цьому випадку циліндричну) стінку, та на однаковості теплового потоку крізь всі шари стінки.

Згідно із (8.39), у межах i -го шару температура змінюється за логарифмічним законом:

$$t(r) = t_i - q_l \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{r_i}\right)}{2\pi \cdot \lambda_{\text{сеп.}i.r}}.$$

де r_i та t_i – відповідно, радіус і температура внутрішньої поверхні i -го шару, а $\lambda_{\text{сеп.}i.r}$ - середній коефіцієнт теплопровідності його матеріалу в інтервалі температур від t_i до $t(r)$. В цілому температурна крива для багат шарової стінки - це ламана лінія, яку схематично зображено на рисунку 8.9.

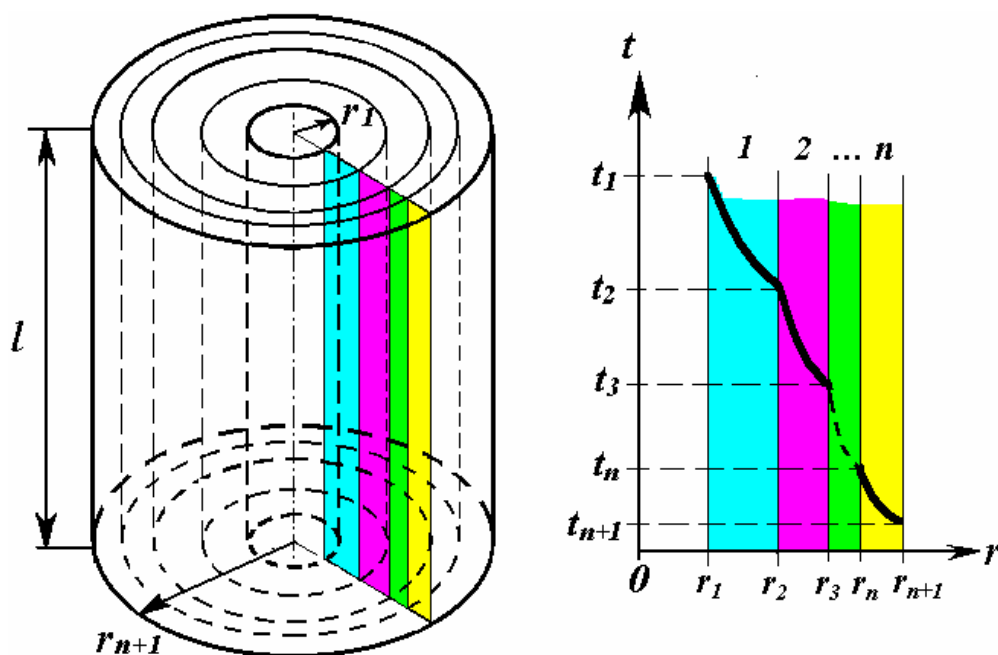


Рисунок 8.9 - Схема багат шарової циліндричної стінки та графік залежності температури t внутрішніх шарів стінки від відстані r від осі

l – довжина стінки; $1, 2, 3, \dots, n$ – номери шарів; $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n, r_{n+1}$ – радіуси границь шарів; $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n, t_{n+1}$ – температури на відповідних границях шарів (t_i, t_{i+1} – температура на поверхнях i -го шару; $i = 1, 2, \dots, n$).

Лінійна густина потоку крізь будь-який шар однакова і, відповідно з (8.38), може бути записана у вигляді:

$$q_l = (t_i - t_{i+1})/R_{l,i}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (8.42)$$

де t_i, t_{i+1} – температура на поверхнях i -го шару, а

$$R_{l,i} = \frac{l}{2\pi \cdot \lambda_{\text{сеп.}i}} \ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right) \quad (8.43)$$

- **лінійний термічний опір i -го циліндричного шару**, в якому $\lambda_{сер.i}$ - середній коефіцієнт теплопровідності матеріалу цього шару в інтервалі температур від t_i до t_{i+1} .

Система (8.42) має таку ж структуру, як система (8.26), що описує багат шарову плоску стінку. Цей факт означає, що структура рішень цих систем співпадає, тобто лінійна густина потоку крізь n -шарову циліндричну стінку зв'язана з температурами t_1 та t_{n+1} на її зовнішніх поверхнях співвідношенням:

$$q_l = (t_1 - t_{n+1})/R_{l,\Sigma}, \quad (8.44)$$

у якому аналогічно до формули (8.29) застосовано поняття повного **лінійного термічного опору теплопровідності багат шарової циліндричної стінки** $R_{l,\Sigma}$. Ця величина залежить від лінійних термічних опорів окремих шарів $R_{l,i}$:

$$R_{l,\Sigma} = \sum_{i=1}^n R_{l,i}, \text{ м}\cdot\text{К}/\text{Вт}. \quad (8.45)$$

Спираючись на формулу (8.42), можна, рухаючись покроково, зв'язати поміж собою температури у будь-яких точках багат шарової циліндричної стінки. Так (аналогічно до формули (8.30)), температура на зовнішній поверхні k -го циліндричного шару ($k = 1, 2, \dots, n$) дорівнює

$$t_{k+1} = t_k - q_l \cdot R_{l,k} = t_1 - q_l \cdot (R_{l,1} + R_{l,2} + \dots + R_{l,k}) = t_1 - q_l \cdot \sum_{i=1}^k R_{l,i}. \quad (8.46)$$

8.2.5 Теплопровідність кульової стінки

За сталих температур t_1 та t_2 на внутрішній (радіусом r_1) та зовнішній (радіусом r_2) поверхнях кульової стінки (дивися рисунок 8.10) температурне поле у сферичних координатах одновимірне, тобто температура змінюється тільки за радіусом. У зв'язку з цим вектор градієнта температури спрямовано вздовж радіуса, і за величиною він дорівнює похідній від температури за радіусом:

$$\text{grad } t = dt/dr, \text{ К}/\text{м}.$$

Використовуючи зв'язок (8.8) питомого потоку q крізь сферичну поверхню радіуса r з повним тепловим потоком Q крізь поверхню кулі, можна надати головному рівнянню теплопровідності (8.10) вид:

$$\frac{Q}{4\pi \cdot r^2} = -\lambda(t) \cdot \frac{dt}{dr} . \quad (8.47)$$

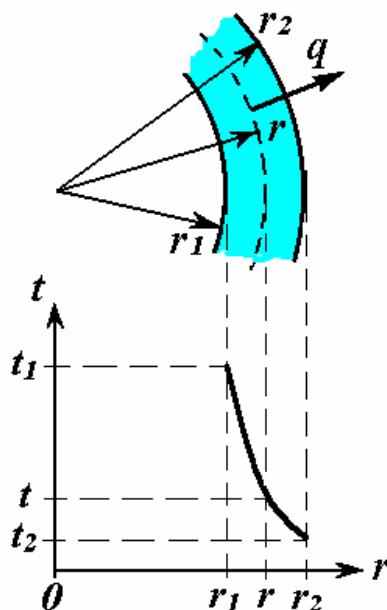


Рисунок 8.10 - Схема фрагмента головного перерізу кульової стінки та графік залежності температури t стінки від відстані r від центру кулі

r_1 та r_2 – радіуси внутрішньої та зовнішньої поверхні стінки; t_1 та t_2 – температури на внутрішній та зовнішній поверхнях стінки; стрілкою q показано напрямок теплового потоку.

Відокремивши змінні у рівнянні (8.47) і проінтегрувавши за t у межах від t_1 до t_2 , що відповідає зміні r у межах від r_1 до r_2 , отримаємо розрахункову формулу для визначення теплового потоку крізь кульову стінку:

$$Q = \frac{4\pi \cdot \lambda_{\text{сеп}}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} (t_1 - t_2) , \text{ Вт.} \quad (8.48)$$

Тут, як і в площинному та циліндричному випадках, використовується середнє значення коефіцієнта теплопровідності в температурному інтервалі від t_2 до t_1 , що розраховується за формулою (8.15).

На даному питанні закінчено розгляд теми “Стационарна теплопровідність”. Отримані результати можуть безпосередньо бути використані для вирішення широкого кола теплотехнічних задач, зокрема задач пожежної безпеки.

Знання особливостей теплопровідності необхідно тому, що цей механізм передачі тепла діє всюди, де є речовина. Він в явній формі виступає складовою частиною складного процесу теплопередачі крізь стінку, а в неявній формі присутній у якісно іншому механізмі передачі тепла – конвекційному теплообміні. До розгляду останнього ми і перейдемо у наступній главі.

Глава 9. КОНВЕКЦІЙНИЙ ТЕПЛООБМІН

9.1 Основні поняття та визначення конвекційного теплообміну. Диференціальні рівняння теплообміну

9.1.1 Сутність конвекційного теплообміну

9.1.1.1 Конвекційний теплообмін у потоці рідини. Рівняння процесу

“Конвекція” у перекладі з латини (convectio) означає “привіз, принесення”.

Конвекція маси – це перенос маси рідини під дією внутрішніх або зовнішніх сил. (Рідиною в теплопередачі вважають як крапельні рідини – воду, нафту та інші, так і гази – повітря, димові гази та інші). Маса рідини переносить із собою тепло, тому що вона має якусь ентальпію (тепловміст). Одночасно відбувається так звана **конвекція тепла** або **конвекційний теплоперенос** у потоці рідини, тобто перенос тепла, викликаний переносом маси рідини між областями з різною температурою.

Конвекція тепла завжди супроводжується теплопровідністю, тому що при русі рідини або газу завжди відбувається контакт між окремими мікрочастинками речовини, що мають різні температури. Таким чином, конвекційний теплообмін у потоці включає до себе дві складові – конвекцію тепла та теплопровідність. Через це рівняння конвекційного теплообміну в потоці рідини має вигляд:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{\text{конв}} + \mathbf{q}_{\text{т пр}} = \rho \cdot \mathbf{w} \cdot c_p \cdot t - \lambda \cdot \mathbf{grad} t, \quad (9.1)$$

де \mathbf{q} , $\mathbf{q}_{\text{конв}}$, $\mathbf{q}_{\text{т пр}}$ – вектори густини теплового потоку, відповідно, за рахунок конвекційного теплообміну, конвекції тепла та теплопровідності; ρ , c_p , λ – густина рідини та її коефіцієнти питомої теплоємності та теплопровідності; \mathbf{w} – швидкість рідини ($\rho \cdot \mathbf{w}$ - питомий потік маси рідини), t – температура рідини, ($c_p \cdot t$ – ентальпія рідини); $\mathbf{grad} t$ – градієнт температур в потоці рідини (дивись формулу (8.9)).

В залежності від сил, що викликають рух рідини, розрізняють природну (вільну) конвекцію та вимушену конвекцію.

Вільна конвекція виникає в полі масових сил у нерівномірно нагрітому середовищі. Вона відбувається в наслідок різниці густини гарячих та холодних часток рідини, що викликає появу виштовхуючої (під’ємної) сили. (Як правило, холодні частки рухаються додолу, гарячі – догори). Такі явища часто зустріча-

ються у природі (наприклад, дим, що підіймається з димаря в тиху зимову погоду).

Вимушена конвекція відбувається під дією зовнішніх сил, що змушують рухатися рідину. (Наприклад, насос нагнітає рідину, компресор, вентилятор – газу).

Будь-яка пожежа обов'язково супроводжується конвекційним теплопереносом. Конвекція є причиною розповсюдження пожежі по порожнинах в стінах будинків, вентиляційних ходах. На великих пожежах, особливо при горінні складів лісоматеріалів, виникають потужні газоповітряні потоки, які переносять шматки деревини на великі відстані, що веде до утворення нових осередків пожежі.

9.1.1.2 Конвекційна тепловіддача. Рівняння Ньютона-Ріхмана

Конвекційний теплообмін між потоком рідини та оточуючою поверхнею називають *конвекційною тепловіддачею* або просто *тепловіддачею*.

Кількісно тепловіддача описується *законом Ньютона-Ріхмана* (1746 р.), який Ньютон сформулював у формі гіпотези: *Густина теплового потоку прямо пропорційна температурному напору між поверхнею та оточуючим середовищем*, тобто

$$q = \alpha \cdot |t_w - t_f|. \quad (9.2)$$

Для всієї поверхні теплообміну в разі незмінності q вздовж поверхні

$$Q = \alpha \cdot |t_w - t_f| \cdot F. \quad (9.3)$$

У формулах (9.2) та (9.3) t_w та t_f – температура поверхні стінки (wall) та рідини (fluid), відповідно, °C; q – густина теплового потоку на поверхні, Вт/м²; Q – тепловий потік крізь поверхню, Вт; F – площа поверхні, м²; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²К), який характеризує інтенсивність процесу тепловіддачі на стінці (поверхні тіла).

Коефіцієнт тепловіддачі α являє собою величину, що вимірюється густиною теплового потоку, який виникає на поверхні тепловіддачі за температурного напору $\Delta t = |t_w - t_f|$ в один градус між температурами поверхні тіла та середовища:

$$\alpha \equiv \frac{|q|}{\Delta t}. \quad (9.4)$$

Коефіцієнт тепловіддачі являє собою складну функцію від усіх параметрів процесу тепловіддачі. Величина α залежить від форми, розмірів поверхні

теплообміну та чистоти її виконання, від температур поверхні і рідини, швидкості потоку, від фізичних властивостей рідини та поверхні і т. д.

На відміну від коефіцієнтів теплопровідності λ не існує таблиць для визначення коефіцієнтів тепловіддачі α .

Значення коефіцієнтів тепловіддачі визначають або експериментально, або з аналітичного рішення задачі про теплообмін між поверхнею та потоком, що її омиває.

9.1.1.3 Аналіз факторів, що впливають на конвекційний теплообмін та тепловіддачу

Як видно з рівняння (9.1), інтенсивність конвекційного теплообміну залежить від розподілу швидкостей у потоці, тобто від структури потоку.

З гідродинаміки відомо, що розрізняють ламінарний, турбулентний та перехідний режими течії рідини.

В *ламінарному* (шаровому) потоці рідина рухається без перемішування, тобто шари рідини рухаються паралельно один до одного (дивись рисунок 9.1).

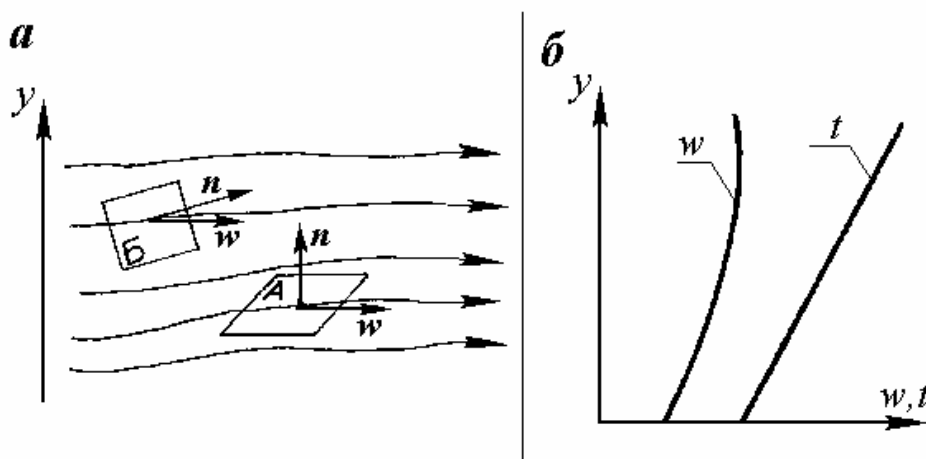


Рисунок 9.1 - Схема ламінарної течії (а) і графіки розподілу температури і швидкості в напрямку поперек потоку (б)

Якщо нормаль n до контрольної поверхні перпендикулярна до напрямку швидкості (лінії току рідини не перетинають контрольну поверхню A), то, згідно з рівнянням (9.1), конвекційний теплообмін відсутній, а тепло від рідини до поверхні A передається лише чистою теплопровідністю:

$$q = - \lambda \cdot \text{grad } t . \quad (9.5)$$

Цей випадок має місце при обтіканні поверхні потоком рідини, тобто в процесі тепловіддачі.

В будь-якому іншому випадку, наприклад, для контрольної поверхні B лінії току перетинають контрольну поверхню, тобто тепло передається як теплопровідністю, так і конвекцією (діє рівняння (9.1)).

Течія називається *турбулентною* (вихровою, неупорядкованою), якщо шари рідини хаотично перемішуються при русі, який відбувається з якоюсь середньою швидкістю \bar{w} в певному напрямку.

На рисунку 9.2 наведено осцилограму коливань швидкості в нерухомій точці турбулентного потоку. На ній \bar{w} – середня швидкість рідини в точці, w – дійсна (миттєва) швидкість.

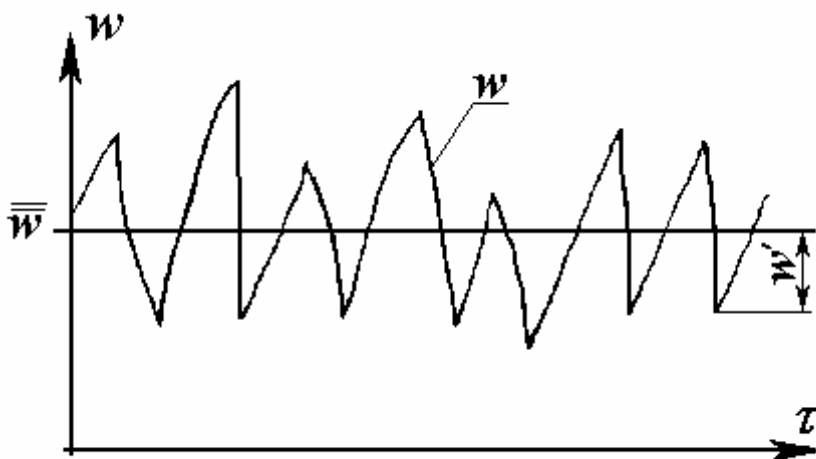


Рисунок.9.2 - Осцилограма коливань швидкості в нерухомій точці турбулентного потоку

Миттєва швидкість w пульсує біля середньої у часі швидкості \bar{w} . Відхилення миттєвої швидкості від середньої у часі називаються пульсаціями швидкості w' :

$$w' = w - \bar{w}.$$

При пульсаціях швидкості відбувається перенос механічної енергії. А якщо в потоці має місце різниця температур, то ті пульсації швидкості приводять до інтенсивного переносу тепла.

Таким чином, турбулентна течія являє собою нестационарний процес. Його, однак, можна розглядати як стаціонарний, якщо інтервал часу усереднення достатньо великий, у порівнянні з періодом пульсації, і достатньо малий, у порівнянні з яким-небудь характерним для усередненого руху інтервалом часу, щоб можна було врахувати можливі зміни середніх температур та швидкостей в процесі.

Далі будемо розглядати стаціонарну турбулентну течію за середніх швидкостей та температур. Знак усереднення ($\bar{\quad}$), однак, писати не будемо.

При турбулентній течії, завдяки вихрам, лінії току завжди перетинають контрольну поверхню, тому конвекційний теплообмін завжди описується повним рівнянням (9.1), тобто завжди необхідно враховувати як конвекцію тепла, так і теплопровідність.

Зміна режиму течії від ламінарного до турбулентного, як відомо з гідродинаміки, відбувається за критичних значень критеріїв Рейнольдса (Re). Так, у випадку течії рідини в трубах

$$Re \equiv \frac{wd}{\nu}, \quad (9.6)$$

де w – швидкість рідини на вході до труби; d – внутрішній діаметр труби; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини.

За $Re \leq 2300$ в трубах здійснюється ламінарний режим течії, за $Re \geq 10^4$ – турбулентний, в інтервалі $2300 < Re < 10^4$ – режим течії перехідний.

Таким чином, з формул (9.1) та (9.6) витікає, що на конвекційний теплообмін впливають також фізичні властивості рідини – такі її характеристики, як густина ρ , питома теплоємність c_p , коефіцієнти теплопровідності λ та кінематичної в'язкості ν .

Всі перелічені величини, за винятком коефіцієнта кінематичної в'язкості ν , визначалися раніше. Для з'ясування сенсу коефіцієнта ν розглянемо фізичний механізм явища в'язкості.

Рух потоку рідини відбувається під дією різниці сил тиску; на рух впливають також сили тяжіння. Заважають руху рідини так звані сили внутрішнього в'язкого тертя або сили в'язкості.

Властивість в'язкості притаманна всім реальним рідинам. Вона виявляється у разі неоднорідності поля швидкостей.

Якщо два шари рідини рухаються з різними швидкостями w_1 та w_2 (дивись рисунок 9.3), то на їх границі виникають дотичні напруження тертя s . (Як фізична величина, s – це сила взаємодії шарів рідини, що рухаються з різними швидкостями, взята у розрахунку на одиницю площі поверхні границі між шарами. У зв'язку з цим вона вимірюється в одиницях тиску.)

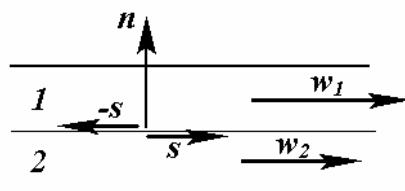


Рисунок 9.3 - Визначення сил в'язкого тертя

Якщо $w_1 > w_2$, то шар рідини 2 гальмує рух шару 1 з силою тертя ($-s$), а шар 1 прискорює рух шару 2 з силою тертя (в'язкості) ($+s$).

Це явище пояснюється наявністю в потоці реальної рідини сил внутрішнього тертя (сил в'язкості). Порівняйте з цієї точки зору такі рідини: мед–олія–вода–повітря.

За гіпотезою внутрішнього тертя Ньютона *сила внутрішнього тертя s , що виникає між частинками або шарами рідини, які рухаються з різними швидкостями, пропорційна зміні швидкості у напрямку, перпендикулярному до напрямку руху*. Цьому твердженню відповідає рівняння:

$$s = \mu \frac{\partial w}{\partial n}, \text{ Па}, \quad (9.7)$$

де $\frac{\partial w}{\partial n}$ – зміна швидкості за нормаллю до границі шарів; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с.

Коефіцієнт динамічної в'язкості $\mu \equiv \left| \frac{s}{\partial w / \partial n} \right|$ – це сила в'язкості, що виникає на одиниці поверхні контакту шарів при одиничному градієнті швидкості на ній.

В розрахунках користуються також **коефіцієнтом кінематичної в'язкості**:

$$\nu \equiv \mu / \rho, \text{ м}^2/\text{с}.$$

Інтенсивність тепловіддачі залежить не тільки від розподілу швидкостей в потоці та фізичних властивостей рідини, а також від того, рухається рідина в середині замкненого простору (наприклад, по трубі), чи омиває тіло зовні. Тепловіддача залежить також від форми та розмірів поверхні теплообміну.

Досвід показує, що інтенсивність конвекційного теплообміну залежить ще і від того, в якому напрямку передається тепло – від рідини до стінки, або навпаки, - від стінки до рідини.

Таким чином, основні складнощі при обчислюванні теплового потоку на поверхні тепловіддачі за формулами (9.2) та (9.1) полягають у визначенні коефіцієнта тепловіддачі α , який являє собою функцію, на жаль, практично всіх параметрів процесу. Існують експериментальні та аналітичні методи визначення α . Приступимо до вивчення останніх. Для цього розглянемо математичну модель задачі конвекційної тепловіддачі, яка включає до себе диференціальні рівняння тепловіддачі, рівняння переносу тепла, руху і неперервності маси в потоці рідини та умови однозначності до них.

9.1.2 Математична постановка задач конвекційної тепловіддачі

9.1.2.1 Диференціальне рівняння конвекційної тепловіддачі

Розглянемо особливості течії та переносу теплоти в реальній рідині поблизу поверхні теплообміну.

Нині в гідромеханіці в'язкої рідини панує гіпотеза про те, що частинки рідини, які безпосередньо знаходяться в контакті з твердим тілом, нібито “прилипають” до його поверхні за рахунок сил граничного тертя між рідиною та поверхнею. Цей шар налиплої рідини треба розглядати як нескінченно тонкий. Гіпотеза про рівність нулю відносної швидкості рідини на стінці (поверхні) досить добре підтверджується експериментально – результати вимірювань задовільно узгоджуються з теоретичними результатами, які отримані на основі цієї “гіпотези прилипання”, згідно з якою

$$w_w = w_f \Big|_{n \rightarrow 0},$$

де w – швидкість; індекси w , f вказують на стінку (wall) та рідину (fluid); n – величина координати в напрямку нормалі до поверхні теплообміну з початком на цій поверхні.

В будь-якому потоці рідини, завдяки силам граничного тертя між рідиною та поверхнею та силам внутрішнього тертя в рідині, поблизу поверхні тіла рідина гальмується. Виникає в'язкий граничний шар рідини, в якому течія ламінарна. В цій плівці (граничному шарі) поверхня тіла плавно обтікається потоком, а тепло передається поперек потоку лише чистою теплопровідністю (див. формулу (9.5)), тобто

$$q = -\lambda_f \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \rightarrow 0}. \quad (9.8)$$

Разом з тим питомий тепловий потік, що передається в процесі конвекційної тепловіддачі на поверхні за законом Ньютона-Ріхмана, дорівнює (дивись рисунок 9.4):

$$q = \alpha \cdot (t_w - t_f) \quad (9.9)$$

при $t_w > t_f$.

З порівняння виразів (9.8) та (9.9) одержимо зв'язок:

$$\alpha = - \frac{\lambda_f \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \rightarrow 0}}{t_w - t_f}. \quad (9.10)$$

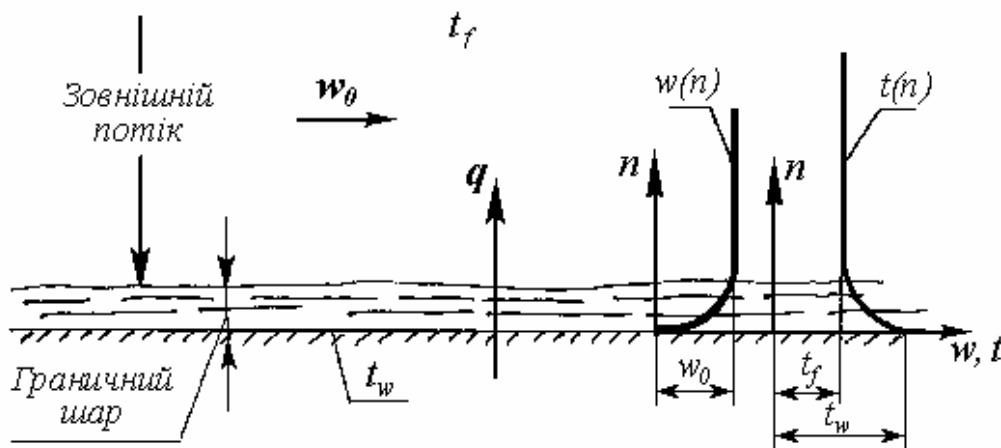


Рисунок 9.4 - До виводу диференціального рівняння тепловіддачі ($t_w > t_f$). Схема граничного шару і графіки залежності швидкості руху w і температури t рідини від координати n :

w_0, t_f - швидкість і температура незбуреного потоку рідини; t_w - температура поверхні.

Формула (9.10) являє собою диференціальне рівняння тепловіддачі, у якому α - локальний або місцевий коефіцієнт тепловіддачі, що характеризує інтенсивність тепловіддачі в даній точці поверхні.

Якщо відомі значення α , то можна розрахувати тепловий потік, що передається скрізь поверхню теплообміну площею F

$$Q = \int_F \alpha \cdot (t_w - t_f) dF. \quad (9.11)$$

Якщо температури рідини та стінки сталі, то

$$Q = \bar{\alpha} \cdot (t_w - t_f) F, \quad (9.12)$$

де

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{F} \int_F \alpha \cdot dF -$$

усереднений за поверхнею коефіцієнт тепловіддачі.

Як видно з рівняння (9.10), для аналітичного визначення α необхідно знати поле температур в потоці рідини, тобто вирішити диференціальне рівняння переносу енергії в потоці рідини.

9.1.2.2 Диференціальні рівняння переносу енергії, руху та маси в потоці рідини

Будемо розглядати потік в'язкої (реальної) нестисливої рідини ($\rho = \text{const}$). В гідродинаміці та теплопередачі **рідиною** називають крапельні рідини або гази, які рухаються зі швидкостями, меншими ніж одна четверта швидкості звуку ($w \leq a/4$).

Далі буде дано виведення рівняння переносу енергії. Аналогічне виведення інших рівнянь наводитися не буде.

Речовину будемо розглядати як неперервне середовище ("континіум"), тепло в якому передається конвекцією та теплопровідністю.

Відокремимо в потоці рідини елементарний об'єм $dV = dx dy dz$ (дивися рисунок 9.5), в якому властивості рідини будемо вважати незмінними ($c_p = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, $\nu = \text{const}$).

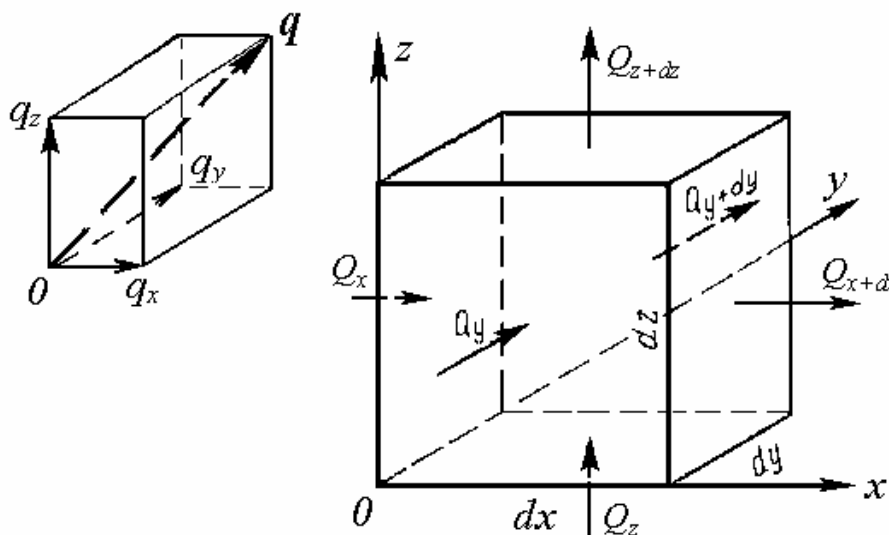


Рис. 9.5 - До виведення диференціального рівняння переносу енергії в потоці рідини

Розташуємо елемент dV в просторі так, щоб вектор густини теплового потоку \mathbf{q} знаходився в першому октанті, тобто щоб тепло надходило до елемента dV крізь грані, які проходять через початок координат (точку 0), а виходило з нього крізь протилежні грані. Вектор \mathbf{q} можна розкласти на складові:

$$\mathbf{q} = q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j} + q_z \mathbf{k}, \quad (9.13)$$

де \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} – одиничні орти відповідних координат; q_x , q_y , q_z – проекції вектора густини теплового потоку \mathbf{q} на осі x , y , z . Тоді, згідно з рівнянням (9.1),

$$\begin{aligned}
 q_x &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} + \rho c_p w_x t, \\
 q_y &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} + \rho c_p w_y t, \\
 q_z &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} + \rho c_p w_z t,
 \end{aligned}
 \tag{9.14}$$

де w_x, w_y, w_z – проекції швидкості рідини на осі x, y, z .

Для визначеності будемо вважати, що елемент dV нагрівається.

В основу виведення закладено два закони – співвідношення (9.1) та перший закон термодинаміки у стисливому середовищі (потоці). Запис останнього закону (у випадку нульової роботи) має вид:

$$dQ = dI, \tag{9.15}$$

де dQ – все тепло, що проходить крізь грані елементу dV та витрачається на його нагрів; dI – зміна ентальпії (тепловмісту) елементу.

Будемо розглядати процес без внутрішніх джерел тепла (в потоці не відбуваються хімічні реакції з виділенням тепла або якісь інші процеси).

Тепло до елементу dV підводиться в процесі конвекції та теплопровідності крізь грані, що перетинають початок координат (точку 0), а відводиться крізь протилежні грані з координатами dx, dy, dz (дивись рис. 9.5). Кількість тепла, підведеного за час $d\tau$, складає

$$dQ_1 = dQ_x + dQ_y + dQ_z,$$

а відведеного -

$$dQ_2 = dQ_{x+dx} + dQ_{y+dy} + dQ_{z+dz},$$

де dQ_x, dQ_y, dQ_z ($dQ_{x+dx}, dQ_{y+dy}, dQ_{z+dz}$) - кількість тепла, що підводиться (або відводиться) крізь відповідні грані.

Різниця між кількостями підведеного та відведеного тепла йде на нагрів елементу dV , тобто зміну його ентальпії dI (що відображено у формулі (9.15)):

$$dQ \equiv dQ_1 - dQ_2 = dI. \tag{9.16}$$

Визначимо кількість тепла, що за інтервал часу $d\tau$ йде на нагрів елементу dV при підводі та відводі тепла крізь грані, які перпендикулярні до осі x :

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = (q_x - q_{x+dx}) dy dz d\tau, \tag{9.17}$$

де q_x та q_{x+dx} – величини x -компоненти густини теплового потоку на гранях з координатами x та $x + dx$, відповідно.

Розкладемо функцію q_{x+dx} в ряд Тейлора у точці x за приростом dx :

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \dots \quad (9.18)$$

(Крапками позначені величини, які мають вищий порядок малості, ніж dx .)

Підставивши вираз (9.18) у формулу (9.17), отримаємо

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = \left(-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \dots \right) dydzd\tau = \left(-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \dots \right) dVd\tau. \quad (9.19)$$

Аналогічно розрахуємо кількість тепла, що йде на нагрів елемента dV крізь грані, які перпендикулярні осям y та z .

Сумарна кількість тепла, що нагріває елемент, дорівнює

$$dQ \equiv dQ_1 - dQ_2 = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \dots \right) dVd\tau. \quad (9.20)$$

При нагріві елемента dV його ентальпія збільшується на величину

$$dI = \rho dV c_p dt, \quad (9.21)$$

де dt - зміна температури елемента за час $d\tau$. В свою чергу величина dt зв'язана з тривалістю інтервалу $d\tau$ співвідношенням

$$dt = \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau + \dots, \quad (9.22)$$

в якому крапками позначені малі величини порядку вищого за $d\tau$.

Рівняння (9.15) з урахуванням виразів (9.20), (9.21) та (9.22) буде мати вид:

$$\rho c_p dV \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau + \dots \right) = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \dots \right) \cdot dVd\tau. \quad (9.23)$$

Поділімо рівняння (9.23) на $dV d\tau$ та спрямуємо $d\tau$ та dV до нуля. При цьому всі нескінченно малі, що позначені крапками, будуть дорівнювати нулю, а рівняння (9.23) прийме вигляд:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right). \quad (9.24)$$

Рівняння (9.24) являє собою рівняння переносу тепла у безперервному середовищі.

Підставивши в рівняння (9.24) значення q_x , q_y , q_z з виразу (9.14), одержимо один з варіантів запису **диференційного рівняння енергії**:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) - \rho c_p \left[\frac{\partial(w_x t)}{\partial x} + \frac{\partial(w_y t)}{\partial y} + \frac{\partial(w_z t)}{\partial z} \right], \quad (9.25)$$

або

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + t \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (9.26)$$

Позначимо

$$a \equiv \frac{\lambda}{c_p \rho},$$

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (9.27)$$

$$\frac{D}{d\tau} \equiv \frac{\partial}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial}{\partial x} + w_y \frac{\partial}{\partial y} + w_z \frac{\partial}{\partial z},$$

де a , м²/с – **коефіцієнт температуропровідності**, який являє собою фізичну характеристику речовини і характеризує швидкість вирівнювання температур в тілі в нестационарних процесах переносу тепла (розрахунок коефіцієнта a розглянуто [у пункті 13.1.1.1](#));

∇^2 – **оператор Лапласа**;

$\frac{D}{d\tau}$ – **субстанціальна (або індивідуальна, або повна) похідна**.

Як відомо з гідродинаміки, для нестисливої рідини виконується співвідношення:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (9.28)$$

Вираз (9.28) виводиться з закону збереження маси. Він являє собою **рівняння нерозривності** для в'язкої нестисливої ($\rho = const$) рідини.

Рівняння (9.26) з урахуванням визначень (9.27) та виразу (9.28) приймає вид:

$$\frac{Dt}{d\tau} = a\nabla^2 t. \quad (9.29)$$

Це рівняння - *рівняння переносу енергії нестисливої рідини*. Воно також має назву *рівняння Фур'є-Кірхгофа*. Вираз (9.29) часто записують у формі

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a\nabla^2 t. \quad (9.30)$$

Розглянемо фізичний сенс членів рівняння (9.30).

Доданок $\frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial \tau}$ – локальна (часткова) похідна від температури за часом, вона характеризує зміну температури із плином часу в точці з фіксованими просторовими координатами (x, y, z) .

Виміряти локальну похідну в потоці рідини можна за допомогою нерухомого термометра, повз якого рухається рідина.

Член $\left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right)$ – конвекційна похідна, яка відбиває той

факт, що температура потоку може змінюватися вздовж течії. У такому разі елемент рідини, що пройшов відповідну відстань за час $d\tau$, має прийняти іншу температуру, навіть якщо температурне поле залишається стаціонарним. Конвекційна похідна характеризує конвекційний макроперенос тепла сумісно з масою речовини від точки до точки. Виміряти її можна за допомогою термометра, який в стаціонарному потоці рухається разом з виділеним елементом рідини із швидкістю цього елемента.

Член $a\nabla^2 t$ характеризує перенос теплоти в потоці рідини за рахунок чистої теплопровідності.

Таким чином, згідно з рівнянням (9.30), зміна температури в точці в потоці рідини відбувається за рахунок конвекції тепла та теплопровідності рідини.

Відзначимо, що для твердого тіла (нерухомої речовини) швидкості w_x , w_y та w_z дорівнюють нулю, тому рівняння (9.30) приймає вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t. \quad (9.31)$$

Рівняння (9.31) називається *диференціальним рівнянням теплопровідності* Фур'є; воно справедливе для будь-якого процесу теплопровідності, що протікає в твердому тілі.

Повернемося до рівняння конвекційної тепловіддачі (9.10) та рівняння переносу тепла в потоці рідини (9.30), які необхідно вирішити сумісно з метою визначення коефіцієнта тепловіддачі α . Вони містять п'ять невідомих величин:

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha(x, y, z, \tau), \\ t &= t(x, y, z, \tau), \\ w_x &= w_x(x, y, z, \tau), \\ w_y &= w_y(x, y, z, \tau), \\ w_z &= w_z(x, y, z, \tau).\end{aligned}\tag{9.32}$$

Таким чином, систему рівнянь (9.10) та (9.30) потрібно доповнити додатковими рівняннями. Як відомо з гідромеханіки, такими рівняннями є рівняння збереження руху (або імпульсів). Ці рівняння отримують в гідромеханіці на основі другого закону Ньютона, що в загальному виді записується, як:

$$\sum \mathbf{k} = \rho dV \frac{D\mathbf{w}}{d\tau},$$

де $\sum \mathbf{k}$ – сума всіх сил, що діють на елементарний паралелепіпед з об'ємом dV ; $\frac{D\mathbf{w}}{d\tau}$ – субстанціальна похідна від швидкості.

У випадку течії в'язкої нестисливої рідини рівняння збереження руху називаються **рівняннями Нав'є-Стокса**. В проекціях на осі x, y, z вони мають вид:

$$\begin{aligned}\frac{Dw_x}{d\tau} &= g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 w_x; \\ \frac{Dw_y}{d\tau} &= g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \nabla^2 w_y; \\ \frac{Dw_z}{d\tau} &= g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \nabla^2 w_z;\end{aligned}\tag{9.33}$$

де g_x, g_y, g_z - відповідні компоненти вектора прискорення вільного падіння; ν - коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини; P – тиск в потоці.

У рівняннях (9.33) в правих частинах записані повні похідні від відповідних швидкостей. Для пояснення сенсу рівнянь розглянемо, наприклад, перше з них – проекцію рівняння збереження руху на вісь x . Згідно з визначенням (9.27), воно має вид:

$$\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 w_x.$$

В правій частині цього виразу $\partial w_x / \partial \tau$ – зміна проекції швидкості w_x на вісь x з плином часу у фіксованій точці простору, вираз у дужках пропорційний до сил інерції в потоці.

Сума членів в лівій частині рівняння характеризує x -складову сил тяжіння (g_x), тиску $\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right)$ та в'язкості:

$$\left(\nu \nabla^2 w_x \equiv \nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right).$$

Таким чином, в системі з п'яти рівнянь (9.10), (9.30) та (9.33) з'явилася ще одна - шоста невідома:

$$P = P(x, y, z, \tau) \quad (9.34)$$

на додачу до п'яти, що розглядалися (9.32).

Систему рівнянь (9.10), (9.30) та (9.33) вдається замкнути, використавши рівняння збереження маси в потоці (9.28).

В результаті маємо замкнену систему з шістьох рівнянь з шістьма невідомими ($t, w_x, w_y, w_z, P, \alpha$), яка описує конвекційну тепловіддачу тіла, що омивається потоком в'язкої нестисливої рідини. Це найпростіша система рівнянь конвекційного теплообміну.

Якщо рідина стискується, то необхідно систему доповнити рівнянням стану; якщо в потоці відбуваються фазові або хімічні перетворення, то до системи з шести рівнянь потрібно додати рівняння фазових переходів або кінетики і так далі.

9.1.2.3 Математична модель задач конвекційної тепловіддачі

Система диференціальних рівнянь тепловіддачі та переносу тепла, руху та маси в потоці рідини - (9.10), (9.28), (9.30), (9.33) - описує довільний процес конвекційної тепловіддачі при обтіканні тіла в'язкою нестисловою рідиною.

Для опису конкретного процесу до диференціальних рівнянь необхідно додати умови однозначності задачі, що характеризують особливості перебігу саме процесу, що розглядається.

Умови однозначності включають до себе:

- **геометричні умови**, що задають форму та розміри тіл (як правило, вони означають визначення ряду характерних розмірів l_0, l_1, l_2, \dots і вибір системи координат);

- **фізичні умови**, що задають всі фізичні властивості робочої речовини (λ, c_p, ρ, ν);

- **часові** або **початкові умови**, які описують особливості процесу в початковий момент часу τ_0 (за $\tau = \tau_0$ задані поля швидкостей, тиску та температур в рідині);

- **граничні умови**, що характеризують особливості перебігу процесу на границях рідинного середовища в будь-який момент часу. Це означає, що на границях області повинні бути відомі значення функцій:

$$\begin{aligned} t_{zp} &= t(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \\ w_{x.zp} &= w_x(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \\ w_{y.zp} &= w_y(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \\ w_{z.zp} &= w_z(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \\ P_{zp} &= P(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \end{aligned}$$

або їх похідних від координат для всього терміну перебігу процесу (індекс zp означає, що значення параметрів береться на границі області розгляду, зокрема, на стінці).

Досить часто через невизначеність величин $t_{zp}, w_{x.zp}, w_{y.zp}, w_{z.zp}, P_{zp}$ задати граничні умови неможливо. У такому разі необхідно до системи диференціальних рівнянь конвекційної тепловіддачі додати диференціальні рівняння теплопровідності в стінках, що оточують потік, і, задавши умови узгодження на границях стінки-рідина, сумісно вирішувати цю розширену систему.

Система диференціальних рівнянь процесу конвекційної тепловіддачі сумісно з умовами однозначності являє собою коректно поставлену задачу, яка має єдине рішення виду:

$$\begin{aligned} t &= t(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_x &= w_x(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_y &= w_y(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_z &= w_z(x, y, z, \tau, \Omega), \\ P &= P(x, y, z, \tau, \Omega), \\ \alpha &= \alpha(x_w, y_w, z_w, \tau, \Omega), \end{aligned} \tag{9.35}$$

де символом Ω позначено всі параметри, що фіксують умови однозначності ($l_0, l_1, l_2, \dots, \lambda, c_p, \rho, \nu, \dots, t_{zp}, w_{x.zp}, w_{y.zp}, w_{z.zp}, P_{zp}, \dots$).

Більшість навіть найпростіших задач конвекційної тепловіддачі у потоці в'язкої нестисливої рідини аналітично до цього часу не вирішена. Вирішити їх

для окремих випадків тіл простої форми в приблизному виді дозволяє застосування теорії подібності в комбінації з теорією граничного шару.

9.2 Теорія подібності фізичних явищ. Критерії подібності та критеріальні рівняння

9.2.1 Основи теорії подібності фізичних явищ

Теорія подібності – це наука про подібність фізичних явищ. Вона являє собою теорію обробки та узагальнення результатів експериментів.

Теорія подібності розвивалась завдяки науковим працям А.А.Гухмана, М.А.Михеева, М.В.Кирпичова, Б.С.Петухова та інших радянських вчених.

9.2.1.1 Поняття подібності фізичних явищ

Вперше поняття подібності зустрічається в геометрії. Подібність розглядається на прикладі подібних геометричних фігур. Це так звана **геометрична подібність**. В таких об'єктах відповідні сторони пропорційні, а відповідні кути рівні.

Так, на рисунку 9.6.a зображені подібні трикутники. Індекс (') означає геометричні параметри першого трикутника, (") – геометричні параметри другого трикутника, подібного до першого.

В подібних трикутниках будь-які відповідні відрізки пропорційні. Так,

$$\frac{l_1''}{l_1'} = \frac{l_2''}{l_2'} = \dots = \frac{h''}{h'} = C_1. \quad (9.36)$$

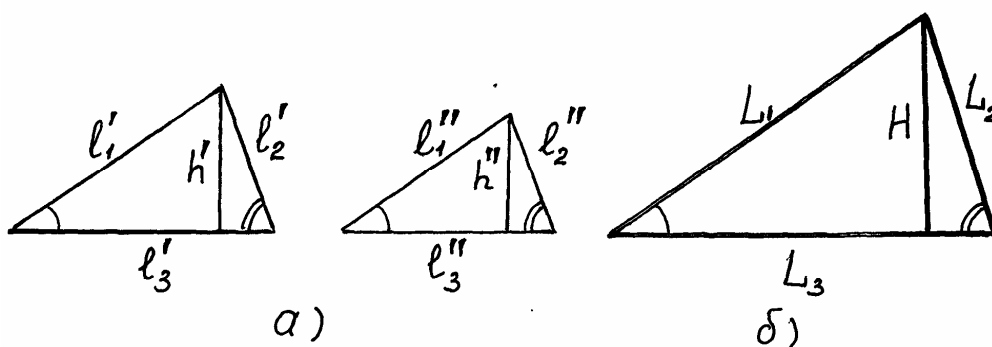


Рис. 9.6 - Геометрично подібні трикутники

Використана у виразі (9.36) величина C_1 – **коефіцієнт** або **константа геометричної подібності** (пропорційності).

Умова (9.36) являє собою математичне формулювання критерію геометричної подібності. Розглянемо її наслідки.

Приведемо обидві фігури до безрозмірного вигляду. Для цього:

1) оберемо масштаби для обох трикутників, взявши для цього подібні відрізки, наприклад, l'_3 та l''_3 ;

2) введемо безрозмірні довжини, як відношення відповідної величини до масштабу, і порівняємо їх:

$$L'_1 \equiv \frac{l'_1}{l'_3}, \quad L''_1 \equiv \frac{l''_1}{l''_3} = \frac{C_1 l'_1}{C_1 l'_3} = \frac{l'_1}{l'_3} = L'_1.$$

Останній вираз отримано з урахуванням математичного формулювання геометричної подібності (9.36). Позначимо

$$L'_1 = L''_1 = L_1.$$

Аналогічно $L'_2 = L''_2 = L_2$; $L'_3 = L''_3 = L_3 = 1$; $H' = H'' = H$.

Таким чином, в безрозмірному вигляді всі відповідні величини подібних фігур рівні одна з одною.

Можна зробити висновок дуже важливий для теорії подібності – всі подібні трикутники в безрозмірній формі зображаються однією та тією ж самою фігурою (рис. 9.6.б).

Поняття подібності може бути поширене на фізичні явища. Розрізняється декілька її видів: **кінетична подібність** – це подібність полів швидкостей руху двох потоків; **динамічна подібність** – подібність сил, що формують подібний розподіл швидкостей руху; **теплова подібність** – це подібність полів температур та теплових потоків.

9.2.1.2 Необхідні умови подібності

Розглянемо умови подібності.

По-перше, два подібні явища повинні відноситися до одного й того ж класу (роду) явищ – мати однакову фізичну природу та описуватися однаковими за формою та змістом диференціальними рівняннями.

Якщо математичний опис двох явищ однаковий за формою, але різний за фізичним змістом, то такі явища називаються **аналогічними**.

По-друге, подібні явища завжди перебігають в геометрично подібних областях.

Наприклад, до одного класу явищ належить теплопровідність в тонких плоских та циліндричних стінках, але ці явища не подібні, тому що не виконується геометрична подібність.

По-третє, при аналізі подібних явищ можна порівнювати між собою тільки однорідні (відповідні) фізичні величини і лише в схожі моменти часу в схожих точках простору.

Однорідними (відповідними) величинами називаються такі, що мають один та той самий фізичний сенс та однакову вимірність (розмірність). Так, можна порівнювати швидкості двох процесів або їх температури і т.д.

Схожими точками геометрично подібних систем називаються такі, координати яких відповідають умовам геометричної подібності:

$$\frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = C_l.$$

Індекси (') і (") характеризують два подібних процеси.

Два **інтервали часу** τ' та τ'' називаються **схожими**, якщо вони мають спільний початок та пов'язані співвідношенням подібності:

$$\frac{\tau''}{\tau'} = \frac{\tau_1''}{\tau_1'} = \dots = C_\tau,$$

де C_τ – **константа подібності часу**.

Подібність двох фізичних явищ означає подібність всіх величин, що характеризують ці явища. Тобто в схожих точках простору в схожі моменти часу будь-яка величина φ' першого явища пропорційна однорідній з нею величині другого явища φ'' :

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} = C_\varphi, \quad (9.37)$$

де C_φ – **константа подібності величини φ** .

Кожна фізична величина φ має свою константу подібності C_φ , яка чисельно відрізняється від інших, однак константи подібності подібних явищ зв'язані поміж собою. Цей зв'язок встановлює теорія подібності при приведенні математичного опису процесу до безрозмірного виду.

9.2.2 Методи теорії подібності

9.2.2.1 Приведення задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірного виду

Розглянемо постановку найпростішої задачі конвекційної тепловіддачі – поздовжнього обтікання плоскої нескінченної в ширину пластини стаціонарним ламінарним потоком в'язкої нестисливої рідини (рис. 9.7).

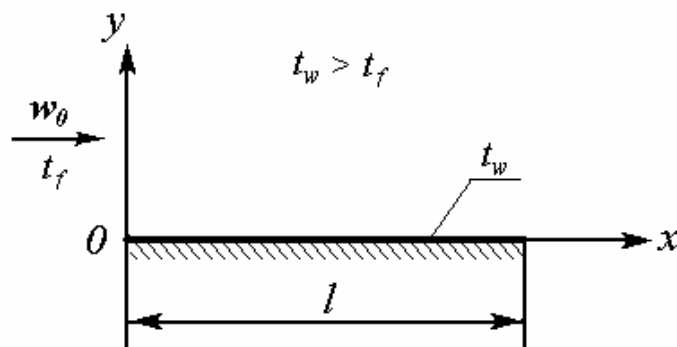


Рис. 9.7 - Поздовжнє обтікання пластини
(w_0, t_f —швидкість та температура незбуреного потоку; l, t_w – довжина та температура поверхні теплообміну.)

Запишемо систему рівнянь переносу кількості руху (9.33), неперервності маси (9.28) та переносу тепла (9.30) для даної задачі з урахуванням стаціонарності процесу $\left(\frac{\partial}{\partial \tau} = 0\right)$ та двовимірності $\left(\frac{\partial}{\partial z} = 0\right)$. Додамо рівняння (9.10) на поверхні теплообміну. За таких умов шукані величини (w_x, w_y, P, t, α) залежать лише від двох незалежних координат x, y .

За базову температуру оберемо найменшу в процесі (t_f), тоді надлишкові температури процесу та поверхні будуть, відповідно,

$$\vartheta \equiv t - t_f, \quad \vartheta_w \equiv t_w - t_f. \quad (9.38)$$

За цих умов система диференціальних рівнянь для задачі, що розглядається, має вид:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = g_x - \frac{l}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right), \quad (9.39)$$

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = g_y - \frac{l}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \right), \quad (9.40)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0, \quad (9.41)$$

$$w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} \right), \quad (9.42)$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha \vartheta_w. \quad (9.43)$$

Рівняння (9.41)–(9.43) описують будь-який стаціонарний двовимірний процес тепловіддачі.

Для конкретної задачі, що розглядається, до диференціальних рівнянь (9.39)–(9.43) необхідно додати наступні умови однозначності:

- геометричні: l – довжина пластини,
 x, y – система координат; (9.44)

- фізичні: $g_x=0; g_y = -g$ – прискорення вільного падіння,
 фізичні параметри рідини ρ, ν, a, λ ; (9.45)

– початкові умови - в стаціонарному випадку сенсу не мають;

– граничні умови:

вдалині від тіла

при $y = \infty, 0 \leq x \leq l$

$$\mathcal{G} = t_f - t_f = 0; \quad w_x = w_0; \quad w_y = 0 \quad (9.46)$$

(w_0 – швидкість незбуреного потоку);

на поверхні тіла

при $y = 0, 0 \leq x \leq l$

$$\mathcal{G} = t_w - t_f = \mathcal{G}_w; \quad w_x = w_y = 0 \text{ (умови прилипання)} \quad (9.47)$$

На границях при $x=0$ та $x=l$ ($0 \leq y < \infty$) тиск відомий з рівняння Бернуллі

$$P + \frac{\rho w_0^2}{2} = const . \quad (9.48)$$

У формулах (9.39), (9.48) розрізняють незалежні змінні x, y ; залежні змінні $w_x, w_y, P, \mathcal{G}, \alpha$ та параметри задачі – $l, g, \rho, \nu, \lambda, a, \mathcal{G}_w, w_0$.

Описана задача (9.39)–(9.43) за умов однозначності (9.44)–(9.48) аналітично досі не вирішена. Її вирішено приблизно за допомогою теорії граничного шару. Теорія подібності дозволяє отримати безрозмірні залежності залежних змінних від незалежних змінних та параметрів задачі для подальшого розв'язання цих рівнянь за допомогою експериментів.

Покажемо, як це робиться.

Згідно з теорією подібності, приведемо систему рівнянь (9.39)–(9.43) та умови однозначності до безрозмірного вигляду, використавши метод масштабних перетворень. Сутність останнього викладено далі.

Для того, щоб привести будь-яку математичну конструкцію до безрозмірного вигляду, необхідно:

1. Вибрати масштаби вимірювання всіх розмірних фізичних величин. В якості масштабу звичайно обирають найбільш характерні для даного процесу значення відповідної розмірної величини з умов однозначності задачі.

Для даної задачі масштаб довжини l – довжина пластини, характерний розмір обтікання. (Наприклад, для течії рідини в трубі характерний розмір l – це внутрішній її діаметр; при поперечному зовнішньому обтіканні труби в якості масштабу обирається її зовнішній діаметр, при поздовжньому зовнішньому обтіканні труби – її довжина і так далі. Іноді за лінійний масштаб обирається відстань між точками з мінімальною та максимальною температурами процесу).

За масштаб швидкості обирається швидкість рідини на вхідній кромці (швидкість незбуреного потоку) w_0 .

Масштаб температур – це надлишкова максимальна температура процесу $\mathcal{G}_w = t_w - t_f$. (Як правило, в якості масштабу температур обирають найбільшу різницю температур у процесі.)

Масштаб тиску обирають з рівняння Бернуллі (9.48): $P \approx \rho w_0^2$.

2. Ввести безрозмірні аналоги всіх залежних та незалежних змінних, як відношення їх розмірних значень до відповідного масштабу:

$$\begin{aligned} X &\equiv \frac{x}{l}; & Y &\equiv \frac{y}{l}; \\ W_x &\equiv \frac{w_x}{w_0}; & W_y &\equiv \frac{w_y}{w_0}; \\ P &\equiv \frac{P}{\rho w_0^2}; & \Theta &\equiv \frac{\mathcal{G}}{\mathcal{G}_w} = \frac{t - t_f}{t_w - t_f} \end{aligned} \quad (9.49)$$

(P – безрозмірний тиск, всі інші безрозмірні величини позначені великими літерами).

3. З отриманих співвідношень (9.49) визначити відповідні розмірні величини як добуток розмірних величин та їх масштабів:

$$\begin{aligned} x &= X \cdot l, & y &= Y \cdot l; \\ w_x &= W_x \cdot w_0, & w_y &= W_y \cdot w_0; \\ P &= P \cdot \rho w_0^2; & \mathcal{G} &= \Theta \cdot \mathcal{G}_w. \end{aligned} \quad (9.50)$$

4. Підставити отримані співвідношення (9.50) (значення розмірних величин) до вихідної математичної конструкції (9.39)–(9.43), (9.46)–(9.48) та привести її до безрозмірного вигляду.

В якості прикладу розглянемо приведення до безрозмірного виду якогось одного рівняння системи (9.39)–(9.43), наприклад (9.39).

Це рівняння переносу кількості руху в проекції на вісь $0x$. Член зліва $\left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)$ характеризує інерційні сили. Права частина рівняння хара-

ктеризує сили тяжіння ($g_x = 0$), сили тиску $\left(\frac{l}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}\right)$ та в'язкісні сили в потоці рідини $\nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}\right)$. Підставимо відповідні вирази (9.50) в рівняння (9.39), отримаємо

$$\begin{aligned} W_x w_0 \frac{\partial(W_x w_0)}{\partial(X \cdot l)} + W_y w_0 \frac{\partial(W_x w_0)}{\partial(Y \cdot l)} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(P \cdot \rho w_0^2)}{\partial(X \cdot l)} + \nu \left(\frac{\partial^2(W_x w_0)}{\partial(X \cdot l)^2} + \frac{\partial^2(W_x w_0)}{\partial(Y \cdot l)^2}\right). \end{aligned} \quad (9.51)$$

Представимо рівняння (9.51) в безрозмірній формі. Для цього всі масштаби винесемо за дужки:

$$\frac{w_0^2}{l} \left(W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y}\right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\rho w_0^2}{l} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu w_0}{l^2} \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2}\right). \quad (9.52)$$

Поділимо ліву та праву частину розмірного рівняння (9.52) на множник $\frac{w_0^2}{l}$, який характеризує собою інерційні сили в потоці рідини, і отримаємо безрозмірне рівняння

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2}\right). \quad (9.53)$$

Аналогічно приводяться до безрозмірної форми всі інші рівняння та граничні умови (9.40)–(9.48).

Рівняння переносу кількості руху в проекції на вісь y (9.40) -

$$W_x \frac{\partial W_y}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial Y} = -\frac{gl}{w_0^2} - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\nu}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 W_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial Y^2}\right). \quad (9.54)$$

Рівняння збереження (неперервності) маси нестисливої рідини (9.41) -

$$\frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_y}{\partial Y} = 0. \quad (9.55)$$

Рівняння переносу тепла (9.42) -

$$W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_Y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{a}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (9.56)$$

Рівняння конвекційної тепловіддачі (9.43) -

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y \rightarrow 0} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}. \quad (9.57)$$

Граничні умови (9.46)–(9.48) в безрозмірній формі:

$$Y = \infty, \quad 0 \leq X \leq 1: \quad W_x = 1; \quad W_y = 0; \quad \Theta = 0. \quad (9.58)$$

$$Y = 0, \quad 0 \leq X \leq 1: \quad W_x = W_y = 0; \quad \Theta = 1. \quad (9.59)$$

$$X = 0, \quad X = 1, \quad 0 \leq Y < \infty: \quad P = const. \quad (9.60)$$

9.2.2.2 Безрозмірні комплекси та їх фізичний сенс (критерії та числа подібності)

При приведенні задачі конвекційного теплообміну до безрозмірного виду з'явилися безрозмірні комплекси, які отримали назву “**критеріїв подібності**”, якщо вони складаються з незалежних параметрів задачі, і “**чисел подібності**”, якщо до них входять залежні змінні, які визначаються.

В розглянутій задачі мають місце числа та критерії подібності двох типів – “**гідродинамічні**”, отримані при приведенні до безрозмірної форми рівнянь збереження руху, та “**теплові**”, отримані з рівнянь збереження енергії та тепловіддачі. Всі ці безрозмірні комплекси названо на честь вчених, які зробили вагомий внесок у розвиток теорії тепломасообміну.

Гідродинамічні критерії та числа подібності

Критерій Рейнольдса характеризує відношення сил інерції до сил в'язкості:

$$Re \equiv \frac{w_0 l}{\nu}. \quad (9.61)$$

Критерій Фруда являє собою відношення сил тяжіння до сил інерції:

$$Fr \equiv \frac{g \cdot l}{w_0^2}. \quad (9.62)$$

Число Ейлера характеризує відношення тиску, що визначається, до сил інерції:

$$P = Eu \equiv \frac{P}{\rho w_0^2}. \quad (9.63)$$

Теплові критерії та числа подібності

Критерій Пекле - це відношення тепла, що передається конвекцією, до тепла, яке переноситься теплопровідністю:

$$Pe \equiv \frac{w_0 \cdot l}{a}. \quad (9.64)$$

Число Нуссельта (залежна змінна α визначається) - це безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі:

$$Nu \equiv \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}. \quad (9.65)$$

Фізичний сенс критеріїв подібності витікає з методики приведення задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірної форми. Так, гідродинамічні критерії та числа подібності (Fr , Eu , Re), отримані при діленні членів, що характеризують відповідно сили тяжіння, тиску, в'язкості, у правих частинах рівнянь переносу кількості руху (9.53), (9.54) на множник w_0^2/l , пропорційний силам інерції.

Тепловий критерій Пекле отримано з рівняння переносу тепла (9.56) при діленні правої частини рівняння, що характеризує перенос тепла теплопровідністю, на множник w_0/l , який являє собою конвекційний перенос тепла.

9.2.2.3 Отримання критеріального рівняння тепловіддачі

Запишемо безрозмірну систему диференціальних рівнянь конвекційної тепловіддачі (9.53)–(9.57) з урахуванням виразів (9.61)–(9.65):

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} = -\frac{\partial Eu}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2} \right). \quad (9.66)$$

$$W_x \frac{\partial W_y}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} = -Fr - \frac{\partial Eu}{\partial Y} + \frac{l}{Re} \left(\frac{\partial^2 W_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2} \right). \quad (9.67)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_y}{\partial Y} = 0. \quad (9.68)$$

$$W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{l}{Pe} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (9.69)$$

$$-\left. \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right|_{Y \rightarrow 0} = Nu. \quad (9.70)$$

Проаналізуємо кількість залежних та незалежних змінних і параметрів задачі конвекційної тепловіддачі в безрозмірній формі (9.66)–(9.70), у порівнянні з розмірним видом запису (9.39)–(9.43). (Безрозмірні величини позначаються великими літерами, а розмірні (крім тиску P) – відповідними малими).

Відзначимо, що в безрозмірній системі рівнянь (9.66)–(9.70) та в розмірній – (9.39)–(9.43) кількість незалежних змінних, які ще називаються **симплексами** або **визначаючими змінними**, однакова – дві:

$$(X, Y), \\ (x, y);$$

кількість залежних змінних, або змінних, що визначаються, також однакова – п'ять (нагадуємо, що в безрозмірній формі ці величини ще називаються числами подібності):

$$W_x, W_y, Eu, \Theta, Nu; \\ (w_x, w_y, P, \vartheta, \alpha);$$

кількість незалежних параметрів задачі (або визначаючих параметрів задачі), що отримано з умов однозначності, в безрозмірній формі – три:

$$\text{критерії подібності } Fr, Re, Pe,$$

а в розмірній – вісім:

$$l, g, \rho, \nu, a, \lambda, w_0, \vartheta_w.$$

Таким чином, при приведенні розглянутої задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірної форми зменшується кількість параметрів задачі з восьми

до трьох, що спрощує аналіз рішення. Це перша перевага безрозмірної форми запису системи рівнянь конвекційної тепловіддачі, у порівнянні з розмірною.

По-друге, запис у безрозмірній формі дозволяє, не розв'язуючи задачу, отримати систему рівнянь у вигляді функцій залежних змінних (чисел подібності) від незалежних змінних (симплексів) та незалежних параметрів задачі (критеріїв подібності):

$$W_x = f_1(X, Y, Fr, Re, Pe), \quad (9.71)$$

$$W_y = f_2(X, Y, Fr, Re, Pe), \quad (9.72)$$

$$Eu = f_3(X, Y, Fr, Re, Pe), \quad (9.73)$$

$$\Theta = f_4(X, Y, Fr, Re, Pe), \quad (9.74)$$

$$Nu = f_5(X_w, Y_w, Fr, Re, Pe), \quad (9.75)$$

Функції f_1 – f_5 невідомі, але їх можна визначити з експериментальних досліджень.

У цьому друга перевага безрозмірної форми запису задачі конвекційної тепловіддачі. Така форма надає можливість аналітично-експериментальним шляхом отримати формули (критеріальні рівняння) для розрахунків задач конвекційної тепловіддачі, не вирішуючи аналітично систему рівнянь (9.66)–(9.70) за граничних умов (9.58)–(9.60).

Рівняння (9.71)–(9.75) називаються **критеріальними рівняннями конвекційного теплообміну** в потоці в'язкої нестисливої рідини.

Рівняння (9.73) характеризує гідравлічні втрати в потоці рідини.

Рівняння (9.75) має назву **критеріального рівняння конвекційної тепловіддачі**, воно має фізичний сенс лише на поверхні тепловіддачі. Зазвичай функцію f_5 визначають дослідним шляхом, знаходячи при цьому середнє її значення - f . Для середнього по поверхні безрозмірного коефіцієнта тепловіддачі (\overline{Nu}) рівняння (9.75) приймає вид:

$$\overline{Nu} = f(Fr, Re, Pe) . \quad (9.76)$$

Далі знак усереднення ($\overline{\quad}$) ми інколи писати не будемо, відрізняючи величини на основі того, що локальне значення числа Nu (9.75) залежить від координат поверхні.

Методика експериментального визначення функції f докладніше буде розглянута далі (дивись пункт 9.2.4).

Третя перевага безрозмірної форми запису задачі конвекційної тепловіддачі полягає в тому, що одержане при приведенні математичної моделі процесу

до безрозмірного вигляду критеріальне рівняння (9.76) та його експериментальне рішення (визначення функції f), згідно з першою та другою теоремами подібності (які будуть розглянуті далі), можна поширити на весь клас подібних явищ. Тобто достатньо в одному експерименті визначити функцію f , і це рішення буде чинним для розрахунку будь-якого подібного явища. Саме на цій підставі теорія подібності являє собою теорію обробки експериментів.

9.2.2.4 Критеріальні рівняння тепловіддачі за вільної та вимушеної конвекції

Критеріальне рівняння (9.76) для визначення середнього по поверхні коефіцієнта тепловіддачі $\left(\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu} \cdot \lambda}{l}\right)$ отримане для загального випадку конвекційної тепловіддачі за наявності як природної, так і вільної конвекції. Рівняння (9.76) було отримане при приведенні до безрозмірного виду задачі конвекційної тепловіддачі. Постановка цієї задачі включає як диференціальні рівняння процесу, так і умови однозначності. З цієї причини змінювати – додавати або зменшувати – кількість визначаючих критеріїв (Fr , Pe , Re) не можна. Але можна множити, ділити їх один на одного або на якийсь додатковий безрозмірний множник, складений із розмірних величин, які входять в умови однозначності задачі.

На сьогодні використовують критеріальне рівняння конвекційної тепловіддачі у виді

$$\overline{Nu} = f(Gr, Re, Pr). \quad (9.77)$$

Такий запис точно відповідає математичному опису задачі й ідентичний рівнянню (9.76).

В рівнянні (9.77) використані наступні критерії: гідродинамічний критерій Грасгофа Gr та тепловий критерій Прандтля Pr .

Гідродинамічний **критерій Грасгофа** задається співвідношенням

$$Gr = Re^2 Fr \cdot \beta \cdot \Delta t = \frac{w_0^2 \cdot l^2}{\nu^2} \cdot \frac{g l}{w_0^2} \cdot \beta \Delta t,$$

або

$$Gr \equiv \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}, \quad (9.78)$$

де $\Delta t = |t_w - t_f| = \mathcal{G}_w$; $\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_P$ – **температурний коефіцієнт об'ємного розширення** середовища.

Величина β являє собою відносну зміну питомого об'єму (або густини) за зміни температури на один градус в процесі за постійного тиску. У випадку газів, що наближаються до ідеальних (у яких $\rho = P/(RT)$), як вже відмічалось у (1.14), значення β розраховується за формулою:

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \left(\frac{P}{RT} \right)}{\partial T} \right)_P = -\frac{P}{R\rho} \frac{\partial \left(\frac{1}{T} \right)}{\partial T} = T \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T}. \quad (9.79)$$

У разі скраплених рідин значення β можна отримати з довідникових таблиць теплофізичних властивостей речовин.

Згідно з визначенням (9.78), критерій Грасгофа (Gr) являє собою відношення сил тяжіння у нерівномірно нагрітому середовищі до сил в'язкості.

Тепловий **критерій Прандтля** Pr , який також використовується в рівнянні (9.77), являє собою відношення критеріїв Пекле та Рейнольдса:

$$Pr \equiv \frac{Pe}{Re} = \frac{\frac{w_0 l}{a}}{\frac{w_0 l}{\nu}} = \frac{\nu}{a}. \quad (9.80)$$

Критерій Pr характеризує відношення товщин гідродинамічного та теплового граничних шарів.

Критеріальне рівняння (9.77) описує загальний випадок конвекційної тепловіддачі за наявності вільної та вимушеної конвекції.

Для суто вільної конвекції, коли швидкість вільного руху, за рахунок різниці температур стінки та рідини ($|t_w - t_f|$), значно більша, ніж швидкість вимушеного руху, критеріальне рівняння тепловіддачі має вид:

$$\overline{Nu} = f(Gr, Pr). \quad (9.81)$$

Для вимушеної конвекції, якщо можна знехтувати швидкостями вільного руху, критеріальне рівняння має вид:

$$\overline{Nu} = f(Re, Pr). \quad (9.82)$$

Якщо швидкості вимушеного та вільного руху мають однаковий порядок виміру, то для розрахунку конвекційної тепловіддачі використовують формулу (9.77).

Як вже зазначалося, функції f у формулах (9.77), (9.81) та (9.82) визначаються за допомогою експериментальних вимірювань. Обробка даних дослідів при цьому проводиться з використанням висновків із теорем подібності.

9.2.3 Теорема подібності

Перша та друга теореми подібності розглядають властивості подібних процесів і формулюють необхідні умови подібності. Третя теорема досліджує необхідні та достатні умови подібності.

9.2.3.1 Перша теорема подібності (теорема Ньютона)

Формулювання першої теореми таке: *подібні між собою процеси мають однакові критерії подібності.*

Проведемо доказ твердження на прикладі двох подібних процесів обтікання нескінченної в ширину пластини поздовжнім потоком в'язкої нестисливої рідини. Однорідні величини процесів будемо відрізняти індексами " ' " та " '' " .

Згідно з теорією подібності, для подібних процесів всі однорідні величини в схожі моменти часу в схожих точках пропорційні між собою (9.37):

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} = C_{\varphi},$$

де φ' , φ'' – будь-яка подібна величина двох подібних процесів; C_{φ} – константа подібності відповідної величини.

Так, для подібних процесів подібні координати - простору:

$$\frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{l''}{l'} = C_l, \quad (9.83)$$

- швидкості:

$$\frac{w''_x}{w'_x} = \frac{w''_y}{w'_y} = \frac{w''_0}{w'_0} = C_w, \quad (9.84)$$

- температури:

$$\frac{g''_w}{g'_w} = \frac{g''}{g'} = C_g. \quad (9.85)$$

Порівняємо, наприклад, безрозмірне рівняння переносу енергії (9.69) у подібних процесах, що розглядаються:

$$W'_x \frac{\partial \Theta'}{\partial X'} + W'_y \frac{\partial \Theta'}{\partial Y'} = \frac{l}{Pe'} \left(\frac{\partial^2 \Theta'}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 \Theta'}{\partial Y'^2} \right), \quad (9.86)$$

$$W''_x \frac{\partial \Theta''}{\partial X''} + W''_y \frac{\partial \Theta''}{\partial Y''} = \frac{l}{Pe''} \left(\frac{\partial^2 \Theta''}{\partial X''^2} + \frac{\partial^2 \Theta''}{\partial Y''^2} \right). \quad (9.87)$$

Для рівнянь (9.86) та (9.87) з урахуванням виразів (9.83)–(9.85) можна записати:

$$X'' \equiv \frac{x''}{l''} = \frac{x' \cdot C_l}{l' \cdot C_l} = \frac{x'}{l'} = X',$$

$$W''_x \equiv \frac{w''_x}{w''_0} = \frac{C_w w'_x}{C_w w'_0} = W'_x,$$

аналогічно

$$Y'' = Y'; \quad W''_y = W'_y; \quad \Theta'' = \Theta'.$$

Таким чином, в подібних процесах залежні і незалежні безрозмірні змінні величини однакові, тому рівняння (9.87) можна переписати у вигляді:

$$W'_x \frac{\partial \Theta'}{\partial X'} + W'_y \frac{\partial \Theta'}{\partial Y'} = \frac{l}{Pe''} \left(\frac{\partial^2 \Theta'}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 \Theta'}{\partial Y'^2} \right). \quad (9.88)$$

В рівняннях (9.86) та (9.88) зустрічаються тільки змінні, що описують процес зі штрихом ('), тому ці рівняння описують один та той самий процес ('). Але фізичний процес може бути описаний тільки одним рівнянням, тому рівняння (9.86) та (9.88) тотожні, тобто

$$Pe' = Pe''. \quad (9.89)$$

Теорему Ньютона доказано.

Відзначимо, що рівняння (9.88) та тотожне йому рівняння (9.86) - це те ж саме, що й рівняння (9.87). З цього витікає, що подібні процеси в безрозмірних координатах описуються однаковими рівняннями.

З визначення (9.64), з урахуванням виразу (9.37), витікає, що

$$Pe'' \equiv \frac{w''_0 \cdot l''}{a''} = \frac{w'_0 C_w \cdot l' C_l}{a' C_a} = \frac{w'_0 l'}{a'} C_{Pe} = Pe' \cdot C_{Pe},$$

де $C_{Pe} = \frac{C_w C_l}{C_a}$ – індикатор подібності. Звідси випливає, що для виконання співвідношення $Pe' = Pe''$ необхідно, щоб індикатор подібності C_{Pe} дорівнював одиниці.

Аналогічно можна отримати

$$Re'' = Re', \quad C_{Re} = \frac{C_w C_l}{C_v} = 1.$$

Останні формули демонструють наслідок з теореми подібності Ньютона: *в подібних процесах індикатори подібності дорівнюють одиниці.*

9.2.3.2 Друга теорема подібності (теорема Бекінгема)

Формулювання другої теореми: *критеріальні залежності для всіх подібних процесів однакові. (Або: всі подібні процеси описуються одним та тим самим критеріальним рівнянням).*

При доказі першої теореми подібності було отримано висновок, що всі подібні процеси описуються однією та тією ж самою системою рівнянь в безрозмірній формі, рішенням якої є критеріальне рівняння конвекційної тепловіддачі (9.76):

$$\overline{Nu} = f_*(Fr, Re, Pe)$$

або (9.77)

$$\overline{Nu} = f_{**}(Gr, Re, Pr).$$

З другої теореми подібності витікає, що можна, визначивши значення функцій f_* або f_{**} з одного-єдиного експерименту, отримати розрахункові рівняння для всіх подібних процесів.

З цієї причини теорія подібності є теорією обробки дослідів.

9.2.3.3 Третя теорема подібності (теорема Кирпичова)

Перша та друга теореми подібності розглядають властивості подібних між собою процесів.

Третя теорема (теорема Кирпичова) формулює необхідні та достатні умови подібності: *подібні ті процеси одного класу, умови однозначності яких подібні, а критерії, які складені з величин, що входять до умов однозначності, чисельно однакові.*

Доказ третьої теореми витікає з доказів першої та другої теорем подібності.

Третя теорема являє собою теоретичну основу моделювання. Сутність моделювання полягає у наступному: дослідження особливостей технологічних процесів, реалізація яких пов'язана з технічними та економічними труднощами (наприклад, розповсюдження пожежі конвекційними потоками), проводиться на інших процесах (моделях). Останні подібні до вихідних процесів і, як правило, достатньо просто та дешево реалізуються. Отримані на моделях результати (після обробки з використанням теорії подібності) будуть вірні для вихідних процесів.

9.2.4 Узагальнення дослідних даних за допомогою теорії подібності

Розглянемо принципові особливості експериментального методу отримання середніх критеріальних рівнянь конвекційної тепловіддачі на прикладі вільної конвекції повітря навколо горизонтальної труби у великому об'ємі.

Завжди перед експериментатором стоять дві задачі - отримати дослідні фізичні параметри для конкретного об'єкта, що вивчається, і розповсюдити результати дослідів на максимально можливу кількість випадків подібних явищ.

Так, наприклад, при дослідженні вільної конвекції повітря (повітря будемо вважати ідеальним газом) навколо горизонтальної труби, по-перше, визначають значення коефіцієнта тепловіддачі від поверхні труби до повітря, по-друге, обробляють результати у безрозмірній формі. Останнє дозволяє отримати критеріальні рівняння для розрахунку будь-якого випадку вільної конвекції ідеального газу навколо горизонтальної труби (тобто за будь-яких геометричних розмірів труби та фізичних параметрів середовища та труби; нагадаємо, що ідеальними газами можна вважати, крім повітря, наприклад, перегріту пару або димові гази).

Нехай горизонтальну трубу розташовано у великому об'ємі нерухомого повітря. Температура поверхні труби за умовою більша, ніж температура оточуючого повітря. В тонкому пристінному шарі, що контактує з гарячою поверхнею труби, повітря прогрівається за рахунок теплопровідності. При цьому, відповідно до рівняння стану ідеального газу ($\rho = P / RT$), зі зростанням температури густина повітря зменшується. Тому поблизу стінки на прогріте повітря діють під'ємні сили. Легке повітря, несучи із собою тепло, підіймається вгору, а його місце займає більш важке холодне повітря. Характерний можливий вигляд потоків, що утворюються, зображено на рисунку 9.8.

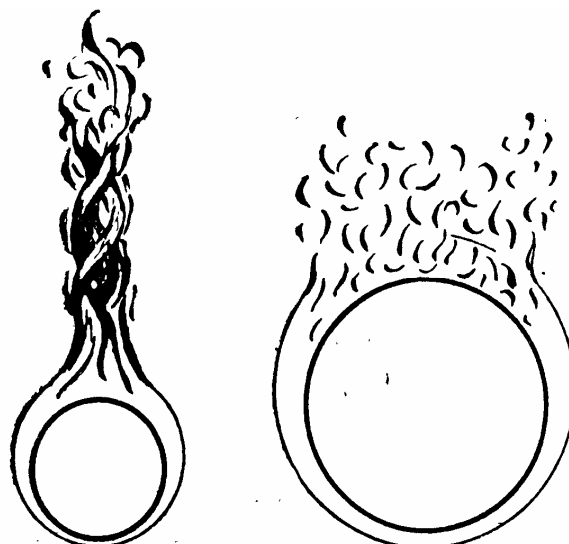


Рис.9.8 - Характер вільного руху повітря навколо горизонтальних труб

Таким чином, поблизу нагрітої поверхні труби виникає вільний рух повітря, що призводить до конвекційного теплообміну між "гарячою" стінкою та "холодним" оточуючим середовищем, тобто, з одного боку, нагрівання повітря приводить до його руху, з іншого - під час руху повітря переносить з собою тепло - виникає природна (вільна) конвекція тепла.

Інтенсивність цього процесу залежить від усіх параметрів, що характеризують процес, - температур поверхні t_w та рідини t_f , геометрії поверхні, від фізичних параметрів рідини та поверхні і т.д.

На рисунку 9.9 зображено можливу принципову схему дослідної установки. На поверхні калориметра (1), у якому знаходиться електронагрівач (2), розташовано m термопар (3). Потужність електричного струму нагрівача W_I вимірюється за допомогою амперметра (4) та вольтметра (5):

$$W_I = I \cdot U, \text{ Вт,}$$

де I - сила струму, А; U - напруга, В.

Змінювати потужність, а з нею і t_w можна за допомогою регулятора напруги (6). Для запобігання втрат тепла у навколишнє середовище торці калориметра ізолювано (7).

Визначимо за допомогою експериментальних вимірів коефіцієнт тепловіддачі від труби, що нагрівається, до оточуючого повітря. Відповідно до закону збереження енергії, в стаціонарних умовах все тепло, що виділяє електронагрівач за секунду (W_I), буде віддаватися в оточуюче середовище конвекційною тепловіддачею та тепловим випромінюванням з бокової поверхні труби:

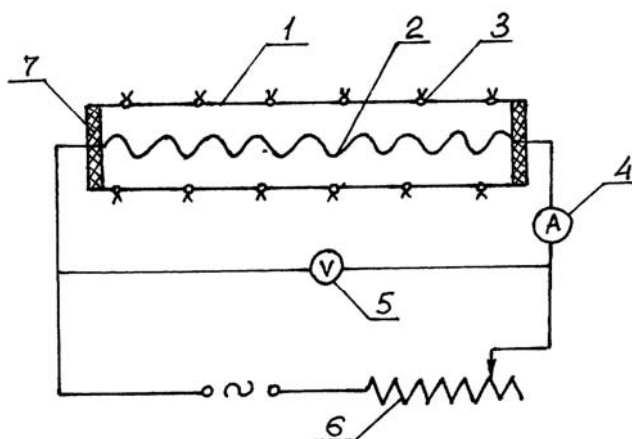


Рис. 9.9 - Принципова схема дослідної установки

$$W_I = Q_k + Q_p,$$

де Q_k , Q_p – тепловий потік, який йде від труби в процесах природної конвекції та радіації (випромінювання), відповідно, Вт.

Якщо радіаційний теплообмін нехтовно малий, у порівнянні з конвекційним теплообміном $Q_p \ll Q_k$, то умова енергетичного балансу приймає вид:

$$W_I = Q_k,$$

що дозволяє у стаціонарному випадку, вимірюючи W_I , знати Q_k .

Згідно з (9.9) конвекційний теплообмін описується законом Ньютона-Ріхмана:

$$Q_k = \bar{\alpha} \cdot (\bar{t}_w - t_f) \cdot F,$$

де $\bar{\alpha}$ - середній по поверхні коефіцієнт конвекційної тепловіддачі, Вт/(м² К); \bar{t}_w, t_f - середня температура поверхні труби та температура повітря, відповідно, °С; F - площа поверхні тепловіддачі (бокова поверхня труби), м². (За відомих геометричних розмірів труби - зовнішнього діаметра d та довжини l : $F = \pi \cdot d \cdot l$.)

Температура поверхні труби визначається за допомогою m термопар як середнє арифметичне:

$$\bar{t}_w = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m t_{wi},$$

де t_{wi} - вимірний показник кожної з m термопар, $^{\circ}\text{C}$.

Температура повітря t_f вимірюється у приміщенні на віддалі від поверхні нагріву за допомогою кімнатного термометра.

Знайшовши дослідним шляхом величини W_I, \bar{t}_w, t_f та знаючи F , розраховують значення середнього коефіцієнта тепловіддачі:

$$\bar{\alpha} = \frac{Q_k}{(\bar{t}_w - t_f) \cdot F}. \quad (9.90)$$

Змінюючи потужність нагріву W_I (а з нею і середню температуру поверхні труби \bar{t}_w), одержують графічну залежність коефіцієнта тепловіддачі $\bar{\alpha}$ від температурного напору $\Delta t = \bar{t}_w - t_f$:

$$\bar{\alpha} = f_{\alpha}(\Delta t). \quad (9.91)$$

ІІ варіант наведено на рис.9.10.

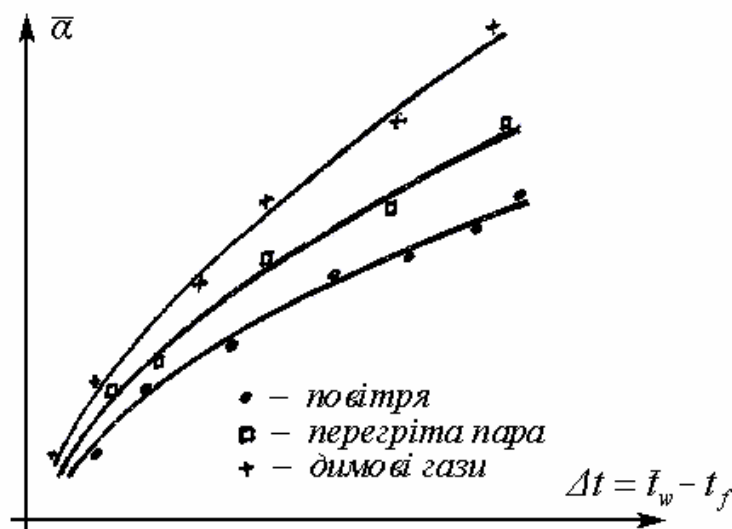


Рис.9.10 - Залежності середнього коефіцієнта тепловіддачі від температурного напору для різних середовищ

Коефіцієнт тепловіддачі α являє собою складну функцію процесу – він залежить від усіх параметрів даного конкретного процесу. Тому, наприклад, для того, щоб визначити коефіцієнт тепловіддачі у випадку, коли робочою рідиною в процесі була б перегріта водяна пара або димові гази, потрібно було б повторити дослідження для водяної пари та димових газів. Припустимо, що такі експерименти було проведено і отримано залежності $\bar{\alpha} = f_{\alpha}(\Delta t)$ для цих середовищ (дивись рисунок 9.10).

Для труби інших габаритів або для інших робочих рідин експерименти треба проводити знову для всіх цих випадків, кількість яких необмежена.

Використання методів теорії подібності дозволяє запобігти великої кількості дорогих експериментів, а провести лише єдине експериментальне дослідження і його результати розповсюдити на весь клас подібних явищ. (**Клас подібних явищ** – це, згідно з теорією подібності, сукупність явищ, які мають однакову або аналогічну фізичну природу та описуються однаковими за формою диференціальними рівняннями та умовами однозначності.) В даному прикладі до такого класу можна віднести всі випадки вільної конвекції навколо горизонтальної труби, що відбуваються в ідеальних газах, незалежно від розмірів труби, фізичних параметрів рідини, температурного рівня процесу й так далі.

Відповідно до першої та другої теорем подібності, всі подібні процеси в безрозмірній формі описуються однією і тією ж самою системою диференціальних рівнянь та умовами однозначності, аналіз яких дозволяє отримати критеріальні залежності, які тотожні для всіх процесів, що можна віднести до даного класу явищ.

Іншими словами, експериментальні точки, що отримано у різноманітних дослідженнях процесів одного класу, лягають на одну й ту ж саму криву в безрозмірних координатах, яку можна отримати при виконанні одного-єдиного експерименту. Для цього необхідно вдало вибрати безрозмірні змінні для представлення результатів.

Теорія подібності на підставі аналізу математичного опису процесу та експериментальних результатів дає такі змінні. В даному випадку цими величинами є, відображені у рівнянні (9.81), критерії подібності, що обумовлюють теплообмін за вільної конвекції:

$$\overline{Nu}_{f,l} = f(Gr_{f,l}, Pr_f). \quad (9.92)$$

У виразі (9.92) і далі індекс f характеризує параметри робочої рідини за визначаючої температури t_f , яку має рідина на віддаленні від поверхні теплообміну. Слід зазначити, що за визначаючу температуру приймають таку, яку можна задати або легко обчислити. Для горизонтальної труби це температура незбуреного потоку t_f на досить великій (нескінченній) відстані від труби. В якості визначаючого розміру l обирають розмір, що в більшій мірі відповідає фізичній сутності задачі. Для горизонтальної труби – це зовнішній діаметр $l = d$, для вертикальної труби - її довжина $l = L$. Іноді вибирають комбінацію з кількох фізичних величин, яка має розмірність довжини.

В результаті для горизонтальної труби число Нуссельта (9.65), критерії Грасгофа (9.78) та Прандтля (9.80) мають вид:

$$\overline{Nu}_{f,d} = \frac{\bar{\alpha} \cdot d}{\lambda_f},$$

де λ_f - коефіцієнт теплопровідності рідини, Вт/(м К);

$$Gr_{f,d} = \frac{g \cdot \beta_f \Delta t \cdot d^3}{\nu_f^2},$$

де $\Delta t = |\bar{t}_w - t_f|$ - середній температурний напір, °С; ν_f - коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, м²/с; β_f - коефіцієнт об'ємного розширення рідини.

Для газів, які можна прийняти за ідеальні (повітря, перегріта пара, димові гази), згідно з формулою (9.79):

$$\beta_f = \frac{1}{T_f}.$$

Визначаючий критерій Прандтля Pr також береться за температури t_f :

$$Pr_f = \frac{a_f}{\nu_f},$$

де a_f – коефіцієнт температуропровідності рідини.

При розрахунках чисельні значення параметрів λ_f , ν_f , Pr_f беруть в довідниках з таблиць теплофізичних властивостей рідин.

Таким чином, у випадку вільної конвекції повітря навколо горизонтальної труби критеріальне рівняння (9.92) має вид:

$$\overline{Nu}_{f,d} = f(Gr_{f,d}, Pr_f).$$

Більше того, через те, що критерій Прандтля газів нехтовно мало залежить від температури, критеріальне рівняння можна шукати у більш простому виді:

$$\overline{Nu}_{f,d} = f(Gr_{f,d} \cdot Pr_f). \quad (9.93)$$

Значення функції f у формулі (9.93) визначається експериментально. Для цього одержані результати досліджень (формули (9.90), (9.91) або залежність для повітря на рис. 9.10) приводяться до безрозмірного вигляду. Формально справа зводиться до заміни змінних:

$$\bar{\alpha} \rightarrow \overline{Nu}_{f,d}, \quad \Delta t \rightarrow Gr_{f,d} \cdot Pr_f.$$

В результаті експериментальна залежність (9.91) набуває виду:

$$\overline{Nu}_{f,d} = \frac{d}{\lambda_f} \cdot f_{\alpha} \left(\frac{v_f^2}{g\beta_f d^3 Pr_f} \cdot Gr_{f,d} \cdot Pr_f \right). \quad (9.94)$$

Нагадуємо, що, відповідно до другої теореми подібності, в безрозмірних координатах $\overline{Nu}_{f,d}, (Gr_{f,d} \cdot Pr_f)$ експериментальні точки, які отримано у будь-яких дослідженнях для ідеального газу (наприклад, для повітря, перегрітої пари та димових газів на рис. 9.10), повинні лягати на цю ж саму криву (9.94) (дивись рисунок 9.11).

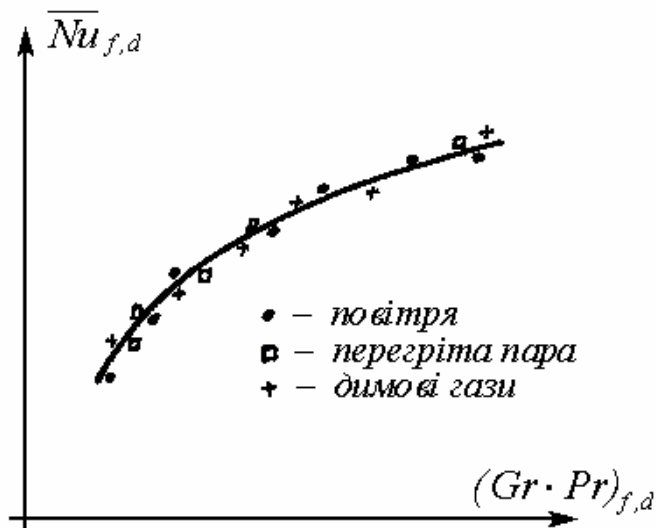


Рис.9.11 - Критеріальна залежність для вільної конвекції ідеальних газів навколо горизонтальної труби

Як відомо з багатьох досліджень критеріальне рівняння (9.93) для вільної конвекції повітря навколо горизонтальної труби може бути апроксимоване степеневою функцією:

$$\overline{Nu}_{f,d} = C \cdot (Gr_{f,d} \cdot Pr_f)^n. \quad (9.95)$$

Для отримання чисельних значень коефіцієнта C та показника степеня n у виразі (9.95) за точками, отриманими в експерименті, застосуємо класичний метод, яким користувався М.А. Міхеєв [8, 9]. Представимо залежність (9.95) у логарифмічних координатах (рисунок 9.12):

$$\ln(\overline{Nu}_{f,d}) = \ln C + n \cdot \ln(Gr_{f,d} \cdot Pr_f).$$

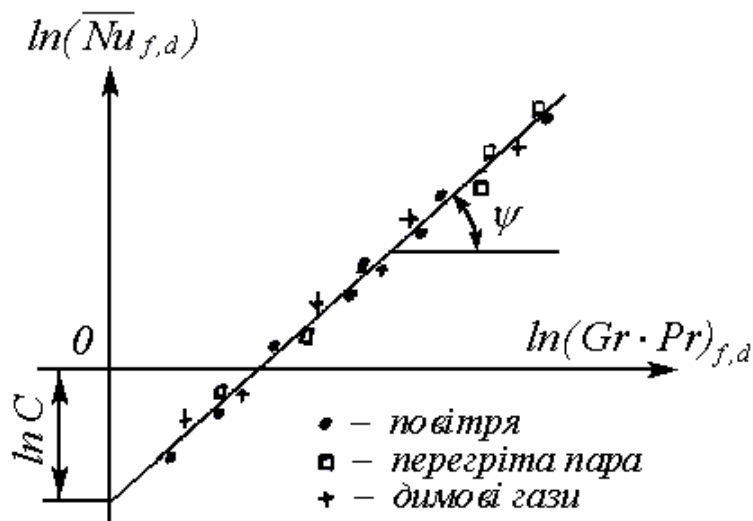


Рис.9.12 - Критеріальна залежність $\ln(\overline{Nu}_{f,d}) = f(\ln(Gr_{f,d} \cdot Pr_f))$

Ця лінія являє собою пряму, тангенс кута ψ нахилу якої до осі абсцис дорівнює показнику степеня n ($\operatorname{tg} \psi = n$), а відрізок, що відсікає пряма на осі ординат, дорівнює $\ln C$. Таким чином, степінь n можна знайти, вимірюючи кут ψ на графіку рисунку 9.12. Коефіцієнт C можна визначити аналітично відповідно до формули:

$$C = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{(\overline{Nu}_{f,d})_i}{(Gr_{f,d} \cdot Pr_f)_i^n},$$

де k - кількість замірів при проведенні дослідження.

Підтвердженням можливості використання степеневі залежності (9.95) є розташування всіх експериментальних точок у логарифмічних координатах на одній прямій лінії.

Таким чином, в результаті одного експериментального дослідження можна отримати загальне критеріальне рівняння для випадків вільної конвекції навколо горизонтальної труби. Ця залежність може бути використана для розрахунків усіх подібних явищ даного класу.

Критеріальне рівняння (9.95) тотожне для всіх процесів тепловіддачі ідеальних газів навколо горизонтальної труби, але слід зазначити, що, користуючись розрахунковою формулою (9.95), опорні розмір та температуру, необхідно вибирати так само, як це було зроблено при отриманні цієї формули її авторами. Нехтування цією обставиною може привести до великих похибок.

Розглянутий калориметричний метод отримання критеріальних рівнянь широко використовується для визначення коефіцієнтів тепловіддачі у різноманітних процесах конвекційного теплообміну, наприклад, при дослідженні вільної конвекції навколо вертикальної труби (плити, стіни), вимушеної конвекції навколо горизонтальної, вертикальної труби (плити) та в інших випадках. Конкретний вид критеріальних рівнянь для різноманітних випадків конвекційного теплообміну наведено у теплотехнічних довідниках.

9.3 Конвекційна тепловіддача в однофазному середовищі

Критеріальні рівняння для розрахунків більшості процесів тепловіддачі за вимушеної та вільної конвекції отримано за допомогою калориметричного експериментального методу дослідження процесів. При цьому в ході обробки та висвітлення дослідних результатів застосовувалися методи теорії подібності, які викладено у попередньому матеріалі.

Розглянемо деякі конкретні випадки конвекційної тепловіддачі.

9.3.1 Тепловіддача за вільної конвекції в однофазному середовищі

Природна конвекція має місце в багатьох випадках при теплообміні між навколишнім середовищем та поверхнями конструкцій, які огороджують приміщення, поверхнею трубопроводів, печей та іншого технологічного обладнання. Нагадуємо, що необхідною умовою цього виду конвекції (тобто руху рідини) є не нульова різниця температур конструкцій і середовища.

Характер руху може бути плівковим, ламінарним, перехідним, турбулентним. Звичайно при середніх температурних напорах спостерігаються всі види руху.

Розрізняють тепловіддачу у великому об'ємі та в обмеженому просторі.

9.3.1.1 Тепловіддача у великому об'ємі

Великим об'ємом називається об'єм, у якому вільний рух, що виникає біля інших тіл, не відбивається на русі, що розглядається. Тепловіддача у такій ситуації називається *тепловіддачею у великому об'ємі*.

Прикладом такого теплообміну є тепловіддача від димових газів до огороджуючих конструкцій приміщення при пожежі в ньому. Розрахунок цього процесу є умовою прогнозування прогріву конструкцій в умовах пожежі.

Розглянемо деякі типові варіанти тепловіддачі у великому об'ємі.

Нехай вертикальна плоска стінка (або труба) з постійною температурою t_w знаходиться в рідині, температура якої вдалині від стінки дорівнює t_f так, що $t_w > t_f$ (рисунок 9.13).

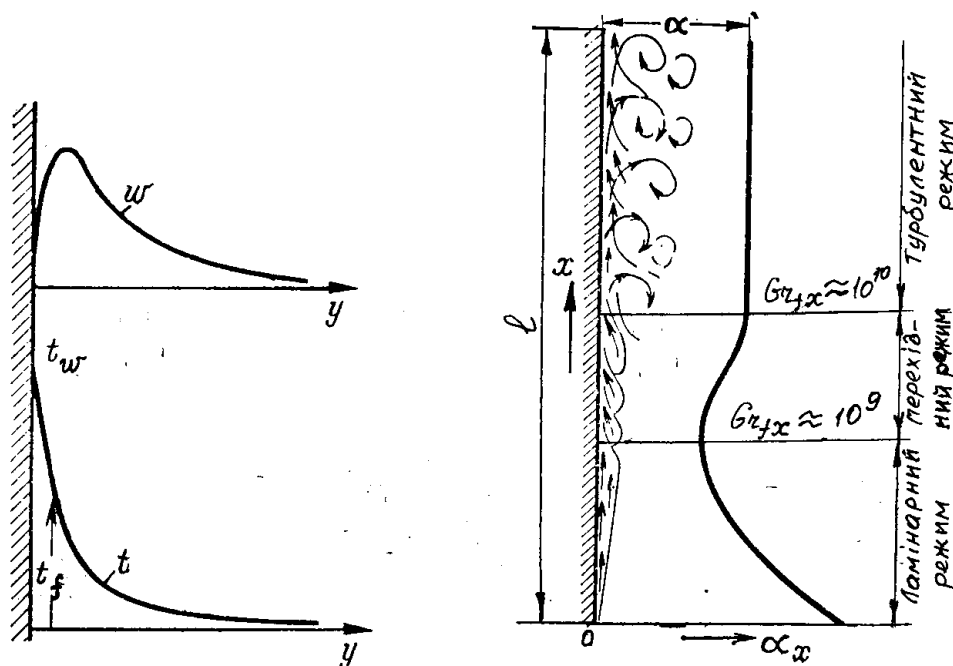


Рисунок 9.13 - Зміна параметрів рідини (w , t) поблизу поверхні та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x за висотою пластини або труби при вільному русі у великому об'ємі

При торканні “холодної” рідини до “гарячого” тіла вона прогрівається, стає більш легкою та прямує догори. Відповідний характерний розподіл швидкостей та температур у пристінному шарі наведено на рисунку 9.13. Якщо тіло холодніше за рідину, то рідина охолоджується і прямує донизу. Саме такий процес має назву “вільного (природного) руху”.

Вільний рух, що виникає біля вертикальної стінки (або труби), може бути як ламінарним, так і турбулентним, в залежності від величини температурного напору $\Delta t = t_w - t_f$, точніше від значення критерію Грасгофа $Gr = g \beta \Delta t x^3 / \nu^2$ (дивись визначення (9.78)). За невеликих значень Δt ($GrPr \leq 10^9$) виникає ламінарний рух рідини, за великих значень Δt ($GrPr \geq 10^{10}$) домінує турбулентний режим течії.

Напроти нижньої точки стінки в плівці рідини, що підіймається з невеликою швидкістю, формується ламінарна течія. За мірою підняття товщина шару, що рухається, зростає і далі (при $GrPr > 10^9$) ламінарний шар починає руйнуватися, його товщина зменшується, виникає локоноподібний (хвилястий) рух рідини. Останній з ростом висоти поступово інтенсифікується і приймає форму турбулентного руху (дивись рисунок 9.13).

Відповідно до зміни товщини шару рідини, що рухається, а також характеру течії, змінюється і локальний коефіцієнт тепловіддачі α_x (дивись рисунок 9.13). Шар рідини можна розглядати як своєрідний термічний опір, що роз'єднує “гарячу” стінку та “холодну” рідину. Чим товщій шар, тим більший термічний опір, і це означає, що із зростанням шару інтенсивність тепловіддачі (разом із α_x) зменшується.

У розвитку вільного руху форма тіла відіграє другорядну роль. Основне значення для вільного руху має характерний вертикальний розмір поверхні, вздовж якої відбувається теплообмін (для вертикальної стінки або труби – це довжина, для горизонтальної – зовнішній діаметр).

Характер руху рідини навколо горизонтальних труб ілюструється на рисунку 9.9.

Глибокі експериментальні дослідження тепловіддачі у вільному потоці з вертикальними та горизонтальними поверхнями, трубами, дротами та кулями було проведено М.В.Кирпичовим, М.А.Міхеєвим та їх учнями. Дослідження проводилися з повітрям, воднем, вуглекислотою, водою, маслами та різноманітними органічними речовинами.

В результаті узагальнення дослідних даних було отримано емпіричні критеріальні рівняння тепловіддачі за вільної конвекції. Приклад останніх наведено у таблиці 9.1, де в якості визначальної взята температура рідини (t_f).

Таблиця 9.1 - Критеріальні рівняння тепловіддачі при вільній конвекції у великому об'ємі

$Nu_{fl} = C \cdot (Gr_{fl} Pr_f)^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}$							
$Gr_{fl} Pr_f$	Режим руху	C	n	Об'єкт	Характерний розмір l	Вид Nu_{fl}	Додаткові умови
$10^3 \div 10^9$	ламіна- рний	0.50	0.25	горизонта- льна труба	d – зовніш- ній діаметр	$\overline{Nu}_{f.d}$	$t_w = const$
		0.76	0.25	вертикаль- на стіна, труба	h - висота	$\overline{Nu}_{f.h}$	$t_w = const$
		0.55	0.25		x – поточна відстань	$Nu_{f.x}$	$t_w = const$
		0.60	0.25				$q = const$
$6 \cdot 10^{10} <$	турбу- лентний	0.15	0.33		x – поточна відстань	$Nu_{f.x}$	$t_w = const$

Дані рівняння отримано при $0.7 \leq Pr_f \leq 3 \cdot 10^3$.

У таблиці 9.1 і далі символом \overline{Nu} позначено середнє значення числа Нуссельта. Це теплове число подібності вводиться співвідношенням:

$$\overline{Nu} \equiv \frac{\bar{\alpha} \cdot l}{\lambda}, \quad (9.96)$$

в якому l - характерний розмір процесу теплообміну всієї поверхні, а $\bar{\alpha}$ - зви- чайне середнє по поверхні теплообміну значення коефіцієнта тепловіддачі α .

Спираючись на визначення (9.96), можна зв'язати \overline{Nu}_l із локальними значеннями числа Нуссельта Nu_x . Так, якщо місцевий коефіцієнт тепловіддачі α_x визначається тільки однією з відстаней (позначимо її x) на поверхні тепло- обміну, то

$$\overline{Nu}_l \equiv \frac{l}{\lambda} \bar{\alpha} = \frac{l}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{l} \int_0^l \alpha_x dx \right] = \frac{l}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{l} \int_0^l Nu_x \frac{\lambda}{x} dx \right] = \int_0^l \frac{Nu_x}{x} dx .$$

В багатьох критеріальних рівняннях є експериментальний множник Міхєєва:

$$C_t \equiv \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} , \quad (9.97)$$

де Pr_f, Pr_w - критерій Прандтля рідини за температур рідини t_f та поверхні теплообміну t_w , відповідно. Множник C_t враховує напрямок теплового потоку, тобто віддає чи отримує тепло поверхня теплообміну. Як правило, віддача тепла поверхнею має місце при $C_t > 1$, а отримання – при $C_t < 1$.

У випадку конвекції у газах (через слабку залежність критерію Pr газів від температури) із точністю частки процента виконується рівність:

$$C_t \approx 1 .$$

Якщо в якості визначальної температури взяти середнє її значення $t_m \equiv (t_f + t_w)/2$, то, як показує узагальнення експериментальних даних, критеріальне рівняння матиме вид:

$$\overline{Nu}_m = C \cdot (GrPr)_m^n .$$

Тут індекс m вказує на температуру t_m , а множник C та степінь n вибираються з таблиці 9.2. При цьому в якості характерного розміру l треба брати: d - зовнішній діаметр горизонтальної труби, кулі; h - висоту вертикальної стіни, труби; b - мінімальний розмір (ширину) горизонтальної плити.

Таблиця 9.2

$(Gr Pr)_m$	Режим руху	C	n
$< 10^{-3}$	плівковий	0.5	0
$10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	перехідний	1.18	1/8
$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	ламінальний	0.54	1/4
$2 \cdot 10^7 \div 10^{13}$	перехідний і турбулентний	0.135	1/3

Характер руху рідини навколо горизонтальних плит у значній мірі залежить від положення плити та її розмірів. Якщо нагріта поверхня звернена догори, то рух перебігає за схемою рисунку 9.14, *a*. При цьому якщо плита має великі розміри, то потоки нагрітої рідини з боків ізолюють центральну частину

плити, і її вентиляція відбувається за рахунок припливу холодної рідини зверху (рисунок 9.14, б). Якщо нагріта поверхня повернута долу, то рух відбувається лише в тонкому шарі під поверхнею (рисунок 9.14, в), тоді як решта рідини залишається нерухомою.

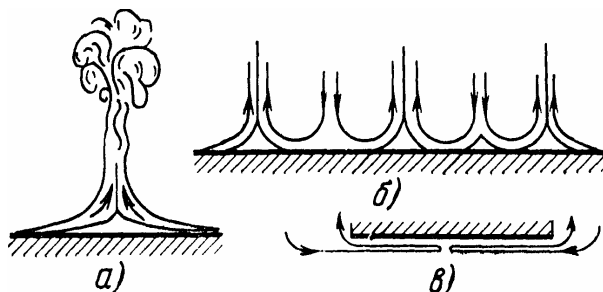


Рисунок. 9.14 - Характер вільного руху рідини біля нагрітих горизонтальних плит

Для приблизного визначення середнього по поверхні коефіцієнта тепловіддачі поблизу горизонтальних поверхонь можна рекомендувати формулу для розрахунку вільної конвекції навколо горизонтальної труби (з таблиці 9.1) або формулу до таблиці 9.2. При цьому за визначаючий розмір потрібно брати меншу із сторін плити. Крім того, якщо нагріта поверхня повернута догори, то отримане значення коефіцієнта тепловіддачі необхідно збільшити на 30%, якщо донизу – то зменшити на 30%. Так, якщо, у порівнянні з рідиною поверхня “холодна” ($t_f > t_w$), то на “підлозі” отримане значення α треба зменшити на 30%, а на “стелі” – збільшити на 30%. Подібна залежність тепловіддачі від напрямку теплового потоку викликана тим, що передача тепла до рідини знизу інтенсифікує вільний рух рідини, і, навпаки, подача тепла у рідину зверху уповільнює рух. Внаслідок прискорення (уповільнення) руху збільшується (зменшується) тепловіддача.

9.3.1.2 Тепловіддача в обмеженому просторі

Такий вид теплообміну зустрічається при розповсюдженні тепла в повітряних та інших прошарках прошарках, наприклад, у вікнах між склом, або у протипожежних відступках печі. Останні являють собою зазор між гарячою поверхнею печі і поверхнею стіни.

Кругообіг рідини в прошарках, що виникає під впливом різниці температур на поверхнях, що їх обмежують, залежить від величини, форми та розташування поверхонь теплообміну. У випадку великої відстані δ між стінками потік, що рухається донизу, та потік, що рухається угору, не впливають один на одного (дивись рисунок 9.15, а). У таких випадках реалізується розглянута раніше тепловіддача у великому об’ємі. При малих відстанях δ , внаслідок взаємодії струмів рідини, виникають циркуляційні контури (рисунок 9.15, б), висота h яких залежить від ширини прошарку, виду рідини та інтенсивності процесу.

Рух рідини вздовж різних поверхонь неможливо відокремити. Теплообмін саме у такій ситуації називається *тепловіддачею в обмеженому просторі*.

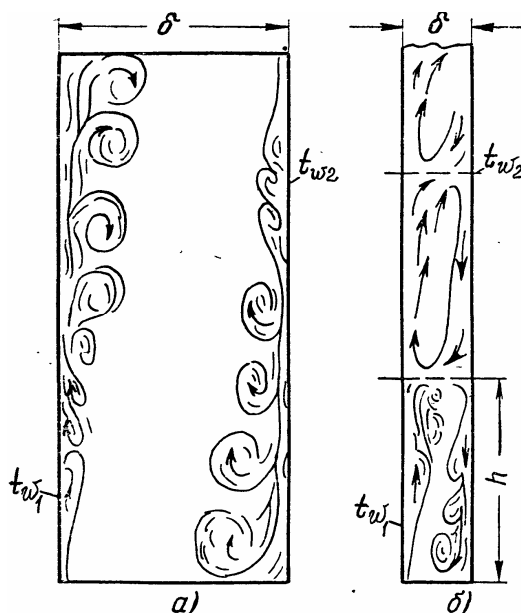


Рисунок 9.15 - Характер вільної циркуляції рідини у великому об'ємі (а) та в обмеженому просторі (б)

Історично склалося, що такий складний процес прийнято розглядати подібно до елементарного явища теплопровідності. У відповідності до цього основне рівняння стаціонарного теплообміну записують у формі:

$$q = \frac{\lambda_{ек}}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}), \quad (9.98)$$

де δ - товщина прошарку, м; t_{w1} та t_{w2} - температури поверхонь, що обмежують прошарок, °С; $\lambda_{ек}$ - еквівалентний коефіцієнт теплопровідності.

Останню величину записують у вигляді:

$$\lambda_{ек} = \varepsilon_{к} \cdot \lambda_{f},$$

де λ_{f} - коефіцієнт теплопровідності рідини за її середньої температури $t_f = (t_w + t_w)/2$, а $\varepsilon_{к}$ - коефіцієнт конвекції, що характеризує вплив конвекції на передачу тепла крізь прошарок.

Безрозмірний параметр $\varepsilon_{к}$ має той же сенс, що і критерій Нуссельта. Розрахунки $\varepsilon_{к}$ проводяться із застосуванням теорії подібності. Відповідне критеріальне рівняння має вид:

$$\varepsilon_{к} = C \cdot (Gr \cdot Pr)_{f,\delta}^n.$$

Тут у якості визначаючої температури виступає середня температура рідини t_f , а характерним розміром є ширина прошарку δ .

Коефіцієнт C та показник степеня n представлені у таблиці 9.3.

Таблиця 9.3

$(Gr \cdot Pr)_{f,\delta}$	C	n
$< 10^3$	1	0
$10^3 \div 10^6$	0,105	0,3
$10^6 \div 10^{10}$	0,4	0,2

Наведені критеріальні рівняння конвекційної тепловіддачі у випадку вільної конвекції використовують для:

- 1) визначення коефіцієнта теплообміну та кількості тепла, що віддається продуктами горіння огорожуючим конструкціям при внутрішній пожежі;
- 2) розрахунків трубопроводів, призначених для підігріву вихлопними газами води в цистернах пожежних машин в холодну пору року;
- 3) розрахунків теплообміну між повітрям приміщення та трубопроводом з високотемпературною рідиною;
- 4) розрахунку теплообміну в сушилках для сушки пожежних рукавів;
- 5) визначення оптимальних умов розміщення пожежних сповіщувачів та інших приладів автоматичних установок пожежогасіння і таке інше.

9.3.2 Тепловіддача за вимушеної конвекції в однофазному середовищі

Як відомо, **вимушена конвекція** – це рух рідини, який відбувається внаслідок дії зовнішнього силового впливу (насос, компресор, вітер та т.п.).

До задач, при вирішенні яких в практиці пожежної охорони використовуються рівняння вимушеної конвекції, відносяться: визначення коефіцієнта тепловіддачі при обігріві цистерни пожежного автомобіля вихлопними газами, визначення максимально допустимої довжини пожежних рукавів (у холодний період року), визначення теплообміну із стінками каналів у різноманітних приладах (стінки димаря, канали вогнеперешкоджувача), розрахунок тепловіддачі у різних технологічних приладах та апаратах (сушилках, радіаторах двигунів та ін.).

9.3.2.1 Теплообмін при поздовжньому обтіканні рідиною плоскої пластини (труби)

Розглянемо обтікання плоскої поверхні потоком рідини, який рухається паралельно поверхні (див. рисунок 9.16).

Вдалині від поверхні рідини тече із сталою швидкістю w_0 і має температуру t_f .

При обтіканні поверхні потоком в'язкої нестисливої рідини в тонкому пристінному шарі потік гальмується за рахунок сил граничного тертя та сил в'язкості у рідині. На поверхні пластини формується тонкий граничний шар рідини товщиною δ , в якому швидкість змінюється від швидкості поверхні (на нерухомій поверхні $w=0$) до швидкості незбуреного потоку w_0 . Цей шар називається **гідродинамічним граничним шаром**. За його межами швидкість потоку w ($=w_0$) практично не змінюється і тому сили в'язкості нехтовно малі.

Якщо температура поверхні t_w відрізняється від температури рідини вдалині від поверхні t_f (наприклад, $t_f > t_w$, як на рисунку 9.16), тоді, крім гідродинамічного, біля поверхні буде формуватися **тепловий граничний шар** товщиною Δ , у межах якого відбувається зміна температури від t_f до t_w . У загальному випадку товщини теплового Δ та гідродинамічного δ граничних шарів не рівні.

Рух рідини у пристінному шарі може бути турбулентним та ламінарним. На рисунку 9.16 показано як ламінарні граничні шари (з товщинами δ_L , Δ_L), так і турбулентні (товщиною δ_T). Характер руху визначається величиною критерію Рейнольдса (дивись (9.61)):

$$Re \equiv \frac{w \cdot l}{\nu},$$

де w - характерна швидкість руху рідини (у даному випадку w_0), l - характерний геометричний розмір (наприклад, відстань x від передньої кромки або товщина гідродинамічного шару δ).

На початковій ділянці поверхні, що обтікається рідиною, за малих значень критерію Re утворюється ламінарний граничний шар. При досягненні критичного значення критерію $Re = Re_{кр}$, що відповідає критичній відстані $x_{кр}$ від краю, характер течії змінюється. Розвивається турбулентний шар із тонким **ламінарним підшаром** (останнім називають область безпосереднього контакту із поверхнею, де через 'прилипання' рідини до стінки сили в'язкості домінують, що забезпечує ламінарний характер руху). Перехід ламінарної течії у турбулентну відбувається не у точці, а на деякій ділянці, у межах якої рух рідини є перехідним.

Гідродинамічний граничний шар, і ламінарний і турбулентний, можна розглядати як деякий термічний опір, тонку плівку рідини, що повільно рухається і роз'єднує "гарячу" рідину та "холодну" стінку. З цієї причини локальний коефіцієнт тепловіддачі α_x обернено пропорційний до товщини граничного шару (ламінарного Δ_L або турбулентного δ_T , дивись рис. 9.16.б). Цей висновок було отримано теоретично при вирішенні двомірної задачі поздовжнього ламінарного обтікання плоскої пластини потоком в'язкої нестисливої рідини (ви-

явилось, що $\alpha_x = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\Delta_L(x)}$, де λ – коефіцієнт теплопровідності рідини). В рішенні цієї задачі брали участь Л.Прандтль (1904 р.), Т.Карман (1921 р.), Г.Н.Кружилін (1936 р.). Отримане ними теоретичне рішення було уточнене експериментально.

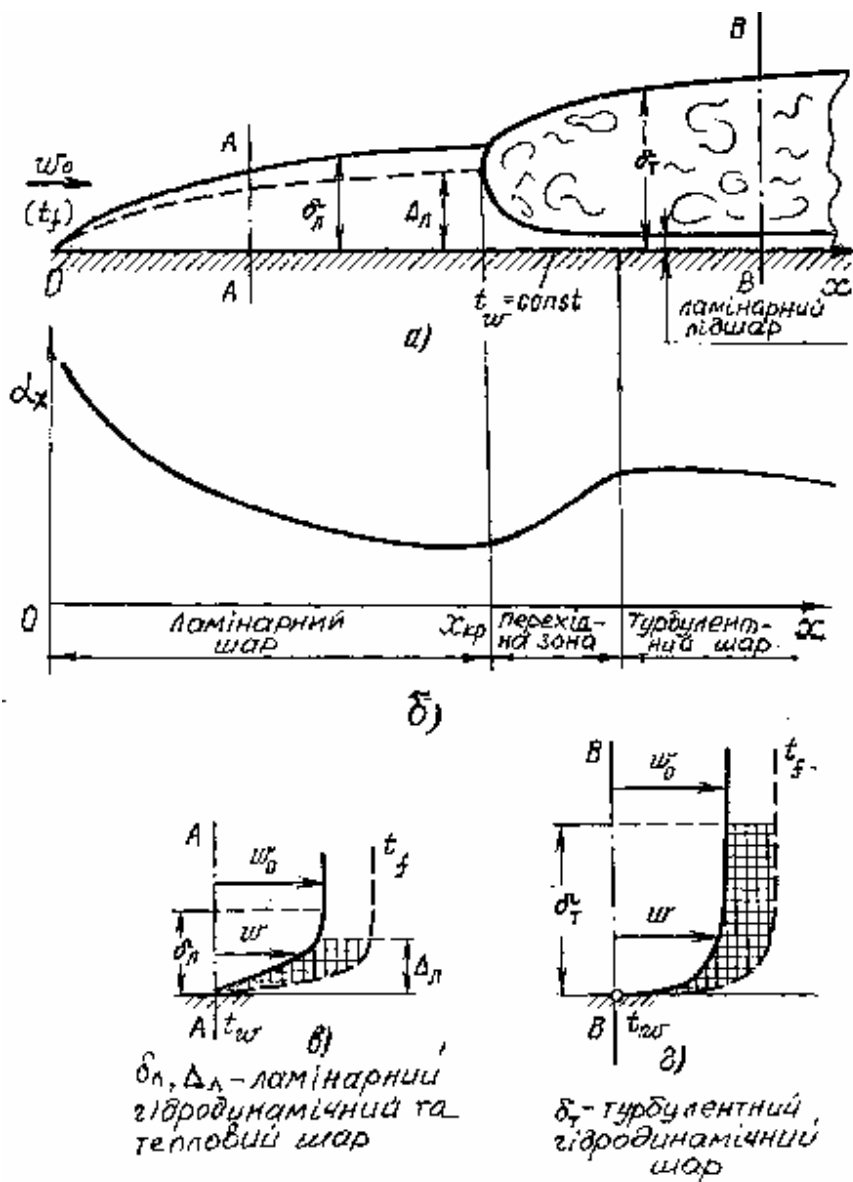


Рисунок 9.16 - Утворення граничного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі (б) при поздовжньому обтіканні пластини. Поле температур та швидкостей в ламінарному (в) та турбулентному (г) граничних шарах

Наведемо критеріальні рівняння, які використовуються й сьогодні.

Локальні значення критерію Нуссельта ($l=x$) задовольняють співвідношенню:

$$Nu_{fx} = 0,335 \cdot Re_{fx}^{0,5} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} . \quad (9.99)$$

Формулу (9.99) використовують при ламінарному режимі руху рідини, що відповідає значенням критерію Рейнольдса $Re_{fx} < 4 \cdot 10^4$. При $Re_{fx} > 4 \cdot 10^4$ режим руху буде турбулентним, а відповідне критеріальне рівняння має вид:

$$Nu_{fx} = 0,0296 Re_{fx}^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} . \quad (9.100)$$

Знаючи локальне число Нуссельта, можна (як було показано раніше у зв'язку із формулою (9.96)) інтегруванням отримати число Нуссельта для середнього коефіцієнта тепловіддачі на ділянці від $x = 0$ до $x = l$. Відповідні критеріальні рівняння приймають вид:

- у разі ламінарного руху ($Re_{fl} < 4 \cdot 10^4$):

$$\overline{Nu}_{fl} = 0,67 Re_{fl}^{0,5} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} , \quad (9.101)$$

- за турбулентного руху ($Re_{fl} > 4 \cdot 10^4$):

$$\overline{Nu}_{fl} = 0,037 Re_{fl}^{0,80} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} . \quad (9.102)$$

Формули (9.99)-(9.102) вживають, якщо температура поверхні, що обтікається, не змінюється у напрямку обтікання. Зміна t_w за довжиною чинить істотний вплив на теплообмін. В таких випадках використовують інші формули, які ми не будемо наводити.

9.3.2.2 Теплообмін за вимушеного руху нестисливої рідини у трубах

За вимушеного руху рідини у трубах механізм процесу тепловіддачі загалом такий же, як і за вимушеного руху вздовж пластини. Однак на пластині розвиток граничного шару нічим не обмежується, а в трубі його товщина не може бути більшою за радіус. Крім того, внаслідок сталості витрати рідини крізь трубу зменшення швидкості у стінки з необхідністю викликає її збільшення в ядрі потоку. В силу цієї обставини гідродинамічний режим у трубах, як правило, визначається за внутрішнім діаметром d та середньовитратною

швидкістю \bar{w} , яка залишається незмінною вздовж труби. Критерій Рейнольдса при цьому має вид:

$$Re_{f,d} = \frac{\bar{w} \cdot d}{\nu}$$

Теплообмін за ламінарного руху рідини у трубах

При $Re_{f,d} < 2,3 \cdot 10^3$ має місце ламінарний режим руху рідини. Характерну картину течії у цьому випадку наведено на рисунку 9.17.

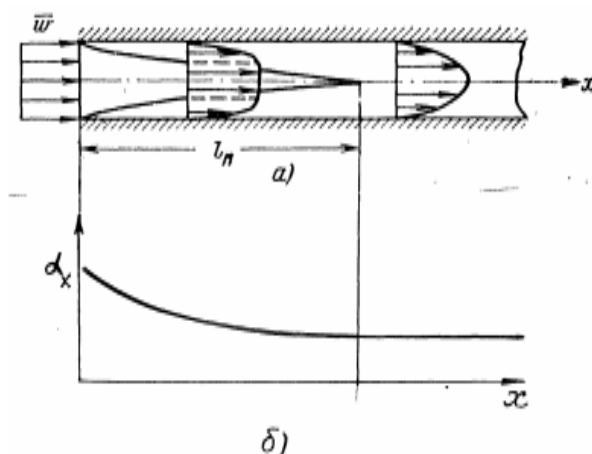


Рисунок 9.17 - Утворення гідродинамічного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x (б) за ламінарної течії в трубі

Вважається, що на вході потік має постійні за перетином значення швидкості та температури. Рух рідини по каналу супроводжується ростом гідродинамічного та теплового граничних шарів. На деякій відстані l_n від входу у трубу граничні шари цілком "заповнюють" перетин каналу. Далі в'язкісна і теплова дії стінок труби поширюються на весь потік.

У ламінарному режимі істотний вплив на розповсюдження теплоти чинять струми природної конвекції, що, турбулізуючи потік, інтенсифікують теплообмін.

В залежності від напрямків вимушеного та вільного рухів, розрізняють три випадки.

1. Напрямки вільного та вимушеного рухів співпадають. Цей випадок має місце при нагріванні (охолодженні) рідини та її русі у вертикальній трубі знизу догори (згори вниз).

2. Напрямки вільного та вимушеного рухів перпендикулярні (горизонтальні труби). Така орієнтація сприяє кращому перемішуванню частинок, що інтенсифікує теплообмін.

3. Напрямки вільного та вимушеного руху протилежні. Цей випадок спостерігається за руху рідини згори вниз у вертикальній трубі, що нагрівається

знизу. У цьому випадку природна конвекція чинить особливо сильний вплив на процес тепловіддачі.

На основі узагальнення даних для тепловіддачі при в'язкісно-гравітаційному режимі руху рідини у трубах (який має місце за умови $Gr_{fd} Pr_f \geq 8 \cdot 10^5$) запропонована наступна формула розрахунку числа Нуссельта для визначення середнього значення коефіцієнта тепловіддачі

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,17 Re_{fd}^{0,33} Gr_{fd}^{0,1} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_l, \quad (9.103)$$

де ε_l - коефіцієнт, який враховує залежність середнього коефіцієнта тепловіддачі від довжини ділянки усереднення. (При $l/d > 50$ із достатньою точністю $\varepsilon_l = 1$, в інших випадках - це експериментальна величина, значення якої занесено у довідникові таблиці, наприклад, до таблиці 9.4.)

Таблиця 9.4

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_l	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,00

Теплообмін при перехідному режимі течії рідини у трубах

За значень критерію Рейнольдса в інтервалі $2,3 \cdot 10^3 < Re_{fd} < 10^4$ відбувається перехід ламінарного руху у турбулентний. У цій області критеріальне рівняння для визначення середнього по поверхні труби значення коефіцієнта теплообміну має вид:

$$\overline{Nu}_{fd} = K_0 Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (9.104)$$

де K_0 - функція числа Рейнольдса (Re_{fd}), значення якої занесено до довідникових таблиць (дивись таблицю 9.5).

Таблиця 9.5 - Значення функції $K_0(Re_{fd})$ при $Re_{fd} = (2,3 \div 10) \cdot 10^3$

$Re_{fd} \cdot 10^{-3}$	2,3	2,5	3,0	3,5	4	5	6	7	8	9	10
K_0	2,6	4,9	7,5	10	12,2	16,5	20	24	27	30	33

Теплообмін при турбулентному режимі

При $Re_{fd} > 10^4$ має місце турбулентний режим руху рідини. Характерну картину течії у цьому випадку наведено на рисунку 9.18.

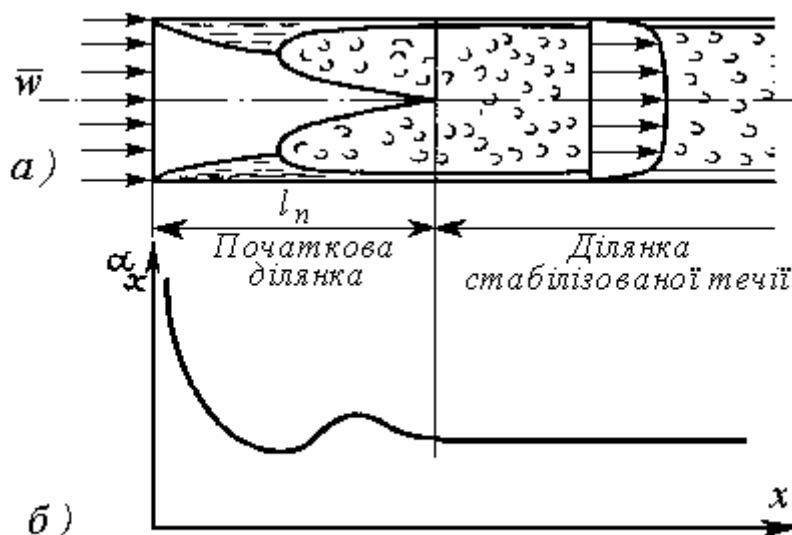


Рисунок 9.18 - Утворення гідродинамічного граничного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x (б) за турбулентної течії в трубі

Турбулентний режим характеризується тим, що в ядрі потоку температура по суті постійна. Вона різко змінюється тільки у пристінковій області. Впливом на теплообмін гравітаційної сили можна нехтувати.

Експериментальні дослідження показали, що у цьому випадку критеріальне рівняння має вид:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,021 \cdot Re_{fd}^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_l. \quad (9.105)$$

Формула (9.105) дає число Нуссельта для середнього значення коефіцієнта тепловіддачі. Коефіцієнт ε_l враховує вплив на теплообмін початкової ділянки труби. При $l/d > 50$ із достатньою точністю $\varepsilon_l = 1$, у зворотному випадку ε_l залежить від двох параметрів - критерію Рейнольдса Re_{fd} та відносної довжини ділянки l/d . Значення коефіцієнта ε_l виміряно в експериментах та занесено до довідникових таблиць (дивись таблицю 9.6).

У каналах не круглого перетину (прямокутник із співвідношенням сторін $a/b = 1 \div 40$, трикутник) розрахунок тепловіддачі можна проводити, використовуючи формулу (9.105), беручи в якості характерного розміру еквівалентний діаметр. Останній розраховується за формулою:

$$d_{екв} \equiv \frac{4 \cdot F}{U}, \quad (9.106)$$

де F - площа поперечного живого перетину, U - змочений периметр поперечного перетину.

Таблиця 9.6 - Залежність $\varepsilon_l = f(l/d, Re_{f,d})$ при турбулентному режимі

$Re_{f,d}$	l/d								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
$1 \cdot 10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

За турбулентного руху рідини у каналах кільцевого перетину значення середнього коефіцієнта тепловіддачі на внутрішній стінці можна визначити, спираючись на формулу:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,017 \cdot Re_{fd}^{0,8} Pr_f^{0,4} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{0,18}, \quad (9.107)$$

де d_1, d_2 - відповідно, внутрішній та зовнішній діаметри кільцевого каналу. У цій формулі прийняті визначаючими середня температура рідини у трубі (включаючи Pr_w) й еквівалентний діаметр $d_{екв} = d_2 - d_1$ (його також можна отримати з загальної формули (9.106)). Множник $(d_2/d_1)^{0,18}$ враховує особливості тепловіддачі у кільцевих каналах. Формула (9.107) справедлива при $d_2/d_1 = 1,2 \div 14$; $l/d = 50 \div 460$; $Pr = 0,7 \div 100$.

За руху у зігнутих трубах збільшення інтенсивності тепловіддачі (у порівнянні із прямими трубами) зумовлюється відцентровим ефектом і враховується додатковим множником ε_R у коефіцієнті тепловіддачі:

$$\varepsilon_R = 1 + 1,77 \cdot \frac{d}{R}, \quad (9.108)$$

де R - радіус змійовика; d - діаметр труби.

9.3.2.3 Тепловіддача за вимушеного поперечного обтікання поодиноких труб та їх пучків

Поодинокі труби.

Картина поперечного обтікання поодинокі труби показана на рисунку 9.19. Плавне безвідривне обтікання спостерігається при $Re_{f,d} = wd/v_f < 5$ (де характерним розміром обрано зовнішній діаметр труби d). При $Re_{f,d} > 5$ - на лобо-

вій частині труби обтікання стінок відбувається безвідривно. На задній частині труби утворюється складна вихрова система, що зноситься у напрямку потоку, створюючи за циліндром вихрову доріжку. Положення точки відриву граничного шару залежить від значення $Re_{f,d}$ та ступеня турбулентності потоку, що набігає. Складна картина обтікання труби пояснює складний характер залежності локального коефіцієнта тепловіддачі α_φ від розташування на колі (тобто відкута φ , дивись рисунок 9.20).

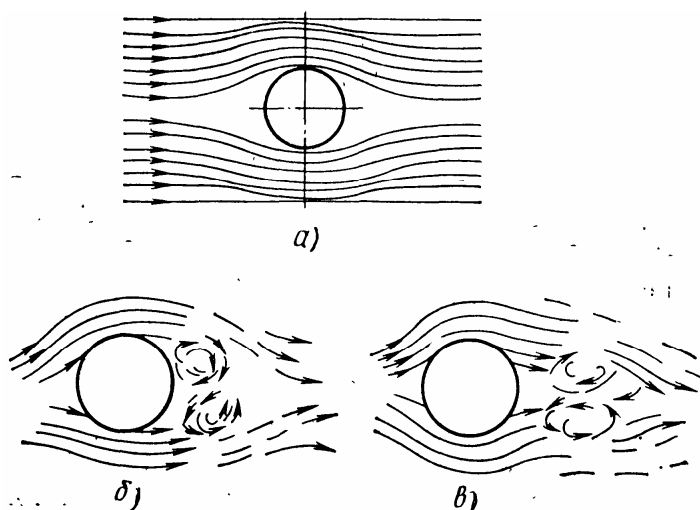


Рисунок 9.19 - Обтікання поодинокого циліндра:
а) безвідривне; б) відрив ламінарного граничного шару; в) відрив турбулентного граничного шару

Максимальне значення α_φ спостерігається на лобовій утворюючій циліндра ($\varphi=0$), де товщина граничного шару найменша. По поверхні циліндра в напрямку руху рідини інтенсивність теплообміну різко зменшується і за $\varphi = 90 \div 100^\circ$ досягає мінімуму. Це пояснюється збільшенням товщини граничного шару, який ніби ізолює поверхню труби від потоку. В кормовій частині труби коефіцієнт тепловіддачі знов зростає за рахунок поліпшення відводу теплоти, внаслідок вихрового руху і перемішування рідини (дивись рисунок 9.19.в).

Складний характер обтікання циліндра утруднює теоретичні дослідження, тому основний метод вивчення тепловіддачі при поперечному обтіканні труб експериментальний.

Зараз для визначення середнього по колу коефіцієнта тепловіддачі використовують наступні формули:

при $5 < Re_{f,d} < 10^3$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,5 Re_{fd}^{0,5} Pr_f^{0,38} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (9.109)$$

при $10^3 < Re_{f,d} < 2 \cdot 10^5$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,25 Re_{fd}^{0,6} Pr_f^{0,38} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (9.110)$$

при $2 \cdot 10^5 < Re_{fd} < 2 \cdot 10^6$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,023 Re_{fd}^{0,8} Pr_f^{0,37} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (9.111)$$

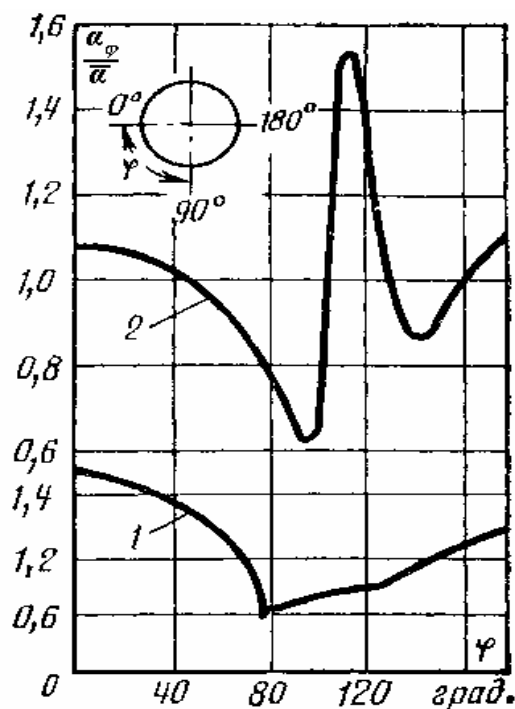


Рисунок 9.20 - Зміна тепловіддачі по колу циліндра, що омивається поперечним потоком газу

1 – $Re_{fd} = 70800$; 2 – $Re_{fd} = 219000$; $\bar{\alpha}$ – середній по колу коефіцієнт тепловіддачі.

В цих формулах за визначаючі параметри прийняті: зовнішній діаметр труби d , середня температура рідини t_f (Pr_w береться при середній температурі стінки). При визначенні критерію Рейнольдса швидкість w відноситься до самого вузького (стиснутого трубою) перетину каналу.

Значення коефіцієнта тепловіддачі, які отримують з формул (9.109)-(9.111), вірні, якщо кут атаки ψ (кут між напрямком потоку та віссю труби) дорівнює 90° . При $\psi < 90^\circ$ тепловіддача зменшується. Для оцінки величини середнього коефіцієнта тепловіддачі $\bar{\alpha}_\psi$ (при $\psi = 30^\circ \div 90^\circ$) можна користуватися формулою:

$$\bar{\alpha}_\psi = \bar{\alpha}_{90} \cdot (1 - 0,54 \cdot \cos^2 \psi),$$

де $\bar{\alpha}_{90}$ - визначений раніше (із використанням рівнянь (9.109)-(9.111)) коефіцієнт тепловіддачі при $\psi = 90^\circ$.

Пучки труб

Звичайно тепломасообмінні пристрої виконуються з пучків труб. Частіше за все використовуються два типи пучків - шахові та коридорні (рис. 9.21). Геометрія таких пучків визначається трьома величинами: зовнішнім діаметром труб d , відстанню між осями труб у напрямку поперек потоку рідини s_1 (поперечний крок), відстанню між осями сусідніх рядів труб, розташованих один за одним, у напрямку руху рідини s_2 (подовжній крок).

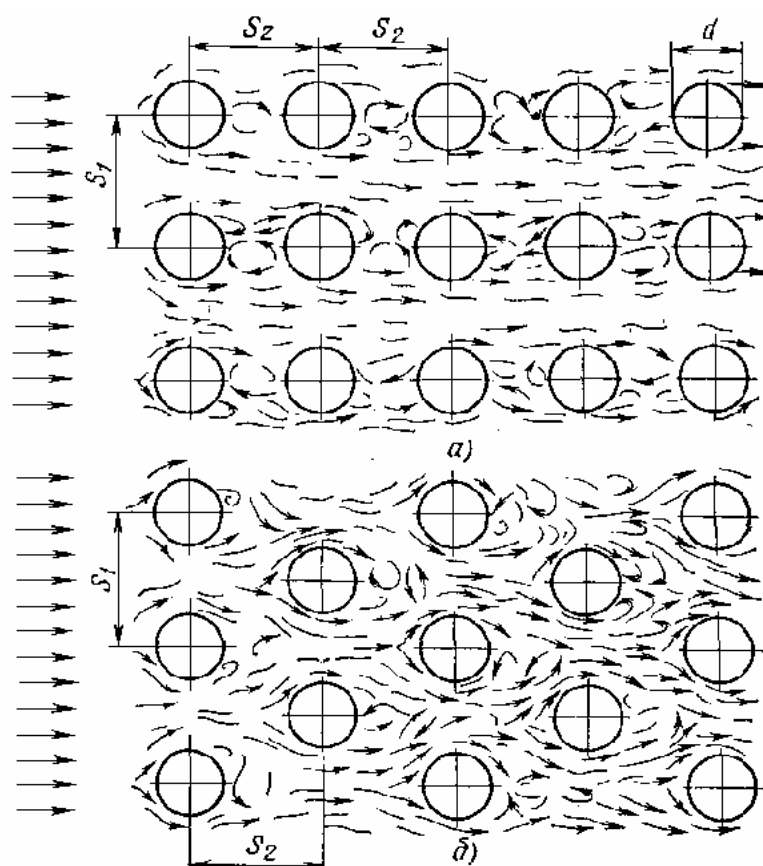


Рисунок 9.21 - Схема розташування труб в коридорному (а) та шаховому (б) пучках труб та характер руху рідини в них

Інтенсивність тепловіддачі залежить від гідродинамічної картини обтікання труб. Обтікання труб 1-го ряду проходить, як і у поодиноких труб. На обтікання наступних рядів впливають попередні ряди. У коридорних пучках всі труби, починаючи з 2-го ряду, знаходяться у вихровій зоні, яку створюють труби попередніх рядів. У шахових пучках обтікання всіх труб відрізняється від обтікання труб першого ряду лише дещо більшим ступенем турбулізації потоку рідини. Зміна характеру обтікання рідиною труб у пучках відбивається на теплообміні.

Середня тепловіддача змінюється в залежності від ряду. Досліди показують, що, починаючи з 3-го ряду, теплообмін стабілізується. Якщо коефіцієнт тепловіддачі на 3-му ряді прийняти за 100%, то у першому ряді шахового та коридорного пучків він складає 60%, у другому ряді коридорних пучків - 90%, у другому ряді шахових - 70%.

Розрізняють три режими поперечного обтікання (і тепловіддачі) пучків труб: ламінарний, змішаний, турбулентний. Формально ці режими визначаються значенням критерію Рейнольдса $Re_{fd} = wd/v_f$, у якому в якості характерної швидкості береться швидкість потоку у найбільш вузькому поперечному перетині пучка, а в якості характерного розміру – зовнішній діаметр труби. Визначаючою температурою обирають $t_f = (t'_f + t''_f) / 2$ - середнє значення між температурами теплоносія до (t'_f) та після (t''_f) проходження пучка.

За ламінарного режиму течії теплоносія в міжтрубному просторі ($Re_{fd} < 10^3$) критеріальне рівняння середнього коефіцієнта тепловіддачі для труб третього і всіх наступних рядів описується формулою:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,56 \cdot Re_{fd}^{0,5} Pr_f^{0,36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (9.112)$$

За змішаного режиму течії в міжтрубному просторі критеріальне рівняння для розрахунку середнього коефіцієнта тепловіддачі труб 3-го ряду має вид:

$$\overline{Nu}_{fd} = C Re_{fd}^n Pr_f^m \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_s. \quad (9.113)$$

Значення коефіцієнтів рівняння (9.113) залежить від характеру течії. Наприклад, за змішаного режиму течії, коли

$$10^3 < Re_{fd} < 2 \cdot 10^5,$$

$$\text{для шахових пучків} \quad C=0.14, n=0.60, m=0.33;$$

$$\text{для коридорних пучків} \quad C=0.23, n=0.65, m=0.33.$$

Множник ε_s враховує компонування:

$$\text{для коридорного пучка} \quad \varepsilon_s = (d/s_2)^{0.15};$$

$$\text{для шахового пучка} \quad \text{при } s_1/s_2 < 2 \quad \varepsilon_s = (s_1/s_2)^{0.16},$$

$$\text{при } s_1/s_2 > 2 \quad \varepsilon_s = 1.12.$$

Середнє значення коефіцієнта тепловіддачі пучка в цілому розраховується за формулою:

$$\alpha_{\text{сер}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \quad (9.114)$$

де $\bar{\alpha}_i$ - середній коефіцієнт тепловіддачі i -го ряду; F_i - сумарна площа поверхні теплообмінних трубок i -го ряду; n – кількість рядів у пучку.

Для теплообмінника, що складається з n рядів однакових трубок, формула (9.114) спрощується до

$$\alpha_{\text{сер}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + (n-2) \cdot \alpha_3}{n}, \quad (9.115)$$

де, як вже відмічалось, $\alpha_1 = 0.6\alpha_3$ - для обох видів пучків; $\alpha_2 = 0.9\alpha_3$ - для коридорних пучків; $\alpha_2 = 0.7\alpha_3$ - для шахових пучків.

Формули (9.112)–(9.115) дають середнє значення α для випадку, коли потік рідини тече перпендикулярно до осей труб, тобто під кутом атаки $\psi=90^\circ$. Якщо кут атаки відрізняється від 90° , одержані значення α треба помножити на поправочний множник ε_ψ , величину якого наведено у довідникових таблицях.

За турбулентного режиму ($Re_{fd} > 2 \cdot 10^5$) тепловіддача заглиблених рядів шахових та коридорних пучків труб можна визначати за формулою:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,021 \cdot Re_{fd}^{0,84} Pr_f^{0,36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (9.116)$$

Глава 9. КОНВЕКЦІЙНИЙ ТЕПЛООБМІН

9.1 Основні поняття та визначення конвекційного теплообміну. Диференціальні рівняння теплообміну

9.1.1 Сутність конвекційного теплообміну

9.1.1.1 Конвекційний теплообмін у потоці рідини. Рівняння процесу

“Конвекція” у перекладі з латини (convectio) означає “привіз, принесення”.

Конвекція маси – це перенос маси рідини під дією внутрішніх або зовнішніх сил. (Рідиною в теплопередачі вважають як крапельні рідини – воду, нафту та інші, так і гази – повітря, димові гази та інші). Маса рідини переносить із собою тепло, тому що вона має якусь ентальпію (тепловміст). Одночасно відбувається так звана **конвекція тепла** або **конвекційний теплоперенос** у потоці рідини, тобто перенос тепла, викликаний переносом маси рідини між областями з різною температурою.

Конвекція тепла завжди супроводжується теплопровідністю, тому що при русі рідини або газу завжди відбувається контакт між окремими мікрочастинками речовини, що мають різні температури. Таким чином, конвекційний теплообмін у потоці включає до себе дві складові – конвекцію тепла та теплопровідність. Через це рівняння конвекційного теплообміну в потоці рідини має вигляд:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{\text{конв}} + \mathbf{q}_{\text{т пр}} = \rho \cdot \mathbf{w} \cdot c_p \cdot t - \lambda \cdot \mathbf{grad} t, \quad (9.1)$$

де \mathbf{q} , $\mathbf{q}_{\text{конв}}$, $\mathbf{q}_{\text{т пр}}$ – вектори густини теплового потоку, відповідно, за рахунок конвекційного теплообміну, конвекції тепла та теплопровідності; ρ , c_p , λ – густина рідини та її коефіцієнти питомої теплоємності та теплопровідності; \mathbf{w} – швидкість рідини ($\rho \cdot \mathbf{w}$ – питомий потік маси рідини), t – температура рідини, ($c_p \cdot t$ – ентальпія рідини); $\mathbf{grad} t$ – градієнт температур в потоці рідини (дивись формулу (8.9)).

В залежності від сил, що викликають рух рідини, розрізняють природну (вільну) конвекцію та вимушену конвекцію.

Вільна конвекція виникає в полі масових сил у нерівномірно нагрітому середовищі. Вона відбувається в наслідок різниці густини гарячих та холодних часток рідини, що викликає появу виштовхуючої (під’ємної) сили. (Як правило, холодні частки рухаються додолу, гарячі – догори). Такі явища часто зустріча-

ються у природі (наприклад, дим, що підіймається з димаря в тиху зимову погоду).

Вимушена конвекція відбувається під дією зовнішніх сил, що змушують рухатися рідину. (Наприклад, насос нагнітає рідину, компресор, вентилятор – газу).

Будь-яка пожежа обов'язково супроводжується конвекційним теплопереносом. Конвекція є причиною розповсюдження пожежі по порожнинах в стінах будинків, вентиляційних ходах. На великих пожежах, особливо при горінні складів лісоматеріалів, виникають потужні газоповітряні потоки, які переносять шматки деревини на великі відстані, що веде до утворення нових осередків пожежі.

9.1.1.2 Конвекційна тепловіддача. Рівняння Ньютона-Ріхмана

Конвекційний теплообмін між потоком рідини та оточуючою поверхнею називають **конвекційною тепловіддачею** або просто **тепловіддачею**.

Кількісно тепловіддача описується **законом Ньютона-Ріхмана** (1746 р.), який Ньютон сформулював у формі гіпотези: *Густина теплового потоку прямо пропорційна температурному напору між поверхнею та оточуючим середовищем*, тобто

$$q = \alpha \cdot |t_w - t_f|. \quad (9.2)$$

Для всієї поверхні теплообміну в разі незмінності q вздовж поверхні

$$Q = \alpha \cdot |t_w - t_f| \cdot F. \quad (9.3)$$

У формулах (9.2) та (9.3) t_w та t_f – температура поверхні стінки (wall) та рідини (fluid), відповідно, °C; q – густина теплового потоку на поверхні, Вт/м²; Q – тепловий потік крізь поверхню, Вт; F – площа поверхні, м²; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²К), який характеризує інтенсивність процесу тепловіддачі на стінці (поверхні тіла).

Коефіцієнт тепловіддачі α являє собою величину, що вимірюється густиною теплового потоку, який виникає на поверхні тепловіддачі за температурного напору $\Delta t = |t_w - t_f|$ в один градус між температурами поверхні тіла та середовища:

$$\alpha \equiv \frac{|q|}{\Delta t}. \quad (9.4)$$

Коефіцієнт тепловіддачі являє собою складну функцію від усіх параметрів процесу тепловіддачі. Величина α залежить від форми, розмірів поверхні

теплообміну та чистоти її виконання, від температур поверхні і рідини, швидкості потоку, від фізичних властивостей рідини та поверхні і т. д.

На відміну від коефіцієнтів теплопровідності λ не існує таблиць для визначення коефіцієнтів тепловіддачі α .

Значення коефіцієнтів тепловіддачі визначають або експериментально, або з аналітичного рішення задачі про теплообмін між поверхнею та потоком, що її омиває.

9.1.1.3 Аналіз факторів, що впливають на конвекційний теплообмін та тепловіддачу

Як видно з рівняння (9.1), інтенсивність конвекційного теплообміну залежить від розподілу швидкостей у потоці, тобто від структури потоку.

З гідродинаміки відомо, що розрізняють ламінарний, турбулентний та перехідний режими течії рідини.

В *ламінарному* (шаровому) потоці рідина рухається без перемішування, тобто шари рідини рухаються паралельно один до одного (дивись рисунок 9.1).

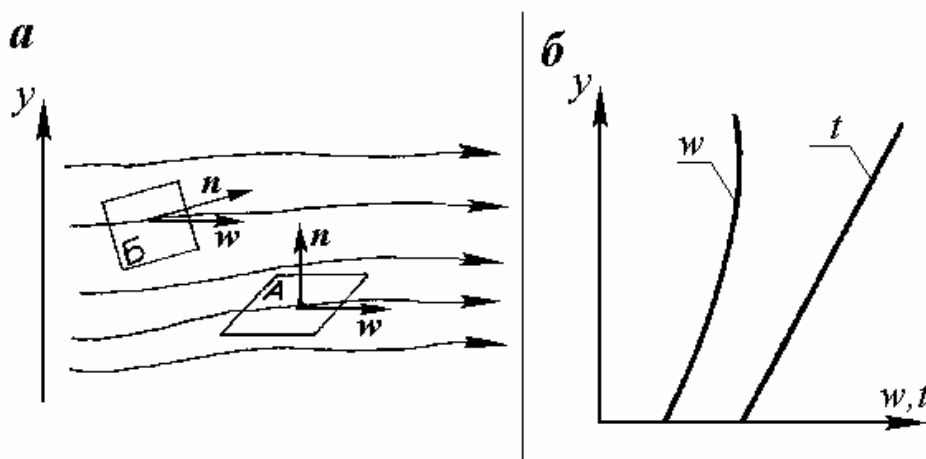


Рисунок 9.1 - Схема ламінарної течії (а) і графіки розподілу температури і швидкості в напрямку поперек потоку (б)

Якщо нормаль n до контрольної поверхні перпендикулярна до напрямку швидкості (лінії току рідини не перетинають контрольну поверхню A), то, згідно з рівнянням (9.1), конвекційний теплообмін відсутній, а тепло від рідини до поверхні A передається лише чистою теплопровідністю:

$$q = - \lambda \cdot \text{grad } t . \quad (9.5)$$

Цей випадок має місце при обтіканні поверхні потоком рідини, тобто в процесі тепловіддачі.

В будь-якому іншому випадку, наприклад, для контрольної поверхні B лінії току перетинають контрольну поверхню, тобто тепло передається як теплопровідністю, так і конвекцією (діє рівняння (9.1)).

Течія називається *турбулентною* (вихровою, неупорядкованою), якщо шари рідини хаотично перемішуються при русі, який відбувається з якоюсь середньою швидкістю \bar{w} в певному напрямку.

На рисунку 9.2 наведено осцилограму коливань швидкості в нерухомій точці турбулентного потоку. На ній \bar{w} – середня швидкість рідини в точці, w – дійсна (миттєва) швидкість.

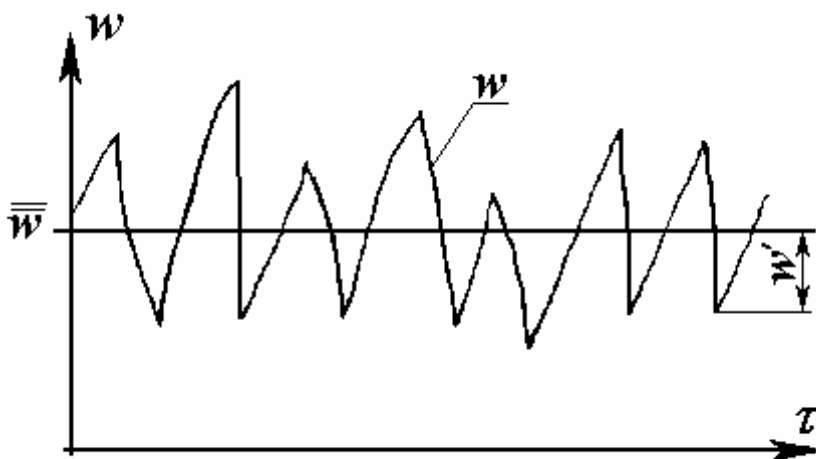


Рисунок.9.2 - Осцилограма коливань швидкості в нерухомій точці турбулентного потоку

Миттєва швидкість w пульсує біля середньої у часі швидкості \bar{w} . Відхилення миттєвої швидкості від середньої у часі називаються пульсаціями швидкості w' :

$$w' = w - \bar{w}.$$

При пульсаціях швидкості відбувається перенос механічної енергії. А якщо в потоці має місце різниця температур, то ті пульсації швидкості приводять до інтенсивного переносу тепла.

Таким чином, турбулентна течія являє собою нестационарний процес. Його, однак, можна розглядати як стаціонарний, якщо інтервал часу усереднення достатньо великий, у порівнянні з періодом пульсації, і достатньо малий, у порівнянні з яким-небудь характерним для усередненого руху інтервалом часу, щоб можна було врахувати можливі зміни середніх температур та швидкостей в процесі.

Далі будемо розглядати стаціонарну турбулентну течію за середніх швидкостей та температур. Знак усереднення ($\bar{\quad}$), однак, писати не будемо.

При турбулентній течії, завдяки вихрам, лінії току завжди перетинають контрольну поверхню, тому конвекційний теплообмін завжди описується повним рівнянням (9.1), тобто завжди необхідно враховувати як конвекцію тепла, так і теплопровідність.

Зміна режиму течії від ламінарного до турбулентного, як відомо з гідродинаміки, відбувається за критичних значень критеріїв Рейнольдса (Re). Так, у випадку течії рідини в трубах

$$Re \equiv \frac{wd}{\nu}, \quad (9.6)$$

де w – швидкість рідини на вході до труби; d – внутрішній діаметр труби; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини.

За $Re \leq 2300$ в трубах здійснюється ламінарний режим течії, за $Re \geq 10^4$ – турбулентний, в інтервалі $2300 < Re < 10^4$ – режим течії перехідний.

Таким чином, з формул (9.1) та (9.6) витікає, що на конвекційний теплообмін впливають також фізичні властивості рідини – такі її характеристики, як густина ρ , питома теплоємність c_p , коефіцієнти теплопровідності λ та кінематичної в'язкості ν .

Всі перелічені величини, за винятком коефіцієнта кінематичної в'язкості ν , визначалися раніше. Для з'ясування сенсу коефіцієнта ν розглянемо фізичний механізм явища в'язкості.

Рух потоку рідини відбувається під дією різниці сил тиску; на рух впливають також сили тяжіння. Заважають руху рідини так звані сили внутрішнього в'язкого тертя або сили в'язкості.

Властивість в'язкості притаманна всім реальним рідинам. Вона виявляється у разі неоднорідності поля швидкостей.

Якщо два шари рідини рухаються з різними швидкостями w_1 та w_2 (дивись рисунок 9.3), то на їх границі виникають дотичні напруження тертя s . (Як фізична величина, s – це сила взаємодії шарів рідини, що рухаються з різними швидкостями, взята у розрахунку на одиницю площі поверхні границі між шарами. У зв'язку з цим вона вимірюється в одиницях тиску.)

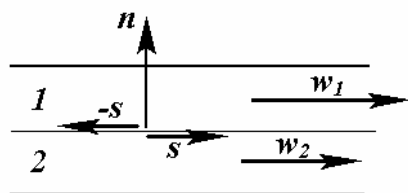


Рисунок 9.3 - Визначення сил в'язкого тертя

Якщо $w_1 > w_2$, то шар рідини 2 гальмує рух шару 1 з силою тертя ($-s$), а шар 1 прискорює рух шару 2 з силою тертя (в'язкості) ($+s$).

Це явище пояснюється наявністю в потоці реальної рідини сил внутрішнього тертя (сил в'язкості). Порівняйте з цієї точки зору такі рідини: мед–олія–вода–повітря.

За гіпотезою внутрішнього тертя Ньютона *сила внутрішнього тертя s , що виникає між частинками або шарами рідини, які рухаються з різними швидкостями, пропорційна зміні швидкості у напрямку, перпендикулярному до напрямку руху*. Цьому твердженню відповідає рівняння:

$$s = \mu \frac{\partial w}{\partial n}, \text{ Па}, \quad (9.7)$$

де $\frac{\partial w}{\partial n}$ – зміна швидкості за нормаллю до границі шарів; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості, Па·с.

Коефіцієнт динамічної в'язкості $\mu \equiv \left| \frac{s}{\partial w / \partial n} \right|$ – це сила в'язкості, що виникає на одиниці поверхні контакту шарів при одиничному градієнті швидкості на ній.

В розрахунках користуються також **коефіцієнтом кінематичної в'язкості**:

$$\nu \equiv \mu / \rho, \text{ м}^2/\text{с}.$$

Інтенсивність тепловіддачі залежить не тільки від розподілу швидкостей в потоці та фізичних властивостей рідини, а також від того, рухається рідина в середині замкненого простору (наприклад, по трубі), чи омиває тіло зовні. Тепловіддача залежить також від форми та розмірів поверхні теплообміну.

Досвід показує, що інтенсивність конвекційного теплообміну залежить ще і від того, в якому напрямку передається тепло – від рідини до стінки, або навпаки, - від стінки до рідини.

Таким чином, основні складнощі при обчислюванні теплового потоку на поверхні тепловіддачі за формулами (9.2) та (9.1) полягають у визначенні коефіцієнта тепловіддачі α , який являє собою функцію, на жаль, практично всіх параметрів процесу. Існують експериментальні та аналітичні методи визначення α . Приступимо до вивчення останніх. Для цього розглянемо математичну модель задачі конвекційної тепловіддачі, яка включає до себе диференціальні рівняння тепловіддачі, рівняння переносу тепла, руху і неперервності маси в потоці рідини та умови однозначності до них.

9.1.2 Математична постановка задач конвекційної тепловіддачі

9.1.2.1 Диференціальне рівняння конвекційної тепловіддачі

Розглянемо особливості течії та переносу теплоти в реальній рідині поблизу поверхні теплообміну.

Нині в гідромеханіці в'язкої рідини панує гіпотеза про те, що частинки рідини, які безпосередньо знаходяться в контакті з твердим тілом, нібито “прилипають” до його поверхні за рахунок сил граничного тертя між рідиною та поверхнею. Цей шар налиплої рідини треба розглядати як нескінченно тонкий. Гіпотеза про рівність нулю відносної швидкості рідини на стінці (поверхні) досить добре підтверджується експериментально – результати вимірювань задовільно узгоджуються з теоретичними результатами, які отримані на основі цієї “гіпотези прилипання”, згідно з якою

$$w_w = w_f \Big|_{n \rightarrow 0},$$

де w – швидкість; індекси w , f вказують на стінку (wall) та рідину (fluid); n – величина координати в напрямку нормалі до поверхні теплообміну з початком на цій поверхні.

В будь-якому потоці рідини, завдяки силам граничного тертя між рідиною та поверхнею та силам внутрішнього тертя в рідині, поблизу поверхні тіла рідина гальмується. Виникає в'язкий граничний шар рідини, в якому течія ламінарна. В цій плівці (граничному шарі) поверхня тіла плавно обтікається потоком, а тепло передається поперек потоку лише чистою теплопровідністю (див. формулу (9.5)), тобто

$$q = -\lambda_f \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \rightarrow 0}. \quad (9.8)$$

Разом з тим питомий тепловий потік, що передається в процесі конвекційної тепловіддачі на поверхні за законом Ньютона-Ріхмана, дорівнює (дивись рисунок 9.4):

$$q = \alpha \cdot (t_w - t_f) \quad (9.9)$$

при $t_w > t_f$.

З порівняння виразів (9.8) та (9.9) одержимо зв'язок:

$$\alpha = - \frac{\lambda_f \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \rightarrow 0}}{t_w - t_f}. \quad (9.10)$$

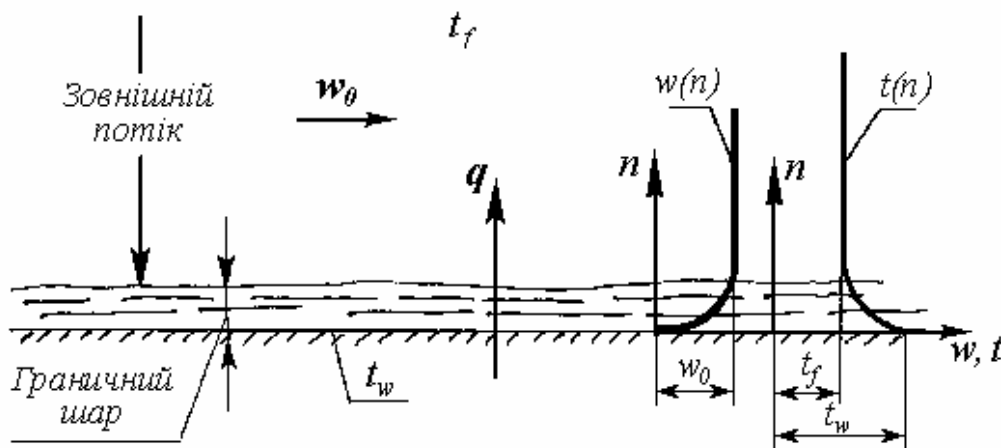


Рисунок 9.4 - До виводу диференціального рівняння тепловіддачі ($t_w > t_f$). Схема граничного шару і графіки залежності швидкості руху w і температури t рідини від координати n :

w_0, t_f - швидкість і температура незбуреного потоку рідини; t_w - температура поверхні.

Формула (9.10) являє собою диференціальне рівняння тепловіддачі, у якому α - локальний або місцевий коефіцієнт тепловіддачі, що характеризує інтенсивність тепловіддачі в даній точці поверхні.

Якщо відомі значення α , то можна розрахувати тепловий потік, що передається скрізь поверхню теплообміну площею F

$$Q = \int_F \alpha \cdot (t_w - t_f) dF. \quad (9.11)$$

Якщо температури рідини та стінки сталі, то

$$Q = \bar{\alpha} \cdot (t_w - t_f) F, \quad (9.12)$$

де

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{F} \int_F \alpha \cdot dF -$$

усереднений за поверхнею коефіцієнт тепловіддачі.

Як видно з рівняння (9.10), для аналітичного визначення α необхідно знати поле температур в потоці рідини, тобто вирішити диференціальне рівняння переносу енергії в потоці рідини.

9.1.2.2 Диференціальні рівняння переносу енергії, руху та маси в потоці рідини

Будемо розглядати потік в'язкої (реальної) нестисливої рідини ($\rho = \text{const}$). В гідродинаміці та теплопередачі *рідиною* називають крапельні рідини або гази, які рухаються зі швидкостями, меншими ніж одна четверта швидкості звуку ($w \leq a/4$).

Далі буде дано виведення рівняння переносу енергії. Аналогічне виведення інших рівнянь наводитися не буде.

Речовину будемо розглядати як неперервне середовище ("континіум"), тепло в якому передається конвекцією та теплопровідністю.

Відокремимо в потоці рідини елементарний об'єм $dV = dx dy dz$ (дивися рисунок 9.5), в якому властивості рідини будемо вважати незмінними ($c_p = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, $\nu = \text{const}$).

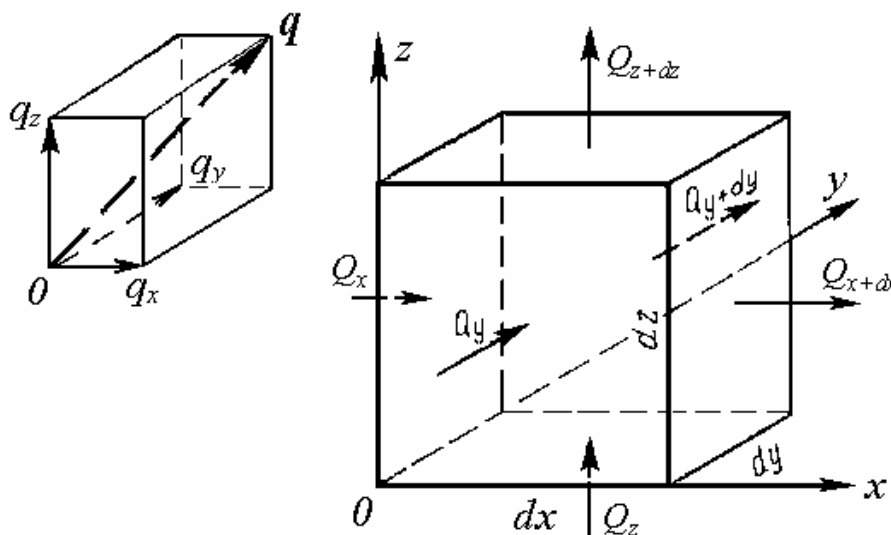


Рис. 9.5 - До виведення диференціального рівняння переносу енергії в потоці рідини

Розташуємо елемент dV в просторі так, щоб вектор густини теплового потоку \mathbf{q} знаходився в першому октанті, тобто щоб тепло надходило до елемента dV крізь грані, які проходять через початок координат (точку O), а виходило з нього крізь протилежні грані. Вектор \mathbf{q} можна розкласти на складові:

$$\mathbf{q} = q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j} + q_z \mathbf{k}, \quad (9.13)$$

де \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} – одиничні орти відповідних координат; q_x , q_y , q_z – проекції вектора густини теплового потоку \mathbf{q} на осі x , y , z . Тоді, згідно з рівнянням (9.1),

$$\begin{aligned}
 q_x &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} + \rho c_p w_x t, \\
 q_y &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} + \rho c_p w_y t, \\
 q_z &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} + \rho c_p w_z t,
 \end{aligned}
 \tag{9.14}$$

де w_x, w_y, w_z – проєкції швидкості рідини на осі x, y, z .

Для визначеності будемо вважати, що елемент dV нагрівається.

В основу виведення закладено два закони – співвідношення (9.1) та перший закон термодинаміки у стисливому середовищі (потоці). Запис останнього закону (у випадку нульової роботи) має вид:

$$dQ = dI, \tag{9.15}$$

де dQ – все тепло, що проходить крізь грані елементу dV та витрачається на його нагрів; dI – зміна ентальпії (тепловмісту) елементу.

Будемо розглядати процес без внутрішніх джерел тепла (в потоці не відбуваються хімічні реакції з виділенням тепла або якісь інші процеси).

Тепло до елементу dV підводиться в процесі конвекції та теплопровідності крізь грані, що перетинають початок координат (точку 0), а відводиться крізь протилежні грані з координатами dx, dy, dz (дивись рис. 9.5). Кількість тепла, підведеного за час $d\tau$, складає

$$dQ_1 = dQ_x + dQ_y + dQ_z,$$

а відведеного -

$$dQ_2 = dQ_{x+dx} + dQ_{y+dy} + dQ_{z+dz},$$

де dQ_x, dQ_y, dQ_z ($dQ_{x+dx}, dQ_{y+dy}, dQ_{z+dz}$) - кількість тепла, що підводиться (або відводиться) крізь відповідні грані.

Різниця між кількостями підведеного та відведеного тепла йде на нагрів елементу dV , тобто зміну його ентальпії dI (що відображено у формулі (9.15)):

$$dQ \equiv dQ_1 - dQ_2 = dI. \tag{9.16}$$

Визначимо кількість тепла, що за інтервал часу $d\tau$ йде на нагрів елементу dV при підводі та відводі тепла крізь грані, які перпендикулярні до осі x :

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = (q_x - q_{x+dx}) dy dz d\tau, \tag{9.17}$$

де q_x та q_{x+dx} – величини x -компоненти густини теплового потоку на гранях з координатами x та $x + dx$, відповідно.

Розкладемо функцію q_{x+dx} в ряд Тейлора у точці x за приростом dx :

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx + \dots \quad (9.18)$$

(Крапками позначені величини, які мають вищий порядок малості, ніж dx .)

Підставивши вираз (9.18) у формулу (9.17), отримаємо

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = \left(-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \dots \right) dydzd\tau = \left(-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \dots \right) dVd\tau. \quad (9.19)$$

Аналогічно розрахуємо кількість тепла, що йде на нагрів елемента dV крізь грані, які перпендикулярні осям y та z .

Сумарна кількість тепла, що нагріває елемент, дорівнює

$$dQ \equiv dQ_1 - dQ_2 = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \dots \right) dVd\tau. \quad (9.20)$$

При нагріві елемента dV його ентальпія збільшується на величину

$$dI = \rho dV c_p dt, \quad (9.21)$$

де dt - зміна температури елемента за час $d\tau$. В свою чергу величина dt зв'язана з тривалістю інтервалу $d\tau$ співвідношенням

$$dt = \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau + \dots, \quad (9.22)$$

в якому крапками позначені малі величини порядку вищого за $d\tau$.

Рівняння (9.15) з урахуванням виразів (9.20), (9.21) та (9.22) буде мати вид:

$$\rho c_p dV \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau + \dots \right) = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} + \dots \right) \cdot dVd\tau. \quad (9.23)$$

Поділімо рівняння (9.23) на $dV d\tau$ та спрямуємо $d\tau$ та dV до нуля. При цьому всі нескінченно малі, що позначені крапками, будуть дорівнювати нулю, а рівняння (9.23) прийме вигляд:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right). \quad (9.24)$$

Рівняння (9.24) являє собою рівняння переносу тепла у безперервному середовищі.

Підставивши в рівняння (9.24) значення q_x , q_y , q_z з виразу (9.14), одержимо один з варіантів запису **диференційного рівняння енергії**:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) - \rho c_p \left[\frac{\partial(w_x t)}{\partial x} + \frac{\partial(w_y t)}{\partial y} + \frac{\partial(w_z t)}{\partial z} \right], \quad (9.25)$$

або

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + t \cdot \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (9.26)$$

Позначимо

$$a \equiv \frac{\lambda}{c_p \rho},$$

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (9.27)$$

$$\frac{D}{d\tau} \equiv \frac{\partial}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial}{\partial x} + w_y \frac{\partial}{\partial y} + w_z \frac{\partial}{\partial z},$$

де a , м²/с – **коефіцієнт температуропровідності**, який являє собою фізичну характеристику речовини і характеризує швидкість вирівнювання температур в тілі в нестационарних процесах переносу тепла (розрахунок коефіцієнта a розглянуто [у пункті 13.1.1.1](#));

∇^2 – **оператор Лапласа**;

$\frac{D}{d\tau}$ – **субстанціальна (або індивідуальна, або повна) похідна**.

Як відомо з гідродинаміки, для нестисливої рідини виконується співвідношення:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (9.28)$$

Вираз (9.28) виводиться з закону збереження маси. Він являє собою **рівняння нерозривності** для в'язкої нестисливої ($\rho = const$) рідини.

Рівняння (9.26) з урахуванням визначень (9.27) та виразу (9.28) приймає вид:

$$\frac{Dt}{d\tau} = a\nabla^2 t. \quad (9.29)$$

Це рівняння - *рівняння переносу енергії нестисливої рідини*. Воно також має назву *рівняння Фур'є-Кірхгофа*. Вираз (9.29) часто записують у формі

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a\nabla^2 t. \quad (9.30)$$

Розглянемо фізичний сенс членів рівняння (9.30).

Доданок $\frac{\partial t(x, y, z, \tau)}{\partial \tau}$ – локальна (часткова) похідна від температури за часом, вона характеризує зміну температури із плином часу в точці з фіксованими просторовими координатами (x, y, z) .

Виміряти локальну похідну в потоці рідини можна за допомогою нерухомого термометра, повз якого рухається рідина.

Член $\left(w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right)$ – конвекційна похідна, яка відбиває той

факт, що температура потоку може змінюватися вздовж течії. У такому разі елемент рідини, що пройшов відповідну відстань за час $d\tau$, має прийняти іншу температуру, навіть якщо температурне поле залишається стаціонарним. Конвекційна похідна характеризує конвекційний макроперенос тепла сумісно з масою речовини від точки до точки. Виміряти її можна за допомогою термометра, який в стаціонарному потоці рухається разом з виділеним елементом рідини із швидкістю цього елемента.

Член $a\nabla^2 t$ характеризує перенос теплоти в потоці рідини за рахунок чистої теплопровідності.

Таким чином, згідно з рівнянням (9.30), зміна температури в точці в потоці рідини відбувається за рахунок конвекції тепла та теплопровідності рідини.

Відзначимо, що для твердого тіла (нерухомої речовини) швидкості w_x , w_y та w_z дорівнюють нулю, тому рівняння (9.30) приймає вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\nabla^2 t. \quad (9.31)$$

Рівняння (9.31) називається *диференціальним рівнянням теплопровідності* Фур'є; воно справедливе для будь-якого процесу теплопровідності, що протікає в твердому тілі.

Повернемося до рівняння конвекційної тепловіддачі (9.10) та рівняння переносу тепла в потоці рідини (9.30), які необхідно вирішити сумісно з метою визначення коефіцієнта тепловіддачі α . Вони містять п'ять невідомих величин:

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha(x, y, z, \tau), \\ t &= t(x, y, z, \tau), \\ w_x &= w_x(x, y, z, \tau), \\ w_y &= w_y(x, y, z, \tau), \\ w_z &= w_z(x, y, z, \tau).\end{aligned}\tag{9.32}$$

Таким чином, систему рівнянь (9.10) та (9.30) потрібно доповнити додатковими рівняннями. Як відомо з гідромеханіки, такими рівняннями є рівняння збереження руху (або імпульсів). Ці рівняння отримують в гідромеханіці на основі другого закону Ньютона, що в загальному виді записується, як:

$$\sum \mathbf{k} = \rho dV \frac{D\mathbf{w}}{d\tau},$$

де $\sum \mathbf{k}$ – сума всіх сил, що діють на елементарний паралелепіпед з об'ємом dV ; $\frac{D\mathbf{w}}{d\tau}$ – субстанціальна похідна від швидкості.

У випадку течії в'язкої нестисливої рідини рівняння збереження руху називаються *рівняннями Нав'є-Стокса*. В проекціях на осі x , y , z вони мають вид:

$$\begin{aligned}\frac{Dw_x}{d\tau} &= g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 w_x; \\ \frac{Dw_y}{d\tau} &= g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \nabla^2 w_y; \\ \frac{Dw_z}{d\tau} &= g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \nabla^2 w_z;\end{aligned}\tag{9.33}$$

де g_x , g_y , g_z - відповідні компоненти вектора прискорення вільного падіння; ν - коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини; P – тиск в потоці.

У рівняннях (9.33) в правих частинах записані повні похідні від відповідних швидкостей. Для пояснення сенсу рівнянь розглянемо, наприклад, перше з них – проекцію рівняння збереження руху на вісь x . Згідно з визначенням (9.27), воно має вид:

$$\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 w_x.$$

В правій частині цього виразу $\partial w_x / \partial \tau$ – зміна проекції швидкості w_x на вісь x з плином часу у фіксованій точці простору, вираз у дужках пропорційний до сил інерції в потоці.

Сума членів в лівій частині рівняння характеризує x -складову сил тяжіння (g_x), тиску $\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right)$ та в'язкості:

$$\left(\nu \nabla^2 w_x \equiv \nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) \right).$$

Таким чином, в системі з п'яти рівнянь (9.10), (9.30) та (9.33) з'явилася ще одна - шоста невідома:

$$P = P(x, y, z, \tau) \quad (9.34)$$

на додачу до п'яти, що розглядалися (9.32).

Систему рівнянь (9.10), (9.30) та (9.33) вдається замкнути, використавши рівняння збереження маси в потоці (9.28).

В результаті маємо замкнену систему з шістьох рівнянь з шістьма невідомими ($t, w_x, w_y, w_z, P, \alpha$), яка описує конвекційну тепловіддачу тіла, що омивається потоком в'язкої нестисливої рідини. Це найпростіша система рівнянь конвекційного теплообміну.

Якщо рідина стискується, то необхідно систему доповнити рівнянням стану; якщо в потоці відбуваються фазові або хімічні перетворення, то до системи з шести рівнянь потрібно додати рівняння фазових переходів або кінетики і так далі.

9.1.2.3 Математична модель задач конвекційної тепловіддачі

Система диференціальних рівнянь тепловіддачі та переносу тепла, руху та маси в потоці рідини - (9.10), (9.28), (9.30), (9.33) - описує довільний процес конвекційної тепловіддачі при обтіканні тіла в'язкою нестисловою рідиною.

Для опису конкретного процесу до диференціальних рівнянь необхідно додати умови однозначності задачі, що характеризують особливості перебігу саме процесу, що розглядається.

Умови однозначності включають до себе:

- **геометричні умови**, що задають форму та розміри тіл (як правило, вони означають визначення ряду характерних розмірів l_0, l_1, l_2, \dots і вибір системи координат);

- **фізичні умови**, що задають всі фізичні властивості робочої речовини (λ, c_p, ρ, ν);

- **часові** або **початкові умови**, які описують особливості процесу в початковий момент часу τ_0 (за $\tau = \tau_0$ задані поля швидкостей, тиску та температур в рідині);

- **граничні умови**, що характеризують особливості перебігу процесу на границях рідинного середовища в будь-який момент часу. Це означає, що на границях області повинні бути відомі значення функцій:

$$\begin{aligned} t_{zp} &= t(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \\ w_{x.zp} &= w_x(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \\ w_{y.zp} &= w_y(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \\ w_{z.zp} &= w_z(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \\ P_{zp} &= P(x_{zp}, y_{zp}, z_{zp}, \tau), \end{aligned}$$

або їх похідних від координат для всього терміну перебігу процесу (індекс zp означає, що значення параметрів береться на границі області розгляду, зокрема, на стінці).

Досить часто через невизначеність величин $t_{zp}, w_{x.zp}, w_{y.zp}, w_{z.zp}, P_{zp}$ задати граничні умови неможливо. У такому разі необхідно до системи диференціальних рівнянь конвекційної тепловіддачі додати диференціальні рівняння теплопровідності в стінках, що оточують потік, і, задавши умови узгодження на границях стінки-рідина, сумісно вирішувати цю розширену систему.

Система диференціальних рівнянь процесу конвекційної тепловіддачі сумісно з умовами однозначності являє собою коректно поставлену задачу, яка має єдине рішення виду:

$$\begin{aligned} t &= t(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_x &= w_x(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_y &= w_y(x, y, z, \tau, \Omega), \\ w_z &= w_z(x, y, z, \tau, \Omega), \\ P &= P(x, y, z, \tau, \Omega), \\ \alpha &= \alpha(x_w, y_w, z_w, \tau, \Omega), \end{aligned} \tag{9.35}$$

де символом Ω позначено всі параметри, що фіксують умови однозначності ($l_0, l_1, l_2, \dots, \lambda, c_p, \rho, \nu, \dots, t_{zp}, w_{x.zp}, w_{y.zp}, w_{z.zp}, P_{zp}, \dots$).

Більшість навіть найпростіших задач конвекційної тепловіддачі у потоці в'язкої нестисливої рідини аналітично до цього часу не вирішена. Вирішити їх

для окремих випадків тіл простої форми в приблизному виді дозволяє застосування теорії подібності в комбінації з теорією граничного шару.

9.2 Теорія подібності фізичних явищ. Критерії подібності та критеріальні рівняння

9.2.1 Основи теорії подібності фізичних явищ

Теорія подібності – це наука про подібність фізичних явищ. Вона являє собою теорію обробки та узагальнення результатів експериментів.

Теорія подібності розвивалась завдяки науковим працям А.А.Гухмана, М.А.Михеева, М.В.Кирпичова, Б.С.Петухова та інших радянських вчених.

9.2.1.1 Поняття подібності фізичних явищ

Вперше поняття подібності зустрічається в геометрії. Подібність розглядається на прикладі подібних геометричних фігур. Це так звана **геометрична подібність**. В таких об'єктах відповідні сторони пропорційні, а відповідні кути рівні.

Так, на рисунку 9.6.a зображені подібні трикутники. Індекс (') означає геометричні параметри першого трикутника, (") – геометричні параметри другого трикутника, подібного до першого.

В подібних трикутниках будь-які відповідні відрізки пропорційні. Так,

$$\frac{l_1''}{l_1'} = \frac{l_2''}{l_2'} = \dots = \frac{h''}{h'} = C_1. \quad (9.36)$$

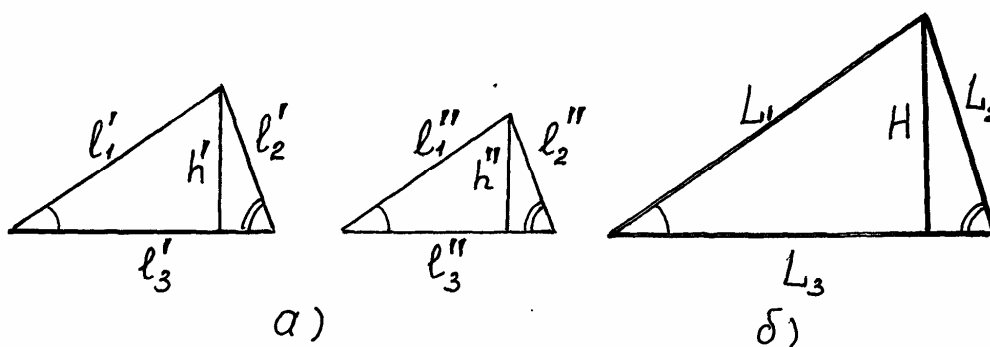


Рис. 9.6 - Геометрично подібні трикутники

Використана у виразі (9.36) величина C_1 – **коефіцієнт** або **константа геометричної подібності** (пропорційності).

Умова (9.36) являє собою математичне формулювання критерію геометричної подібності. Розглянемо її наслідки.

Приведемо обидві фігури до безрозмірного вигляду. Для цього:

1) оберемо масштаби для обох трикутників, взявши для цього подібні відрізки, наприклад, l'_3 та l''_3 ;

2) введемо безрозмірні довжини, як відношення відповідної величини до масштабу, і порівняємо їх:

$$L'_1 \equiv \frac{l'_1}{l'_3}, \quad L''_1 \equiv \frac{l''_1}{l''_3} = \frac{C_1 l'_1}{C_1 l'_3} = \frac{l'_1}{l'_3} = L'_1.$$

Останній вираз отримано з урахуванням математичного формулювання геометричної подібності (9.36). Позначимо

$$L'_1 = L''_1 = L_1.$$

Аналогічно $L'_2 = L''_2 = L_2$; $L'_3 = L''_3 = L_3 = 1$; $H' = H'' = H$.

Таким чином, в безрозмірному вигляді всі відповідні величини подібних фігур рівні одна з одною.

Можна зробити висновок дуже важливий для теорії подібності – всі подібні трикутники в безрозмірній формі зображаються однією та тією ж самою фігурою (рис. 9.6.б).

Поняття подібності може бути поширене на фізичні явища. Розрізняється декілька її видів: **кінетична подібність** – це подібність полів швидкостей руху двох потоків; **динамічна подібність** – подібність сил, що формують подібний розподіл швидкостей руху; **теплова подібність** – це подібність полів температур та теплових потоків.

9.2.1.2 Необхідні умови подібності

Розглянемо умови подібності.

По-перше, два подібні явища повинні відноситися до одного й того ж класу (роду) явищ – мати однакову фізичну природу та описуватися однаковими за формою та змістом диференціальними рівняннями.

Якщо математичний опис двох явищ однаковий за формою, але різний за фізичним змістом, то такі явища називаються **аналогічними**.

По-друге, подібні явища завжди перебігають в геометрично подібних областях.

Наприклад, до одного класу явищ належить теплопровідність в тонких плоских та циліндричних стінках, але ці явища не подібні, тому що не виконується геометрична подібність.

По-третє, при аналізі подібних явищ можна порівнювати між собою тільки однорідні (відповідні) фізичні величини і лише в схожі моменти часу в схожих точках простору.

Однорідними (відповідними) величинами називаються такі, що мають один та той самий фізичний сенс та однакову вимірність (розмірність). Так, можна порівнювати швидкості двох процесів або їх температури і т.д.

Схожими точками геометрично подібних систем називаються такі, координати яких відповідають умовам геометричної подібності:

$$\frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = C_l.$$

Індекси (') і (") характеризують два подібних процеси.

Два **інтервали часу** τ' та τ'' називаються **схожими**, якщо вони мають спільний початок та пов'язані співвідношенням подібності:

$$\frac{\tau''}{\tau_l} = \frac{\tau_l'}{\tau_l} = \dots = C_\tau,$$

де C_τ – **константа подібності часу**.

Подібність двох фізичних явищ означає подібність всіх величин, що характеризують ці явища. Тобто в схожих точках простору в схожі моменти часу будь-яка величина φ' першого явища пропорційна однорідній з нею величині другого явища φ'' :

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} = C_\varphi, \quad (9.37)$$

де C_φ – **константа подібності величини φ** .

Кожна фізична величина φ має свою константу подібності C_φ , яка чисельно відрізняється від інших, однак константи подібності подібних явищ зв'язані поміж собою. Цей зв'язок встановлює теорія подібності при приведенні математичного опису процесу до безрозмірного виду.

9.2.2 Методи теорії подібності

9.2.2.1 Приведення задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірного виду

Розглянемо постановку найпростішої задачі конвекційної тепловіддачі – поздовжнього обтікання плоскої нескінченної в ширину пластини стаціонарним ламінарним потоком в'язкої нестисливої рідини (рис. 9.7).

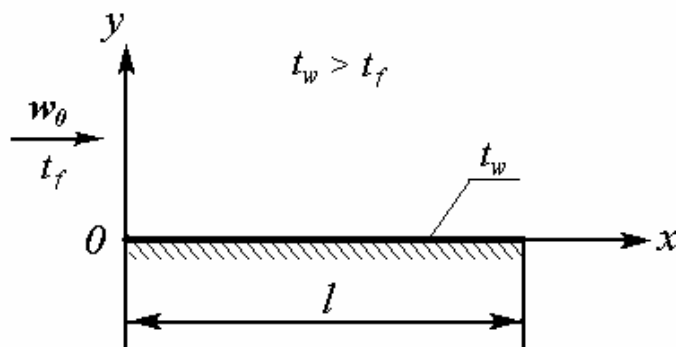


Рис. 9.7 - Поздовжнє обтікання пластини

(w_0, t_f —швидкість та температура незбуреного потоку; l, t_w — довжина та температура поверхні теплообміну.)

Запишемо систему рівнянь переносу кількості руху (9.33), неперервності маси (9.28) та переносу тепла (9.30) для даної задачі з урахуванням стаціонарності процесу $\left(\frac{\partial}{\partial \tau} = 0\right)$ та двовимірності $\left(\frac{\partial}{\partial z} = 0\right)$. Додамо рівняння (9.10) на поверхні теплообміну. За таких умов шукані величини (w_x, w_y, P, t, α) залежать лише від двох незалежних координат x, y .

За базову температуру оберемо найменшу в процесі (t_f), тоді надлишкові температури процесу та поверхні будуть, відповідно,

$$\vartheta \equiv t - t_f, \quad \vartheta_w \equiv t_w - t_f. \quad (9.38)$$

За цих умов система диференціальних рівнянь для задачі, що розглядається, має вид:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = g_x - \frac{l}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right), \quad (9.39)$$

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = g_y - \frac{l}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \right), \quad (9.40)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0, \quad (9.41)$$

$$w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} \right), \quad (9.42)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right|_{y=0} = \alpha \vartheta_w. \quad (9.43)$$

Рівняння (9.41)–(9.43) описують будь-який стаціонарний двовимірний процес тепловіддачі.

Для конкретної задачі, що розглядається, до диференціальних рівнянь (9.39)–(9.43) необхідно додати наступні умови однозначності:

- геометричні: l – довжина пластини,
 x, y – система координат; (9.44)

- фізичні: $g_x=0; g_y = -g$ – прискорення вільного падіння,
 фізичні параметри рідини ρ, ν, a, λ ; (9.45)

– початкові умови - в стаціонарному випадку сенсу не мають;

– граничні умови:

вдалині від тіла

при $y = \infty, 0 \leq x \leq l$

$$\mathcal{Q} = t_f - t_f = 0; \quad w_x = w_0; \quad w_y = 0 \quad (9.46)$$

(w_0 – швидкість незбуреного потоку);

на поверхні тіла

при $y = 0, 0 \leq x \leq l$

$$\mathcal{Q} = t_w - t_f = \mathcal{Q}_w; \quad w_x = w_y = 0 \text{ (умови прилипання)} \quad (9.47)$$

На границях при $x=0$ та $x=l$ ($0 \leq y < \infty$) тиск відомий з рівняння Бернуллі

$$P + \frac{\rho w_0^2}{2} = const . \quad (9.48)$$

У формулах (9.39), (9.48) розрізняють незалежні змінні x, y ; залежні змінні $w_x, w_y, P, \mathcal{Q}, \alpha$ та параметри задачі – $l, g, \rho, \nu, \lambda, a, \mathcal{Q}_w, w_0$.

Описана задача (9.39)–(9.43) за умов однозначності (9.44)–(9.48) аналітично досі не вирішена. Її вирішено приблизно за допомогою теорії граничного шару. Теорія подібності дозволяє отримати безрозмірні залежності залежних змінних від незалежних змінних та параметрів задачі для подальшого розв'язання цих рівнянь за допомогою експериментів.

Покажемо, як це робиться.

Згідно з теорією подібності, приведемо систему рівнянь (9.39)–(9.43) та умови однозначності до безрозмірного вигляду, використавши метод масштабних перетворень. Сутність останнього викладено далі.

Для того, щоб привести будь-яку математичну конструкцію до безрозмірного вигляду, необхідно:

1. Вибрати масштаби вимірювання всіх розмірних фізичних величин. В якості масштабу звичайно обирають найбільш характерні для даного процесу значення відповідної розмірної величини з умов однозначності задачі.

Для даної задачі масштаб довжини l – довжина пластини, характерний розмір обтікання. (Наприклад, для течії рідини в трубі характерний розмір l – це внутрішній її діаметр; при поперечному зовнішньому обтіканні труби в якості масштабу обирається її зовнішній діаметр, при поздовжньому зовнішньому обтіканні труби – її довжина і так далі. Іноді за лінійний масштаб обирається відстань між точками з мінімальною та максимальною температурами процесу).

За масштаб швидкості обирається швидкість рідини на вхідній кромці (швидкість незбуреного потоку) w_0 .

Масштаб температур – це надлишкова максимальна температура процесу $\mathcal{G}_w = t_w - t_f$. (Як правило, в якості масштабу температур обирають найбільшу різницю температур у процесі.)

Масштаб тиску обирають з рівняння Бернуллі (9.48): $P \approx \rho w_0^2$.

2. Ввести безрозмірні аналоги всіх залежних та незалежних змінних, як відношення їх розмірних значень до відповідного масштабу:

$$\begin{aligned} X &\equiv \frac{x}{l}; & Y &\equiv \frac{y}{l}; \\ W_x &\equiv \frac{w_x}{w_0}; & W_y &\equiv \frac{w_y}{w_0}; \\ P &\equiv \frac{P}{\rho w_0^2}; & \Theta &\equiv \frac{\mathcal{G}}{\mathcal{G}_w} = \frac{t - t_f}{t_w - t_f} \end{aligned} \quad (9.49)$$

(P – безрозмірний тиск, всі інші безрозмірні величини позначені великими літерами).

3. З отриманих співвідношень (9.49) визначити відповідні розмірні величини як добуток розмірних величин та їх масштабів:

$$\begin{aligned} x &= X \cdot l, & y &= Y \cdot l; \\ w_x &= W_x \cdot w_0, & w_y &= W_y \cdot w_0; \\ P &= P \cdot \rho w_0^2; & \mathcal{G} &= \Theta \cdot \mathcal{G}_w. \end{aligned} \quad (9.50)$$

4. Підставити отримані співвідношення (9.50) (значення розмірних величин) до вихідної математичної конструкції (9.39)–(9.43), (9.46)–(9.48) та привести її до безрозмірного вигляду.

В якості прикладу розглянемо приведення до безрозмірного виду якогось одного рівняння системи (9.39)–(9.43), наприклад (9.39).

Це рівняння переносу кількості руху в проекції на вісь $0x$. Член зліва $\left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)$ характеризує інерційні сили. Права частина рівняння хара-

ктеризує сили тяжіння ($g_x = 0$), сили тиску $\left(\frac{l}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}\right)$ та в'язкісні сили в потоці рідини $\nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}\right)$. Підставимо відповідні вирази (9.50) в рівняння (9.39), отримаємо

$$\begin{aligned} W_x w_0 \frac{\partial(W_x w_0)}{\partial(X \cdot l)} + W_y w_0 \frac{\partial(W_x w_0)}{\partial(Y \cdot l)} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(P \cdot \rho w_0^2)}{\partial(X \cdot l)} + \nu \left(\frac{\partial^2(W_x w_0)}{\partial(X \cdot l)^2} + \frac{\partial^2(W_x w_0)}{\partial(Y \cdot l)^2}\right). \end{aligned} \quad (9.51)$$

Представимо рівняння (9.51) в безрозмірній формі. Для цього всі масштаби винесемо за дужки:

$$\frac{w_0^2}{l} \left(W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y}\right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\rho w_0^2}{l} \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu w_0}{l^2} \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2}\right). \quad (9.52)$$

Поділимо ліву та праву частину розмірного рівняння (9.52) на множник $\frac{w_0^2}{l}$, який характеризує собою інерційні сили в потоці рідини, і отримаємо безрозмірне рівняння

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2}\right). \quad (9.53)$$

Аналогічно приводяться до безрозмірної форми всі інші рівняння та граничні умови (9.40)–(9.48).

Рівняння переносу кількості руху в проекції на вісь y (9.40) -

$$W_x \frac{\partial W_y}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_y}{\partial Y} = -\frac{gl}{w_0^2} - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{\nu}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 W_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_y}{\partial Y^2}\right). \quad (9.54)$$

Рівняння збереження (неперервності) маси нестисливої рідини (9.41) -

$$\frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_y}{\partial Y} = 0. \quad (9.55)$$

Рівняння переносу тепла (9.42) -

$$W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_Y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{a}{w_0 l} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (9.56)$$

Рівняння конвекційної тепловіддачі (9.43) -

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y \rightarrow 0} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}. \quad (9.57)$$

Граничні умови (9.46)–(9.48) в безрозмірній формі:

$$Y = \infty, \quad 0 \leq X \leq 1: \quad W_x = 1; \quad W_y = 0; \quad \Theta = 0. \quad (9.58)$$

$$Y = 0, \quad 0 \leq X \leq 1: \quad W_x = W_y = 0; \quad \Theta = 1. \quad (9.59)$$

$$X = 0, \quad X = 1, \quad 0 \leq Y < \infty: \quad P = const. \quad (9.60)$$

9.2.2.2 Безрозмірні комплекси та їх фізичний сенс (критерії та числа подібності)

При приведенні задачі конвекційного теплообміну до безрозмірного виду з'явилися безрозмірні комплекси, які отримали назву “**критеріїв подібності**”, якщо вони складаються з незалежних параметрів задачі, і “**чисел подібності**”, якщо до них входять залежні змінні, які визначаються.

В розглянутій задачі мають місце числа та критерії подібності двох типів – “**гідродинамічні**”, отримані при приведенні до безрозмірної форми рівнянь збереження руху, та “**теплові**”, отримані з рівнянь збереження енергії та тепловіддачі. Всі ці безрозмірні комплекси названо на честь вчених, які зробили вагомий внесок у розвиток теорії тепломасообміну.

Гідродинамічні критерії та числа подібності

Критерій Рейнольдса характеризує відношення сил інерції до сил в'язкості:

$$Re \equiv \frac{w_0 l}{\nu}. \quad (9.61)$$

Критерій Фруда являє собою відношення сил тяжіння до сил інерції:

$$Fr \equiv \frac{g \cdot l}{w_0^2}. \quad (9.62)$$

Число Ейлера характеризує відношення тиску, що визначається, до сил інерції:

$$P = Eu \equiv \frac{P}{\rho w_0^2}. \quad (9.63)$$

Теплові критерії та числа подібності

Критерій Пекле - це відношення тепла, що передається конвекцією, до тепла, яке переноситься теплопровідністю:

$$Pe \equiv \frac{w_0 \cdot l}{a}. \quad (9.64)$$

Число Нуссельта (залежна змінна α визначається) - це безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі:

$$Nu \equiv \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}. \quad (9.65)$$

Фізичний сенс критеріїв подібності витікає з методики приведення задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірної форми. Так, гідродинамічні критерії та числа подібності (Fr , Eu , Re), отримані при діленні членів, що характеризують відповідно сили тяжіння, тиску, в'язкості, у правих частинах рівнянь переносу кількості руху (9.53), (9.54) на множник w_0^2/l , пропорційний силам інерції.

Тепловий критерій Пекле отримано з рівняння переносу тепла (9.56) при діленні правої частини рівняння, що характеризує перенос тепла теплопровідністю, на множник w_0/l , який являє собою конвекційний перенос тепла.

9.2.2.3 Отримання критеріального рівняння тепловіддачі

Запишемо безрозмірну систему диференціальних рівнянь конвекційної тепловіддачі (9.53)–(9.57) з урахуванням виразів (9.61)–(9.65):

$$W_x \frac{\partial W_x}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} = -\frac{\partial Eu}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 W_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2} \right). \quad (9.66)$$

$$W_x \frac{\partial W_y}{\partial X} + W_y \frac{\partial W_x}{\partial Y} = -Fr - \frac{\partial Eu}{\partial Y} + \frac{l}{Re} \left(\frac{\partial^2 W_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W_x}{\partial Y^2} \right). \quad (9.67)$$

$$\frac{\partial W_x}{\partial X} + \frac{\partial W_y}{\partial Y} = 0. \quad (9.68)$$

$$W_x \frac{\partial \Theta}{\partial X} + W_y \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{l}{Pe} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right). \quad (9.69)$$

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \Big|_{Y \rightarrow 0} = Nu. \quad (9.70)$$

Проаналізуємо кількість залежних та незалежних змінних і параметрів задачі конвекційної тепловіддачі в безрозмірній формі (9.66)–(9.70), у порівнянні з розмірним видом запису (9.39)–(9.43). (Безрозмірні величини позначаються великими літерами, а розмірні (крім тиску P) – відповідними малими).

Відзначимо, що в безрозмірній системі рівнянь (9.66)–(9.70) та в розмірній – (9.39)–(9.43) кількість незалежних змінних, які ще називаються **симплексами** або **визначаючими змінними**, однакова – дві:

$$(X, Y), \\ (x, y);$$

кількість залежних змінних, або змінних, що визначаються, також однакова – п'ять (нагадуємо, що в безрозмірній формі ці величини ще називаються числами подібності):

$$W_x, W_y, Eu, \Theta, Nu; \\ (w_x, w_y, P, \vartheta, \alpha);$$

кількість незалежних параметрів задачі (або визначаючих параметрів задачі), що отримано з умов однозначності, в безрозмірній формі – три:

$$\text{критерії подібності } Fr, Re, Pe,$$

а в розмірній – вісім:

$$l, g, \rho, \nu, a, \lambda, w_0, \vartheta_w.$$

Таким чином, при приведенні розглянутої задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірної форми зменшується кількість параметрів задачі з восьми

до трьох, що спрощує аналіз рішення. Це перша перевага безрозмірної форми запису системи рівнянь конвекційної тепловіддачі, у порівнянні з розмірною.

По-друге, запис у безрозмірній формі дозволяє, не розв'язуючи задачу, отримати систему рівнянь у вигляді функцій залежних змінних (чисел подібності) від незалежних змінних (симплексів) та незалежних параметрів задачі (критеріїв подібності):

$$W_x = f_1(X, Y, Fr, Re, Pe), \quad (9.71)$$

$$W_y = f_2(X, Y, Fr, Re, Pe), \quad (9.72)$$

$$Eu = f_3(X, Y, Fr, Re, Pe), \quad (9.73)$$

$$\Theta = f_4(X, Y, Fr, Re, Pe), \quad (9.74)$$

$$Nu = f_5(X_w, Y_w, Fr, Re, Pe), \quad (9.75)$$

Функції f_1 – f_5 невідомі, але їх можна визначити з експериментальних досліджень.

У цьому друга перевага безрозмірної форми запису задачі конвекційної тепловіддачі. Така форма надає можливість аналітично-експериментальним шляхом отримати формули (критеріальні рівняння) для розрахунків задач конвекційної тепловіддачі, не вирішуючи аналітично систему рівнянь (9.66)–(9.70) за граничних умов (9.58)–(9.60).

Рівняння (9.71)–(9.75) називаються **критеріальними рівняннями конвекційного теплообміну** в потоці в'язкої нестисливої рідини.

Рівняння (9.73) характеризує гідравлічні втрати в потоці рідини.

Рівняння (9.75) має назву **критеріального рівняння конвекційної тепловіддачі**, воно має фізичний сенс лише на поверхні тепловіддачі. Зазвичай функцію f_5 визначають дослідним шляхом, знаходячи при цьому середнє її значення - f . Для середнього по поверхні безрозмірного коефіцієнта тепловіддачі (\overline{Nu}) рівняння (9.75) приймає вид:

$$\overline{Nu} = f(Fr, Re, Pe) . \quad (9.76)$$

Далі знак усереднення ($\overline{\quad}$) ми інколи писати не будемо, відрізняючи величини на основі того, що локальне значення числа Nu (9.75) залежить від координат поверхні.

Методика експериментального визначення функції f докладніше буде розглянута далі (дивись пункт 9.2.4).

Третя перевага безрозмірної форми запису задачі конвекційної тепловіддачі полягає в тому, що одержане при приведенні математичної моделі процесу

до безрозмірного вигляду критеріальне рівняння (9.76) та його експериментальне рішення (визначення функції f), згідно з першою та другою теоремами подібності (які будуть розглянуті далі), можна поширити на весь клас подібних явищ. Тобто достатньо в одному експерименті визначити функцію f , і це рішення буде чинним для розрахунку будь-якого подібного явища. Саме на цій підставі теорія подібності являє собою теорію обробки експериментів.

9.2.2.4 Критеріальні рівняння тепловіддачі за вільної та вимушеної конвекції

Критеріальне рівняння (9.76) для визначення середнього по поверхні коефіцієнта тепловіддачі $\left(\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu} \cdot \lambda}{l}\right)$ отримане для загального випадку конвекційної тепловіддачі за наявності як природної, так і вільної конвекції. Рівняння (9.76) було отримане при приведенні до безрозмірного виду задачі конвекційної тепловіддачі. Постановка цієї задачі включає як диференціальні рівняння процесу, так і умови однозначності. З цієї причини змінювати – додавати або зменшувати – кількість визначаючих критеріїв (Fr , Pe , Re) не можна. Але можна множити, ділити їх один на одного або на якийсь додатковий безрозмірний множник, складений із розмірних величин, які входять в умови однозначності задачі.

На сьогодні використовують критеріальне рівняння конвекційної тепловіддачі у виді

$$\overline{Nu} = f(Gr, Re, Pr). \quad (9.77)$$

Такий запис точно відповідає математичному опису задачі й ідентичний рівнянню (9.76).

В рівнянні (9.77) використані наступні критерії: гідродинамічний критерій Грасгофа Gr та тепловий критерій Прандтля Pr .

Гідродинамічний **критерій Грасгофа** задається співвідношенням

$$Gr = Re^2 Fr \cdot \beta \cdot \Delta t = \frac{w_0^2 \cdot l^2}{\nu^2} \cdot \frac{g l}{w_0^2} \cdot \beta \Delta t,$$

або

$$Gr \equiv \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta t \cdot l^3}{\nu^2}, \quad (9.78)$$

де $\Delta t = |t_w - t_f| = \mathcal{G}_w$; $\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_P$ – **температурний коефіцієнт об'ємного розширення** середовища.

Величина β являє собою відносну зміну питомого об'єму (або густини) за зміни температури на один градус в процесі за постійного тиску. У випадку газів, що наближаються до ідеальних (у яких $\rho = P/(RT)$), як вже відмічалось у (1.14), значення β розраховується за формулою:

$$\beta \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \left(\frac{P}{RT} \right)}{\partial T} \right)_P = -\frac{P}{R\rho} \frac{\partial \left(\frac{1}{T} \right)}{\partial T} = T \frac{1}{T^2} = \frac{1}{T}. \quad (9.79)$$

У разі скраплених рідин значення β можна отримати з довідникових таблиць теплофізичних властивостей речовин.

Згідно з визначенням (9.78), критерій Грасгофа (Gr) являє собою відношення сил тяжіння у нерівномірно нагрітому середовищі до сил в'язкості.

Тепловий **критерій Прандтля** Pr , який також використовується в рівнянні (9.77), являє собою відношення критеріїв Пекле та Рейнольдса:

$$Pr \equiv \frac{Pe}{Re} = \frac{\frac{w_0 l}{a}}{\frac{w_0 l}{\nu}} = \frac{\nu}{a}. \quad (9.80)$$

Критерій Pr характеризує відношення товщин гідродинамічного та теплового граничних шарів.

Критеріальне рівняння (9.77) описує загальний випадок конвекційної тепловіддачі за наявності вільної та вимушеної конвекції.

Для суто вільної конвекції, коли швидкість вільного руху, за рахунок різниці температур стінки та рідини ($|t_w - t_f|$), значно більша, ніж швидкість вимушеного руху, критеріальне рівняння тепловіддачі має вид:

$$\overline{Nu} = f(Gr, Pr). \quad (9.81)$$

Для вимушеної конвекції, якщо можна знехтувати швидкостями вільного руху, критеріальне рівняння має вид:

$$\overline{Nu} = f(Re, Pr). \quad (9.82)$$

Якщо швидкості вимушеного та вільного руху мають однаковий порядок виміру, то для розрахунку конвекційної тепловіддачі використовують формулу (9.77).

Як вже зазначалося, функції f у формулах (9.77), (9.81) та (9.82) визначаються за допомогою експериментальних вимірювань. Обробка даних дослідів при цьому проводиться з використанням висновків із теорем подібності.

9.2.3 Теорема подібності

Перша та друга теореми подібності розглядають властивості подібних процесів і формулюють необхідні умови подібності. Третя теорема досліджує необхідні та достатні умови подібності.

9.2.3.1 Перша теорема подібності (теорема Ньютона)

Формулювання першої теореми таке: *подібні між собою процеси мають однакові критерії подібності.*

Проведемо доказ твердження на прикладі двох подібних процесів обтікання нескінченної в ширину пластини поздовжнім потоком в'язкої нестисливої рідини. Однорідні величини процесів будемо відрізняти індексами " ' " та " '' " .

Згідно з теорією подібності, для подібних процесів всі однорідні величини в схожі моменти часу в схожих точках пропорційні між собою (9.37):

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} = C_{\varphi},$$

де φ' , φ'' – будь-яка подібна величина двох подібних процесів; C_{φ} – константа подібності відповідної величини.

Так, для подібних процесів подібні координати - простору:

$$\frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{l''}{l'} = C_l, \quad (9.83)$$

- швидкості:

$$\frac{w_x''}{w_x'} = \frac{w_y''}{w_y'} = \frac{w_0''}{w_0'} = C_w, \quad (9.84)$$

- температури:

$$\frac{g_w''}{g_w'} = \frac{g''}{g'} = C_g. \quad (9.85)$$

Порівняємо, наприклад, безрозмірне рівняння переносу енергії (9.69) у подібних процесах, що розглядаються:

$$W'_x \frac{\partial \Theta'}{\partial X'} + W'_y \frac{\partial \Theta'}{\partial Y'} = \frac{l}{Pe'} \left(\frac{\partial^2 \Theta'}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 \Theta'}{\partial Y'^2} \right), \quad (9.86)$$

$$W''_x \frac{\partial \Theta''}{\partial X''} + W''_y \frac{\partial \Theta''}{\partial Y''} = \frac{l}{Pe''} \left(\frac{\partial^2 \Theta''}{\partial X''^2} + \frac{\partial^2 \Theta''}{\partial Y''^2} \right). \quad (9.87)$$

Для рівнянь (9.86) та (9.87) з урахуванням виразів (9.83)–(9.85) можна записати:

$$X'' \equiv \frac{x''}{l''} = \frac{x' \cdot C_l}{l' \cdot C_l} = \frac{x'}{l'} = X',$$

$$W''_x \equiv \frac{w''_x}{w''_0} = \frac{C_w w'_x}{C_w w'_0} = W'_x,$$

аналогічно

$$Y'' = Y'; \quad W''_y = W'_y; \quad \Theta'' = \Theta'.$$

Таким чином, в подібних процесах залежні і незалежні безрозмірні змінні величини однакові, тому рівняння (9.87) можна переписати у вигляді:

$$W'_x \frac{\partial \Theta'}{\partial X'} + W'_y \frac{\partial \Theta'}{\partial Y'} = \frac{l}{Pe''} \left(\frac{\partial^2 \Theta'}{\partial X'^2} + \frac{\partial^2 \Theta'}{\partial Y'^2} \right). \quad (9.88)$$

В рівняннях (9.86) та (9.88) зустрічаються тільки змінні, що описують процес зі штрихом ('), тому ці рівняння описують один та той самий процес ('). Але фізичний процес може бути описаний тільки одним рівнянням, тому рівняння (9.86) та (9.88) тотожні, тобто

$$Pe' = Pe''. \quad (9.89)$$

Теорему Ньютона доказано.

Відзначимо, що рівняння (9.88) та тотожне йому рівняння (9.86) - це те ж саме, що й рівняння (9.87). З цього витікає, що подібні процеси в безрозмірних координатах описуються однаковими рівняннями.

З визначення (9.64), з урахуванням виразу (9.37), витікає, що

$$Pe'' \equiv \frac{w''_0 \cdot l''}{a''} = \frac{w'_0 C_w \cdot l' C_l}{a' C_a} = \frac{w'_0 l'}{a'} C_{Pe} = Pe' \cdot C_{Pe},$$

де $C_{Pe} = \frac{C_w C_l}{C_a}$ – індикатор подібності. Звідси випливає, що для виконання співвідношення $Pe' = Pe''$ необхідно, щоб індикатор подібності C_{Pe} дорівнював одиниці.

Аналогічно можна отримати

$$Re'' = Re', \quad C_{Re} = \frac{C_w C_l}{C_v} = 1 .$$

Останні формули демонструють наслідок з теореми подібності Ньютона: *в подібних процесах індикатори подібності дорівнюють одиниці.*

9.2.3.2 Друга теорема подібності (теорема Бекінгема)

Формулювання другої теореми: *критеріальні залежності для всіх подібних процесів однакові. (Або: всі подібні процеси описуються одним та тим самим критеріальним рівнянням).*

При доказі першої теореми подібності було отримано висновок, що всі подібні процеси описуються однією та тією ж самою системою рівнянь в безрозмірній формі, рішенням якої є критеріальне рівняння конвекційної тепловіддачі (9.76):

$$\overline{Nu} = f_*(Fr, Re, Pe)$$

або (9.77)

$$\overline{Nu} = f_{**}(Gr, Re, Pr) .$$

З другої теореми подібності витікає, що можна, визначивши значення функцій f_* або f_{**} з одного-єдиного експерименту, отримати розрахункові рівняння для всіх подібних процесів.

З цієї причини теорія подібності є теорією обробки дослідів.

9.2.3.3 Третя теорема подібності (теорема Кирпичова)

Перша та друга теореми подібності розглядають властивості подібних між собою процесів.

Третя теорема (теорема Кирпичова) формулює необхідні та достатні умови подібності: *подібні ті процеси одного класу, умови однозначності яких подібні, а критерії, які складені з величин, що входять до умов однозначності, чисельно однакові.*

Доказ третьої теореми витікає з доказів першої та другої теорем подібності.

Третя теорема являє собою теоретичну основу моделювання. Сутність моделювання полягає у наступному: дослідження особливостей технологічних процесів, реалізація яких пов'язана з технічними та економічними труднощами (наприклад, розповсюдження пожежі конвекційними потоками), проводиться на інших процесах (моделях). Останні подібні до вихідних процесів і, як правило, достатньо просто та дешево реалізуються. Отримані на моделях результати (після обробки з використанням теорії подібності) будуть вірні для вихідних процесів.

9.2.4 Узагальнення дослідних даних за допомогою теорії подібності

Розглянемо принципові особливості експериментального методу отримання середніх критеріальних рівнянь конвекційної тепловіддачі на прикладі вільної конвекції повітря навколо горизонтальної труби у великому об'ємі.

Завжди перед експериментатором стоять дві задачі - отримати дослідні фізичні параметри для конкретного об'єкта, що вивчається, і розповсюдити результати дослідів на максимально можливу кількість випадків подібних явищ.

Так, наприклад, при дослідженні вільної конвекції повітря (повітря будемо вважати ідеальним газом) навколо горизонтальної труби, по-перше, визначають значення коефіцієнта тепловіддачі від поверхні труби до повітря, по-друге, обробляють результати у безрозмірній формі. Останнє дозволяє отримати критеріальні рівняння для розрахунку будь-якого випадку вільної конвекції ідеального газу навколо горизонтальної труби (тобто за будь-яких геометричних розмірів труби та фізичних параметрів середовища та труби; нагадаємо, що ідеальними газами можна вважати, крім повітря, наприклад, перегріту пару або димові гази).

Нехай горизонтальну трубу розташовано у великому об'ємі нерухомого повітря. Температура поверхні труби за умовою більша, ніж температура оточуючого повітря. В тонкому пристінному шарі, що контактує з гарячою поверхнею труби, повітря прогривається за рахунок теплопровідності. При цьому, відповідно до рівняння стану ідеального газу ($\rho = P / RT$), зі зростанням температури густина повітря зменшується. Тому поблизу стінки на прогріте повітря діють під'ємні сили. Легке повітря, несучи із собою тепло, підіймається вгору, а його місце займає більш важке холодне повітря. Характерний можливий вигляд потоків, що утворюються, зображено на рисунку 9.8.

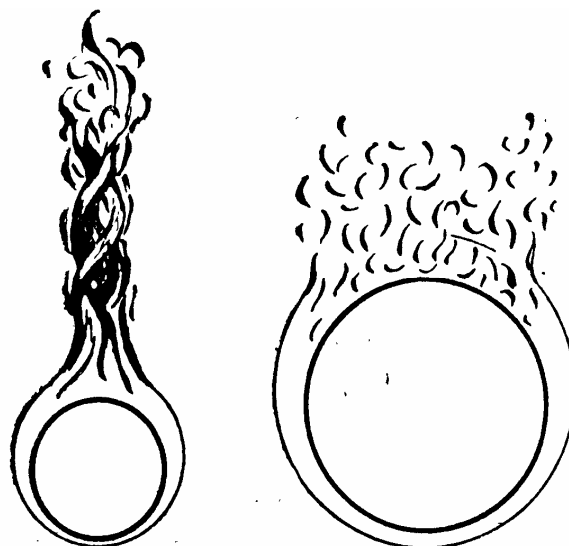


Рис.9.8 - Характер вільного руху повітря навколо горизонтальних труб

Таким чином, поблизу нагрітої поверхні труби виникає вільний рух повітря, що призводить до конвекційного теплообміну між "гарячою" стінкою та "холодним" оточуючим середовищем, тобто, з одного боку, нагрівання повітря приводить до його руху, з іншого - під час руху повітря переносить з собою тепло - виникає природна (вільна) конвекція тепла.

Інтенсивність цього процесу залежить від усіх параметрів, що характеризують процес, - температур поверхні t_w та рідини t_f , геометрії поверхні, від фізичних параметрів рідини та поверхні і т.д.

На рисунку 9.9 зображено можливу принципову схему дослідної установки. На поверхні калориметра (1), у якому знаходиться електронагрівач (2), розташовано m термопар (3). Потужність електричного струму нагрівача W_I вимірюється за допомогою амперметра (4) та вольтметра (5):

$$W_I = I \cdot U, \text{ Вт,}$$

де I - сила струму, А; U - напруга, В.

Змінювати потужність, а з нею і t_w можна за допомогою регулятора напруги (6). Для запобігання втрат тепла у навколишнє середовище торці калориметра ізолювано (7).

Визначимо за допомогою експериментальних вимірів коефіцієнт тепловіддачі від труби, що нагрівається, до оточуючого повітря. Відповідно до закону збереження енергії, в стаціонарних умовах все тепло, що виділяє електронагрівач за секунду (W_I), буде віддаватися в оточуюче середовище конвекційною тепловіддачею та тепловим випромінюванням з бокової поверхні труби:

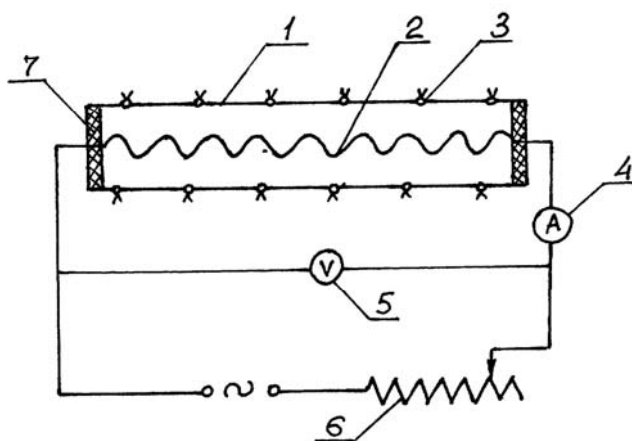


Рис. 9.9 - Принципова схема дослідної установки

$$W_I = Q_k + Q_p,$$

де Q_k , Q_p – тепловий потік, який йде від труби в процесах природної конвекції та радіації (випромінювання), відповідно, Вт.

Якщо радіаційний теплообмін нехтовно малий, у порівнянні з конвекційним теплообміном $Q_p \ll Q_k$, то умова енергетичного балансу приймає вид:

$$W_I = Q_k,$$

що дозволяє у стаціонарному випадку, вимірюючи W_I , знати Q_k .

Згідно з (9.9) конвекційний теплообмін описується законом Ньютона-Ріхмана:

$$Q_k = \bar{\alpha} \cdot (\bar{t}_w - t_f) \cdot F,$$

де $\bar{\alpha}$ - середній по поверхні коефіцієнт конвекційної тепловіддачі, Вт/(м² К); \bar{t}_w, t_f - середня температура поверхні труби та температура повітря, відповідно, °С; F - площа поверхні тепловіддачі (бокова поверхня труби), м². (За відомих геометричних розмірів труби - зовнішнього діаметра d та довжини l : $F = \pi \cdot d \cdot l$.)

Температура поверхні труби визначається за допомогою m термопар як середнє арифметичне:

$$\bar{t}_w = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m t_{wi},$$

де t_{wi} - вимірний показник кожної з m термопар, $^{\circ}\text{C}$.

Температура повітря t_f вимірюється у приміщенні на віддалі від поверхні нагріву за допомогою кімнатного термометра.

Знайшовши дослідним шляхом величини W_I, \bar{t}_w, t_f та знаючи F , розраховують значення середнього коефіцієнта тепловіддачі:

$$\bar{\alpha} = \frac{Q_k}{(\bar{t}_w - t_f) \cdot F}. \quad (9.90)$$

Змінюючи потужність нагріву W_I (а з нею і середню температуру поверхні труби \bar{t}_w), одержують графічну залежність коефіцієнта тепловіддачі $\bar{\alpha}$ від температурного напору $\Delta t = \bar{t}_w - t_f$:

$$\bar{\alpha} = f_{\alpha}(\Delta t). \quad (9.91)$$

ІІ варіант наведено на рис.9.10.

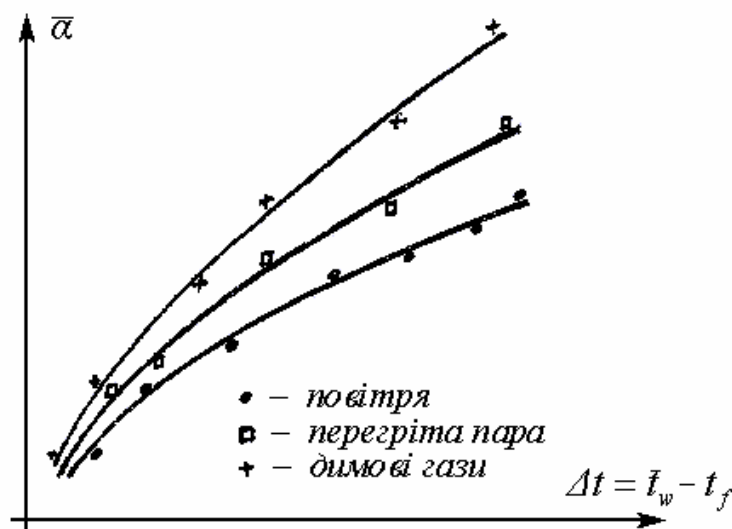


Рис.9.10 - Залежності середнього коефіцієнта тепловіддачі від температурного напору для різних середовищ

Коефіцієнт тепловіддачі α являє собою складну функцію процесу – він залежить від усіх параметрів даного конкретного процесу. Тому, наприклад, для того, щоб визначити коефіцієнт тепловіддачі у випадку, коли робочою рідиною в процесі була б перегріта водяна пара або димові гази, потрібно було б повторити дослідження для водяної пари та димових газів. Припустимо, що такі експерименти було проведено і отримано залежності $\bar{\alpha} = f_{\alpha}(\Delta t)$ для цих середовищ (дивись рисунок 9.10).

Для труби інших габаритів або для інших робочих рідин експерименти треба проводити знову для всіх цих випадків, кількість яких необмежена.

Використання методів теорії подібності дозволяє запобігти великої кількості дорогих експериментів, а провести лише єдине експериментальне дослідження і його результати розповсюдити на весь клас подібних явищ. (**Клас подібних явищ** – це, згідно з теорією подібності, сукупність явищ, які мають однакову або аналогічну фізичну природу та описуються однаковими за формою диференціальними рівняннями та умовами однозначності.) В даному прикладі до такого класу можна віднести всі випадки вільної конвекції навколо горизонтальної труби, що відбуваються в ідеальних газах, незалежно від розмірів труби, фізичних параметрів рідини, температурного рівня процесу й так далі.

Відповідно до першої та другої теорем подібності, всі подібні процеси в безрозмірній формі описуються однією і тією ж самою системою диференціальних рівнянь та умовами однозначності, аналіз яких дозволяє отримати критеріальні залежності, які тотожні для всіх процесів, що можна віднести до даного класу явищ.

Іншими словами, експериментальні точки, що отримано у різноманітних дослідженнях процесів одного класу, лягають на одну й ту ж саму криву в безрозмірних координатах, яку можна отримати при виконанні одного-єдиного експерименту. Для цього необхідно вдало вибрати безрозмірні змінні для представлення результатів.

Теорія подібності на підставі аналізу математичного опису процесу та експериментальних результатів дає такі змінні. В даному випадку цими величинами є, відображені у рівнянні (9.81), критерії подібності, що обумовлюють теплообмін за вільної конвекції:

$$\overline{Nu}_{f,l} = f(Gr_{f,l}, Pr_f). \quad (9.92)$$

У виразі (9.92) і далі індекс f характеризує параметри робочої рідини за визначаючої температури t_f , яку має рідина на віддаленні від поверхні теплообміну. Слід зазначити, що за визначаючу температуру приймають таку, яку можна задати або легко обчислити. Для горизонтальної труби це температура незбуреного потоку t_f на досить великій (нескінченній) відстані від труби. В якості визначаючого розміру l обирають розмір, що в більшій мірі відповідає фізичній сутності задачі. Для горизонтальної труби – це зовнішній діаметр $l = d$, для вертикальної труби - її довжина $l = L$. Іноді вибирають комбінацію з кількох фізичних величин, яка має розмірність довжини.

В результаті для горизонтальної труби число Нуссельта (9.65), критерії Грасгофа (9.78) та Прандтля (9.80) мають вид:

$$\overline{Nu}_{f,d} = \frac{\bar{\alpha} \cdot d}{\lambda_f},$$

де λ_f - коефіцієнт теплопровідності рідини, Вт/(м К);

$$Gr_{f,d} = \frac{g \cdot \beta_f \Delta t \cdot d^3}{\nu_f^2},$$

де $\Delta t = |\bar{t}_w - t_f|$ - середній температурний напір, °С; ν_f - коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, м²/с; β_f - коефіцієнт об'ємного розширення рідини.

Для газів, які можна прийняти за ідеальні (повітря, перегріта пара, димові гази), згідно з формулою (9.79):

$$\beta_f = \frac{1}{T_f}.$$

Визначаючий критерій Прандтля Pr також береться за температури t_f :

$$Pr_f = \frac{a_f}{\nu_f},$$

де a_f – коефіцієнт температуропровідності рідини.

При розрахунках чисельні значення параметрів λ_f , ν_f , Pr_f беруть в довідниках з таблиць теплофізичних властивостей рідин.

Таким чином, у випадку вільної конвекції повітря навколо горизонтальної труби критеріальне рівняння (9.92) має вид:

$$\overline{Nu}_{f,d} = f(Gr_{f,d}, Pr_f).$$

Більше того, через те, що критерій Прандтля газів нехтовно мало залежить від температури, критеріальне рівняння можна шукати у більш простому виді:

$$\overline{Nu}_{f,d} = f(Gr_{f,d} \cdot Pr_f). \quad (9.93)$$

Значення функції f у формулі (9.93) визначається експериментально. Для цього одержані результати досліджень (формули (9.90), (9.91) або залежність для повітря на рис. 9.10) приводяться до безрозмірного вигляду. Формально справа зводиться до заміни змінних:

$$\bar{\alpha} \rightarrow \overline{Nu}_{f,d}, \quad \Delta t \rightarrow Gr_{f,d} \cdot Pr_f.$$

В результаті експериментальна залежність (9.91) набуває виду:

$$\overline{Nu}_{f,d} = \frac{d}{\lambda_f} \cdot f_{\alpha} \left(\frac{v_f^2}{g\beta_f d^3 Pr_f} \cdot Gr_{f,d} \cdot Pr_f \right). \quad (9.94)$$

Нагадуємо, що, відповідно до другої теореми подібності, в безрозмірних координатах $\overline{Nu}_{f,d}, (Gr_{f,d} \cdot Pr_f)$ експериментальні точки, які отримано у будь-яких дослідженнях для ідеального газу (наприклад, для повітря, перегрітої пари та димових газів на рис. 9.10), повинні лягати на цю ж саму криву (9.94) (дивись рисунок 9.11).

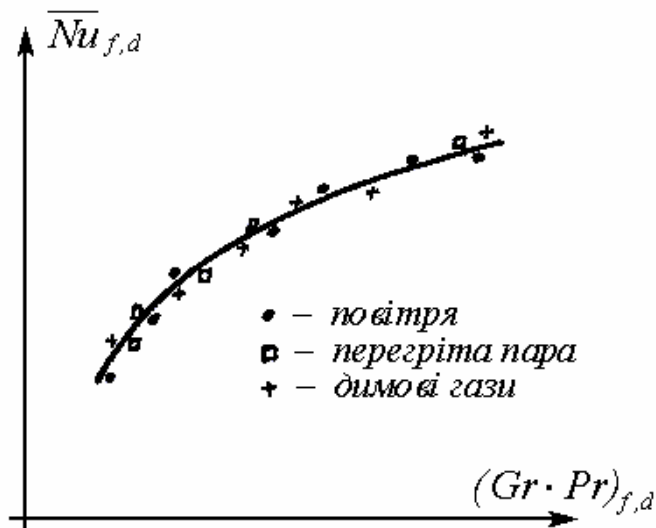


Рис.9.11 - Критеріальна залежність для вільної конвекції ідеальних газів навколо горизонтальної труби

Як відомо з багатьох досліджень критеріальне рівняння (9.93) для вільної конвекції повітря навколо горизонтальної труби може бути апроксимоване степеневою функцією:

$$\overline{Nu}_{f,d} = C \cdot (Gr_{f,d} \cdot Pr_f)^n. \quad (9.95)$$

Для отримання чисельних значень коефіцієнта C та показника степеня n у виразі (9.95) за точками, отриманими в експерименті, застосуємо класичний метод, яким користувався М.А. Міхеєв [8, 9]. Представимо залежність (9.95) у логарифмічних координатах (рисунок 9.12):

$$\ln(\overline{Nu}_{f,d}) = \ln C + n \cdot \ln(Gr_{f,d} \cdot Pr_f).$$

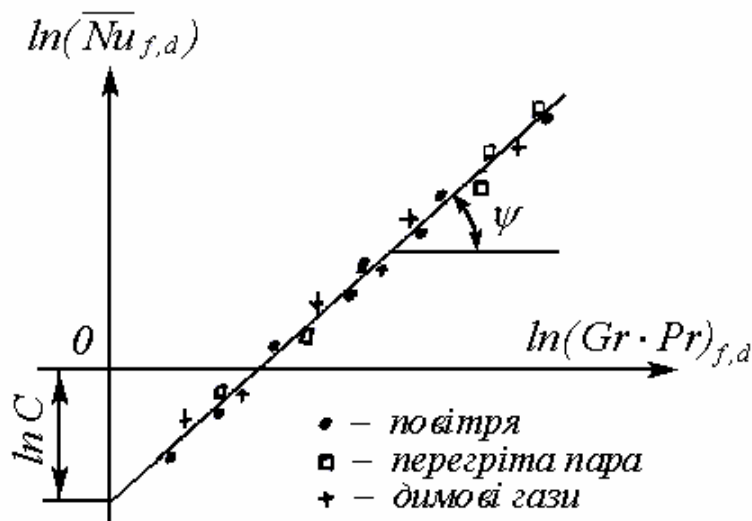


Рис.9.12 - Критеріальна залежність $\ln(\overline{Nu}_{f,d}) = f(\ln(Gr_{f,d} \cdot Pr_f))$

Ця лінія являє собою пряму, тангенс кута ψ нахилу якої до осі абсцис дорівнює показнику степеня n ($\operatorname{tg} \psi = n$), а відрізок, що відсікає пряма на осі ординат, дорівнює $\ln C$. Таким чином, степінь n можна знайти, вимірюючи кут ψ на графіку рисунку 9.12. Коефіцієнт C можна визначити аналітично відповідно до формули:

$$C = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{(\overline{Nu}_{f,d})_i}{(Gr_{f,d} \cdot Pr_f)_i^n},$$

де k - кількість замірів при проведенні дослідження.

Підтвердженням можливості використання степеневі залежності (9.95) є розташування всіх експериментальних точок у логарифмічних координатах на одній прямій лінії.

Таким чином, в результаті одного експериментального дослідження можна отримати загальне критеріальне рівняння для випадків вільної конвекції навколо горизонтальної труби. Ця залежність може бути використана для розрахунків усіх подібних явищ даного класу.

Критеріальне рівняння (9.95) тотожне для всіх процесів тепловіддачі ідеальних газів навколо горизонтальної труби, але слід зазначити, що, користуючись розрахунковою формулою (9.95), опорні розмір та температуру, необхідно вибирати так само, як це було зроблено при отриманні цієї формули її авторами. Нехтування цією обставиною може привести до великих похибок.

Розглянутий калориметричний метод отримання критеріальних рівнянь широко використовується для визначення коефіцієнтів тепловіддачі у різноманітних процесах конвекційного теплообміну, наприклад, при дослідженні вільної конвекції навколо вертикальної труби (плити, стіни), вимушеної конвекції навколо горизонтальної, вертикальної труби (плити) та в інших випадках. Конкретний вид критеріальних рівнянь для різноманітних випадків конвекційного теплообміну наведено у теплотехнічних довідниках.

9.3 Конвекційна тепловіддача в однофазному середовищі

Критеріальні рівняння для розрахунків більшості процесів тепловіддачі за вимушеної та вільної конвекції отримано за допомогою калориметричного експериментального методу дослідження процесів. При цьому в ході обробки та висвітлення дослідних результатів застосовувалися методи теорії подібності, які викладено у попередньому матеріалі.

Розглянемо деякі конкретні випадки конвекційної тепловіддачі.

9.3.1 Тепловіддача за вільної конвекції в однофазному середовищі

Природна конвекція має місце в багатьох випадках при теплообміні між навколишнім середовищем та поверхнями конструкцій, які огороджують приміщення, поверхнею трубопроводів, печей та іншого технологічного обладнання. Нагадуємо, що необхідною умовою цього виду конвекції (тобто руху рідини) є не нульова різниця температур конструкцій і середовища.

Характер руху може бути плівковим, ламінарним, перехідним, турбулентним. Звичайно при середніх температурних напорах спостерігаються всі види руху.

Розрізняють тепловіддачу у великому об'ємі та в обмеженому просторі.

9.3.1.1 Тепловіддача у великому об'ємі

Великим об'ємом називається об'єм, у якому вільний рух, що виникає біля інших тіл, не відбивається на русі, що розглядається. Тепловіддача у такій ситуації називається *тепловіддачею у великому об'ємі*.

Прикладом такого теплообміну є тепловіддача від димових газів до огороджуючих конструкцій приміщення при пожежі в ньому. Розрахунок цього процесу є умовою прогнозування прогріву конструкцій в умовах пожежі.

Розглянемо деякі типові варіанти тепловіддачі у великому об'ємі.

Нехай вертикальна плоска стінка (або труба) з постійною температурою t_w знаходиться в рідині, температура якої вдалині від стінки дорівнює t_f так, що $t_w > t_f$ (рисунок 9.13).

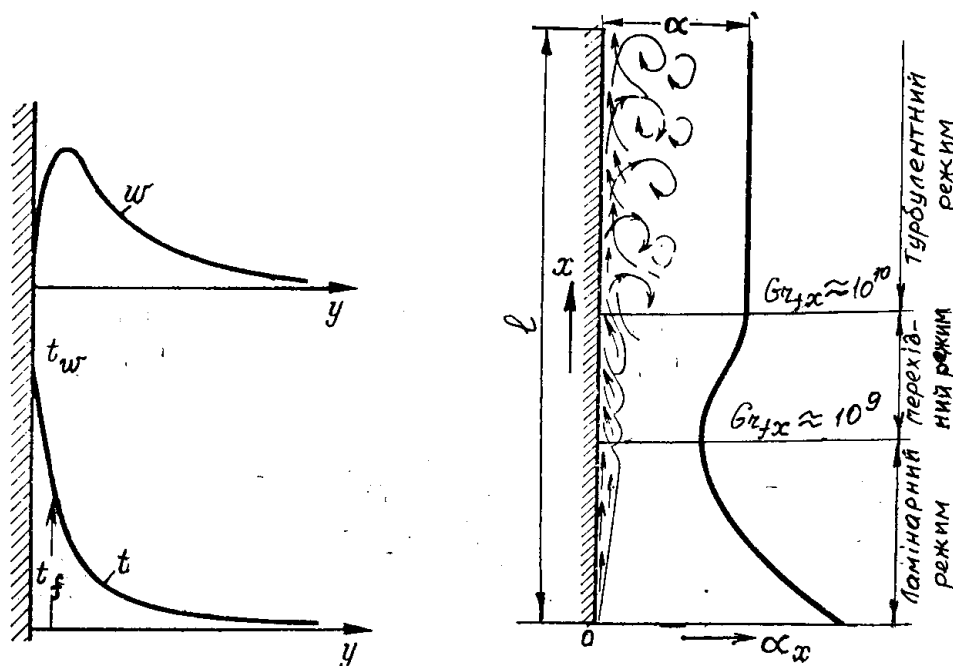


Рисунок 9.13 - Зміна параметрів рідини (w , t) поблизу поверхні та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x за висотою пластини або труби при вільному русі у великому об'ємі

При торканні “холодної” рідини до “гарячого” тіла вона прогрівається, стає більш легкою та прямує догори. Відповідний характерний розподіл швидкостей та температур у пристінному шарі наведено на рисунку 9.13. Якщо тіло холодніше за рідину, то рідина охолоджується і прямує донизу. Саме такий процес має назву “вільного (природного) руху”.

Вільний рух, що виникає біля вертикальної стінки (або труби), може бути як ламінарним, так і турбулентним, в залежності від величини температурного напору $\Delta t = t_w - t_f$, точніше від значення критерію Грасгофа $Gr = g \beta \Delta t x^3 / \nu^2$ (дивись визначення (9.78)). За невеликих значень Δt ($GrPr \leq 10^9$) виникає ламінарний рух рідини, за великих значень Δt ($GrPr \geq 10^{10}$) домінує турбулентний режим течії.

Напроти нижньої точки стінки в плівці рідини, що підіймається з невеликою швидкістю, формується ламінарна течія. За мірою підняття товщина шару, що рухається, зростає і далі (при $GrPr > 10^9$) ламінарний шар починає руйнуватися, його товщина зменшується, виникає локоноподібний (хвилястий) рух рідини. Останній з ростом висоти поступово інтенсифікується і приймає форму турбулентного руху (дивись рисунок 9.13).

Відповідно до зміни товщини шару рідини, що рухається, а також характеру течії, змінюється і локальний коефіцієнт тепловіддачі α_x (дивись рисунок 9.13). Шар рідини можна розглядати як своєрідний термічний опір, що роз'єднує “гарячу” стінку та “холодну” рідину. Чим товщ ий шар, тим більший термічний опір, і це означає, що із зростанням шару інтенсивність тепловіддачі (разом із α_x) зменшується.

У розвитку вільного руху форма тіла відіграє другорядну роль. Основне значення для вільного руху має характерний вертикальний розмір поверхні, вздовж якої відбувається теплообмін (для вертикальної стінки або труби – це довжина, для горизонтальної – зовнішній діаметр).

Характер руху рідини навколо горизонтальних труб ілюструється на рисунку 9.9.

Глибокі експериментальні дослідження тепловіддачі у вільному потоці з вертикальними та горизонтальними поверхнями, трубами, дротами та кулями було проведено М.В.Кирпичовим, М.А.Міхеєвим та їх учнями. Дослідження проводилися з повітрям, воднем, вуглекислотою, водою, маслами та різноманітними органічними речовинами.

В результаті узагальнення дослідних даних було отримано емпіричні критеріальні рівняння тепловіддачі за вільної конвекції. Приклад останніх наведено у таблиці 9.1, де в якості визначальної взята температура рідини (t_f).

Таблиця 9.1 - Критеріальні рівняння тепловіддачі при вільній конвекції у великому об'ємі

$Nu_{fl} = C \cdot (Gr_{fl} Pr_f)^n \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}$							
$Gr_{fl} Pr_f$	Режим руху	C	n	Об'єкт	Характерний розмір l	Вид Nu_{fl}	Додаткові умови
$10^3 \div 10^9$	ламіна- рний	0.50	0.25	горизонта- льна труба	d – зовніш- ній діаметр	$\overline{Nu}_{f.d}$	$t_w = const$
		0.76	0.25	вертикаль- на стіна, труба	h - висота	$\overline{Nu}_{f.h}$	$t_w = const$
		0.55	0.25		x – поточна відстань	$Nu_{f.x}$	$t_w = const$
		0.60	0.25				$q = const$
$6 \cdot 10^{10} <$	турбу- лентний	0.15	0.33		x – поточна відстань	$Nu_{f.x}$	$t_w = const$

Дані рівняння отримано при $0.7 \leq Pr_f \leq 3 \cdot 10^3$.

У таблиці 9.1 і далі символом \overline{Nu} позначено середнє значення числа Нуссельта. Це теплове число подібності вводиться співвідношенням:

$$\overline{Nu} \equiv \frac{\bar{\alpha} \cdot l}{\lambda}, \quad (9.96)$$

в якому l - характерний розмір процесу теплообміну всієї поверхні, а $\bar{\alpha}$ - зви- чайне середнє по поверхні теплообміну значення коефіцієнта тепловіддачі α .

Спираючись на визначення (9.96), можна зв'язати \overline{Nu}_l із локальними значеннями числа Нуссельта Nu_x . Так, якщо місцевий коефіцієнт тепловіддачі α_x визначається тільки однією з відстаней (позначимо її x) на поверхні тепло- обміну, то

$$\overline{Nu}_l \equiv \frac{l}{\lambda} \bar{\alpha} = \frac{l}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{l} \int_0^l \alpha_x dx \right] = \frac{l}{\lambda} \cdot \left[\frac{1}{l} \int_0^l Nu_x \frac{\lambda}{x} dx \right] = \int_0^l \frac{Nu_x}{x} dx .$$

В багатьох критеріальних рівняннях є експериментальний множник Міхєєва:

$$C_t \equiv \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} , \quad (9.97)$$

де Pr_f, Pr_w - критерій Прандтля рідини за температур рідини t_f та поверхні теплообміну t_w , відповідно. Множник C_t враховує напрямок теплового потоку, тобто віддає чи отримує тепло поверхня теплообміну. Як правило, віддача тепла поверхнею має місце при $C_t > 1$, а отримання – при $C_t < 1$.

У випадку конвекції у газах (через слабку залежність критерію Pr газів від температури) із точністю частки процента виконується рівність:

$$C_t \approx 1 .$$

Якщо в якості визначальної температури взяти середнє її значення $t_m \equiv (t_f + t_w)/2$, то, як показує узагальнення експериментальних даних, критеріальне рівняння матиме вид:

$$\overline{Nu}_m = C \cdot (GrPr)_m^n .$$

Тут індекс m вказує на температуру t_m , а множник C та степінь n вибираються з таблиці 9.2. При цьому в якості характерного розміру l треба брати: d - зовнішній діаметр горизонтальної труби, кулі; h - висоту вертикальної стіни, труби; b - мінімальний розмір (ширину) горизонтальної плити.

Таблиця 9.2

$(Gr Pr)_m$	Режим руху	C	n
$< 10^{-3}$	плівковий	0.5	0
$10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	перехідний	1.18	1/8
$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	ламінарий	0.54	1/4
$2 \cdot 10^7 \div 10^{13}$	перехідний і турбулентний	0.135	1/3

Характер руху рідини навколо горизонтальних плит у значній мірі залежить від положення плити та її розмірів. Якщо нагріта поверхня звернена догори, то рух перебігає за схемою рисунку 9.14, *a*. При цьому якщо плита має великі розміри, то потоки нагрітої рідини з боків ізолюють центральну частину

плити, і її вентиляція відбувається за рахунок припливу холодної рідини зверху (рисунок 9.14, б). Якщо нагріта поверхня повернута долу, то рух відбувається лише в тонкому шарі під поверхнею (рисунок 9.14, в), тоді як решта рідини залишається нерухомою.

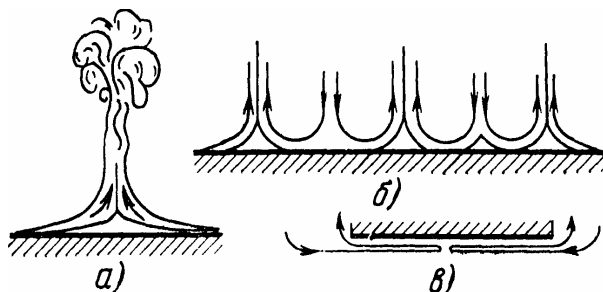


Рисунок. 9.14 - Характер вільного руху рідини біля нагрітих горизонтальних плит

Для приблизного визначення середнього по поверхні коефіцієнта тепловіддачі поблизу горизонтальних поверхонь можна рекомендувати формулу для розрахунку вільної конвекції навколо горизонтальної труби (з таблиці 9.1) або формулу до таблиці 9.2. При цьому за визначаючий розмір потрібно брати меншу із сторін плити. Крім того, якщо нагріта поверхня повернута догори, то отримане значення коефіцієнта тепловіддачі необхідно збільшити на 30%, якщо донизу – то зменшити на 30%. Так, якщо, у порівнянні з рідиною поверхня “холодна” ($t_f > t_w$), то на “підлозі” отримане значення α треба зменшити на 30%, а на “стелі” – збільшити на 30%. Подібна залежність тепловіддачі від напрямку теплового потоку викликана тим, що передача тепла до рідини знизу інтенсифікує вільний рух рідини, і, навпаки, подача тепла у рідину зверху уповільнює рух. Внаслідок прискорення (уповільнення) руху збільшується (зменшується) тепловіддача.

9.3.1.2 Тепловіддача в обмеженому просторі

Такий вид теплообміну зустрічається при розповсюдженні тепла в повітряних та інших прошарках прошарках, наприклад, у вікнах між склом, або у протипожежних відступках печі. Останні являють собою зазор між гарячою поверхнею печі і поверхнею стіни.

Кругообіг рідини в прошарках, що виникає під впливом різниці температур на поверхнях, що їх обмежують, залежить від величини, форми та розташування поверхонь теплообміну. У випадку великої відстані δ між стінками потік, що рухається донизу, та потік, що рухається угору, не впливають один на одного (дивись рисунок 9.15, а). У таких випадках реалізується розглянута раніше тепловіддача у великому об’ємі. При малих відстанях δ , внаслідок взаємодії струмів рідини, виникають циркуляційні контури (рисунок 9.15, б), висота h яких залежить від ширини прошарку, виду рідини та інтенсивності процесу.

Рух рідини вздовж різних поверхонь неможливо відокремити. Теплообмін саме у такій ситуації називається *тепловіддачею в обмеженому просторі*.

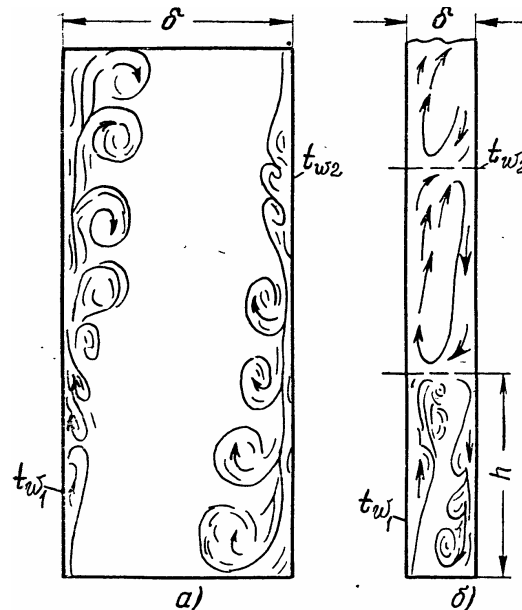


Рисунок 9.15 - Характер вільної циркуляції рідини у великому об'ємі (а) та в обмеженому просторі (б)

Історично склалося, що такий складний процес прийнято розглядати подібно до елементарного явища теплопровідності. У відповідності до цього основне рівняння стаціонарного теплообміну записують у формі:

$$q = \frac{\lambda_{ек}}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}), \quad (9.98)$$

де δ - товщина прошарку, м; t_{w1} та t_{w2} - температури поверхонь, що обмежують прошарок, °С; $\lambda_{ек}$ - еквівалентний коефіцієнт теплопровідності.

Останню величину записують у вигляді:

$$\lambda_{ек} = \varepsilon_{к} \cdot \lambda_{f},$$

де λ_{f} - коефіцієнт теплопровідності рідини за її середньої температури $t_f = (t_w + t_w)/2$, а $\varepsilon_{к}$ - коефіцієнт конвекції, що характеризує вплив конвекції на передачу тепла крізь прошарок.

Безрозмірний параметр $\varepsilon_{к}$ має той же сенс, що і критерій Нуссельта. Розрахунки $\varepsilon_{к}$ проводяться із застосуванням теорії подібності. Відповідне критеріальне рівняння має вид:

$$\varepsilon_{к} = C \cdot (Gr \cdot Pr)_{f,\delta}^n.$$

Тут у якості визначаючої температури виступає середня температура рідини t_f , а характерним розміром є ширина прошарку δ .

Коефіцієнт C та показник степеня n представлені у таблиці 9.3.

Таблиця 9.3

$(Gr \cdot Pr)_{f,\delta}$	C	n
$< 10^3$	1	0
$10^3 \div 10^6$	0,105	0,3
$10^6 \div 10^{10}$	0,4	0,2

Наведені критеріальні рівняння конвекційної тепловіддачі у випадку вільної конвекції використовують для:

- 1) визначення коефіцієнта теплообміну та кількості тепла, що віддається продуктами горіння огорожуючим конструкціям при внутрішній пожежі;
- 2) розрахунків трубопроводів, призначених для підігріву вихлопними газами води в цистернах пожежних машин в холодну пору року;
- 3) розрахунків теплообміну між повітрям приміщення та трубопроводом з високотемпературною рідиною;
- 4) розрахунку теплообміну в сушилках для сушки пожежних рукавів;
- 5) визначення оптимальних умов розміщення пожежних сповіщувачів та інших приладів автоматичних установок пожежогасіння і таке інше.

9.3.2 Тепловіддача за вимушеної конвекції в однофазному середовищі

Як відомо, **вимушена конвекція** – це рух рідини, який відбувається внаслідок дії зовнішнього силового впливу (насос, компресор, вітер та т.п.).

До задач, при вирішенні яких в практиці пожежної охорони використовуються рівняння вимушеної конвекції, відносяться: визначення коефіцієнта тепловіддачі при обігріві цистерни пожежного автомобіля вихлопними газами, визначення максимально допустимої довжини пожежних рукавів (у холодний період року), визначення теплообміну із стінками каналів у різноманітних приладах (стінки димаря, канали вогнеперешкоджувача), розрахунок тепловіддачі у різних технологічних приладах та апаратах (сушилках, радіаторах двигунів та ін.).

9.3.2.1 Теплообмін при поздовжньому обтіканні рідиною плоскої пластини (труби)

Розглянемо обтікання плоскої поверхні потоком рідини, який рухається паралельно поверхні (див. рисунок 9.16).

Вдалині від поверхні рідина тече із сталою швидкістю w_0 і має температуру t_f .

При обтіканні поверхні потоком в'язкої нестисливої рідини в тонкому пристінному шарі потік гальмується за рахунок сил граничного тертя та сил в'язкості у рідині. На поверхні пластини формується тонкий граничний шар рідини товщиною δ , в якому швидкість змінюється від швидкості поверхні (на нерухомій поверхні $w=0$) до швидкості незбуреного потоку w_0 . Цей шар називається **гідродинамічним граничним шаром**. За його межами швидкість потоку w ($=w_0$) практично не змінюється і тому сили в'язкості нехтовно малі.

Якщо температура поверхні t_w відрізняється від температури рідини вдалині від поверхні t_f (наприклад, $t_f > t_w$, як на рисунку 9.16), тоді, крім гідродинамічного, біля поверхні буде формуватися **тепловий граничний шар** товщиною Δ , у межах якого відбувається зміна температури від t_f до t_w . У загальному випадку товщини теплового Δ та гідродинамічного δ граничних шарів не рівні.

Рух рідини у пристінному шарі може бути турбулентним та ламінарним. На рисунку 9.16 показано як ламінарні граничні шари (з товщинами δ_L , Δ_L), так і турбулентні (товщиною δ_T). Характер руху визначається величиною критерію Рейнольдса (дивись (9.61)):

$$Re \equiv \frac{w \cdot l}{\nu},$$

де w - характерна швидкість руху рідини (у даному випадку w_0), l - характерний геометричний розмір (наприклад, відстань x від передньої кромки або товщина гідродинамічного шару δ).

На початковій ділянці поверхні, що обтікається рідиною, за малих значень критерію Re утворюється ламінарний граничний шар. При досягненні критичного значення критерію $Re = Re_{кр}$, що відповідає критичній відстані $x_{кр}$ від краю, характер течії змінюється. Розвивається турбулентний шар із тонким **ламінарним підшаром** (останнім називають область безпосереднього контакту із поверхнею, де через 'прилипання' рідини до стінки сили в'язкості домінують, що забезпечує ламінарний характер руху). Перехід ламінарної течії у турбулентну відбувається не у точці, а на деякій ділянці, у межах якої рух рідини є перехідним.

Гідродинамічний граничний шар, і ламінарний і турбулентний, можна розглядати як деякий термічний опір, тонку плівку рідини, що повільно рухається і роз'єднує "гарячу" рідину та "холодну" стінку. З цієї причини локальний коефіцієнт тепловіддачі α_x обернено пропорційний до товщини граничного шару (ламінарного Δ_L або турбулентного δ_T , дивись рис. 9.16.б). Цей висновок було отримано теоретично при вирішенні двомірної задачі поздовжнього ламінарного обтікання плоскої пластини потоком в'язкої нестисливої рідини (ви-

явилось, що $\alpha_x = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{\Delta_L(x)}$, де λ – коефіцієнт теплопровідності рідини). В рішенні цієї задачі брали участь Л.Прандтль (1904 р.), Т.Карман (1921 р.), Г.Н.Кружилін (1936 р.). Отримане ними теоретичне рішення було уточнене експериментально.

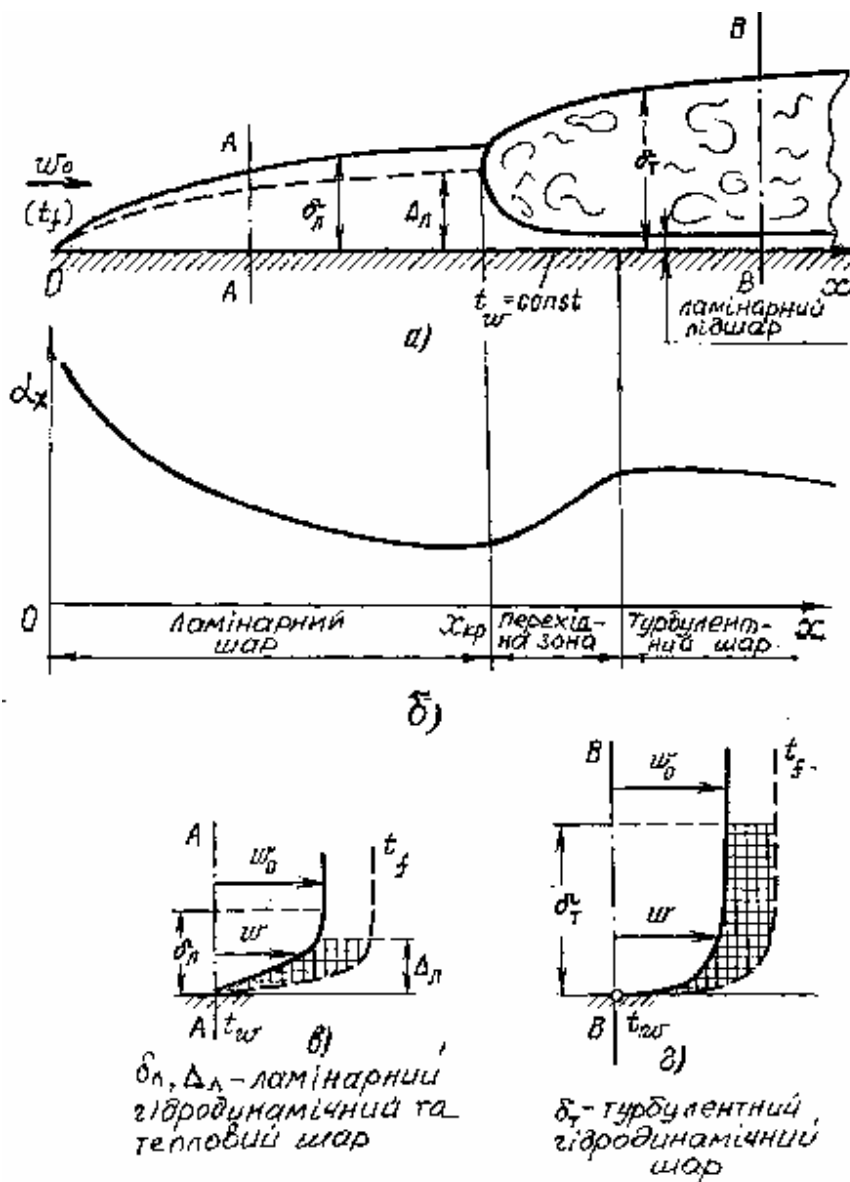


Рисунок 9.16 - Утворення граничного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі (б) при поздовжньому обтіканні пластини. Поле температур та швидкостей в ламінарному (в) та турбулентному (г) граничних шарах

Наведемо критеріальні рівняння, які використовуються й сьогодні.

Локальні значення критерію Нуссельта ($l=x$) задовольняють співвідношенню:

$$Nu_{fx} = 0,335 \cdot Re_{fx}^{0,5} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} . \quad (9.99)$$

Формулу (9.99) використовують при ламінарному режимі руху рідини, що відповідає значенням критерію Рейнольдса $Re_{fx} < 4 \cdot 10^4$. При $Re_{fx} > 4 \cdot 10^4$ режим руху буде турбулентним, а відповідне критеріальне рівняння має вид:

$$Nu_{fx} = 0,0296 Re_{fx}^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} . \quad (9.100)$$

Знаючи локальне число Нуссельта, можна (як було показано раніше у зв'язку із формулою (9.96)) інтегруванням отримати число Нуссельта для середнього коефіцієнта тепловіддачі на ділянці від $x = 0$ до $x = l$. Відповідні критеріальні рівняння приймають вид:

- у разі ламінарного руху ($Re_{fl} < 4 \cdot 10^4$):

$$\overline{Nu}_{fl} = 0,67 Re_{fl}^{0,5} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} , \quad (9.101)$$

- за турбулентного руху ($Re_{fl} > 4 \cdot 10^4$):

$$\overline{Nu}_{fl} = 0,037 Re_{fl}^{0,80} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} . \quad (9.102)$$

Формули (9.99)-(9.102) вживають, якщо температура поверхні, що обтікається, не змінюється у напрямку обтікання. Зміна t_w за довжиною чинить істотний вплив на теплообмін. В таких випадках використовують інші формули, які ми не будемо наводити.

9.3.2.2 Теплообмін за вимушеного руху нестисливої рідини у трубах

За вимушеного руху рідини у трубах механізм процесу тепловіддачі загалом такий же, як і за вимушеного руху вздовж пластини. Однак на пластині розвиток граничного шару нічим не обмежується, а в трубі його товщина не може бути більшою за радіус. Крім того, внаслідок сталості витрати рідини крізь трубу зменшення швидкості у стінки з необхідністю викликає її збільшення в ядрі потоку. В силу цієї обставини гідродинамічний режим у трубах, як правило, визначається за внутрішнім діаметром d та середньовитратною

швидкістю \bar{w} , яка залишається незмінною вздовж труби. Критерій Рейнольдса при цьому має вид:

$$Re_{f,d} = \frac{\bar{w} \cdot d}{\nu} .$$

Теплообмін за ламінарного руху рідини у трубах

При $Re_{f,d} < 2,3 \cdot 10^3$ має місце ламінарний режим руху рідини. Характерну картину течії у цьому випадку наведено на рисунку 9.17.

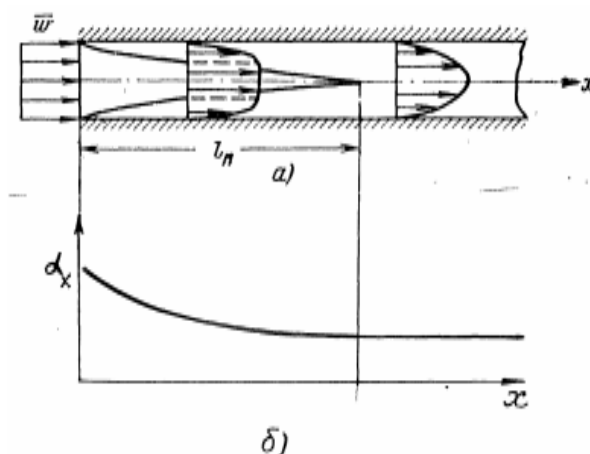


Рисунок 9.17 - Утворення гідродинамічного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x (б) за ламінарної течії в трубі

Вважається, що на вході потік має постійні за перетином значення швидкості та температури. Рух рідини по каналу супроводжується ростом гідродинамічного та теплового граничних шарів. На деякій відстані l_n від входу у трубу граничні шари цілком "заповнюють" перетин каналу. Далі в'язкісна і теплова дії стінок труби поширюються на весь потік.

У ламінарному режимі істотний вплив на розповсюдження теплоти чинять струми природної конвекції, що, турбулізуючи потік, інтенсифікують теплообмін.

В залежності від напрямків вимушеного та вільного рухів, розрізняють три випадки.

1. Напрямки вільного та вимушеного рухів співпадають. Цей випадок має місце при нагріванні (охолодженні) рідини та її русі у вертикальній трубі знизу догори (згори вниз).

2. Напрямки вільного та вимушеного рухів перпендикулярні (горизонтальні труби). Така орієнтація сприяє кращому перемішуванню частинок, що інтенсифікує теплообмін.

3. Напрямки вільного та вимушеного руху протилежні. Цей випадок спостерігається за руху рідини згори вниз у вертикальній трубі, що нагрівається

знизу. У цьому випадку природна конвекція чинить особливо сильний вплив на процес тепловіддачі.

На основі узагальнення даних для тепловіддачі при в'язкісно-гравітаційному режимі руху рідини у трубах (який має місце за умови $Gr_{fd} Pr_f \geq 8 \cdot 10^5$) запропонована наступна формула розрахунку числа Нуссельта для визначення середнього значення коефіцієнта тепловіддачі

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,17 Re_{fd}^{0,33} Gr_{fd}^{0,1} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_l, \quad (9.103)$$

де ε_l - коефіцієнт, який враховує залежність середнього коефіцієнта тепловіддачі від довжини ділянки усереднення. (При $l/d > 50$ із достатньою точністю $\varepsilon_l = 1$, в інших випадках - це експериментальна величина, значення якої занесено у довідникові таблиці, наприклад, до таблиці 9.4.)

Таблиця 9.4

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_l	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,00

Теплообмін при перехідному режимі течії рідини у трубах

За значень критерію Рейнольдса в інтервалі $2,3 \cdot 10^3 < Re_{fd} < 10^4$ відбувається перехід ламінарного руху у турбулентний. У цій області критеріальне рівняння для визначення середнього по поверхні труби значення коефіцієнта теплообміну має вид:

$$\overline{Nu}_{fd} = K_0 Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (9.104)$$

де K_0 - функція числа Рейнольдса (Re_{fd}), значення якої занесено до довідникових таблиць (дивись таблицю 9.5).

Таблиця 9.5 - Значення функції $K_0(Re_{fd})$ при $Re_{fd} = (2,3 \div 10) \cdot 10^3$

$Re_{fd} \cdot 10^{-3}$	2,3	2,5	3,0	3,5	4	5	6	7	8	9	10
K_0	2,6	4,9	7,5	10	12,2	16,5	20	24	27	30	33

Теплообмін при турбулентному режимі

При $Re_{fd} > 10^4$ має місце турбулентний режим руху рідини. Характерну картину течії у цьому випадку наведено на рисунку 9.18.

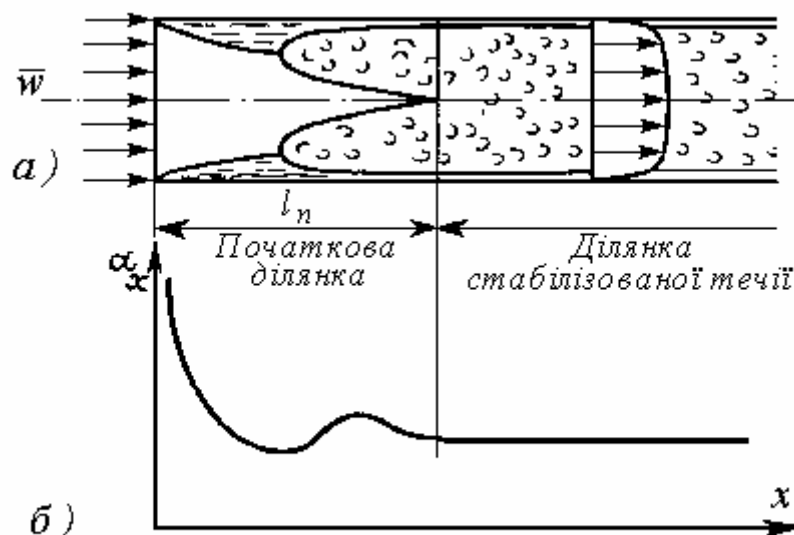


Рисунок 9.18 - Утворення гідродинамічного граничного шару (а) та розподіл локального коефіцієнта тепловіддачі α_x (б) за турбулентної течії в трубі

Турбулентний режим характеризується тим, що в ядрі потоку температура по суті постійна. Вона різко змінюється тільки у пристінковій області. Впливом на теплообмін гравітаційної сили можна нехтувати.

Експериментальні дослідження показали, що у цьому випадку критеріальне рівняння має вид:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,021 \cdot Re_{fd}^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_l. \quad (9.105)$$

Формула (9.105) дає число Нуссельта для середнього значення коефіцієнта тепловіддачі. Коефіцієнт ε_l враховує вплив на теплообмін початкової ділянки труби. При $l/d > 50$ із достатньою точністю $\varepsilon_l = 1$, у зворотному випадку ε_l залежить від двох параметрів - критерію Рейнольдса Re_{fd} та відносної довжини ділянки l/d . Значення коефіцієнта ε_l виміряно в експериментах та занесено до довідникових таблиць (дивись таблицю 9.6).

У каналах не круглого перетину (прямокутник із співвідношенням сторін $a/b = 1 \div 40$, трикутник) розрахунок тепловіддачі можна проводити, використовуючи формулу (9.105), беручи в якості характерного розміру еквівалентний діаметр. Останній розраховується за формулою:

$$d_{екв} \equiv \frac{4 \cdot F}{U}, \quad (9.106)$$

де F - площа поперечного живого перетину, U - змочений периметр поперечного перетину.

Таблиця 9.6 - Залежність $\varepsilon_l = f(l/d, Re_{f,d})$ при турбулентному режимі

$Re_{f,d}$	l/d								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
$1 \cdot 10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

За турбулентного руху рідини у каналах кільцевого перетину значення середнього коефіцієнта тепловіддачі на внутрішній стінці можна визначити, спираючись на формулу:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,017 \cdot Re_{fd}^{0,8} Pr_f^{0,4} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{0,18}, \quad (9.107)$$

де d_1, d_2 - відповідно, внутрішній та зовнішній діаметри кільцевого каналу. У цій формулі прийняті визначаючими середня температура рідини у трубі (включаючи Pr_w) й еквівалентний діаметр $d_{екв} = d_2 - d_1$ (його також можна отримати з загальної формули (9.106)). Множник $(d_2/d_1)^{0,18}$ враховує особливості тепловіддачі у кільцевих каналах. Формула (9.107) справедлива при $d_2/d_1 = 1,2 \div 14$; $l/d = 50 \div 460$; $Pr = 0,7 \div 100$.

За руху у зігнутих трубах збільшення інтенсивності тепловіддачі (у порівнянні із прямими трубами) зумовлюється відцентровим ефектом і враховується додатковим множником ε_R у коефіцієнті тепловіддачі:

$$\varepsilon_R = 1 + 1,77 \cdot \frac{d}{R}, \quad (9.108)$$

де R - радіус змійовика; d - діаметр труби.

9.3.2.3 Тепловіддача за вимушеного поперечного обтікання поодиноких труб та їх пучків

Поодинокі труби.

Картина поперечного обтікання поодинокі труби показана на рисунку 9.19. Плавне безвідривне обтікання спостерігається при $Re_{f,d} = wd/v_f < 5$ (де характерним розміром обрано зовнішній діаметр труби d). При $Re_{f,d} > 5$ - на лобо-

вій частині труби обтікання стінок відбувається безвідривно. На задній частині труби утворюється складна вихрова система, що зноситься у напрямку потоку, створюючи за циліндром вихрову доріжку. Положення точки відриву граничного шару залежить від значення $Re_{f,d}$ та ступеня турбулентності потоку, що набігає. Складна картина обтікання труби пояснює складний характер залежності локального коефіцієнта тепловіддачі α_φ від розташування на колі (тобто відкута φ , дивись рисунок 9.20).

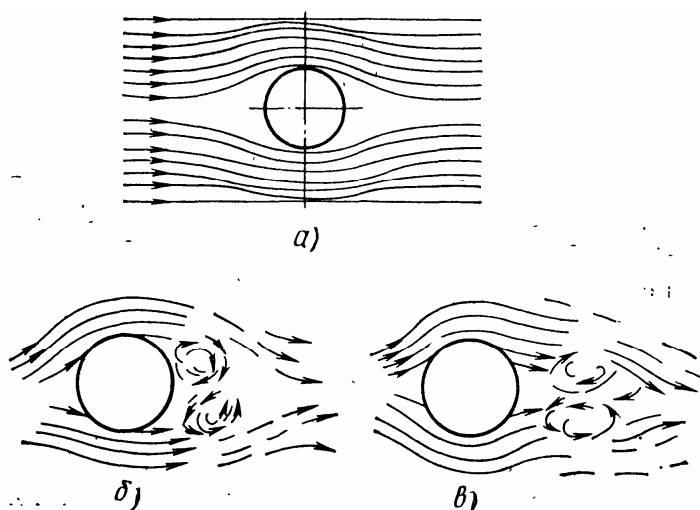


Рисунок 9.19 - Обтікання поодинокого циліндра:
а) безвідривне; б) відрив ламінарного граничного шару; в) відрив турбулентного граничного шару

Максимальне значення α_φ спостерігається на лобовій утворюючій циліндра ($\varphi=0$), де товщина граничного шару найменша. По поверхні циліндра в напрямку руху рідини інтенсивність теплообміну різко зменшується і за $\varphi = 90 \div 100^\circ$ досягає мінімуму. Це пояснюється збільшенням товщини граничного шару, який ніби ізолює поверхню труби від потоку. В кормовій частині труби коефіцієнт тепловіддачі знов зростає за рахунок поліпшення відводу теплоти, внаслідок вихрового руху і перемішування рідини (дивись рисунок 9.19.в).

Складний характер обтікання циліндра утруднює теоретичні дослідження, тому основний метод вивчення тепловіддачі при поперечному обтіканні труб експериментальний.

Зараз для визначення середнього по колу коефіцієнта тепловіддачі використовують наступні формули:

при $5 < Re_{f,d} < 10^3$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,5 Re_{fd}^{0,5} Pr_f^{0,38} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (9.109)$$

при $10^3 < Re_{f,d} < 2 \cdot 10^5$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,25 Re_{fd}^{0,6} Pr_f^{0,38} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}, \quad (9.110)$$

при $2 \cdot 10^5 < Re_{fd} < 2 \cdot 10^6$

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,023 Re_{fd}^{0,8} Pr_f^{0,37} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (9.111)$$

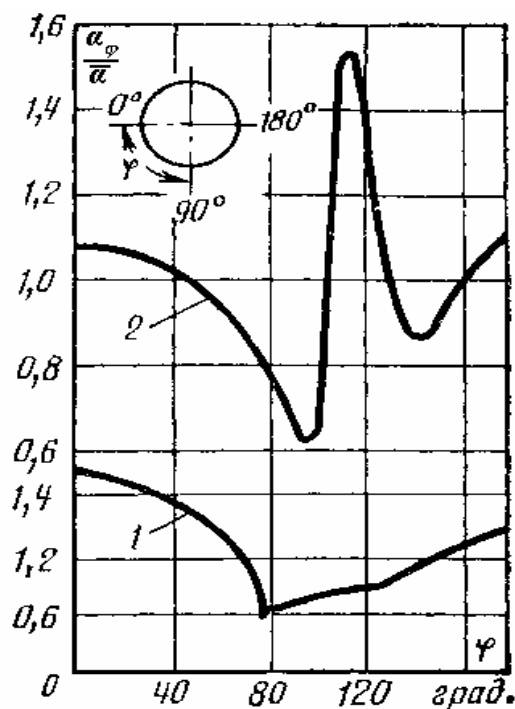


Рисунок 9.20 - Зміна тепловіддачі по колу циліндра, що омивається поперечним потоком газу

1 – $Re_{fd} = 70800$; 2 – $Re_{fd} = 219000$; $\bar{\alpha}$ – середній по колу коефіцієнт тепловіддачі.

В цих формулах за визначаючі параметри прийняті: зовнішній діаметр труби d , середня температура рідини t_f (Pr_w береться при середній температурі стінки). При визначенні критерію Рейнольдса швидкість w відноситься до самого вузького (стиснутого трубою) перетину каналу.

Значення коефіцієнта тепловіддачі, які отримують з формул (9.109)-(9.111), вірні, якщо кут атаки ψ (кут між напрямком потоку та віссю труби) дорівнює 90° . При $\psi < 90^\circ$ тепловіддача зменшується. Для оцінки величини середнього коефіцієнта тепловіддачі $\bar{\alpha}_\psi$ (при $\psi = 30^\circ \div 90^\circ$) можна користуватися формулою:

$$\bar{\alpha}_\psi = \bar{\alpha}_{90} \cdot (1 - 0,54 \cdot \cos^2 \psi),$$

де $\bar{\alpha}_{90}$ - визначений раніше (із використанням рівнянь (9.109)-(9.111)) коефіцієнт тепловіддачі при $\psi = 90^\circ$.

Пучки труб

Звичайно тепломасообмінні пристрої виконуються з пучків труб. Частіше за все використовуються два типи пучків - шахові та коридорні (рис. 9.21). Геометрія таких пучків визначається трьома величинами: зовнішнім діаметром труб d , відстанню між осями труб у напрямку поперек потоку рідини s_1 (поперечний крок), відстанню між осями сусідніх рядів труб, розташованих один за одним, у напрямку руху рідини s_2 (подовжній крок).

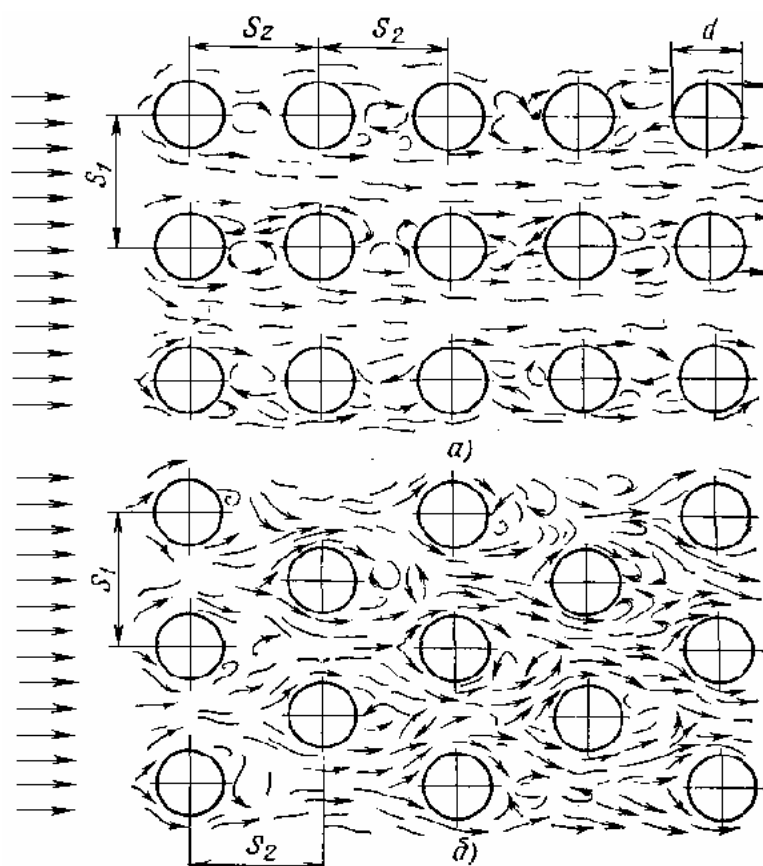


Рисунок 9.21 - Схема розташування труб в коридорному (а) та шаховому (б) пучках труб та характер руху рідини в них

Інтенсивність тепловіддачі залежить від гідродинамічної картини обтікання труб. Обтікання труб 1-го ряду проходить, як і у поодиноких труб. На обтікання наступних рядів впливають попередні ряди. У коридорних пучках всі труби, починаючи з 2-го ряду, знаходяться у вихровій зоні, яку створюють труби попередніх рядів. У шахових пучках обтікання всіх труб відрізняється від обтікання труб першого ряду лише дещо більшим ступенем турбулізації потоку рідини. Зміна характеру обтікання рідиною труб у пучках відбивається на теплообміні.

Середня тепловіддача змінюється в залежності від ряду. Досліди показують, що, починаючи з 3-го ряду, теплообмін стабілізується. Якщо коефіцієнт тепловіддачі на 3-му ряді прийняти за 100%, то у першому ряді шахового та коридорного пучків він складає 60%, у другому ряді коридорних пучків - 90%, у другому ряді шахових - 70%.

Розрізняють три режими поперечного обтікання (і тепловіддачі) пучків труб: ламінарний, змішаний, турбулентний. Формально ці режими визначаються значенням критерію Рейнольдса $Re_{fd} = wd/v_f$, у якому в якості характерної швидкості береться швидкість потоку у найбільш вузькому поперечному перетині пучка, а в якості характерного розміру – зовнішній діаметр труби. Визначаючою температурою обирають $t_f = (t'_f + t''_f) / 2$ - середнє значення між температурами теплоносія до (t'_f) та після (t''_f) проходження пучка.

За ламінарного режиму течії теплоносія в міжтрубному просторі ($Re_{fd} < 10^3$) критеріальне рівняння середнього коефіцієнта тепловіддачі для труб третього і всіх наступних рядів описується формулою:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,56 \cdot Re_{fd}^{0,5} Pr_f^{0,36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (9.112)$$

За змішаного режиму течії в міжтрубному просторі критеріальне рівняння для розрахунку середнього коефіцієнта тепловіддачі труб 3-го ряду має вид:

$$\overline{Nu}_{fd} = C Re_{fd}^n Pr_f^m \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_s. \quad (9.113)$$

Значення коефіцієнтів рівняння (9.113) залежить від характеру течії. Наприклад, за змішаного режиму течії, коли

$$10^3 < Re_{fd} < 2 \cdot 10^5,$$

$$\text{для шахових пучків} \quad C=0.14, n=0.60, m=0.33;$$

$$\text{для коридорних пучків} \quad C=0.23, n=0.65, m=0.33.$$

Множник ε_s враховує компоновання:

$$\text{для коридорного пучка} \quad \varepsilon_s = (d/s_2)^{0.15};$$

$$\text{для шахового пучка} \quad \text{при } s_1/s_2 < 2 \quad \varepsilon_s = (s_1/s_2)^{0.16},$$

$$\text{при } s_1/s_2 > 2 \quad \varepsilon_s = 1.12.$$

Середнє значення коефіцієнта тепловіддачі пучка в цілому розраховується за формулою:

$$\alpha_{\text{сеп}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{\alpha}_i F_i}{\sum_{i=1}^n F_i}, \quad (9.114)$$

де $\bar{\alpha}_i$ - середній коефіцієнт тепловіддачі i -го ряду; F_i - сумарна площа поверхні теплообмінних трубок i -го ряду; n – кількість рядів у пучку.

Для теплообмінника, що складається з n рядів однакових трубок, формула (9.114) спрощується до

$$\alpha_{\text{сеп}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + (n-2) \cdot \alpha_3}{n}, \quad (9.115)$$

де, як вже відмічалось, $\alpha_1 = 0.6\alpha_3$ - для обох видів пучків; $\alpha_2 = 0.9\alpha_3$ - для коридорних пучків; $\alpha_2 = 0.7\alpha_3$ - для шахових пучків.

Формули (9.112)–(9.115) дають середнє значення α для випадку, коли потік рідини тече перпендикулярно до осей труб, тобто під кутом атаки $\psi=90^\circ$. Якщо кут атаки відрізняється від 90° , одержані значення α треба помножити на поправочний множник ε_ψ , величину якого наведено у довідникових таблицях.

За турбулентного режиму ($Re_{fd} > 2 \cdot 10^5$) тепловіддача заглиблених рядів шахових та коридорних пучків труб можна визначати за формулою:

$$\overline{Nu}_{fd} = 0,021 \cdot Re_{fd}^{0,84} Pr_f^{0,36} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (9.116)$$

Глава 11. ПРОМЕНИСТИЙ ТЕПЛОБМІН

В даній главі розглядається третій з елементарних механізмів передачі тепла - передача тепла випромінюванням. Даний механізм є невід'ємною частиною будь-якого реального процесу теплопередачі, однак для пожежної практики він виявляється особливо важливим. Справа в тому, що пожежа, як правило, супроводжується значним підвищенням температури. В свою чергу, промениста складова потоку тепла від тіла пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури. Саме тому теплообмін випромінюванням домінує в багатьох задачах пожежної безпеки. Знання його законів важливо для: розуміння закономірностей горіння та запалення (які вивчаються у курсі дисципліни “Теорія розвитку та припинення горіння”); оцінки безпечних режимів експлуатації високотемпературних апаратів (дисципліна “Пожежна профілактика процесів виробництва”); оцінки протипожежних розривів (дисципліна “Пожежна профілактика в будівництві”); оцінки безпечних відстаней при роботі на пожежах (дисципліна “Пожежна тактика”); розуміння роботи пожежних сповіщувачів (дисципліна “Пожежна автоматика”).

Основні закони теплового випромінювання вивчаються в курсі фізики. Спочатку нагадаємо їх.

11.1 Загальні закони теплового випромінювання

Променистий теплообмін - це складний процес передачі тепла, який зумовлено перетворенням внутрішньої енергії речовини в енергію електромагнітних хвиль, розповсюдженням цих хвиль та поглинанням їх речовиною.

Носіями променистої енергії є електромагнітні коливання. Останні можна характеризувати або частотою ν (1/с), або довжиною хвилі λ (м). Ці дві характеристики пов'язані між собою відомим співвідношенням $\lambda = c/\nu$, де c - швидкість світла (у вакуумі $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с).

Найбільший інтерес для спеціалістів пожежної охорони становлять наступні види випромінювання: *ультрафіолетове* ($\lambda = 0.2 \div 0.4$ мкм), *світлове* (або *видиме*, $\lambda = 0.4 \div 0.8$ мкм), *інфрачервоне* ($\lambda = 0.8$ мкм \div 0.2 мм), *радіохвилі* ($\lambda > 0.2$ мм). Так, у діапазонах хвиль від світлового до інфрачервоного працюють різні пожежні сповіщувачі, а у радіодіапазоні – радіостанції.

Далі ми будемо розглядати тільки промені, виникнення яких визначається температурою та властивостями тіл, що випромінюють при пожежі або у пожежонебезпечних ситуаціях. Такі властивості має світлове (видиме) та інфрачервоне випромінювання ($\lambda = 0.4 \div 200$ мкм). Ці промені називають *тепловими*, а процес їхнього розповсюдження *тепловим випромінюванням* або *тепловою радіацією*.

Закони розповсюдження, заломлення, відбиття, що встановлені в оптиці для світлових променів, справедливі також для теплових.

Теплове випромінювання є властивістю всіх тіл. Всі нагріті тіла випромінюють в оточуючий простір. При попаданні на інші тіла ця енергія частково відбивається, частково поглинається, частково проходить крізь тіло. Та частина енергії, що поглинається тілом, знову перетворюється на теплову. Та частина, що відбивається (або проходить) потрапляє на інші тіла та поглинається або знов відбивається ними. Таким чином, після ряду поглинань та відбивань енергія, що випромінюється, повністю розподіляється між оточуючими тілами. Отже, кожне тіло не тільки безупинно випромінює, але й поглинає енергію.

В результаті цих явищ, пов'язаних з подвійним взаємним перетворенням енергії (теплова \rightarrow промениста \rightarrow тепла), і здійснюється процес променистого теплообміну.

11.1.1 Поняття та визначення

Для подальшого викладу нагадаємо деякі визначення.

Промениста енергія, що проходить крізь довільну поверхню в одиницю часу, називається **поток**ом випромінювання Q , Вт.

Потік випромінювання, що виходить з одиниці площі поверхні за всіма напрямками напівсферичного простору, називається **густин**ою потоку випромінювання E , Вт/м².

$$E \equiv \frac{dQ}{dF}, \quad (11.1)$$

де dQ - потік випромінювання крізь елементарну площину dF . Звісно, що променистий потік, який йде від всієї поверхні тіла (F), дорівнює

$$Q = \int_F E dF. \quad (11.2)$$

Потік випромінювання – це характеристика випромінювання, яка не відрізняє промені різних довжин хвиль. Такі величини носять назву інтегральних, а випромінювання з різними довжинами хвиль називається **інтегральним**. Випромінювання із фіксованою довжиною хвилі називається **монохроматичним**. Розподіл променистої енергії за довжинами хвиль випромінювання характеризується **спектральною інтенсивністю випромінювання** E_λ , Вт/м³, яка задається як похідна:

$$E_\lambda \equiv \frac{dE}{d\lambda}, \quad (11.3)$$

де dE – густина потоку випромінювання із довжинами хвиль від λ до $\lambda + d\lambda$. З останньої формули витікає зв'язок між інтегральним потоком та спектральною інтенсивністю:

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda} d\lambda . \quad (11.4)$$

Далі розглянемо поняття, що описують взаємодію випромінювання з речовиною (дивись рисунок 11.1).

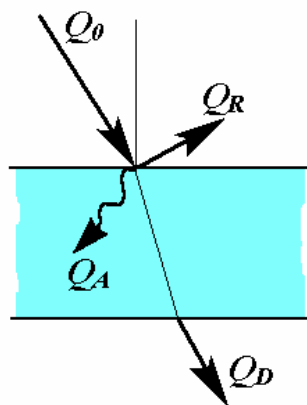


Рисунок 11.1 - Схема розподілу променистої енергії

Нехай з усього променистого потоку Q_0 , що падає на тіло, частина Q_A - поглинається, частина Q_R - відбивається, а частина Q_D - проходить крізь тіло. У такому разі, якщо у тілі нема джерел енергії, рівняння енергетичного балансу приймає форму:

$$Q_0 = Q_R + Q_A + Q_D .$$

Поділивши обидві частини останньої рівності на Q_0 , отримаємо співвідношення:

$$R + A + D = 1 , \quad (11.5)$$

де $R \equiv Q_R/Q_0$, $A \equiv Q_A/Q_0$ та $D \equiv Q_D/Q_0$ - відповідно, **коефіцієнти відбиття, поглинання та пропускання**.

Перший доданок співвідношення (11.5) характеризує собою відбивну, другий - поглинальну, а третій - пропускну здатність тіла. Безрозмірні величини R , A , D змінюються в межах від 0 до 1. В залежності від їх значень, виділяють декілька межових (за оптичними властивостями) видів тіл (дивися таблицю 11.1).

Таблиця 11. - Оптичні різновиди тіл

A	R	D	До даткові умови	Вид тіла
1	0	0	-	Абсолютно чорне тіло
0	1	0	Дзеркальне відбиття	Дзеркальне тіло
0	1	0	Дифузійне відбиття	Абсолютно біле тіло
0	0	1	-	Абсолютно прозоре (діатермічне) тіло

Абсолютно білих, чорних або прозорих тіл в природі не існує. Коефіцієнти R , A , D залежать від природи тіла, його температури та спектра випромінювання, яке падає на тіло. Наприклад, для теплових променів чисте повітря - прозоре, а за наявності домішок водяної пари або вуглекислоти, повітря стає напівпрозорим.

Тверді тіла та деякі рідини для теплових променів практично непрозорі, тобто в цьому випадку $D = 0$ і, згідно з формулою (11.5), виконується співвідношення:

$$R + A = I . \quad (11.6)$$

З нього витікає, що якщо тіло добре відбиває енергію, воно погано її поглинає.

Надалі ми в основному будемо розглядати непрозорі тіла, що дозволятиме використовувати зв'язок (11.6) (наприклад, у формі $R = I - A$).

Існують тіла, прозорі тільки для певних довжин хвиль (наприклад, кварц непрозорий для теплових променів та прозорий для світлових та ультрафіолетових). Те ж саме відноситься до понять поглинання та відбивання. Так, біла за кольором поверхня добре відбиває світлові промені – білі літні костюми, цистерни, споруди, де інсоляція небажана. Одночасно інфрачервоні теплові промені біла тканина поглинає добре, як і темна.

Велике значення має стан поверхні. Відбивна здатність гладких, добре відполірованих поверхонь значно вище, ніж шорсткуватих, незалежно від кольору.

Для збільшення поглинальної здатності тіл їх покривають темною шорсткуватою фарбою (наприклад, нафтовою сажею з коефіцієнтом поглинання $A = 0.90 \div 0.96$).

Крім того, що тіло взаємодіє із зовнішнім випромінюванням, воно само випромінює енергію. Це приводить до необхідності введення низки понять. Так, навіть якщо на тіло зовні не падає жодних променів, все одно з його поверхні відводиться променистий потік енергії (позначимо його густину E_1 , Вт/м²). Цей потік повністю визначається температурою та фізичними властивостями тіла. Відповідне випромінювання - **власне випромінювання** тіла, а величина E_1 - **випромінювальна здатність** поверхні. Одночасно з боку інших тіл на тіло попадає промениста енергія в кількості E_2 - це випромінювання, що падає зовні

(дивись рисунок 11.2). Частина падаючого випромінювання в кількості $E_{noz} = A_1 E_2$ поглинається тілом – це випромінювання, що поглинулося; інша частина – в кількості $E_{від} = R_1 E_2 = (1 - A_1) E_2$ – відбивається – це відбите випромінювання (тут A_1 та $R_1 = 1 - A_1$ – відповідно, коефіцієнти поглинання та відбиття тіла).

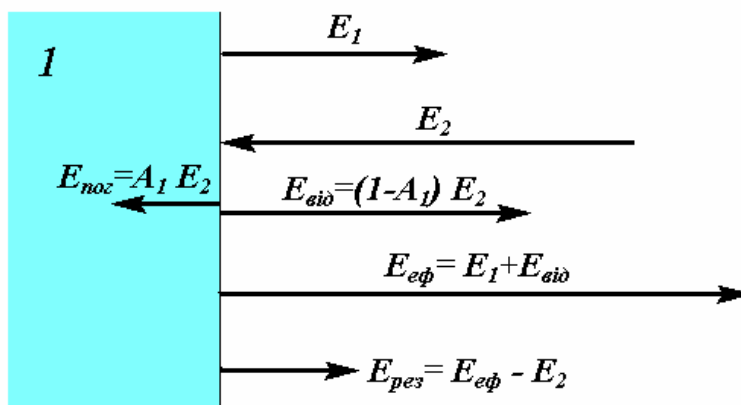


Рисунок 11.2 - Схема різновидів випромінювання

Власне випромінювання тіла в сумі з відбитим (тобто повне випромінювання, що йде від поверхні тіла) називається **ефективним випромінюванням** тіла і його питомий потік дорівнює:

$$E_{ef} \equiv E_1 + E_{від} = E_1 + (1 - A_1) E_2 . \quad (11.7)$$

Це фактичне випромінювання тіла, що ми відчуваємо або вимірюємо приладами. Його питомий потік більше питомого потоку власного випромінювання на величину $(1 - A_1) E_2$. Ефективне випромінювання залежить від фізичних властивостей та температури не тільки тіла, що випромінює, але й інших оточуючих його тіл, а також від форми, розмірів та відносного розташування тіл в просторі. Спектри власного випромінювання та випромінювання, що падає, різні, але при розгляді енергетичної сторони питання розбіжність не має значення.

Результуюче випромінювання (що характеризується питомим потоком $E_{рез}$) являє собою різницю між ефективним випромінюванням, яке йде від тіла (E_{ef}) та до нього (E_2). Можна показати, що результуюче випромінювання також дорівнює різниці між власним випромінюванням (E_1) та тією частиною зовнішнього випромінювання, що поглинається даним тілом ($E_{noz} = A_1 E_2$). Таким чином

$$E_{рез} \equiv E_{ef} - E_2 = E_1 - A_1 E_2 . \quad (11.8)$$

Величина $E_{рез}$ визначає результуючий питомий потік енергії, який дане тіло передає оточуючим його тілам в процесі променистого теплообміну. Якщо величина $E_{рез} < 0$, то це значить, що тіло в променистому теплообміні одержує енергію, за зворотної умови ($E_{рез} > 0$) – тіло енергію віддає.

11.1.2 Основні закони теплового випромінювання

11.1.2.1 Закон Планка

Закон Планка – це закон, що описує спектральну густину випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла. У відповідності до закону Планка, ця функція має вид:

$$E_{0\lambda}(\lambda, T) = \frac{c_1 \cdot \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1}, \text{ Вт/м}^3, \quad (11.9)$$

де коефіцієнти $c_1 = 3.74 \cdot 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$, $c_2 = 1.44 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$ - є світовими константами. (Тут і далі у цій главі індексом 0 ми будемо позначати величини, які мають відношення до абсолютно чорного тіла.) Графіки $E_{0\lambda}(\lambda, T)$ для кількох значень абсолютної температури наведено на рисунку 11.3.

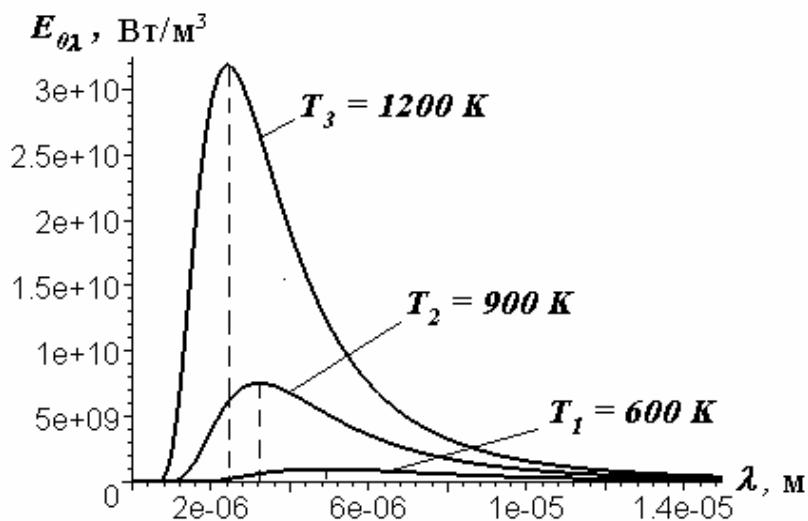


Рисунок 11.3 - Графіки спектральної густини випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла

11.1.2. 2 Закон Віна

З рисунку 11.3 видно, що при $\lambda = 0$ відповідна енергія дорівнює 0. Далі із збільшенням λ функція $E_{0\lambda}(\lambda, T)$ росте і за деякого значення $\lambda = \lambda_{max}(T)$ досягає свого максимуму, після чого зменшується і при $\lambda \rightarrow \infty$ знову стає рівною 0. З підвищенням температури максимум випромінювальної здатності переміщується в бік більш коротких довжин хвиль.

Співвідношення, що встановлює зв'язок між абсолютною температурою T і величиною λ_{max} у спектральній густині випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, називається **законом Віна**. Його аналітичний вираз має вид:

$$\lambda_{max} = \frac{2.9}{T}, \text{ мм.} \quad (11.10)$$

З рисунку 11.3 видно, що за температур, з якими мають справу в техніці, енергія видимого випромінювання ($\lambda = 0.4 \div 0.8$ мкм), у порівнянні з енергією інфрачервоного випромінювання ($\lambda = 0.8 \div 800$ мкм), нехтовно мала.

Для реальних тіл залежність густини випромінювання від довжини хвиль та температури може бути встановлена на основі експериментального визначення їхнього спектра. Якщо спектр випромінювання тіла неперервний та крива $E_{\lambda}(\lambda, T) = f(\lambda, T)$ залежності від довжини хвилі λ подібна відповідній кривій для абсолютно чорного тіла за такої ж температури, тобто для всіх довжин хвиль $E_{\lambda}(\lambda, T)/E_{0\lambda}(\lambda, T) = const$, то таке випромінювання називається **сірим** (саме таким вважають випромінювання багатьох технічних матеріалів).

11.1.2.3 Закон Стефана-Больцмана

Площа на рисунку 11.3, що обмежена кривою $T = const$, віссю абсцис та координатами λ та $\lambda + d\lambda$, (у відповідності до визначення спектральної густини випромінювання (11.3)), дає питомий потік енергії dE_0 , що випромінюється відповідною ділянкою довжин хвиль завширшки $d\lambda$, отже, $dE_0 = E_{0\lambda} d\lambda$. Через це повний питомий потік променистої енергії, що випромінюється всім діапазоном хвиль, очевидно, дорівнює:

$$E_0(T) = \int_0^{\infty} E_{0\lambda}(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{c_1 \cdot d\lambda}{\lambda^5 \cdot \left[\exp\left(\frac{c_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1 \right]}.$$

Взявши останній інтеграл, отримуємо відому формулу:

$$E_0(T) = \sigma_0 T^4 = C_0 (T/100)^4, \text{ Вт/м}^2 \quad (11.11)$$

де σ_0 та C_0 - відповідно, константа та коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла:

$$C_0 \equiv \sigma_0 10^8 = 5.67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}^4).$$

Формула (11.11) виражає **закон Стефана-Больцмана**. Він встановлює залежність випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від його температури.

Випромінювальну здатність реальних тіл визначають як характеристику сірого тіла. В такому випадку застосовують співвідношення:

$$E(T) = C (T/100)^4, \text{ Вт}/\text{м}^2, \quad (11.12)$$

в якому фактично вводять **коефіцієнт випромінювання** C . Останній визначають експериментально. Для різноманітних тіл коефіцієнт випромінювання C різний. Його значення залежить від природи тіла, стану та температури поверхні, причому величина C може змінюватися в межах від 0 до C_0 .

Порівнюючи енергію випромінювання тіла з енергією випромінювання абсолютно чорного тіла за тої ж температури, отримуємо ще одну характеристику - **ступінь чорноти тіла** ε :

$$\varepsilon \equiv \frac{E}{E_0} = \frac{C \cdot (T/100)^4}{C_0 \cdot (T/100)^4} = \frac{C}{C_0}.$$

Значення ступеня чорноти ε (як і значення C) залежить від матеріалу, стану і температури поверхні, що випромінює. Величина ε наведена у таблицях і може приймати значення в межах від 0 до 1 .

З урахуванням останнього співвідношення формула (11.12) набуває виду:

$$E = \varepsilon C_0 (T/100)^4, \text{ Вт}/\text{м}^2 \quad (11.13)$$

11.1.2.4 Закон Кірхгофа

Закон Кірхгофа встановлює зв'язок між випромінювальною та поглинальною здатністю тіла. Цей зв'язок можна отримати, розглядаючи в стані термодинамічної рівноваги променистий теплообмін між поверхнями тіл.

Закон Кірхгофа формулюється так: *за термодинамічної рівноваги відношення випромінювальної здатності до коефіцієнта поглинання для всіх тіл однакове і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла за такої самої температури*. Інакше кажучи, виконуються співвідношення:

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \dots = E_0(T),$$

або

$$\frac{C_1}{A_1} = \frac{C_2}{A_2} = \frac{C_3}{A_3} = \dots = C_0, \text{ чи } \frac{\varepsilon_1}{A_1} = \frac{\varepsilon_2}{A_2} = \frac{\varepsilon_3}{A_3} = \dots = 1.$$

Як ми бачимо, за термодинамічної рівноваги коефіцієнт поглинання та ступінь чорноти тіла чисельно співпадають. Таким чином, з закону Кірхгофа витікає, що випромінювальна здатність тіла тим більше, чим більше його поглинаюча здатність. Наслідком закону Кірхгофа також є твердження, що *випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла за будь-якої температури є максимальною*.

11.1.2.5 Закон Ламберта

Закон Стефана-Больцмана визначає загальний потік енергії, що випромінюється абсолютно чорним тілом за всіма напрямками. Кожний напрямок визначається кутом φ , що він утворює з нормаллю \mathbf{n} до поверхні (дивись рисунок 11.4). Розподіл інтенсивності випромінювання за окремими напрямками визначається *законом Ламберта*. Згідно цього закону, потік енергії d^2Q_φ , що випромінюється елементом поверхні (площею dF_1) в напрямку, який визначається просторовим кутом $d\Omega$, пропорційний значенню потоку енергії, що випромінюється по нормалі $E_n dF_1$, помноженому на величини просторового куту $d\Omega$ та $\cos\varphi$, тобто

$$d^2Q_\varphi = E_n dF_1 d\Omega \cos\varphi, \quad (11.14)$$

де E_n - питомий потік, який випромінюється в напрямку нормалі \mathbf{n} .

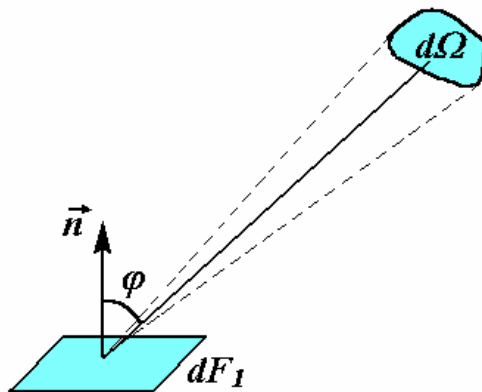


Рисунок 11.4 - Геометрія закону Ламберта

Отже, найбільший потік енергії випромінюється у напрямку нормалі, який задається рівністю $\varphi = 0^\circ$. Із збільшенням кута φ потік енергії, що випромінюється, зменшується і при $\varphi = 90^\circ$ він стає рівним 0.

Для визначення E_n необхідно рівняння (11.14) проінтегрувати по поверхні напівсфери, що лежить над площадкою dF_1 , і отриманий вираз прирівняти до випромінювальної здатності (11.13).

В результаті отримаємо

$$E_n = \frac{E}{\pi} = \frac{\varepsilon}{\pi} \cdot C_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4,$$

що після підстановки в рівняння (11.14) дає формулу:

$$d^2 Q_\varphi = \frac{E}{\pi} dF_1 d\Omega \cos \varphi = \frac{\varepsilon}{\pi} \cdot C_0 \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4 dF_1 d\Omega \cos \varphi. \quad (11.15)$$

Це рівняння служить основою для розрахунку променистого теплообміну між поверхнями довільної форми. Закон Ламберта в точності виконується тільки для абсолютно чорних тіл. Для шорсткуватих тіл цей закон підтверджується лише для напрямків із $\varphi = 0 \div 60^\circ$.

11.2 Променистий теплообмін у прозорому середовищі

Знаючи закони випромінювання, поглинання та відбивання, а також залежність випромінювання від напрямку, можна вивести розрахункові формули, що описують променистий теплообмін між довільними тілами.

У технічних розрахунках, звичайно, вимагається розраховувати променистий теплообмін між тілами, температура, форма поверхні, розміри та оптичні властивості яких відомі (це так звана пряма задача). Перейдемо до розгляду найбільш поширених ситуацій.

11.2.1 Променистий теплообмін між паралельними площинами

Розглянемо спочатку теплообмін випромінюванням в системі двох тіл із нескінченими плоско-паралельними поверхнями, спектр випромінювання яких є сірим. Температура, випромінююча здатність та коефіцієнт поглинання цих поверхонь, відповідно, дорівнюють T_1, E_1, A_1 та T_2, E_2, A_2 (дивись рисунок 11.5).

Розглянувши ефективні променисті потоки від першої та другої поверхонь, згідно з формулою (11.7), можемо записати співвідношення:

$$E_{ef1} = E_1 + (1 - A_1) E_{ef2}.$$

$$E_{\text{эф}2} = E_2 + (1 - A_2) E_{\text{эф}1}.$$

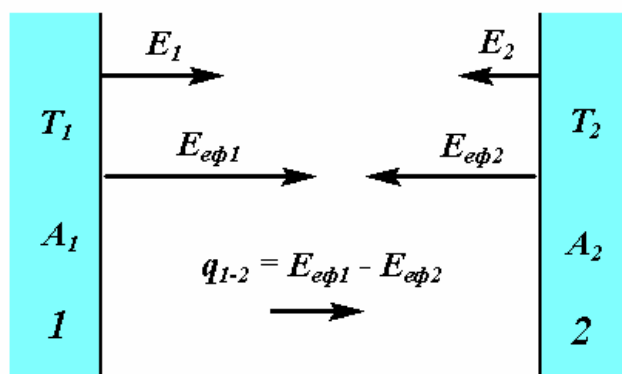


Рисунок 11.5 - Схема променистого теплообміну між паралельними площинами 1 та 2

Останню систему легко розв'язати відносно $E_{\text{эф}1}$ та $E_{\text{эф}2}$:

$$E_{\text{эф}1} = \frac{E_1 + (1 - A_1) \cdot E_2}{1 - (1 - A_1) \cdot (1 - A_2)}, \quad E_{\text{эф}2} = \frac{E_2 + (1 - A_2) \cdot E_1}{1 - (1 - A_1) \cdot (1 - A_2)}.$$

Через те, що середовище між площинами прозоре, результуючий променистий потік, який виходить із першої площини, співпадає (за абсолютною величиною) з результуючим потоком, який падає на другу площину, і дорівнює

$$q_{1-2} \equiv E_{\text{рез}1} = - E_{\text{рез}2} = E_{\text{эф}1} - E_{\text{эф}2},$$

і тому

$$q_{1-2} = \frac{A_2 E_1 - A_1 E_2}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}.$$

З урахуванням наслідків закону Кірхгофа ($A = \varepsilon$) та закону Стефана-Больцмана (11.13) останнє співвідношення представимо у виді:

$$q_{1-2} = \varepsilon_{36} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2 \quad (11.16)$$

де величина ε_{36} має назву *зведеного ступеня чорноти системи*. У даному випадку

$$\varepsilon_{36} = \varepsilon_{1-2} = \left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right]^{-1}. \quad (11.17)$$

(Тут і далі вираз ε_{i-j} означає

$$\varepsilon_{i-j} = \varepsilon_{j-i} \equiv \left[\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_j} - 1 \right]^{-1}, \quad (11.18)$$

де ε_i та ε_j - ступені чорноти поверхонь, що позначені індексами i та j .)

11.2.2 Теплообмін між тілами, одне з яких розташоване в середині другого

Розглянемо стаціонарний теплообмін між тілами, одне з яких розташовано в середині другого (дивись рисунок 11.6). Нехай внутрішнє тіло 1 випукле (з площею поверхні F_1), а тіло 2 , що оточує тіло 1 , має довільну поверхню (з площею F_2). Температури тіла та оболонки дорівнюють T_1 та T_2 , а ступені чорноти - ε_1 та ε_2 , відповідно. Середовище, що знаходиться у просторі між тілами 1 та 2 , діатермічне.

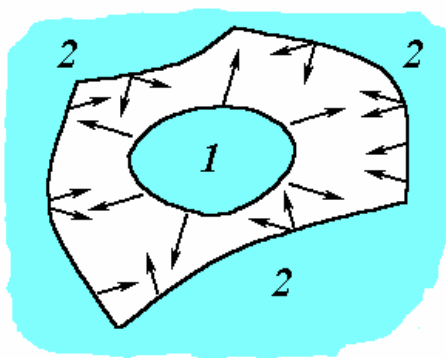


Рисунок 11.6 - Схема променистого теплообміну між тілом 1 і його оболонкою 2

Як можна довести, у цьому випадку розрахункова формула має вид:

$$Q_{1-2} = \varepsilon_{36} C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot F_1, \text{ Вт}, \quad (11.19)$$

де Q_{1-2} - результуючий променистий потік, що йде від тіла 1 на оболонку 2 , а ε_{36} - зведений ступінь чорноти системи. Він розраховується за формулою:

$$\varepsilon_{36} = \left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (11.20)$$

11.2.3 Променистий теплообмін між тілами довільної форми, що оточені прозорим середовищем

Розглянемо в стаціонарних умовах теплообмін між двома абсолютно чорними тілами довільної форми, що мають ізотермічні поверхні з площами F_1 та F_2 та температурами T_1 та T_2 , відповідно (дивись рисунок 11.7). Простір між тілами заповнено діатермічним середовищем. Визначимо результуючий тепловий потік Q від першого тіла до другого при $T_1 > T_2$.

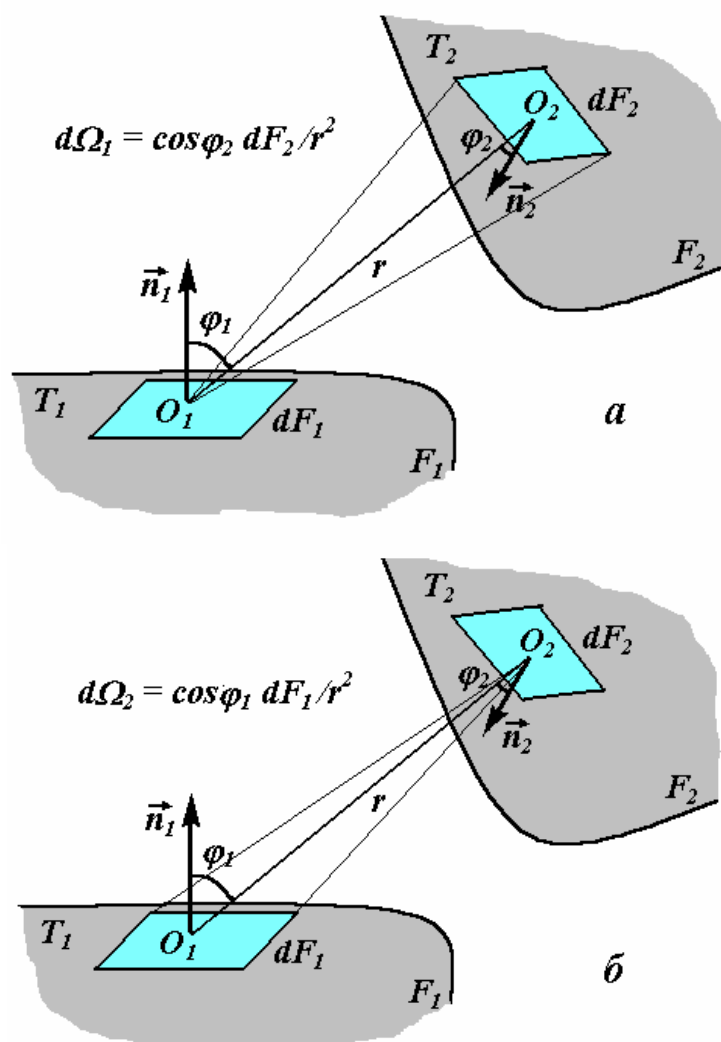


Рисунок 11.7 - Схема променистого теплообміну між поверхнями, що довільно розташовані у просторі

Маючи на меті використати закон Ламберта, розіб'ємо вихідні поверхні на елементарні площини з площами dF_1 та dF_2 . Центри O_1 та O_2 цих площин

з'єднаємо прямою O_1O_2 , довжину якої позначимо r . Нехай φ_1 та φ_2 – кути між нормальми до відповідних площин та прямою O_1O_2 .

Біля прямої O_1O_2 побудуємо елементарний просторовий кут $d\Omega_1$ з верхівкою в точці O_1 (дивись рисунок 11.7.a). Тоді, згідно закону Ламберта, потік променистої енергії d^2Q_1 , що випромінює площа dF_1 в елементарний просторовий кут $d\Omega_1$, дорівнює:

$$d^2Q_1 = E_{0n1} dF_1 d\Omega_1 \cos\varphi_1, \quad (11.21)$$

де E_{0n1} – питомий потік, що випромінює площа dF_1 в напрямку нормалі до неї:

$$E_{0n1} = \frac{E_{01}}{\pi} = \frac{C_0}{\pi} \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^4.$$

Елементарний просторовий кут $d\Omega_1$ має величину:

$$d\Omega_1 = \cos\varphi_2 dF_2 / r^2,$$

що дає змогу надати виразу (11.21) вид:

$$d^2Q_1 = C_0 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \frac{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}{\pi \cdot r^2} \cdot dF_1 dF_2, \text{ Вт.}$$

Цей потік поглинається площею dF_2 . Аналогічно потік енергії, що випромінюється площиною dF_2 і поглинається площиною dF_1 (дивись рисунок 11.7.б), дорівнює:

$$d^2Q_2 = C_0 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \frac{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}{\pi \cdot r^2} \cdot dF_1 dF_2.$$

Таким чином, результуючий променистий потік тепла між площинами dF_1 та dF_2 , буде мати величину $d^2Q = d^2Q_1 - d^2Q_2$, тобто

$$d^2Q = C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \frac{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}{\pi \cdot r^2} \cdot dF_1 dF_2.$$

Інтегруючи останній вираз по поверхням F_1 і F_2 обох тіл, отримаємо шукану величину:

$$Q = C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} dF_2 \cdot \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi \cdot r^2}, \text{ Вт}, \quad (11.22)$$

або

$$Q = C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot H_{12}, \text{ Вт}, \quad (11.23)$$

де H_{12} - *взаємна поверхня випромінювання тіл 1 та 2*:

$$H_{12} = H_{21} \equiv \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} dF_2 \cdot \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi \cdot r^2}, \text{ М}^2, \quad (11.24)$$

Величину H_{12} можна представити у вигляді

$$H_{12} = F_1 \psi_{1-2} = F_2 \psi_{2-1}, \quad (11.25)$$

де ψ_{1-2} (ψ_{2-1}) - *середній по поверхні 1 (2) коефіцієнт опромінювання тіла 1 (2) на тіло 2 (1)*.

Коефіцієнт опромінювання ще носить назву *кутового коефіцієнта*. За фізичним змістом коефіцієнт опромінювання ψ_{1-2} - відношення частки ефективного випромінювання поверхні F_1 , що падає на поверхню F_2 , до всього випромінювання поверхні F_1 . Ця обставина означає, що мають місце обмеження:

$$0 \leq \psi_{1-2} \leq 1.$$

Більше того, неважко показати, що у замкненій системі з N поверхонь має місце рівність:

$$\sum_{k=1}^N \psi_{i-k} = 1.$$

Тут індекси i та k нумерують поверхні, а ψ_{i-k} - середній коефіцієнт опромінювання між відповідними поверхнями. Дана рівність відображає ту обставину, що у замкненій системі енергія, що випромінюється з i -ої поверхні, цілком розподіляється по N поверхнях системи.

Значення ψ_{1-2} залежать від форми та взаємного розташування тіл. Для типових випадків вони наведені в довідкових таблицях.

Якщо розглядати променистий теплообмін довільних сірих (а не тільки абсолютно чорних) тіл, то необхідно враховувати переопромінювання. Це значно ускладнює розгляд проблеми. Так, наприклад, в замкненій системі, що

складається лише з двох сірих тіл довільної форми, результуючий променистий потік, що йде від поверхні тіла 1, визначається за формулою:

$$Q_1 = \varepsilon_{36} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot H_{12}, \text{ Вт}, \quad (11.26)$$

де ε_{36} - зведений ступінь чорноти системи. Він дорівнює:

$$\varepsilon_{36} = \left[1 + \psi_{1-2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) + \psi_{2-1} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (11.27)$$

де $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - ступені чорноти тіл 1, 2.

Останні співвідношення описують, зокрема, випадок тіла в оболонці. У цьому разі $\psi_{1-2} = 1$ (тому, згідно з визначенням (11.25), $\psi_{2-1} = F_1/F_2$) і формули (11.26), (11.27) переходять у (11.19), (11.20).

11.3 Теплові екрани

Теплові екрани - це технічні прилади, що розміщуються між поверхнею, що випромінює, та поверхнею, на яку падає випромінювання, і призначені для послаблення результуючого теплового потоку між цими поверхнями.

Екрани бувають відбиваючі та поглинаючі. За реалізацією **відбиваючий екран** - тонка стінка, непроникна для електромагнітного випромінювання ($D = 0$), з малим термічним опором (тобто малим значенням δ/λ , де δ - товщина стінки, а λ - коефіцієнт теплопровідності матеріалу екрану). В такому випадку температура екрану T_e може вважатися незмінною за його товщиною. Прикладами таких екранів можуть служити тонкі металеві пластини, що застосовуються для захисту будівельних конструкцій або людей і пожежної техніки від випромінювання полум'я при гасінні пожеж. В результаті перевипромінювання екранами вихідного випромінювання, величина результуючого теплового потоку за екранами зменшується, у відповідності до кількості встановлених екранів і їхніх оптичних властивостей.

За значного термічного опору теплові екрани можуть послабляти потік тепла не тільки за рахунок відбивання, але й за рахунок поглинання теплової енергії. Такі екрани є **поглинаючими**. Приклади - протипожежні стіни, перекриття, облицювання, водяні завіси.

11.3.1 Одиночний екран

Розглянемо одиночний плоский термічно тонкий відбиваючий екран, що знаходиться між двома нескінченними паралельними поверхнями 1 та 2, які мають незмінні по поверхнях температури T_1 та T_2 (дивись рисунок 11.8) і ступені чорноти ε_1 та ε_2 , відповідно. Через те, що екран тонкий, температури його поверхонь практично співпадають (позначимо їх T_e). Кожній поверхні екрану припишемо фіксовані ступені чорноти, і для спрощення формул будемо вважати, що вони однакові (і дорівнюють ε_e).

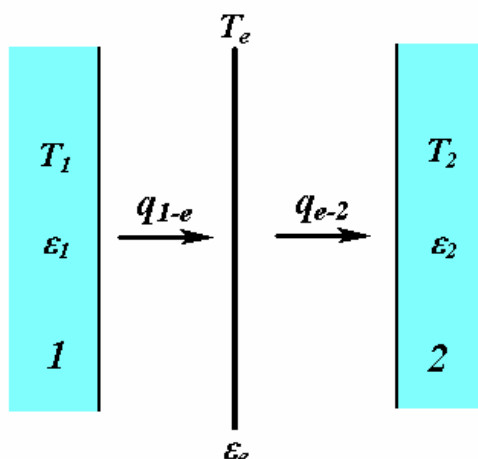


Рисунок 11.8 - Схема системи з одиночним екраном

При розрахунку результуючого стаціонарного потоку тепла в такій системі треба скористатися непрозорістю екрану. Вона дозволяє незалежно розглянути променисті потоки між поверхнею 1 і екраном та між екраном і поверхнею 2.

Згідно з формулою (11.16), питомий результуючий потік від поверхні 1 до екрану дорівнює:

$$q_{1-e} = \varepsilon_{1-e} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2, \quad (11.28)$$

де величина ε_{1-e} - зведений ступінь чорноти системи цих поверхонь. Згідно з (11.18)

$$\varepsilon_{1-e} = \left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_e} - 1 \right]^{-1}.$$

Аналогічно питомий результуючий потік від екрану до поверхні 2 розраховується за формулою:

$$q_{e-2} = \varepsilon_{e-2} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_e}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2, \quad (11.29)$$

де

$$\varepsilon_{e-2} = \left[\frac{1}{\varepsilon_e} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right]^{-1}.$$

При стаціонарному тепловому режимі існує збереження потоку. Це означає, що в разі наявності екрану результуючий питомий потік q_{1-e-2} між поверхнями 1 та 2 задовольняє співвідношенням:

$$q_{1-e-2} = q_{1-e} = q_{e-2}.$$

Об'єднавши останню рівність із формулами (11.28), (11.29), неважко знайти температуру екрану:

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{\varepsilon_{1-e} \cdot T_1^4 + \varepsilon_{e-2} \cdot T_2^4}{\varepsilon_{1-e} + \varepsilon_{e-2}}},$$

а також формулу розрахунку питомого потоку між плоско-паралельними тілами при установці між ними екрану:

$$q_{1-e-2} = \varepsilon_{1-e-2} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2. \quad (11.30)$$

Тут величина

$$\varepsilon_{1-e-2} = \frac{\varepsilon_{1-e} \cdot \varepsilon_{e-2}}{\varepsilon_{1-e} + \varepsilon_{e-2}} \quad (11.31)$$

є зведеним ступенем чорноти такої системи.

Розглянемо дію одиночного екрану. З цією метою приймемо, що $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_e = \varepsilon$. В такому разі

$$\varepsilon_{1-e} = \varepsilon_{e-2} = \left[\frac{2}{\varepsilon} - 1 \right]^{-1},$$

і формула (11.30) приймає вид:

$$q_{1-e-2} = \frac{q_{1-2}}{2},$$

де q_{1-2} - питомий потік в системі без екрану. Таким чином, в цій ситуації екран зменшує потік у два рази.

Інший варіант реалізується, коли поверхні екрану добре відбивають випромінювання, тобто коли $\varepsilon_1 \gg \varepsilon_e$ і $\varepsilon_2 \gg \varepsilon_e$. В цьому разі, згідно з (11.18), $\varepsilon_{1-e} \approx \varepsilon_{e-2} \approx \varepsilon_e$, тобто $\varepsilon_{1-e-2} \approx \varepsilon_e/2$, що спрощує формулу питомого потоку (11.30) до виду:

$$q_{1-e-2} = \frac{\varepsilon_e}{2} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2.$$

Порівняння останнього виразу з (11.16) указує на значне послаблення питомого потоку в разі застосування екранів з малим ε_e :

$$\frac{q_{1-2}}{q_{1-e-2}} = \frac{\varepsilon_{1-2}}{\varepsilon_{1-e-2}} = \frac{2 \cdot \varepsilon_{1-2}}{\varepsilon_e} = \frac{2}{\varepsilon_e \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \gg 1.$$

11.3.2 Багатошаровий екран

Розглянемо ситуацію, в якій дві паралельні нескінченні поверхні 1 та 2 (що мають температури T_1 та T_2 і ступені чорноти ε_1 та ε_2) відокремлені одна від одної екраном, який складається із n плоских тонких відбиваючих екранів. Позначимо T_{ei} та ε'_{ei} , ε''_{ei} - температуру та ступені чорноти різних поверхонь i -го екрану (індекс i позначає екрани і приймає значення від 1 до n) (дивись рисунок 11.9).

При розрахунку результуючого питомого потоку q_{1-ne-2} , як і у випадку одношарового екрану, скористаємося тим, що екрани непрозорі. Це дозволяє незалежно розглядати випромінювання між кожною парою сусідніх поверхонь. Таким чином, користуючись формулами (11.16), (11.17), запишемо систему з $n+1$ -го рівняння:

$$q_{1-e1} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon'_{e1}} - 1 \right) = C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{e1}}{100} \right)^4 \right],$$

$$\begin{aligned}
 q_{e1-e2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon''_{e1}} + \frac{1}{\varepsilon'_{e2}} - 1 \right) &= C_0 \left[\left(\frac{T_{e1}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{e2}}{100} \right)^4 \right], \\
 \dots, \\
 q_{ei-e(i+1)} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon''_{ei}} + \frac{1}{\varepsilon'_{e(i+1)}} - 1 \right) &= C_0 \left[\left(\frac{T_{ei}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{e(i+1)}}{100} \right)^4 \right], \\
 \dots, \\
 q_{en-2} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon''_{en}} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) &= C_0 \left[\left(\frac{T_{en}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right].
 \end{aligned}
 \tag{11.32}$$

де $q_{ei-e(i+1)}$ - питомий потік між i -им та $(i+1)$ -им одиночним екраном.

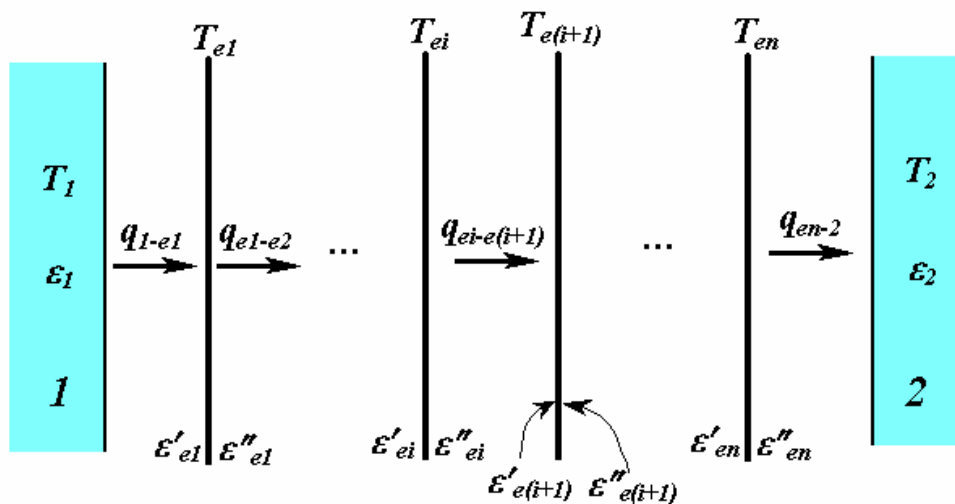


Рисунок 11.9 - Схема системи з n -шаровим екраном

Далі, виходячи зі стаціонарності ситуації, запишемо умову незмінності потоку:

$$q_{1-e1} = q_{e1-e2} = q_{e2-e3} = \dots = q_{e(n-1)-en} = q_{en-2}.$$

Останні співвідношення дозволяють, склавши окремо ліві та праві частини рівнянь системи (11.32), отримати шукану величину:

$$q_{1-ne-2} = \varepsilon_{1-ne-2} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2. \tag{11.33}$$

де ε_{1-ne-2} - зведений ступінь чорноти системи з n -шаровим екраном:

$$\varepsilon_{1-ne-2} = \left[\frac{1}{\varepsilon_{1-2}} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\varepsilon'_{ei}} + \frac{1}{\varepsilon''_{ei}} - 1 \right) \right]^{-1},$$

в якому ε_{1-2} - зведений ступінь чорноти системи без екранів (дивись (11.17)).

Останні формули дозволяють розрахувати послаблюючу дію екранів. З'ясуємо її для ситуації, коли екрануючі поверхні мають однакові ступені чорноти, тобто коли для усіх n екрануючих пластин виконуються рівності $\varepsilon'_{ei} = \varepsilon''_{ei} = \varepsilon_e$. У цьому разі

$$\frac{q_{1-2}}{q_{1-ne-2}} = \frac{\varepsilon_{1-2}}{\varepsilon_{1-ne-2}} = 1 + \varepsilon_{1-2} \cdot n \cdot \left(\frac{2}{\varepsilon_e} - 1 \right). \quad (11.34)$$

Формула (11.34) наочно демонструє, що послаблююча здатність складного екрану прямо пропорційна кількості шарів та обернено пропорційні ступеню чорноти екрануючої поверхні ε_e . Це означає, наприклад, що для захисту від променистого потоку бажано використовувати щити, що складаються з максимально можливої кількості полірованих з обох боків (тоді $\varepsilon_e \ll 1$) металевих листів.

11.4 Особливості випромінювання та поглинання газоподібних продуктів згоряння

Продукти згоряння містять у своєму складі пари рідин, молекули двох та більше атомних газів, краплі рідин (у завислому стані), пил, сажу, попіл та інші компоненти, що здатні поглинати та випромінювати променисту енергію. Із газових складових цієї суміші найбільший інтерес становить водяна пара та діоксид вуглецю. Ці гази в значній кількості містяться у продуктах згоряння, які виробляються у топках теплоенергетичного устаткування та на пожежах.

Процеси випромінювання та поглинання в газах мають ряд відмінностей від процесів взаємодії випромінювання із макроскопічними тілами.

По-перше, можна вважати, що істотну випромінювальну та поглинальну здатність мають тільки трьох- і більше-атомні гази. Одно- та двоатомні гази практично прозорі (діатермічні).

По-друге, на відміну від масивних тіл, які випромінюють і поглинають променисту енергію усіх довжин хвиль, гази спроможні до цих процесів тільки у деяких інтервалах (смугах) довжин хвиль. Інакше формулюючи, гази мають селективний (вибірковий) спектр випромінювання та поглинання. В таблиці 11.2 наведено суттєві для інженерних розрахунків діапазони поглинання та випромінювання електромагнітних хвиль діоксидом вуглецю та водяною парою.

Таблиця 11.2 - Смуги поглинання (випромінювання) газів

N	Межі діапазону CO ₂ , мкм	Межі діапазону H ₂ O , мкм
1	-	1,7-2,0
2	2,36-3,8	2,2-3,0
3	4,01-4,8	4,8-8,5
4	12,5-16,5	12-30

По-третє, у твердих тілах випромінювання та поглинання має місце у тонкому приповерхневому шарі. В газах ці процеси проходять у шарі, який дорівнює довжині шляху променя. **Довжиною шляху променя** ми називаємо ту відстань, на яку він проникає у поглинаюче середовище. Вона може мати значну величину. Інтенсивність поглинання та випромінювання газів також залежить від їх парціального тиску (вона зростає з ростом парціального тиску). Ступінь чорноти і поглинальна здатність газів залежать також і від їх температури.

В практиці пожежної справи особливості випромінювання, що описані тут, враховуються при інженерних розрахунках променистого теплообміну між димовими газами та оболонкою, що їх обмежує. Це необхідно, наприклад, для визначення товщини протипожежних відступок у димарях або при розрахунках теплообмінних апаратів.

Результуючий питомий променистий потік від газів до обмежуючих поверхонь розраховується за рівнянням:

$$q_{fw} = \varepsilon'_w \cdot C_0 \left[\varepsilon_f \cdot \left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - A_f \cdot \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2, \quad (11.35)$$

де ε'_w - ефективний ступінь чорноти стінок; ε_f - ступінь чорноти продуктів згоряння за їх температури T_f ; A_f - відносна поглинальна здатність продуктів згоряння за температури стінок T_w .

Викладемо послідовність розрахунку величини q_{fw} .

Ефективний ступінь чорноти ε'_w оцінюють як середнє арифметичне між ступенем чорноти поверхні, що покрита сажею ($\varepsilon_{сажу} \approx 1$), та ступенем чорноти чистої поверхні огорожуючих конструкцій ε_w . Остання величина береться із довідників. Таким чином, $\varepsilon'_w = 0,5 (1 + \varepsilon_w)$.

Складніше визначати ступінь чорноти ε_f та відносну поглинальну здатність A_f продуктів згоряння. Ці величини залежать, крім температури, ще від ефективної товщини шару продуктів згоряння l та парціальних тисків діоксиду вуглецю P_{CO_2} і водяної пари P_{H_2O} (тільки ці гази дають суттєвий внесок).

Ефективну довжину шару продуктів згоряння l розраховують, виходячи з припущення, що пробіг променя обмежується стінкою. В такому випадку l

співпадає з середньою відстанню між огорожуючими конструкціями і оцінюється за формулою:

$$l = 3.6 V/F,$$

де F та V - відповідно, площа огорожі та об'єм, який вона обмежує.

У випадку розгляду теплообміну між димовими газами і пучком труб у теплообмінному апараті:

$$l = 1.08 \cdot d \cdot \left(\frac{s_1 \cdot s_2}{d^2} - 0.785 \right),$$

де d - зовнішній діаметр труб, м; s_1 та s_2 - кроки за шириною та глибиною пучка, м.

Ступінь чорноти димових газів визначається за формулою:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{CO_2} + \beta \cdot \varepsilon_{H_2O} - \Delta\varepsilon_f, \quad (11.36)$$

де ε_{CO_2} та ε_{H_2O} - відповідно, ступені чорноти діоксиду вуглецю та водяної пари. Останні визначаються за допомогою графіків (дивись рисунки 11.10 та 11.11), з яких видно, що ступені чорноти ε_{CO_2} та ε_{H_2O} залежать від температури газів T_f і добутків $P_{CO_2}l$ та $P_{H_2O} \cdot l$. Поправка β враховує більш складну залежність ступеня чорноти водяної пари від $P_{H_2O} \cdot l$. Вона визначається за допомогою графіка (дивись рисунок 11.12). Поправка $\Delta\varepsilon_f$ враховує взаємне поглинання променистої енергії діоксидом вуглецю та водяною парою. Внесок $\Delta\varepsilon_f$ в ε_f складає величину, меншу за 5%, і в інженерних розрахунках не враховується.

Відносна поглинальна здатність розраховується за формулою:

$$A_f = A_{CO_2} + \beta \cdot A_{H_2O} - \Delta A_f, \quad (11.37)$$

де A_{CO_2} - поглинальна здатність діоксиду вуглецю:

$$A_{CO_2} = \varepsilon'_{CO_2} \cdot \left(\frac{T_f}{T_w} \right)^{0.65},$$

де ε'_{CO_2} - ступінь чорноти CO_2 за температури поверхні стінки T_w (визначається за графіком рисунка 11.10); A_{H_2O} - поглинальна здатність водяної пари,

$$A_{H_2O} = \varepsilon'_{H_2O},$$

де ε'_{H_2O} - ступінь чорноти водяної пари за температури поверхні стінки T_w (визначається за графіком рисунка 11.11); множник β має те ж значення, що і у формулі (11.36); ΔA_f - поправка на взаємне поглинання променистої енергії між діоксидом вуглецю та водяним паром, якою, як і $\Delta \varepsilon_f$, в інженерних розрахунках можна нехтувати.

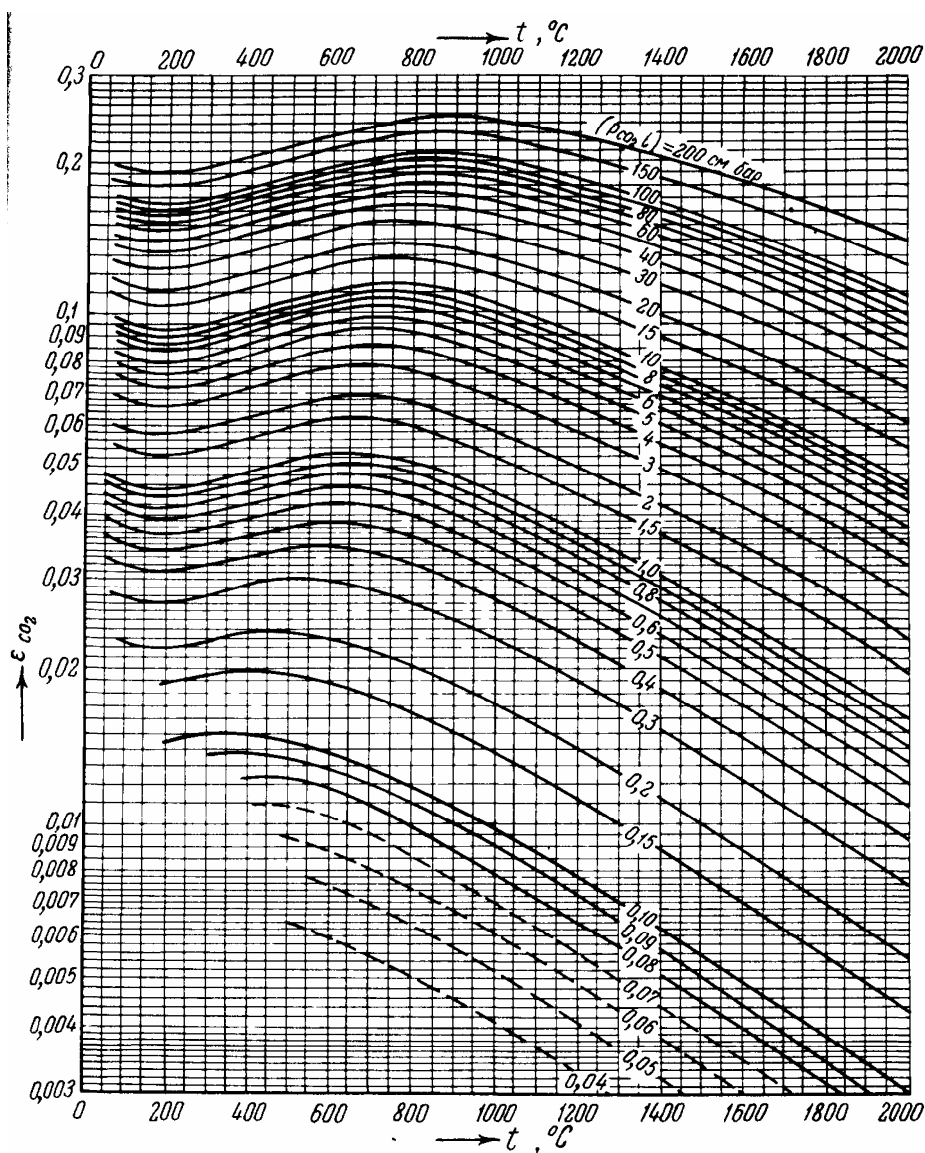


Рисунок 11.10 - Залежність ступеня чорноти діоксиду вуглецю ε_{CO_2} від добутку $P_{CO_2}l$ і температури t

Парціальні тиски CO_2 та H_2O в продуктах згоряння залежать від фазового стану палива (рідке, тверде), його нижньої теплоти згоряння та коефіцієнта надлишку повітря. Зазвичай, їх знаходять за графіками, котрі, за браком місця, тут не наведені.

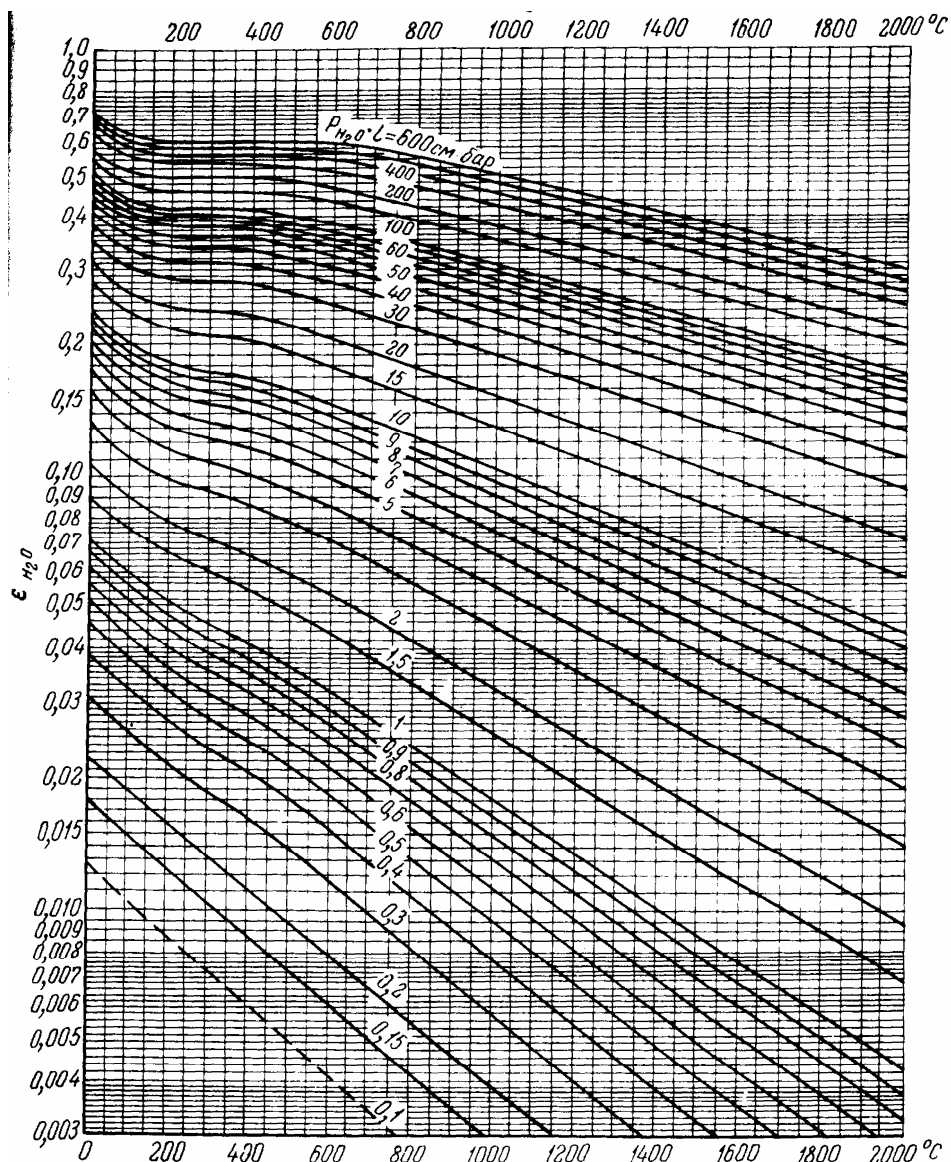


Рисунок 11.11 - Залежність ступеня чорноти водяної пари ε_{H_2O} від добутку $P_{H_2O} \cdot l$ і температури

При пожежах у приміщеннях променистий теплообмін між факелом полум'я, продуктами згоряння та огорожуючими поверхнями має ще більш складний характер. По-перше, продукти горіння для факелу полум'я є послаблюючим середовищем, а для обмежуючих поверхонь – випромінюючим. По-друге, в цих умовах продукти горіння містять значну кількість частинок сажі. Теоретичні методи розрахунку променистого теплообміну у такій ситуації тут не викладаються.

І ще одне зауваження - променистий теплообмін між димовими газами і огорожуючими конструкціями можна описувати аналогічно конвекційному теплообміну. В цьому випадку коефіцієнт тепловіддачі α_{np} визначається із закону Ньютона, тобто

$$\alpha_{np} \equiv \frac{q_{fw}}{T_f - T_w},$$

де результуючий питомий потік задовольняє закономірностям (11.35).

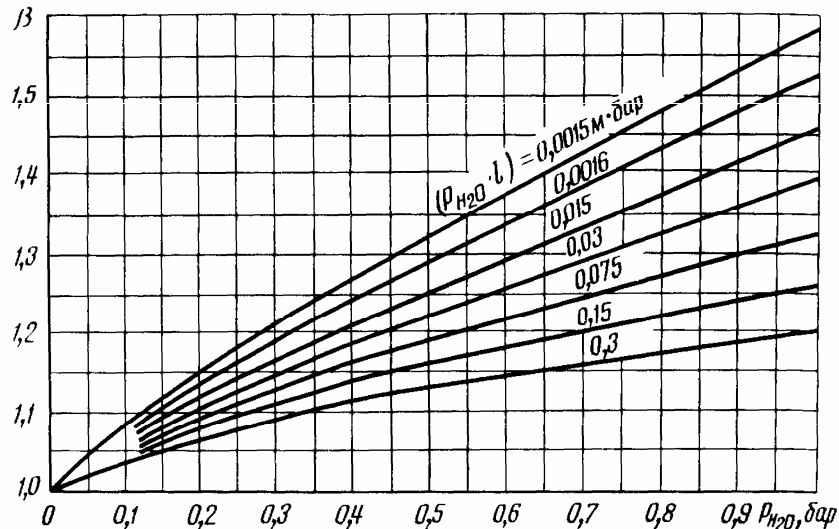


Рисунок 11.12 - Поправка β , що враховує парціальний тиск водяної пари P_{H_2O} при визначенні ступеня чорноти ε_f

11.5 Випромінювання факела полум'я

Одним з важливих питань, в якому необхідно орієнтуватися фахівцю з пожежної безпеки, є випромінювання факела полум'я. Це джерело енергії широко використовується в нагрівальних пристроях, а також властиве горінню в умовах пожеж. Спеціалістам пожежної безпеки важливо, що променистий потік може при достатньо високому рівні:

- справляти шкідливу фізіологічну дію на організм людини під час гасіння пожежі;
- викликати спалах горючих матеріалів або парів і газів, що сприяє розповсюдженню пожежі та виникненню нових її осередків;
- приводити до прогріву будівельних конструкцій та обладнання до небезпечно високих температур.

11.5.1 Природа випромінювання факела полум'я

Випромінювальні характеристики факела полум'я з заданою температурою визначаються його хімічним складом. Структура факела полум'я залежить від стану матеріалу (твердий, рідкий, газовий), що спалюється, і способу спалювання (наявності надлишку повітря).

Горіння газу супроводжується утворенням світного і не світного полум'я. У першому випадку в складі є трьохатомні продукти згоряння (CO_2 , H_2O та ін.) і розпечені частки сажі, наявність яких викликає світіння полум'я. Частки сажі мають практично неперервний спектр поглинання. Чим вище концентрація сажі в полум'ї, тим більшою мірою випромінювальна здатність факела залежить від випромінювання розпечених часток; а випромінювання трьохатомних газів носить другорядний характер.

При не світному полум'ї факел містить суміш трьохатомних продуктів згоряння, азоту та кисню (при коефіцієнті надлишку повітря більше 1). Випромінювальна здатність полум'я залежить від концентрацій CO_2 та H_2O .

При спалюванні рідин утворюється світне полум'я, яке, як і у випадку світного полум'я газів, обумовлюється наявністю трьохатомних газів (CO_2 , H_2O , SO_2) і часток сажі. При горінні розпорошених рідин до складу полум'я входять також частки коксу, утворення якого обумовлено термічним розщепленням великих часток паливної речовини (при горінні важких сортів рідких палив).

Більш складну структуру має полум'я твердих палив. До складу факела поряд із трьохатомними газами входять зола, розпечені чи палаючі частки твердого палива, а також сажа і продукти возгонки за високих температур. При горінні твердих речовин температура часток сажі у полум'ї дуже близька до температури оточуючого їх газу.

За фізичною природою випромінювання факела ближче до випромінювання твердих тіл, ніж до випромінювання газів. Однак розрахунки потоків тепла від факела носять наближений характер через складність визначення ступеня чорноти факела та його температури. У факелі температура продуктів згоряння за товщиною, і, головним чином, за висотою неоднакова. Через це в розрахунках користуються середніми температурами полум'я. Типові значення ступеня чорноти полум'я та його температури наведено у таблицях 11.3, 11.4.

Таблиця 11.3

Вид полум'я	Ступінь чорноти
Не світне полум'я газового фонтана	0,3
Не світне полум'я газу та полум'я антрациту при шаровому спалюванні	0,4
Світне полум'я антрацитового пилу	0,45
Світне полум'я пісного вугілля	0,6
Світне полум'я мазуту	0,85
Світне полум'я бензину	0,96 - 0,99
Полум'я кам'яного вугілля, бурого вугілля, деревини та торфу	0,7

Таблиця 11.4

Пальний матеріал	Температура полум'я, °C
Торф, мазут	1000
Деревина, буре вугілля, сира нафта, дизельне паливо, трактор-	1100-1150

ний гас	
Кам'яне вугілля, каучук та вироби із нього, бензин	1200-1250
Антрацит, сірка	1300
Горючі гази	1500
Магній	2000

11.5.2 Випромінювання факела полум'я в топках

При розгляді питання про випромінювання полум'я в топках котлів, печей факівців пожежної охорони насамперед цікавить можливість загорання горючих матеріалів і конструкцій, розташованих поблизу від сильно нагрітих поверхонь.

Питомий тепловий потік, що передається випромінюванням від факела до поверхні стінки котла чи печі при усталеному режимі горіння, визначається за наступною наближеною формулою:

$$q_{fw} = \varepsilon_w \cdot \varepsilon_f \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_f}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2, \quad (11.38)$$

де ε_f і ε_w - відповідно, ступені чорноти факела і поверхні топки; T_f - ефективна температура факела, К; T_w - температура теплосприймаючої поверхні, К.

Температура факела полум'я T_f визначається як середнє геометричне між теоретичною (адіабатною) температурою горіння речовини T_a та температурою димових газів на виході з топки T_g :

$$T_f = \sqrt{T_a \cdot T_g}.$$

Теоретична температура горіння T_a залежить від коефіцієнта надлишку повітря і розраховується за методами теорії горіння. Відповідні результати можна знайти у довідникових таблицях (таблиця 11.5).

Таблиця 11.5 - Теоретична температура горіння палива

Паливо	T_a , К, при коефіцієнті надлишку повітря α			
	$\alpha = 1$	$\alpha = 1.3$	$\alpha = 1.5$	$\alpha = 2$
Антрацит	2450	2115	1925	1570
Донецьке вугілля	2535	2135	1915	1555
Мазут	2395	2010	1850	1535
Природний газ	2300	1940	1760	1460
Дрова із вологістю 30 %	2125	1845	1705	1435
Торф	1970	1780	1640	1380

11.5.3 Випромінювання факела крізь топковий отвір

Густина потоку випромінювання крізь топковий отвір печі на об'єкт, що розташований поблизу печі, може бути обчислена за формулою:

$$q = q_{\text{от}} \psi_{2-1}, \quad (11.39)$$

де ψ_{2-1} - коефіцієнт опромінювання поверхні тіла 2 на зовнішню поверхню 1 топкового отвору (дивись рисунок 11.13).

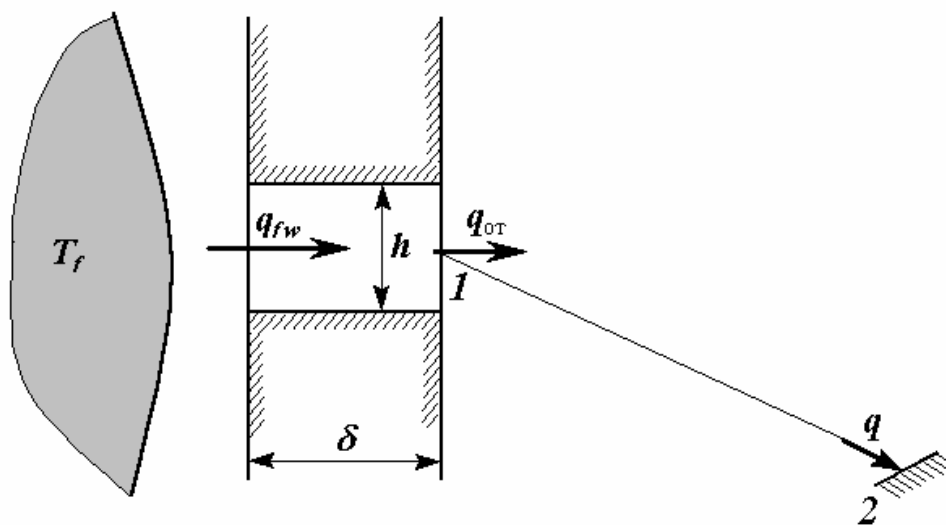


Рисунок 11.13 - Схема опромінювання крізь топковий отвір:

δ і h – товщина стінки і висота топкового отвору; q_{fw} і $q_{от}$ - питомий потік на внутрішньому і зовнішньому перетині топкового отвору; q - питомий потік, що падає на об'єкт

При цих розрахунках в якості джерела випромінювання розглядається поверхня зовнішнього перетину топкового отвору. Вважається, що випромінювальна здатність цієї поверхні дорівнює питомому потоку $q_{от}$, який створює факел полум'я у цьому перетині.

Величина $q_{от}$ прямо пропорційна питомому потоку q_{fw} від факелу до поверхні топки (дивись (11.38)):

$$q_{от} = \psi q_{fw}, \quad (11.40)$$

де безрозмірна величина ψ - **повний коефіцієнт випромінювання**, або **коефіцієнт діафрагмування топкового отвору**. Цей коефіцієнт залежить тільки від геометрії отвору.

Чисельне значення коефіцієнта ψ можна знайти за допомогою номограми (рис. 11.14). На ній по осі абсцис відкладене відношення меншого з розмірів (ширина, висота, діаметр) перетину отвору b до глибини отвору δ , а на осі ор-

динат – величина коефіцієнта ψ . На полі номограми розташовані криві, які характеризують форму перетину отвору.

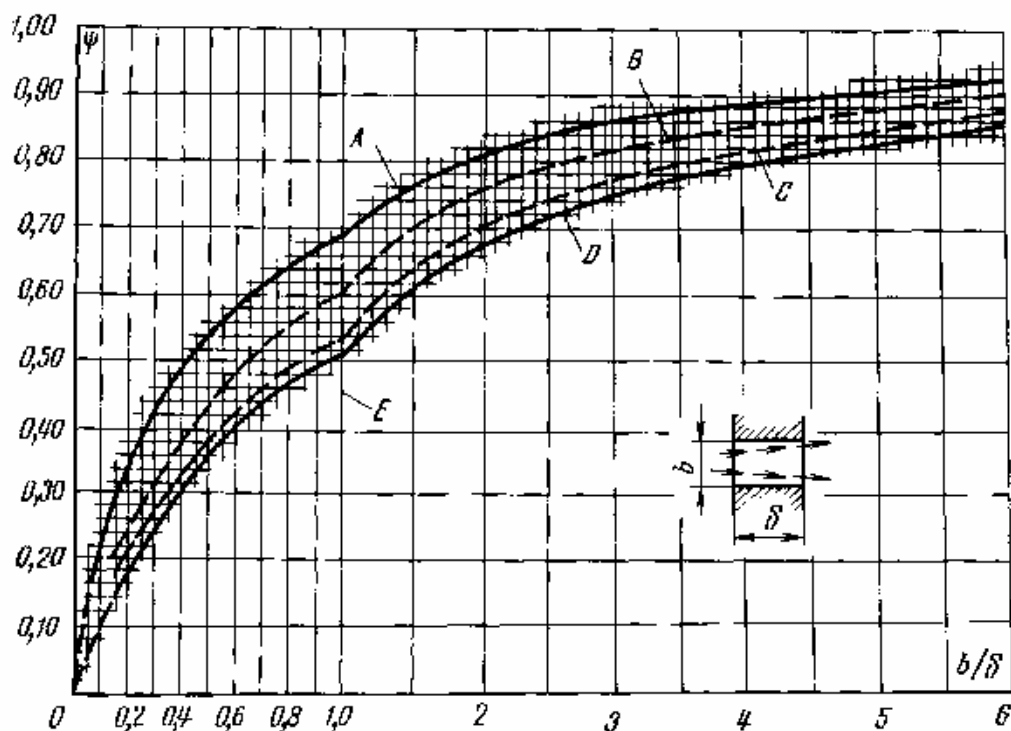


Рисунок 11.14 - Номограма для визначення коефіцієнта повного випромінювання крізь отвір у стінці:

A - дуже довга щілина; *B* - прямокутний отвір зі співвідношенням сторін 2:1; *C* - квадратний отвір; *D* - круглий отвір; *E* - лінія зміни масштабу

11.5.4 Випромінювання факела на пожежі

Горіння на пожежі супроводжується виділенням великої кількості тепла, значна частина якого передається навколишнім тілам за допомогою випромінювання. Частка конвекційної складової теплообміну в умовах пожежі, що розвивається (при $t > 800$ °С), дуже незначна.

При пожежах у закритих приміщеннях, особливо при горінні димоутворюючих речовин і нестачі повітря, продукти горіння швидко заповнюють приміщення, істотно обмежуючи розміри полум'я. Основним механізмом теплопередачі у цьому випадку є випромінювання газового середовища. Виняток складає горіння газових струмів і вогненебезпечних рідин, що утворюють полум'я, яке не копить, а також горіння твердих речовин при великому надлишку повітря.

Великий інтерес для фахівців пожежної безпеки становить випромінювання факела полум'я в необмеженому об'ємі, тобто при горінні будинків, споруд, відкритих складів небезпечних речовин і паливних рідин у резервуарах. У

цьому випадку, передача тепла випромінюванням від факела в напрямку пожежонебезпечних об'єктів створює небезпеку виникнення в них пожежі чи вибуху. Випромінювання факела, як вже відзначалося, істотно ускладнює дії пожежних підрозділів, що беруть участь у гасінні пожежі.

Результуючий питомий потік тепла, що утворюється на суміжному з факелом полум'я об'єкті, може бути знайдено на основі формули (11.26), яка описує теплообмін випромінюванням між двома довільними тілами у прозорому середовищі. Згідно з нею

$$q_2 = \frac{Q_{1-2}}{F_2} = \varepsilon_{36} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \psi_{2-1}, \text{ Вт/м}^2, \quad (11.41)$$

де T_1 – середня температура поверхні факела, К; T_2 – температура зворотної до факела поверхні тіла, К (дивись рисунок 11.15); ψ_{2-1} – середній коефіцієнт опромінювання поверхні тіла (2) на поверхню факела (1) (дивись визначення (11.25)); ε_{36} – зведений ступінь чорноти системи.

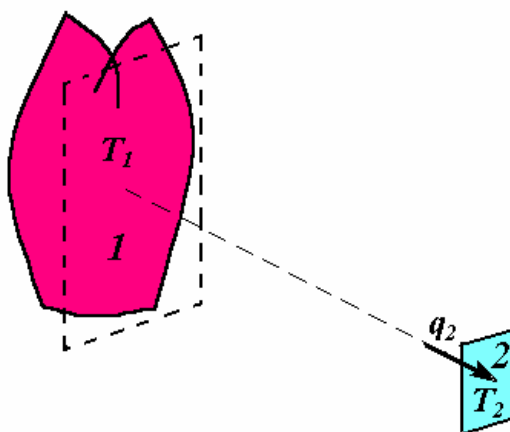


Рисунок 11.15 - Схема опромінювання тіла 2 факелом 1

Прямокутником позначена зведена до прямокутника поверхня факела, зворотно до тіла 2.

В загальному випадку ε_{36} залежить не тільки від ступенів чорноти поверхонь факела (ε_1) і другого тіла (ε_2), а і від взаємного розташування цих тіл, однак у більшості ситуацій (за умови просторового рознесення тіл) зведений ступінь чорноти такої системи дорівнює:

$$\varepsilon_{36} = \varepsilon_1 \varepsilon_2. \quad (11.42)$$

(До винятків відноситься променистий теплообмін в зазорі між тілами, та у випадку одного тіла в оболонці другого.)

Розрахунок питомого променистого потоку від факела на пожежі (дивись (11.41)) та крізь топковий отвір (дивись (11.39)) вимагає визначення середнього коефіцієнта опромінювання ψ_{2-1} .

Розглянемо один з типових прийомів знаходження приблизного значення цього геометричного параметра. Суть методу полягає:

1) у зведенні поверхні випромінювача до прямокутника, площина якого паралельна площині опромінювання (тільки ця процедура має елемент приближності; дивись рисунок 11.15);

2) розрахунку коефіцієнта опромінювання на такий прямокутник.

При визначенні розмірів прямокутника випромінювача виходять з наступного:

1. а) горизонтальний розмір дорівнює ширині віконного прорізу при пожежах в будівлях 1-го та 2-го ступеня вогнестійкості, ширині (довжині) палаючих будівель, складів пилматеріалу і т.д.; висота факела полум'я у віконних прорізах і складах пилматеріалів дорівнює подвоєній висоті, а палаючих будівель – їх висоті до коника даху;

б) при горінні горючих (ГР) та легкозаймистих (ЛЗР) рідин у резервуарах форма полум'я близька до конусу з основою, що дорівнює діаметру резервуара D , і висоті $1,4 D$ для ЛЗР та $1,2 D$ для ГР; при зведенні конуса до прямокутника висота факела полум'я відповідно складає $0,7 D$ та $0,6 D$.

При розрахунку коефіцієнта опромінювання на прямокутник використовуються дві обставини:

2. а) з визначення коефіцієнта опромінювання ψ_{2-1} як інтеграла за площею F_1 (дивись (11.24), (11.25)) впливає, що можна розбити вихідний прямокутник I на довільні частини (зокрема на прямокутники певного розташування, назовемо їх базовими (дивись рисунок 11.16), з відомими значеннями $\psi_{2-1} = \psi'_{2-1}$), а потім знайти значення ψ_{2-1} як алгебраїчну суму внесків всіх прямокутників розбиття; типові результати показано на рисунку 11.17;

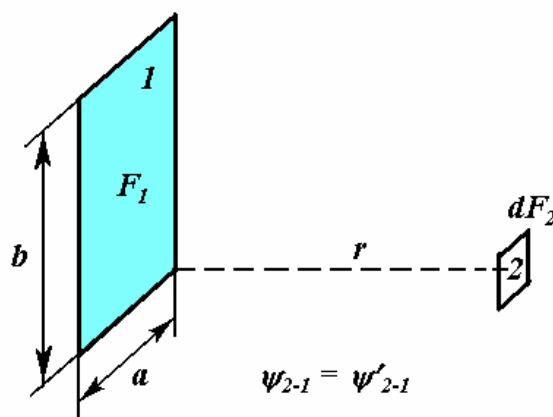


Рисунок 11.16 - Схема базової задачі променистого теплообміну

Площі F_1 і dF_2 лежать у паралельних площинах. Ортогональна проекція площі dF_2 попадає у кут прямокутника I .

б) існує формула розрахунку базового коефіцієнта опромінювання ψ'_{2-1} (дивись рисунок 11.16) -

$$\psi'_{2-1} = \frac{I}{2\pi} \cdot \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + r^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{b}{\sqrt{a^2 + r^2}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + r^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{b^2 + r^2}} \right], \quad (11.43)$$

де a та b - розміри прямокутника I , r - відстань між площинами (кут у функції арктангенс у формулі (11.43) вимірюється в радіанах, якщо брати кут у градусах, то потрібно множник 2π у цій формулі замінити на множник 360).

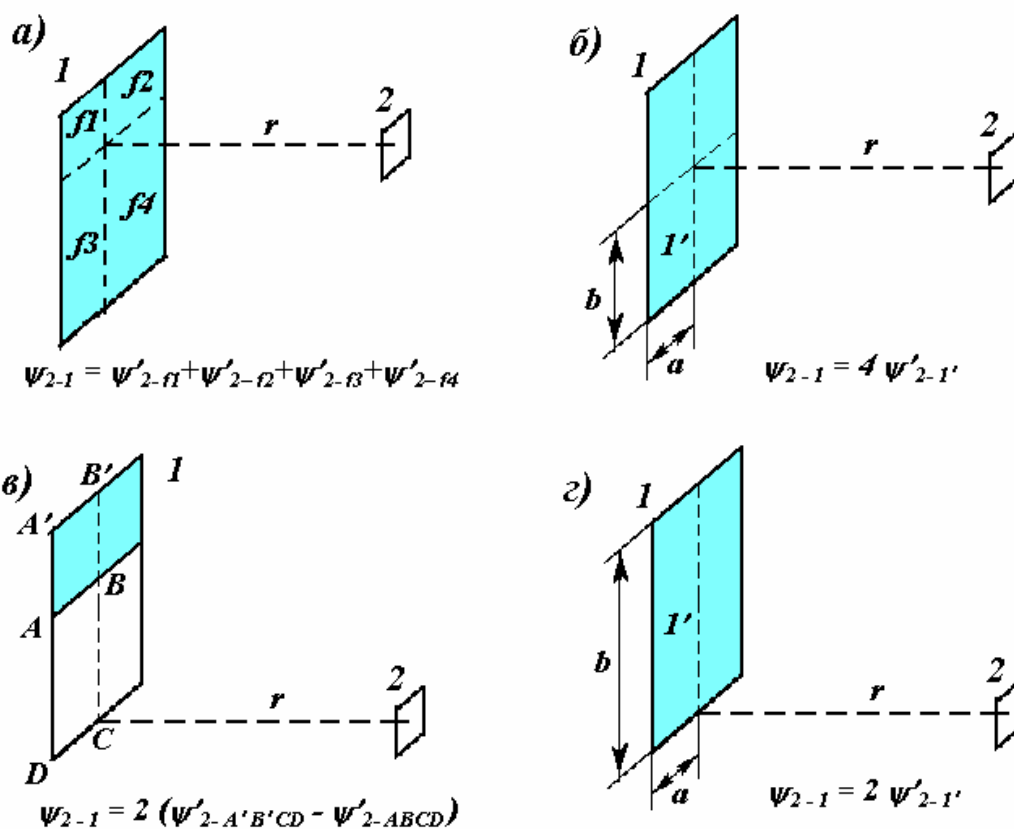


Рисунок 11.17 - Схеми зведення коефіцієнта ψ_{2-1} к базовій функції ψ'_{2-1}

Закрашено вихідний прямокутник I , що відповідає факелу пожежі; а) проекція в довільній внутрішній точці прямокутника I ; б) проекція навпроти середини прямокутника I (самий небезпечний випадок); в) проекція за межами прямокутника I навпроти його середньої лінії (факел пожежі у резервуарі); г) проекція навпроти середини основи (факел пожежі фонтана, факел пожежі розливу).

Користуючись формулою (11.43), можна встановити декілька корисних властивостей функції ψ'_{2-1} .

По-перше, це симетрична відносно перестановки параметрів a і b функція не трьох, а двох незалежних змінних, в якості яких можна вибрати, наприклад, відносні відстані r/a та r/b .

По-друге, це – монотонно спадаюча функція відстані r , що знаходиться у межах

$$1/4 \geq \psi'_{2-1} \geq 0,$$

причому максимум реалізується при $r = 0$.

По-третє, при великих відстанях між поверхнями 1 та 2, тобто за умов $r \gg a$ та $r \gg b$, з відносною точністю $\sim (a+b)^2/r^2$ функцію ψ'_{2-1} можна розрахувати за формулою:

$$\psi'_{2-1} = \frac{a \cdot b}{\pi \cdot r^2}. \quad (11.44)$$

За не дуже великих значень r приблизну величину функції ψ'_{2-1} можна знаходити за допомогою номограми, яку зображено на рисунку 11.18.

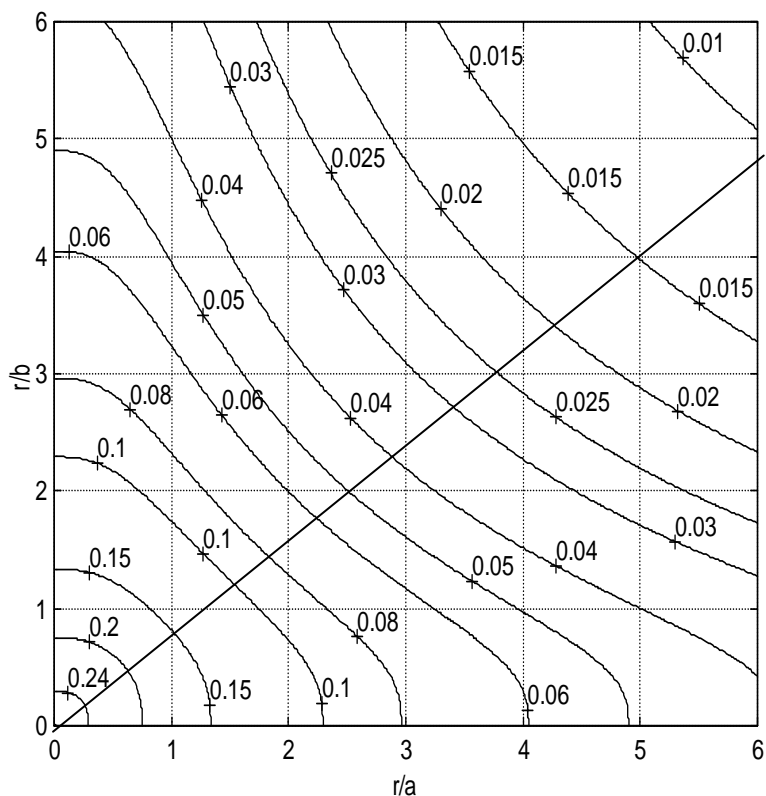


Рисунок 11.18 - Номограма для визначення коефіцієнта опромінення ψ'_{2-1}

На цій номограмі вздовж координатних осей відкладені відносні відстані r/a та r/b , а внутрішні криві відповідають ізолініям коефіцієнта опромінення ψ'_{2-1} . Чисельні значення коефіцієнта ψ'_{2-1} на його ізолініях надані разом з відповідними хрестиками.

Неважко перевірити, що будь-яка пряма лінія, яка проходить крізь початок координат, фіксує значення відношення довжин сторін a та b прямокутника (так, пряма, що зображена на рисунку 11.18, відповідає співвідношенню $a/b = 4/5$), тобто фіксує форму факела. Ця обставина, як буде проілюстровано далі, допомагає при визначенні безпечних відстаней.

11.6 Визначення безпечних відстаней за теплообміну випромінюванням

11.6.1 Умова пожежної безпеки (по тепловому потоку)

Увагу фахівців пожежної охорони здебільшого привертає променистий теплообмін між сильно розігрітою поверхнею та конструкціями і матеріалами, що здатні до згоряння. Особливість такого теплообміну полягає у тому, що за короткочасної дії цей потік може призвести до samozapalennya конструкцій або матеріалів, а за тривалого впливу може поширитися процес теплового самозаймання.

У будь-якому разі може бути сформульована *умова пожежної безпеки*, яка є вимогою обмеження величини результуючого питомого променистого потоку q , що падає на поверхню здатного до горіння тіла:

$$\beta q \leq q_{кр}, \quad (11.45)$$

де $q_{кр}$ - критична густина випромінювання, Вт/м² (довідникова характеристика, яка дорівнює мінімальному небезпечному значенню питомого потоку за стандартних умов опромінювання; ця величина перш за все залежить від матеріалу, який опромінюють, та від часу опромінення; дивись таблицю 11.6); β - коефіцієнт безпеки ($\beta \geq 1$ - коефіцієнт, що враховує більш жорсткі умови на величину потоку, наприклад, через більш тривалий час опромінення).

Таблиця 11.6

Вид матеріалу	Критичне значення питомого променистого потоку (Вт/м ²) в залежності від часу опромінення		
	3 хв.	5 хв.	15 хв.
Деревина (сосна з вологістю 12% та з шорсткуватою поверхнею)	18800	16900	12900
Дерево-стружкова плита (густина 420 кг/м ³)	13900	11900	8300
Торф брикет	31500	24400	13200
Торф кусковий	16600	14350	9800
Хлопок волокно	11000	9700	7500
Картон сірий	18000	15200	10800
Шаруватий пластик	21600	19100	15400

Склопластик	19400	18600	17400
Гума	22600	19200	14800
Вугілля	-	35000	35000

Величина результуючого питомого променистого потоку q у випадку випромінювання у зазорі розраховується за формулою (11.16), у випадку опромінювання крізь топковий отвір визначається за формулою (11.39), а у випадку випромінювання від факела полум'я – за формулою (11.41).

11.6.2 Визначення протипожежних розривів між будинками і спорудами

Як вже відмічалось, значна частина тепла, що виділяється в умовах пожежі, випромінюванням передається навколишнім будинкам і спорудам. Якщо відстань між палаючим і суміжними з ним об'єктами замала (внаслідок чого густина потоку випромінювання, що падає на суміжні об'єкти, перевищує величину $q_{кр}/\beta$), то нерідко має місце виникнення нових осередків загорянь і пожеж.

Щоб виключити можливість виникнення і розвитку пожежі на суміжних об'єктах у випадку загоряння одного з них, між будинками і спорудами залишають захисні ділянки визначених розмірів - **протипожежні розриви** (ППР).

Величина ППР може бути визначена аналітично (тобто розрахунком) або експериментально (що не завжди доцільно).

Сутність аналітичного методу полягає у визначенні з рівняння (11.41) і нерівності (11.45) мінімальної відстані між двома об'єктами, за якої не можливе загоряння одного з них, внаслідок впливу променистого потоку тепла, що виділяється факелом полум'я при пожежі на другому об'єкті. При розгляді цієї системи в якості T_1 треба брати температуру факела T_ϕ , а за температуру T_2 вибрати температуру samozапалення $T_{сз}$. Вибір температури samozапалення (а не самонагрівання) пояснюється тим, що вплив пожежі відносно короткочасний.

Об'єднавши формули (11.41), (11.45), можна отримати рівняння, яке визначає розрахункове значення ППР – $r_{кр}$:

$$\psi_{2-1}(r_{кр}) = \psi_{кр} \equiv \frac{q_{кр}}{\beta \cdot q_{max}}, \quad (11.46)$$

де

$$q_{max} \equiv \varepsilon_{зв} \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \text{ Вт/м}^2.$$

Задача знаходження протипожежних розривів за формулою (11.46), як правило, вирішується методом ітерацій (тобто послідовних наближень). У ти-

пових випадках (дивись рисунки 11.17.б та 11.17.г) відстань $r_{кр}$ можна знайти за допомогою номограми, що зображена на рисунку 11.18.

При пошуку ППР безпечні відстані визначають на лінії максимального значення променистого потоку. Остання проходить крізь середину прямокутника, який відповідає факелу полум'я (дивись рисунок 11.17.б). У цьому випадку $\psi_{2-1}(r) = 4 \psi'_{2-1}(r)$ і умову (11.46) можна переписати в термінах функції $\psi'_{2-1}(r)$:

$$\psi'_{2-1}(r_{кр}) = \psi'_{кр} , \quad (11.47)$$

де

$$\psi'_{кр} \equiv \frac{q_{кр}}{4 \cdot \beta \cdot q_{max}} .$$

Слід відмітити, що у разі, коли об'єкт опромінювання знаходиться навпроти нижнього краю факела (дивись рисунок 11.17.г, який відповідає, наприклад, пожежам нафтових фонтанів або розливів горючих рідин), параметр $\psi'_{кр}$ у рівнянні (11.47) дорівнює

$$\psi'_{кр} \equiv \frac{q_{кр}}{2 \cdot \beta \cdot q_{max}} .$$

За не надто великих відстаней ($r/a < 6$ і $r/b < 6$) рівняння (11.47) легко вирішити за допомогою номограми з рисунку 11.18. Точка, яку на ній треба знайти, знаходиться на перетині ізолінії $\psi'_{2-1}(r) = \psi'_{кр}$ і прямої, що проходить крізь начало координат і має таке ж саме співвідношення сторін a та b , що й базовий прямокутник полум'я (рисунок 11.16). Визначивши абсцису $x_{кр}$ цієї точки, легко розрахувати безпечну відстань:

$$r_{кр} = x_{кр} a .$$

Наприклад, якщо зведений базовий прямокутник факела полум'я має розміри $a = 8$ м і $b = 10$ м, то йому відповідає пряма, що зображена на рисунку 11.18, і значенню $\psi'_{кр} = 0,015$ відповідає точка з абсцисою $x_{кр} = 5,0$, що дає $r_{кр} = x_{кр} a = 5,0 \cdot 8 = 40$ м, а значенню $\psi'_{кр} = 0,15$ - точка з абсцисою $x_{кр} = 1,0$, що дає $r_{кр} = 1,0 \cdot 8 = 8$ м.

За малих значень параметра $\psi'_{кр}$, які відповідають великим відстаням $r_{кр} \gg a$ та $r_{кр} \gg b$, можна скористатися асимптотою (11.44), що дозволяє прямо знайти рішення рівняння (11.47). В цьому випадку (з відносною точністю $\sim \psi'_{кр}$)

$$r_{кр} = \sqrt{\frac{a \cdot b}{\pi \cdot \psi'_{кр}}}$$

Так, з даними першого прикладу остання формула дає результат:

$$r_{кр} = \sqrt{\frac{8 \cdot 10}{3.14 \cdot 0.015}} \approx 41 \text{ м.}$$

11.6.3 Визначення безпечних параметрів роботи підрозділів, що беруть участь у гасінні пожежі

Використовуючи закономірності променистого теплообміну, можна оцінити параметри безпечної роботи підрозділів, що беруть участь у гасінні пожежі. Це дозволяє при розробці оперативних планів пожежогасіння на великих об'єктах завчасно передбачити заходи захисту від дії променистого тепла.

Основою чисельних оцінок безпечних параметрів роботи пожежних підрозділів є те ж саме рівняння (11.46). При його використанні не враховується вплив випадкових факторів (напрямок вітру і т.п.), а процес променистого теплообміну вважається стаціонарним.

Звичайно розглядаються дві задачі: 1) визначення безпечних відстаней від вогнища пожежі до місця роботи людей; 2) визначення безпечних відстаней від вогнища пожежі до місць розташування протипожежної техніки.

1) При визначенні безпечних відстаней від вогнища пожежі до місця роботи людей значення $q_{кр}$ вибирається з таблиці 11.7. При цьому беруть коефіцієнт безпеки $\beta = 1$; а $T_2 = T_{кр} = 313 \text{ К}$, що дорівнює граничній припустимій температурі нагріву людського тіла. При визначенні приведенного ступеня чорноти $\varepsilon_{зв}$, в якості ε_2 приймається ступінь чорноти шкіряного покриву людини, який дорівнює 0.95.

Таблиця 11.7 - Необхідний захист та допустимий час знаходження людей у зонах теплової радіації

$q_{кр}$, Вт/м ²	Допустимий час, хв.	Потрібний захист людей	Ступінь теплового впливу на шкіру людини
3000	не обмежується	без захисту	больові відчуття відсутні
4200	не обмежується	в бойовому одязі і в касках із захисним склом	нестерпні больові відчуття через 20 с
7000	5	те ж	нестерпні больові відчуття миттєво
8500	5	в бойовому одязі, що змочений водою, та в касках із захисним склом	опіки через 20 с
10500	5	те ж, але під захистом розпоро-	миттєві опіки

		шених струменів води або водяних завіс	
--	--	--	--

2) Визначення безпечних відстаней від вогнища пожежі до місць розташування протипожежної техніки за тривалої роботи проводиться на підставі тієї ж формули (11.46), у якій окремі величини мають наступні значення: $T_2 = T_{сз}$ (температурі samozапалювання матеріалу з найменшою критичною густиною теплового потоку випромінювання (для пожежних автомобілів це буде бензин марки А-66 чи А-74 з температурою samozапалювання 528 і 573 К, відповідно)); $q_{кр}$ дорівнює критичній густині теплового потоку випромінювання для найбільш пожежонебезпечного матеріалу (для бензину марки А-66 ця величина становить 12.6 кВт/м², для бензину марки А-74 - 17.5 кВт/м²).

Глава 12. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

12.1 Загальні положення. Поняття про теплопередачу

До даного моменту ми розглядали елементарні механізми передачі тепла або в єдиному середовищі з температурною неоднорідністю, або на границі середовищ з різною температурою - теплопровідність, конвекцію, випромінювання. Однак звичайна практика ставить більш складні задачі. Однією з таких задач є розрахунок характеристик процесу теплообміну між двома теплоносіями, що відокремлені один від одного стінкою. Такий процес називається теплопередачею або складним теплообміном. Отже, *теплопередача* - процес передачі теплоти від гарячого теплоносія до холодного крізь стінку, що розділяє ці теплоносії. *Теплоносіями* називають речовини (звичайно це гази чи рідини), між якими відбувається теплопередача.

Існує маса прикладів цього процесу. Так, теплопередача здійснюється в рекуперативних теплообмінних апаратах (у яких тепло передається від гарячих газів до рідини, що тече по трубах), у нагрівачах (типу батарей водяного опалення, у яких тепло переходить від гарячої води до повітря), у радіаторах систем охолодження, у топкових котлах (в яких енергія переходить від гарячих продуктів горіння, наприклад, до водяної пари).

Розуміння законів складного теплообміну важливо для пожежної практики, особливо для пожежної профілактики, у чому можна переконатися, займаючись пожежною профілактикою технологічних процесів виробництва або пожежною профілактикою у будівництві.

Причини такого становища двоякі. З одного боку, будь-яка пожежа супроводжується процесом теплопередачі. (Наприклад, передача тепла з палаючого приміщення в сусіднє крізь стінку, що їх розділяє, або передача тепла від факела на палаючому резервуарі до нафтопродуктів, що знаходяться у середині сусіднього резервуара.) З іншого боку, до створення пожежонебезпечної ситуації може привести невірна експлуатація теплообмінних апаратів. (Яскравим прикладом є виникнення великої пожежі на Лисичанському нафтопереробному комбінаті. Пожежа виникла в результаті порушення режиму експлуатації теплообмінника, в якому димові гази нагрівали нафтопродукт крізь поділяючу стінку. Ланцюжок процесів, який привів до аварії, мав структуру: зменшення витрати нафтопродукту => зменшення тепловідводу від поділяючої стінки => нагрівання поділяючої стінки => утворення нагару нафтопродукту на стінці => збільшення теплоопору стінки => подальше зменшення тепловідводу від стінки => подальше підвищення температури стінки => прогар стінки => зустріч нафтопродукту з гарячими газами і його запалення, яке супроводжувалось вибухом.)

Розглянемо теплопередачу з формальної сторони. Є два носія тепла 1 та 2 (як і в конвекційному теплообміні їх називають рідинами) з температурами t'_f і t''_f (нехай $t'_f > t''_f$). Ці рідини розділені стінкою. Нас цікавить потік тепла Q між теплоносіями. Природно його вважати пропорційним різниці температур теплоносіїв $\Delta t = t'_f - t''_f$ (нагадуємо, що остання носить назву **температурного напору** (дивись також [пункт 14.2.2](#))) і величині площі F поверхні розділу:

$$Q \sim \Delta t F, \text{ Вт.}$$

Якщо записати останнє співвідношення як рівність, то воно прийме вид **основного рівняння теплопередачі**

$$Q = K \Delta t F, \text{ Вт,} \quad (12.1)$$

або

$$q = K \Delta t, \text{ Вт/м}^2,$$

де $q = Q/F$ - середній питомий тепловий потік.

Це рівняння описує стаціонарний (тобто незмінний у часі) процес теплопередачі, який ми і будемо розглядати в даній главі. Величина K називається **коефіцієнтом теплопередачі**:

$$K \equiv Q / (\Delta t F), \text{ Вт/(м}^2 \text{ К)}. \quad (12.2)$$

За змістом K - це величина теплового потоку крізь 1 м² поверхні теплопередачі за різниці температур теплоносіїв у 1 градус.

Використаємо поняття **термічного опору теплопередачі** R . Це величина обернено пропорційна до коефіцієнта теплопередачі:

$$R = 1/K, \text{ м}^2 \text{ К/Вт.} \quad (12.3)$$

З використанням термічного опору запис рівняння теплопередачі має форму, що повністю збігається з законом Ома для ланцюга постійного електричного струму (якщо розглядати температурний напір як електричну напругу, а потік тепла як силу електричного струму):

$$q = \Delta t / R, \text{ Вт/м}^2. \quad (12.4)$$

Із процесами теплопередачі звичайно зв'язані задачі трьох типів:

1) за відомих температур теплоносіїв і геометрії поверхні теплопередачі визначається потік тепла Q між теплоносіями;

2) за відомого потоку і температурами теплоносіїв визначається необхідна поверхня теплообміну F ;

3) за відомих потоку, геометрії й температури одного з теплоносіїв визначається температура другого теплоносія або температура стінки (що може бути необхідним, наприклад, для з'ясування виконання умов пожежної безпеки).

Для рішення всіх цих задач необхідно знати величину коефіцієнта теплопередачі. Одна з основних цілей цієї глави - показати, як зв'язана ця характеристика з коефіцієнтами тепловіддачі від теплоносіїв до стінки та геометричними і теплофізичними характеристиками стінки.

Перш ніж приступити до цього розрахунку, нагадаємо, що стаціонарність процесів теплопередачі накладає умови на просторовий розподіл теплового потоку. Відповідний аналіз проведено на початку глави 8. Там показано, що в умовах стаціонарності потік тепла, який втікає в деяку замкнуту область, збігається з потоком тепла, що витікає з цієї області (за умови відсутності джерел тепла усередині). Для такого потоку виконується співвідношення:

$$Q = const . \quad (12.5)$$

Остання формула означає просторову незмінність поверхневої густини потоку (питомого потоку) q за умови площинної симетрії:

$$q = const , \quad (12.6)$$

або лінійної густини потоку q_l у циліндричному випадку:

$$q_l = const . \quad (12.7)$$

12.2 Теплопередача крізь плоску стінку

12.2.1 Розрахунок густини теплового потоку

Розглянемо плоску однорідну необмежену стінку. (Нагадаємо, що їй відповідають реальні стінки, якщо розміри і радіуси кривизни їх площин значно перевищують товщину стінки.) Нехай стінка має товщину δ і складена з матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності λ . З одного боку, її омиває рідина з температурою t'_f і відповідний коефіцієнт тепловіддачі дорівнює α_1 , з другого боку, стінка контактує з теплоносієм, що має температуру t''_f , і відповідний коефіцієнт тепловіддачі дорівнює α_2 (дивись рисунок 12.1).

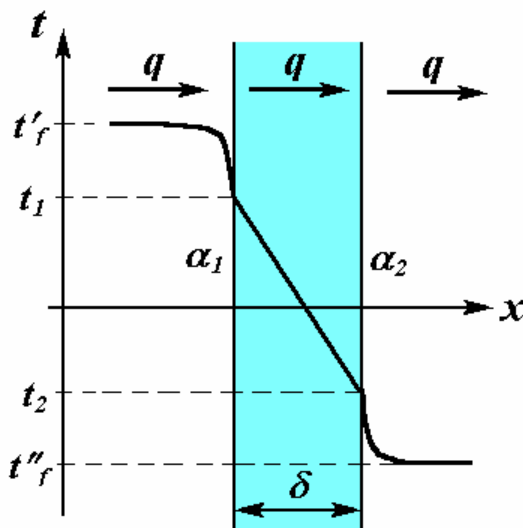


Рисунок 12.1 - Схема розподілу температури при теплопередачі крізь однорідну плоску стінку

Область, що відповідає стінці, заштрихована.

Якщо крізь систему йде стаціонарний потік з поверхневою густиною q , то, використовуючи просторову незмінність стаціонарного потоку, можна записати:

- рівняння тепловіддачі на одній поверхні стінки (дивись рисунок 12.1):

$$q = \alpha_1 (t'_f - t_1) \Leftrightarrow t'_f - t_1 = q/\alpha_1, \quad (12.8.a)$$

- рівняння теплопровідності скрізь стінку:

$$q = \lambda/\delta (t_1 - t_2) \Leftrightarrow t_1 - t_2 = q \delta/\lambda, \quad (12.8.б)$$

- рівняння тепловіддачі на протилежній поверхні стінки:

$$q = \alpha_2 (t_2 - t''_f) \Leftrightarrow t_2 - t''_f = q/\alpha_2, \quad (12.8.в)$$

де t_1 і t_2 - температури на відповідних поверхнях стінки.

Склавши, з урахуванням останніх рівнянь, температурні напори простих процесів $((t'_f - t_1) + (t_1 - t_2) + (t_2 - t''_f))$, отримаємо вираз для температурного напору процесу теплопередачі:

$$\Delta t \equiv t'_f - t''_f = q \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right).$$

Це співвідношення і є шуканим рівнянням теплопередачі. Його стандартна форма запису має вид:

$$q = \frac{t'_f - t''_f}{\frac{l}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{l}{\alpha_2}} = K \cdot \Delta t, \quad (12.9)$$

тобто коефіцієнт теплопередачі одношарової плоскої стінки дорівнює:

$$K = \left(\frac{l}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{l}{\alpha_2} \right)^{-1}. \quad (12.10)$$

Якщо використати поняття - *термічний опір тепловіддачі*:

$$R_\alpha = l/\alpha, \quad (12.11)$$

позначити термічні опори тепловіддачі по різні боки стінки:

$$R_{\alpha 1} = l/\alpha_1, \quad R_{\alpha 2} = l/\alpha_2$$

і згадати, що термічний опір теплопровідності дорівнює (дивись (8.17))

$$R_\lambda = \delta/\lambda,$$

то легко побачити, що термоопір теплопередачі R (дивись (12.3)) крізь одношарову плоску стінку дорівнює сумі термічних опорів всіх послідовних процесів передачі тепла від однієї рідини до іншої. Таким чином, згідно з формулою (12.10):

$$R = \frac{l}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{l}{\alpha_2} = R_{\alpha 1} + R_\lambda + R_{\alpha 2}, \text{ м}^2 \text{ К/Вт}. \quad (12.12)$$

Для визначення температур (t_1 та t_2) на поверхнях стінки необхідно підставити знайдене значення питомого потоку q у раніше виписані співвідношення (12.8.а) та (12.8.б):

$$t_1 = t'_f - q/\alpha_1, \quad \text{або} \quad t_1 = t'_f - q R_{\alpha 1},$$

$$t_2 = t_1 - q \delta/\lambda = t'_f - q (l/\alpha_1 + \delta/\lambda),$$

або

$$t_2 = t_1 - q R_\lambda = t'_f - q (R_\lambda + R_{\alpha 1}).$$

Температуру t_2 також можна зв'язати з температурою t''_f другого теплоносія. Для цього зручно використати рівняння (12.8.в):

$$t_2 = t''_f + q/\alpha_2, \quad \text{або} \quad t_2 = t''_f + q R_{\alpha 2}.$$

12.2.2 Термоопір багат шарової плоскої стінки

Слід відмітити, що розрахунок загального термічного опору теплопередачі як суми термоопорів послідовних елементарних її процесів має універсальний характер. Так, використовуючи методу, що була застосована при розгляді теплопровідності багат шарової плоскої стінки (пункт 8.2.3), можна показати, що, якщо стінка, яка розділяє два теплоносії, містить n шарів (дивись рисунок 12.2), то питомий потік крізь неї також підкоряється основному рівнянню теплопередачі (12.1). Величина K розраховується за формулою (12.3), в якій R - загальний термічний опір теплопередачі. Останній дорівнює сумі термоопорів усіх перешкод розповсюдженню тепла, що зустрічаються по дорозі між теплоносіями, а саме сумі термоопорів тепловіддачі на двох омиваних рідинами поверхнях стінки ($R_{\alpha 1} = 1/\alpha_1$ і $R_{\alpha 2} = 1/\alpha_2$) та термоопору теплопровідності n -шарової стінки $R_{\lambda \Sigma}$ (дивись (8.29)):

$$R_{\lambda \Sigma} = \sum_{i=1}^n R_{\lambda i} = \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}, \quad \text{м}^2 \text{ К/Вт.}$$

У такий спосіб ми одержуємо, що

$$R = R_{\alpha 1} + R_{\lambda \Sigma} + R_{\alpha 2} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (12.13)$$

В умовах теплопередачі крізь багат шарову стінку температури на границях її шарів розраховуються аналогічно випадку просто теплопровідності крізь багат шарову стінку (дивись формулу (8.30)). Необхідно тільки врахувати додатковий процес тепловіддачі на границі рідини зі стінкою. В результаті для довільного k -го шару ($k = 1, 2, \dots, n$) маємо:

$$t_{k+1} = t_k - q \cdot R_{\lambda k} = t'_f - q \cdot (R_{\alpha 1} + R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + \dots + R_{\lambda k}) = t'_f - q \cdot \left(R_{\alpha 1} + \sum_{i=1}^k R_{\lambda i} \right). \quad (12.14)$$

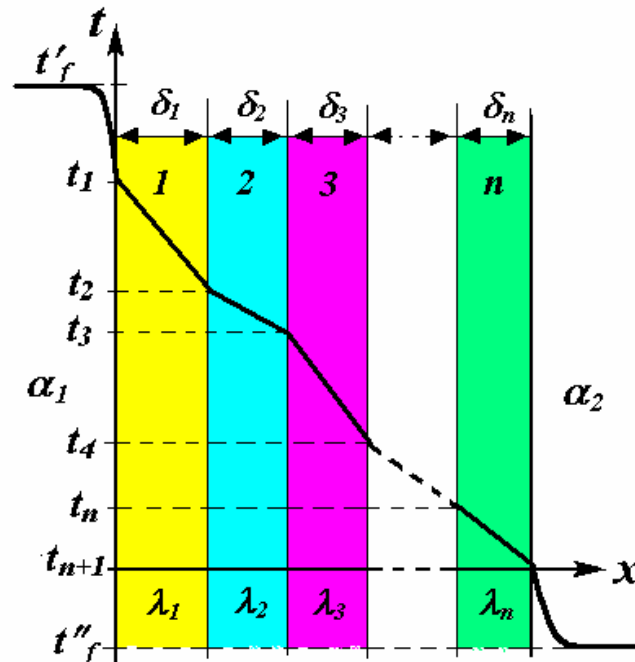


Рисунок 12.2 - Схема розподілу температури за теплопередачі крізь n -шарову плоску стінку

t'_f , t''_f і α_1 , α_2 – температури теплоносіїв та коефіцієнти тепловіддачі з відповідних боків стінки; $1, 2, 3, \dots, n$ – номери шарів; $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_n$ – товщини шарів; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ – середні коефіцієнти теплопровідності шарів; $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n, t_{n+1}$ – температури на відповідних границях шарів (t_i, t_{i+1} – температура на поверхнях i -го шару; $i = 1, 2, \dots, n$).

Температури на границях стінки з теплоносіями можна розраховувати за формулами:

(при $k = 0$)

$$t_1 = t'_f - q \cdot R_{\alpha 1} = t'_f - q / \alpha_1;$$

(при $k = n$)

$$t_{n+1} = t''_f + q \cdot R_{\alpha 2} = t''_f + q / \alpha_2.$$

12.3 Теплопередача крізь циліндричну стінку

12.3.1 Розрахунок лінійної густини теплового потоку

Розглянемо систему з циліндричною симетрією, наприклад, трубу, у середині якої тече рідина з температурою t'_f , а зовні - з температурою t''_f (дивись рисунок 12.3).

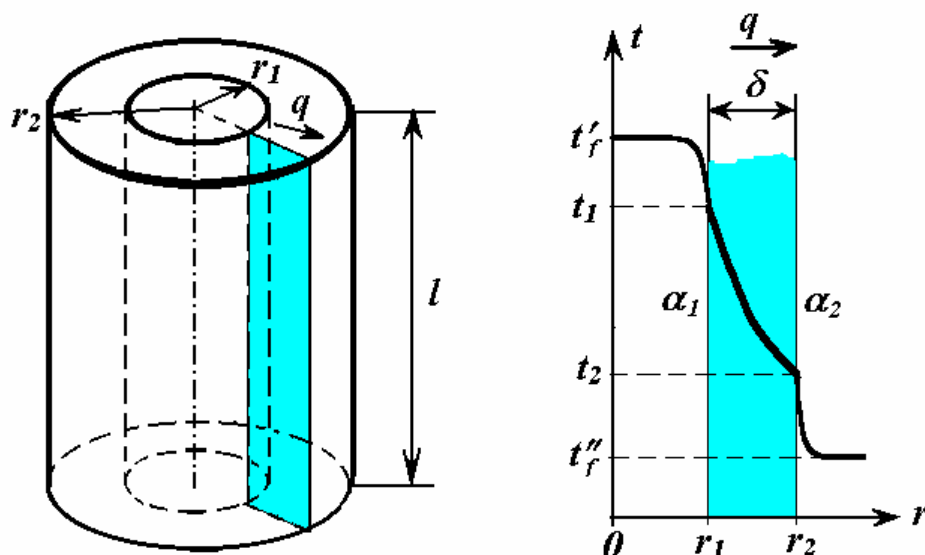


Рисунок 12.3 - Схема циліндричної стінки та графік залежності температури t від відстані r від осі в умовах теплопередачі крізь стінку

l – довжина ділянки стінки; r_1 та r_2 – радіуси внутрішньої та зовнішньої поверхні стінки; $\delta = r_2 - r_1$ - товщина стінки; t'_f , t''_f і α_1 , α_2 – температури теплоносіїв та коефіцієнти тепловіддачі з відповідних боків стінки; t_1 та t_2 – температури на внутрішній та зовнішній поверхнях стінки; стрілкою q показано напрямок теплового потоку.

У цій системі тепловий потік Q між теплоносіями пропорційний довжині l розглянутої ділянки і температурному напору $\Delta t = t'_f - t''_f$:

$$Q \sim \Delta t l, \text{ Вт.}$$

Можна записати дане співвідношення у виді рівності:

$$Q = K_l \Delta t l, \text{ Вт,} \quad (12.15)$$

або

$$q_l = K_l \Delta t, \text{ Вт/м,}$$

де $q_l = Q/l$ - середня лінійна густина теплового потоку.
Величина

$$K_l \equiv Q/(\Delta t l), \text{ Вт/(м К),} \quad (12.16)$$

називається **лінійним коефіцієнтом теплопередачі**. Цей коефіцієнт чисельно збігається з тепловим потоком між теплоносіями в розрахунку на 1 погонний метр труби за різниці температур у 1 градус.

Аналогічно випадку площинної симетрії зручно звернутися до поняття **лінійного термічного опору теплопередачі** R_l . Це величина обернена до лінійного коефіцієнта теплопередачі:

$$R_l = l/K_l, \text{ м}\cdot\text{К/Вт}. \quad (12.17)$$

З використанням лінійного термічного опору запис рівняння теплопередачі у випадку циліндричної симетрії збігається за формою із рівнянням теплопередачі у випадку площинної симетрії (треба лише замінити густину потоку і коефіцієнт теплопередачі (термічний опір) на відповідні лінійні величини). Ця форма, як вже відмічалось, аналогічна закону Ома для ланцюга постійного електричного струму:

$$q_l = \Delta t/R_l, \text{ Вт/м}. \quad (12.18)$$

Необхідною умовою вирішення задач теплопередачі є знаходження коефіцієнта теплопередачі. За його розрахунку у випадку циліндричної стінки вважається, що відомі її внутрішній d_1 і зовнішній d_2 діаметри, а також коефіцієнти тепловіддачі між рідиною і внутрішньою поверхнею α_1 , між рідиною і зовнішньою поверхнею α_2 та коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки λ . У такому розрахунку використовується незмінність лінійної густини потоку q_l у стаціонарному режимі. Спираючись на це, можна записати вираз q_l на кожному послідовному кроці процесу теплопередачі:

$$q_l = \pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1 \cdot (t'_f - t_1) \Leftrightarrow t'_f - t_1 = \frac{q_l}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1},$$

$$q_l = \frac{2\pi\lambda}{\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} \cdot (t_1 - t_2) \Leftrightarrow t_1 - t_2 = \frac{q_l}{2\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right), \quad (12.19)$$

$$q_l = \pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2 \cdot (t_2 - t''_f) \Leftrightarrow t_2 - t''_f = \frac{q_l}{\pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2}.$$

Тут перше рівняння описує тепловіддачу на внутрішній поверхні стінки (дивись рисунок 12.3), друге - теплопровідності крізь стінку, третє - тепловіддачу із зовнішнім теплоносієм.

Склавши останній стовпчик рівнянь (12.19), одержимо співвідношення:

$$t'_f - t''_f = q_l \cdot \left(\frac{l}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1} + \frac{l}{2\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{l}{\pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2} \right),$$

яке являє собою варіант запису основного рівняння теплопередачі (12.15) (або (12.18)).

Неважко побачити, що у даному випадку лінійні коефіцієнт теплопередачі і термічний опір теплопередачі дорівнюють, відповідно:

$$K_l = \left(\frac{1}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{\pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2} \right)^{-1}, \quad (12.20)$$

$$R_l = \frac{1}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) + \frac{1}{\pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2}. \quad (12.21)$$

Використаємо поняття - *лінійний термічний опір тепловіддачі* на циліндричній поверхні (діаметром d із коефіцієнтом тепловіддачі α):

$$R_{l,\alpha} = \frac{1}{\pi \cdot d \cdot \alpha}. \quad (12.22)$$

Тоді лінійні опори тепловіддачі на поверхнях циліндричної стінки позначаються:

$$R_{l,\alpha 1} = \frac{1}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1} \quad \text{та} \quad R_{l,\alpha 2} = \frac{1}{\pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2}. \quad (12.23)$$

Використавши далі лінійний термічний опір теплопровідності (дивись формулу (8.37))

$$R_{l,\lambda} = \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right),$$

можна побачити, що формула (12.21) виражає загальну закономірність - як і у площинному випадку, повний лінійний термічний опір теплопередачі дорівнює сумі лінійних термічних опорів послідовних процесів, тобто

$$R_l = R_{l,\alpha 1} + R_{l,\lambda} + R_{l,\alpha 2}. \quad (12.24)$$

Знаючи повний термоопір і температури теплоносіїв, не складно за рівнянням (12.18) знайти лінійну густину теплового потоку q_l . Це дає змогу, скориставшись висновками з рівнянь (12.19), визначити температури на поверхнях труби

$$t_1 = t'_f - q_l \cdot R_{l,\alpha 1}, \text{ або } t_1 = t'_f - \frac{q_l}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1},$$

$$t_2 = t_1 - q_l \cdot R_{l,\lambda} = t'_f - q_l \cdot (R_{l,\alpha 1} + R_{l,\lambda}),$$

або

$$t_2 = t_1 - \frac{q_l}{2\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) = t'_f - q_l \cdot \left(\frac{1}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right) \right),$$

чи

$$t_2 = t''_f + q_l \cdot R_{l,\alpha 2}, \text{ або } t_2 = t''_f + \frac{q_l}{\pi \cdot d_2 \cdot \alpha_2}.$$

12.3.2 Лінійний термоопір багат шарової стінки

Якщо стінка складається з n циліндричних шарів (дивись рисунок 12.4), то лінійна густина потоку теплопередачі крізь неї розраховується за загальною формулою (12.18). При цьому, у порівнянні з одношаровою стінкою, змінюється тільки загальний лінійний термічний опір теплопровідності стінки $R_{l,\lambda,\Sigma}$. Аналогічно площинній ситуації такий опір дорівнює сумі лінійних термоопорів усіх шарів, що складають стінку. Ця величина розрахована у главі 8 (дивись формулу (8.45) у пункті 8.2.4). З урахуванням викладених обставин повний лінійний термоопір теплопередачі крізь таку стінку складає:

$$R_l = R_{l,\alpha 1} + R_{l,\lambda,\Sigma} + R_{l,\alpha 2} = \frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln\left(\frac{d_{i+1}}{d_i}\right) + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2}. \quad (12.25)$$

Температури в системі знаходять аналогічно площинному випадку (дивись вираз (12.14)). Відповідні параметри можна розрахувати, замінивши звичайні величини на лінійні. Так, температура на зовнішній поверхні k -го шару стінки ($k = 1, 2, \dots, n$) дорівнює:

$$t_{k+1} = t_k - q_l \cdot R_{l,\lambda,k} = t'_f - q_l \cdot \left(R_{l,\alpha 1} + \sum_{i=1}^k R_{l,\lambda,i} \right). \quad (12.26)$$

Температури на границях стінки з теплоносіями можна розраховувати за формулами:

(при $k = 0$)

$$t_1 = t'_f - q_l \cdot R_{l,\alpha 1} = t'_f - \frac{q_l}{\pi \cdot d_1 \cdot \alpha_1};$$

(при $k = n$)

$$t_{n+1} = t_f'' + q_l \cdot R_{l,\alpha_2} = t_f'' + \frac{q_l}{\pi \cdot d_{n+1} \cdot \alpha_2} .$$

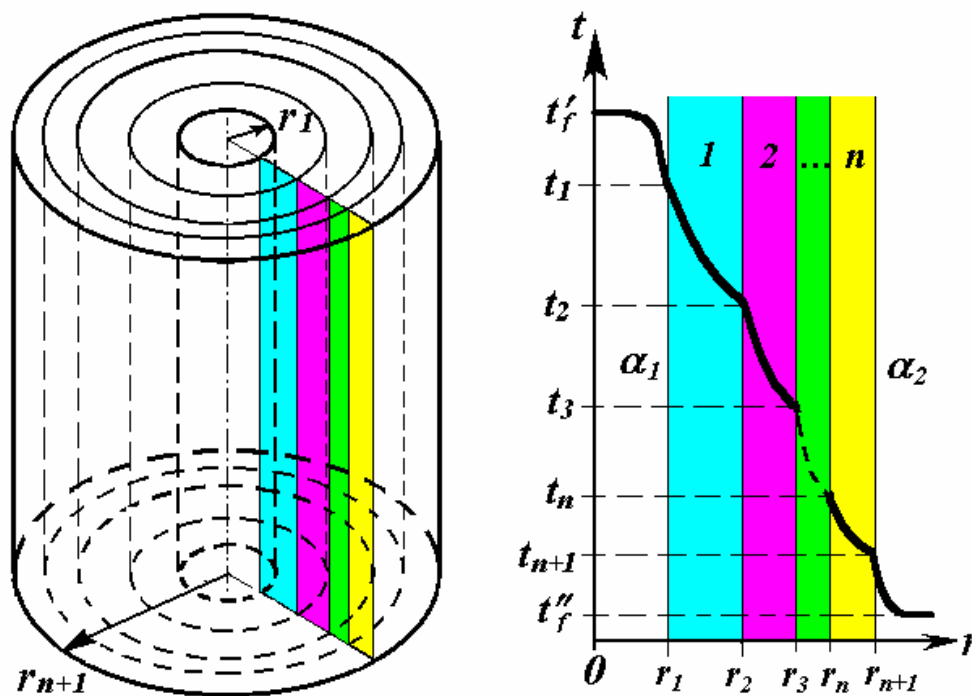


Рисунок 12.4 - Схема теплопередачі крізь багат шарову циліндричну стінку та графік залежності температури t від відстані r від осі циліндра

t_f' , t_f'' і α_1 , α_2 – температури теплоносіїв та коефіцієнти тепловіддачі з відповідних боків стінки; $1, 2, 3, \dots, n$ – номери шарів; $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n, r_{n+1}$ – радіуси границь шарів; $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n, t_{n+1}$ – температури на відповідних границях шарів (t_i, t_{i+1} – температура на поверхнях i -го шару; $i = 1, 2, \dots, n$)

З'ясуємо далі, як знайти звичайний коефіцієнт теплопередачі K (який ми будемо визначати на відстані $d/2$ від осі), знаючи лінійний коефіцієнт теплопередачі K_l .

Скористаємося тим, що лінійна густина теплового потоку q_l зв'язана зі звичайною густиною теплового потоку q простим співвідношенням:

$$q = Q/(\pi d l) = q_l/(\pi d) ,$$

і разом з тим

$$q = K \Delta t , \quad q_l = K_l \Delta t .$$

Звідси випливає, що

$$K = K_l/(\pi d). \quad (12.27)$$

Відповідно до цього співвідношення, коефіцієнт теплопередачі, визначений на внутрішній поверхні n -шарової стінки, дорівнює:

$$K = \frac{K_l}{\pi d_l} = \left[\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{d_l}{2\pi\lambda_i} \ln\left(\frac{d_{i+1}}{d_i}\right) + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{d_l}{d_{n+1}} \right]^{-1}. \quad (12.28)$$

Якщо $d_{i+1}/d_i \leq 1.4$, то з точністю не менше 1%

$$\ln\left(\frac{d_{i+1}}{d_i}\right) \approx \frac{\delta_i}{d_{i,cp}}.$$

де $\delta_i = (d_{i+1} - d_i)/2$ і $d_{i,cp} = (d_{i+1} + d_i)/2$ – відповідно, товщина і середній діаметр i -го шару. Це означає, що, згідно з формулою (12.28), коефіцієнт теплопередачі крізь циліндричну стінку можна (із точністю $\sim (d_{n+1} - d_l)/d_{n+1}$) розраховувати за формулою для плоскої стінки (дивись (12.13)):

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1}.$$

12.3.3 Критичний діаметр теплоізоляції

Детальніше розглянемо формулу, що визначає лінійний термоопір теплопередачі труби. Розглянемо внесок в загальний термічний опір від опору зовнішнього шару (як правило, це - шар теплоізоляційного матеріалу). Якщо позначити лінійний опір внутрішньої області R_{l0} , а внутрішній і зовнішній діаметри зовнішнього шару – d_0 і d , відповідно, то повний термічний опір теплопередачі R_l можна записати у вигляді:

$$R_l = R_{l0} + \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln\left(\frac{d}{d_0}\right) + \frac{1}{\pi \cdot d \cdot \alpha_2}. \quad (12.29)$$

Проаналізуємо залежність (12.29) величини R_l від зовнішнього діаметра труби d . З рисунку 12.5 видно, що із зростанням d (за інших незмінних умов) термоопір теплопровідності (другий доданок у формулі (12.29)) росте, а термоопір тепловіддачі (третій доданок) зменшується. Звідси випливає, що існує значення зовнішнього діаметра $d = d_{кр}$, за якого термоопір досягає екстремуму (у нашому випадку мінімуму). Нескладно його знайти, дорівнюючи нулю похідну за d від виразу (12.29). Таким чином із рівняння

$$\frac{\partial R_l}{\partial d} = \frac{1}{2\pi \cdot \lambda \cdot d} - \frac{1}{\pi \cdot d^2 \alpha_2} = 0$$

витікає, що

$$d_{кр} = \frac{2\lambda}{\alpha_2} . \quad (12.30)$$

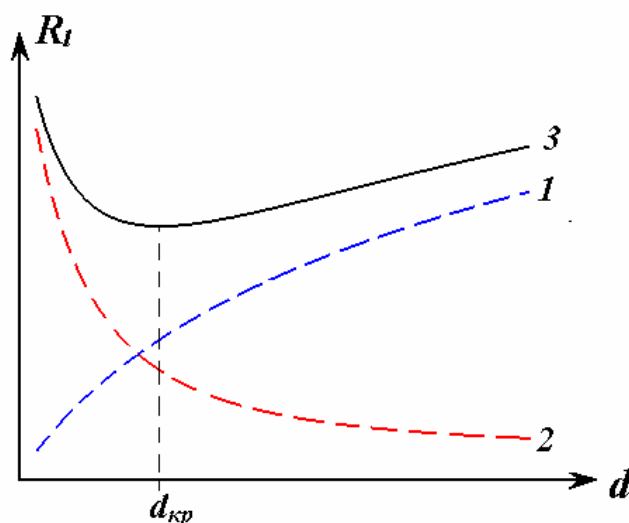


Рисунок 12.5 - Залежність лінійного термічного опору від зовнішнього діаметру шару

1 – лінійний термічний опір теплопровідності; 2 – лінійний термічний опір тепловіддачі на зовнішній поверхні; 3 – повний лінійний термічний опір теплопередачі

Діаметр $d_{кр}$ носить назву **критичного діаметра ізоляції**. Його існування потрібно враховувати при влаштуванні теплової ізоляції труб. В якості ізоляційного треба вибирати той матеріал, критичний діаметр ізоляції якого менший за діаметр трубопроводу, який треба ізолювати, тобто треба дотримуватись умови $d \geq d_{кр}$. В протилежному випадку, як випливає з формули (12.29) або з рисунку 12.5, із зростанням ізоляційного шару (до межі $d = d_{кр}$) лінійний термічний опір теплопередачі буде тільки зменшуватись, а втрати тепла відповідно збільшуватись.

12.4 Теплопередача крізь сферичні і ребристі стінки

12.4.1 Теплопередача крізь сферичну стінку

Задачі про теплопередачу крізь сферичну стінку виникають при розгляді функціонування різноманітних котлів сферичної форми. Нехай у середині та зовні такої кулі температура теплоносія дорівнює t'_f та t''_f , відповідно. Тоді в усталеному режимі тепловий потік Q до стінки, крізь неї (дивись рівняння (8.48) для однорідної стінки) та від неї може бути виражений співвідношеннями:

$$Q = \pi \cdot d_1^2 \cdot \alpha_1 \cdot (t'_f - t_1) ,$$

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot d_1 \cdot d_2}{d_2 - d_1} \cdot (t_1 - t_2),$$

$$Q = \pi \cdot d_2^2 \cdot \alpha_2 \cdot (t_2 - t_f''),$$

в яких t_1 , t_2 та α_1 , α_2 – температури та коефіцієнти тепловіддачі на внутрішній та зовнішній поверхнях стінки, λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки, а d_1 та d_2 – внутрішній та зовнішній діаметр стінки (дивись рисунок (12.6)).

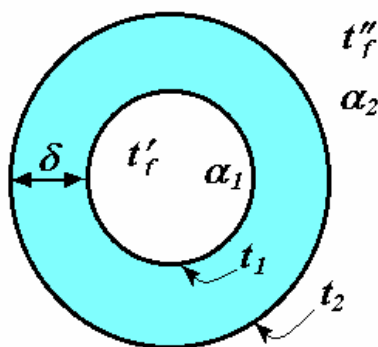


Рисунок 12.6 - Схема теплопередачі крізь кульову (сферичну) стінку
 $\delta = (d_2 - d_1)/2$ - товщина стінки

З цих рівнянь легко одержати, що

$$Q = K_{сф} \cdot (t_f' - t_f''), \text{ Вт}, \quad (12.31)$$

де

$$K_{сф} = \left[\frac{1}{\pi \cdot d_1^2 \cdot \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \frac{d_2 - d_1}{d_1 \cdot d_2} + \frac{1}{\pi \cdot d_2^2 \cdot \alpha_2} \right]^{-1} \quad (12.32)$$

- коефіцієнт теплопередачі сферичної стінки, Вт/К.

Скориставшись тим, що товщина стінки, площі її внутрішньої і зовнішньої поверхонь дорівнюють, відповідно, $\delta = (d_2 - d_1)/2$, $F_1 = \pi d_1^2$ і $F_2 = \pi d_2^2$, ми можемо надати формулі (12.32) вигляду:

$$K_{сф} = \left[\frac{1}{\alpha_1 \cdot F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{F_1 \cdot F_2}} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot F_2} \right]^{-1}. \quad (12.33)$$

Якщо за аналогією до випадків площинної та циліндричної симетрії використати поняття - *термічний опір теплопередачі сферичної стінки* $R_{сф} = 1/K_{сф}$, то рівнянню (12.31) можна надати звичної форми:

$$Q = \frac{t'_f - t''_f}{R_{сф}}, \text{ Вт.}$$

Сенс вводу величини $R_{сф}$ полягає в тому, що її, як впливає з (12.33), також можна розраховувати як суму відповідних термічних опорів послідовних процесів теплопередачі.

12.4.2 Теплопередача крізь ребристу стінку

З формули (12.33) видно, що для інтенсифікації теплопередачі бажано збільшувати поверхню теплообміну, особливо з боку з мінімальним коефіцієнтом тепловіддачі. Саме з метою покращення теплопередачі роблять стінки із оребренням з боку мінімального коефіцієнта тепловіддачі.

Розглянемо теплопередачу крізь таку стінку (дивись рисунок 12.7).

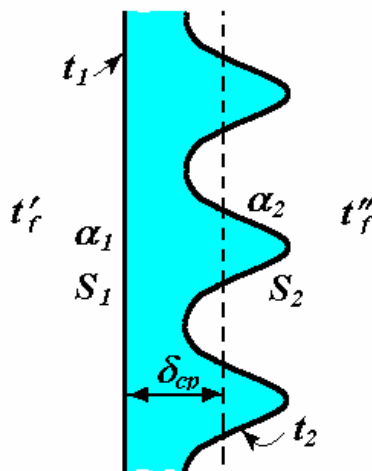


Рисунок 12.7 - Схема теплопередачі крізь ребристу стінку

Нехай площа поверхні стінки з гладкої сторони має величину F_1 , а з ребристої - F_2 , температури рідин, що омивають стінку, - t'_f та t''_f ($t'_f > t''_f$), температури поверхонь стінки - t_1 і t_2 , коефіцієнти тепловіддачі - α_1 і α_2 , відповідно. Відразу будемо вважати, що $\alpha_2 \ll \alpha_1$. Коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки позначимо λ . Введемо також середню товщину δ_{cp} і характерну площу перетину стінки F_{cp} . В завданні двох останніх параметрів існує деяка довільність (фіксованим є тільки відношення F_{cp}/δ_{cp} , величина F_{cp} обмежена співвідношеннями $F_1 < F_{cp} < F_2$), яка практично не впливає на кінцевий результат. Так, в

якості δ_{cp} можна взяти середньоповерхнєве значення товщини, осереднене по гладкій стороні (тоді $\delta_{cp} = V/F_1$, де V - об'єм стінки).

Стаціонарний процес передачі тепла крізь ребристу стінку описується аналогічно випадку сферичної стінки. Потік тепла Q можна розрахувати, розглядаючи тепловіддачу на гладкій поверхні стінки, теплопровідність крізь неї та тепловіддачу на ребристій поверхні стінки. Відповідні рівняння мають вид:

$$Q = \alpha_1 \cdot F_1 \cdot (t'_f - t_1) ,$$

$$Q = \frac{\lambda}{\delta_{cp}} \cdot F_{cp} \cdot (t_1 - t_2) ,$$

$$Q = \alpha_2 \cdot F_2 \cdot (t_2 - t''_f) .$$

Вирішивши останню систему, одержимо **рівняння теплопередачі крізь ребристу стінку**:

$$Q = K_{реб} \cdot (t'_f - t''_f) , \text{ Вт,} \quad (12.34)$$

де

$$K_{реб} = \left[\frac{1}{\alpha_1 \cdot F_1} + \frac{\delta_{cp}}{\lambda} \cdot \frac{1}{F_{cp}} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot F_2} \right]^{-1}$$

- **коефіцієнт теплопередачі ребристої стінки**, Вт/К.

При оцінках інтенсивності теплопередачі зручно брати за базову гладку поверхню стінки. В такому разі рівняння (12.34) набуває виду:

$$Q = K_1 \cdot (t'_f - t''_f) \cdot F_1 , \text{ Вт,}$$

де

$$K_1 \equiv \frac{K_{реб}}{F_1} = \left[\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{cp}}{\lambda} \cdot \frac{F_1}{F_{cp}} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{F_1}{F_2} \right]^{-1}$$

- **зведений до гладкої поверхні коефіцієнт теплопередачі**, Вт/(м² К).

Якщо термоопір теплопровідності стінки $R_\lambda = \delta_{cp}/\lambda$ значно менший за термоопір тепловіддачі на ребристій поверхні $R_{\alpha_2} = 1/\alpha_2$, то з урахуванням умови $\alpha_2 \ll \alpha_1$ останню формулу можна представити у виді:

$$K_1 = \alpha_2 \cdot \frac{F_2}{F_1} ,$$

який підтверджує доцільність ребрення поверхні теплообміну, з метою інтенсифікації теплопередачі.

Відношення F_2/F_1 називається *коефіцієнтом ребрення стінки*. Його доцільне збільшення обмежене величиною $\sim \alpha_1/\alpha_2$.

Наведені формули для ребристої стінки носять наближений характер, тому що при їх виведенні вважалося, що величини t_2 і α_2 сталі по всій ребристій поверхні, що в дійсності виконується лише приблизно (звичайно вершина ребра холодніше його підстави). Втім, врахування останніх обставин слабо впливає на кінцевий результат.

Ребристі стінки широко застосовуються в техніці. Наприклад, в опалювальних і нагрівальних приладах звичайно роблять ребристою зовнішню поверхню, тому що коефіцієнт тепловіддачі від стінки до повітря ($\alpha_2 = 12 \div 60 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К})$) у багато разів менше коефіцієнта тепловіддачі від гарячої рідини до стінки (для води $\alpha_1 = 2500 \div 6000 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К})$).

Глава 13. НЕСТАЦІОНАРНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ

13.1 Нестационарна теплопровідність за стаціонарних граничних умов

13.1.1 Рівняння нестационарної теплопровідності

13.1.1.1 Загальні положення

Досі ми в основному вивчали стаціонарну передачу тепла, тобто такі процеси, за яких температури не змінювалися у часі. Зараз ми приступаємо до дослідження загальної ситуації, в якій температура буде змінюватися не тільки у просторі, але й у часі. Ми розглянемо, який характер прийме при цьому теплопровідність у нерухомих середовищах (наприклад, у твердих тілах). Нестационарний процес передачі тепла в рідинах та газах більш складний (бо зв'язаний, окрім іншого, із рухом маси теплоносія), і тому тут розглядатися не буде.

Визначення *нестационарної теплопровідності* має природну форму – це теплопровідність за умови, що температура тіла змінюється у часі.

Нестационарна теплопровідність завжди спостерігається при нагріванні або охолодженні тіл. У практиці пожежної справи частіше доводиться вирішувати задачі, пов'язані з нагріванням: визначення межі вогнестійкості (тобто часу прогріву будівельних або інших конструкцій до температур, що призводять до втрати стійкості), або розрахунок часу прогріву пластини чутливого елемента датчика до температури спрацьовування (часу спрацьовування), або визначення температур, наприклад, металевого дроту, з метою з'ясування питання, чи міг він стати джерелом запалювання. Подібні задачі зустрічаються, як при вирішенні питань пожежної профілактики у будівництві або у технологічних процесах виробництва, так і при експертизі пожеж тощо.

13.1.1.2 Диференціальне рівняння нестационарної теплопровідності

Рішення задачі нестационарної теплопровідності означає визначення температури тіла в будь-якій його точці з просторовими координатами (x, y, z) у будь-який момент часу τ , тобто знаходження функції:

$$t = f(x, y, z, \tau).$$

У випадку одновимірного температурного поля остання залежність має вид

$$t = f(x, \tau).$$

Як було показано раніше (дивись параграф 9.1.2), теплопровідність можна вважати межевим випадком конвекційного теплообміну, який відповідає нульовій швидкості руху середовища. Через це з загальних рівнянь конвекційного теплообміну випливає, що у трьохвимірному випадку нестационарне поле температур підпорядковано співвідношенню:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right), \quad (13.1)$$

яке є наслідком існування теплового балансу. Множник "a" у рівнянні називається *коефіцієнтом температуропровідності*. Ця величина дорівнює:

$$a \equiv \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}, \quad \text{м}^2/\text{с}, \quad (13.2)$$

що співпадає з визначенням у (9.27), де ρ - густина, $\text{кг}/\text{м}^3$, c_p - питома масова ізобарна теплоємність, $\text{Дж}/(\text{кг К})$, λ - коефіцієнт теплопровідності матеріалу нерухомого середовища, що розглядається, $\text{Вт}/(\text{м К})$.

Відразу ж відзначимо наступну обставину. Часто час у формулах, що наводяться, вимірюється в годинах. У таких випадках коефіцієнт температуропровідності необхідно вимірювати у $\text{м}^2/\text{год}$. Якщо, як це звичайно буває, теплоємність c_p виражена у $\text{кДж}/(\text{кг К})$, густина ρ - у $\text{кг}/\text{м}^3$, а коефіцієнт теплопровідності λ - у $\text{Вт}/(\text{м К})$, то розрахункова формула для коефіцієнта температуропровідності має вид:

$$a = \frac{3.6 \cdot \lambda}{c_p \cdot \rho}, \quad \text{м}^2/\text{год}, \quad (13.3)$$

Як буде показано далі, коефіцієнт температуропровідності визначає швидкість розповсюдження змін температури.

Окрім рівняння, суттєвий вплив на вид рішення справляють граничні умови, які визначають характер взаємодії тіла з довкіллям. Умови визначають тип задачі. Ми будемо розглядати найбільш поширені умови трьох типів.

1) Ситуація, коли на межі тіла задана його температура, називається *граничною задачею 1-го роду*. Її можна інтерпретувати як збіг температури тіла на його границі з заданою температурою t_w (якою, зокрема, може бути температура навколишнього середовища t_f):

$$t|_{zp} = t_w. \quad (13.4)$$

(Тут і далі значок $|_{zp}$ вказує, що значення величини береться на границі тіла.)

2) Варіант, у якому задано потік тепла на границі, називається **граничною задачею 2-го роду**. Відповідна умова виражається співвідношенням:

$$-\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{zp} = q. \quad (13.5)$$

Тут q – задана функція, яку можна інтерпретувати як нормальну до граничної поверхні компоненту питомого теплового потоку, а $\partial t / \partial n|_{zp}$ – складова градієнта температури по нормалі до поверхні тіла (нагадуємо, що у тілі, згідно із рівнянням Фур'є, питомий тепловий потік дорівнює $q = -\lambda \mathbf{grad} t$).

3) Ситуація, коли неперервний потік тепла на границі тіла задається законом Ньютона-Ріхмана із відомим коефіцієнтом тепловіддачі (α) та заданою температурою середовища t_f , що омиває тіло, – це **гранична задача 3-го роду**. У цьому випадку температура тіла поблизу його границі задовольняє умові:

$$-\lambda \cdot \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_{zp} = \alpha \cdot (t|_{zp} - t_f). \quad (13.6)$$

Неважко помітити, що при $\alpha\lambda \rightarrow \infty$ задача 3-го роду переходить у 1-ий, в якому температура на границі t_w співпадає із температурою зовнішнього середовища t_f .

При не надто великих значеннях часу τ на вид рішення істотно впливають початкові умови - значення температурного поля у початковий момент часу ($\tau = 0$). Надалі, якщо це не обумовлюється окремо, будемо вважати, що початкова температура тіла постійна і дорівнює $t_0 = const$

$$t(x, 0) = t_0. \quad (13.7)$$

Ми будемо розглядати також лише ситуації із сталою та постійною вздовж поверхні тіла температурою середовища t_f .

І ще одне зауваження. Коефіцієнти теплопровідності та теплоємність матеріалу, а разом з ними і коефіцієнт температуропровідності залежать від температури. Щоб хоча б частково врахувати цю залежність, прийнято коефіцієнт температуропровідності визначати за середньої (за час процесу та у просторі процесу) температурою. У якості такої температури для задач 1-го та 2-го роду звичайно приймають:

$$t_{\text{сер}} = \frac{\overline{t_w} + \overline{t_x}}{2},$$

де $\overline{t_w}$ – середня за розрахунковий час температура на поверхні, що обігривається; $\overline{t_x}$ – середня за розрахунковий час температура у даній точці (з просторовою координатою x). Так, якщо температура на поверхні дорівнює сталій величині t_w , то $\overline{t_w} = t_w$, $\overline{t_x} \approx (t_0 + t_{x,\tau}) / 2$ (де $t_{x,\tau} \equiv t(x, \tau)$ – температура в точці з координатою x через розрахунковий час τ) і таким чином

$$t_{\text{сер}} = \frac{t_w + \frac{t_{x,\tau} + t_0}{2}}{2}.$$

Як випливає з останніх формул, у даному випадку середня температура $t_{\text{сер}}$ залежить від величини $t_{x,\tau}$, яка, як правило, не відома. При пошуку $t_{x,\tau}$ необхідно використовувати метод послідовних наближень. Більш докладно це питання буде розглянуто пізніше.

В задачах із граничними умовами 3-го роду середню температуру визначають за формулою:

$$t_{\text{сер}} = \frac{t_f + t_0}{2}.$$

Відзначимо також, що коефіцієнт теплопровідності залежить від вологості матеріалу. У вологих матеріалів цей коефіцієнт, як правило, менший, бо при нагріванні вологих матеріалів частина енергії йде на нагрів та випаровування води, що зменшує швидкість розповсюдження змін температури.

13.1.1.3 Узагальнені змінні у рівнянні нестационарної теплопровідності

Загальний аналіз процесів нестационарної теплопровідності зручніше проводити, розглядаючи рівняння теплопровідності в узагальнених координатах. Перейдемо до цих змінних.

Так, з будь-яким обмеженим тілом можна зв'язати деякий його характерний розмір L . Перепишемо рівняння нестационарної теплопровідності (13.1) та граничні умови (3-го роду) до нього (13.6), ввівши цей розмір:

$$\frac{\partial t}{\partial \left(\frac{a}{L^2} \tau \right)} = \frac{\partial^2 t}{\partial \left(\frac{x}{L} \right)^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial \left(\frac{y}{L} \right)^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial \left(\frac{z}{L} \right)^2}, \quad (13.8)$$

$$\left. \frac{\partial t}{\partial \left(\frac{n}{L} \right)} \right|_{zp} = -\frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \cdot (t|_{zp} - t_f). \quad (13.9)$$

Введемо нові змінні:

$$X \equiv \frac{x}{L}, \quad Y \equiv \frac{y}{L}, \quad Z \equiv \frac{z}{L}, \quad N \equiv \frac{n}{L}.$$

Це безрозмірні просторові координати. Крім них задамо ще дві важливі величини.

Перший параметр:

$$Fo \equiv \frac{a \cdot \tau}{L^2} \quad (Fo \equiv \frac{\tau}{\tau_{хар}}) \quad (13.10)$$

називається **критерієм Фур'є**. Ця змінна має значення обезрозміреного часу. Згідно з формулою (13.10), це час, віднормований на характерний час розповсюдження зміни температури крізь тіло $\tau_{хар} \equiv L^2/a$.

Другий безрозмірний параметр називається **критерієм Біо**. Ця величина задається формулою:

$$Bi \equiv \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \quad (13.11)$$

і співпадає з відношенням характерного термоопору теплопровідності тіла (L/λ) до термоопору тепловіддачі на межі тіла з середовищем ($1/\alpha$).

У нових змінних рівняння нестационарної теплопровідності набуває вигляду:

$$\frac{\partial t}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 t}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial Z^2},$$

із граничними умовами:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial N} \right|_{zp} = -Bi \cdot (t|_{zp} - t_f)$$

і початковою умовою:

$$t(X, Y, Z, Fo = 0) = t_0.$$

Якщо протягом дослідження процесу температура середовища t_f залишається незмінною, то має сенс ввести нову безрозмірну змінну:

$$\theta(X, Y, Z, Fo) \equiv \frac{t_f - t}{t_f - t_0}, \quad (13.12)$$

яка є *відносною температурою перегріву* (або *недогріву*) тіла відносно середовища, у якому тіло розташовано. У термінах цієї температури останні рівняння набувають дуже зручного для узагальнень повністю безрозмірного вигляду, який дозволяє одночасно аналізувати широкий клас задач нестационарної теплопровідності:

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2}, \quad (13.13)$$

із граничними умовами:

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial N} \right|_{gp} = -Bi \cdot \theta|_{gp} \quad (13.14)$$

і початковою умовою:

$$\theta(X, Y, Z, Fo = 0) = 1. \quad (13.15)$$

Рішення такої задачі:

$$\theta = \theta(X, Y, Z, Fo, Bi)$$

залежить тільки від критеріїв Фур'є, Біо та від узагальнених координат. Знайшовши це рішення, ми, завдяки узагальненій формі запису, автоматично знаходимо рішення всіх подібних (співпадаючих у сенсі подібності) задач.

13.1.2 Нагрівання тіла кінцевих розмірів за малих критеріїв Біо

Приступимо до розв'язування таких задач. Проаналізуємо нагрівання (охолодження) тіла кінцевих розмірів і довільної форми (дивись рисунок 13.1) за малих значень критерію Біо ($Bi \ll 1$). Прикладом подібної задачі може бути нагрівання чутливого елемента пожежного сповіщувача або нагрівання металевих балонів високого тиску в умовах пожежі.

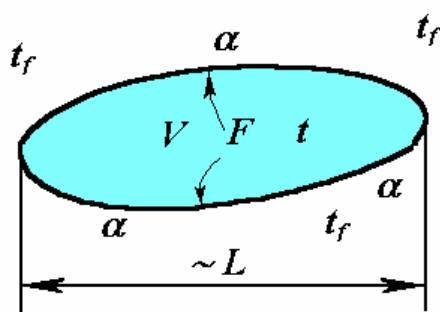


Рисунок 13.1 - До задачі про нагрівання тіла кінцевих розмірів

Величина відносної температури θ , згідно з визначенням (13.12), не може бути більше одиниці. Тому з граничних умов (13.14) та малості критерію Біо впливає, що $\partial\theta/\partial N \ll 1$, тобто температура в середині тіла від точки до точки практично не змінюється, інакше кажучи, температурне поле в тілі квазіоднорідне. Остання обставина дозволяє записати рівняння теплового балансу тіла із оточуючим середовищем, використовуючи для всього тіла одну температуру. У цьому наближенні, прирівнюючи потік тепла крізь поверхню тіла ($\alpha (t_f - t) F$) до швидкості зміни його енерговмісту, можна записати звичайне (а не в часткових похідних) диференціальне рівняння:

$$\rho \cdot c_p \cdot V \frac{dt}{d\tau} = \alpha \cdot (t_f - t) \cdot F.$$

Тут F - площа поверхні теплообміну, V - об'єм тіла.

Якщо параметри останнього рівняння є сталими величинами, то його рішення (у випадку початкової температури $t = t_0$) має вид:

$$t = t_f - (t_f - t_0) \exp(-m \tau), \quad (13.16)$$

де використана величина

$$m \equiv \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p} \frac{F}{V}, \text{ c}^{-1}, \quad (13.17)$$

яка називається **темпом нагріву (охолодження)**. Ця характеристика обернена до часу, за який відносна температура змінюється в e ($e \approx 2.718$) раз.

Особливості будови тіла впливають на його темп нагріву через множник (F/V) . Останній неважко оцінити. Так, у випадку тонкої пластини товщиною $2R$ він при двосторонньому обігріві відношення F/V дорівнює $F/V = 1/R$, а у випадку циліндра радіусом R має місце оцінка $F/V = 2/R$. Як видно з останніх формул, темп нагріву зростає із зменшенням товщини. Це обумовлює, наприклад, вико-

нання чутливих елементів теплових датчиків у формі або тонких пластин, або тонких проволоч.

Характерна залежність $t(\tau)$ представлена на рисунку 13.2.

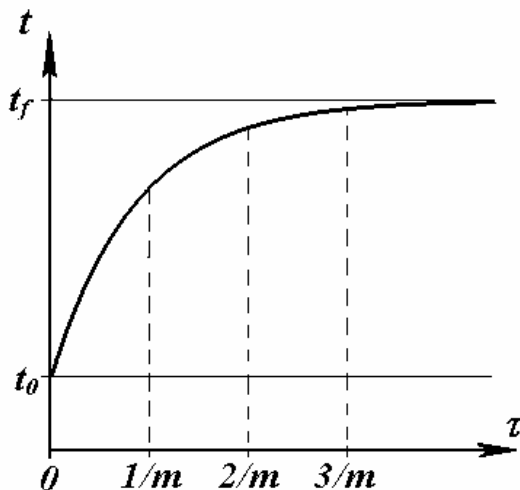


Рисунок 13.2 - Характерна залежність температури тіла від часу τ

Рівняння (13.16) можна обернути, виразивши час через температуру:

$$\tau = \frac{l}{m} \cdot \ln \left(\frac{t_f - t_0}{t_f - t} \right). \quad (13.18)$$

Остання формула дозволяє, наприклад, оцінити час $\tau = \tau_{кр}$ нагріву тіла до критичної температури $t_{кр}$ (для цього треба підставити в (13.18) значення $t = t_{кр}$).

13.1.3 Нагрівання тіл з обмеженим розміром за довільних критеріїв Біо

Повернемося до загального рівняння нестационарної теплопровідності (13.13). Розглянемо деякі важливі для практичних застосувань випадки, коли вдається знайти точні рішення цього рівняння.

13.1.3.1 Нагрівання необмеженої плоскої стінки, що омивається середовищем з постійною температурою

Ця ситуація може описувати, наприклад, нагрівання будівельних конструкцій (стін приміщення) та обладнання (стінок апаратів) в умовах пожежі.

Розглянемо необмежену однорідну за властивостями матеріалу плоску пластину (стінку) товщиною $2R$ (дивись рисунок 13.3). У початковий момент часу $\tau = 0$ пластину помістили в середовище з постійною температурою t_f . Роз-

поділ температури в тілі перед цим був однорідним $t(x, 0) = t_0$. Задано постійні коефіцієнти температуропровідності a і теплопровідності λ тіла та коефіцієнт тепловіддачі від середовища до тіла α . Треба визначити нестационарне температурне поле в пластині при двосторонньому нагріві ($t_f > t_0$).

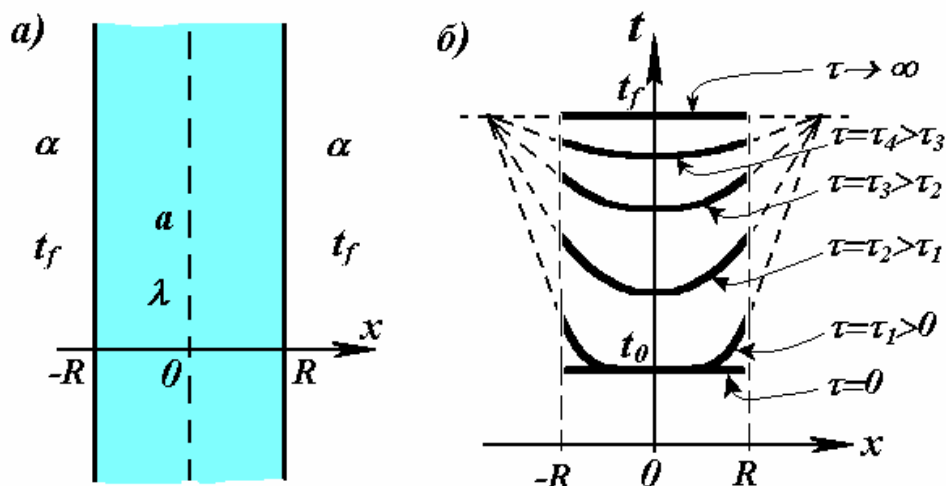


Рисунок 13.3 - Схема нагріву стінки (а) та характерні просторові розподіли температури в стінці в ході нагріву (б)

Якщо в якості характерного розміру взяти половину товщини пластини, тобто вважати, що $L = R$, то в узагальнених змінних задача прийде до виду, який вже описано нами (дивись формули (13.12)-(13.15)). Надалі виявилось більш зручним, скориставшись симетрією відносно площини $x = 0$, розглядати половину пластини. При цьому в якості граничної умови на поверхні $x = 0$ симетрія нав'язує рівність нулю потоку тепла. Таким чином, ми водночас вирішуємо задачу про односторонній нагрів пластини товщиною R , одна зі сторін якої теплоізолювана.

Через те, що питомий потік визначається градієнтом температури (нагадаємо, що $q = -\lambda \partial t / \partial x$), відсутність потоку означає виконання умови $\partial t / \partial x = 0$. Із врахуванням сказаного система (13.13)-(13.15) приймає наступний вид:

рівняння

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}, \quad (13.19)$$

із граничними умовами:

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=1} = -Bi \cdot \theta|_{X=1}, \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0} = 0, \quad (13.20)$$

і початковою умовою:

$$\theta(X, Fo = 0) = 1, \quad (13.21)$$

де $\theta(X, Fo) \equiv (t_f - t)/(t_f - t_0)$, $X \equiv x/R$, $Fo \equiv a \tau/R^2$, $Bi \equiv \alpha R/\lambda$.

Загальне рішення рівняння (13.19) шукається у вигляді суми частинних рішень $\theta_i(X, Fo)$ із невизначеними коефіцієнтами A_i :

$$\theta(X, Fo) = \sum_i A_i \cdot \theta_i(X, Fo),$$

в якій частинні рішення задовольняють рівнянню (13.19) та граничним умовам (13.20).

Для пошуку частинних рішень звичайно використовують метод розділення змінних. Ми не будемо його приводити. Цей метод викладено в будь-якому підручникові з вищої математики для вищих навчальних закладів. Наведемо кінцеві результати.

Загальне рішення даної задачі представляється у вигляді нескінченної суми доданків, які різняться значеннями чисел μ_i та A_i :

$$\theta(X, Fo) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \cos(\mu_i X) \cdot \exp(-\mu_i^2 Fo). \quad (13.22)$$

Величини μ_i є коренями так званого *характеристичного рівняння*, що має вид:

$$\operatorname{ctg}(\mu) = \mu/Bi. \quad (13.23)$$

Останнє можна вирішувати графічно (дивись рисунок 13.4). Корені співпадають із абсцисами точок перетину прямої $Y = \mu/Bi$ із лініями $Y = \operatorname{ctg}(\mu)$. В якості коренів прийнято розглядати їх позитивні значення. Корені пронумеровані, розпочинаючи з першого, у порядку зростання. Як впливає з рівняння (13.23), величина кореня із фіксованим номером залежить лише від величини критерію Біо. Значення початкових коренів, що найбільш часто зустрічаються в розрахунках, занесені до таблиць.

Невизначені множники A_i відшукуються з вимоги виконання початкових умов. Так, за постійної початкової температури це, згідно з (13.21) і (13.22), вимагає вирішення рівняння:

$$\theta(X, 0) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \cos(\mu_i X) = 1.$$

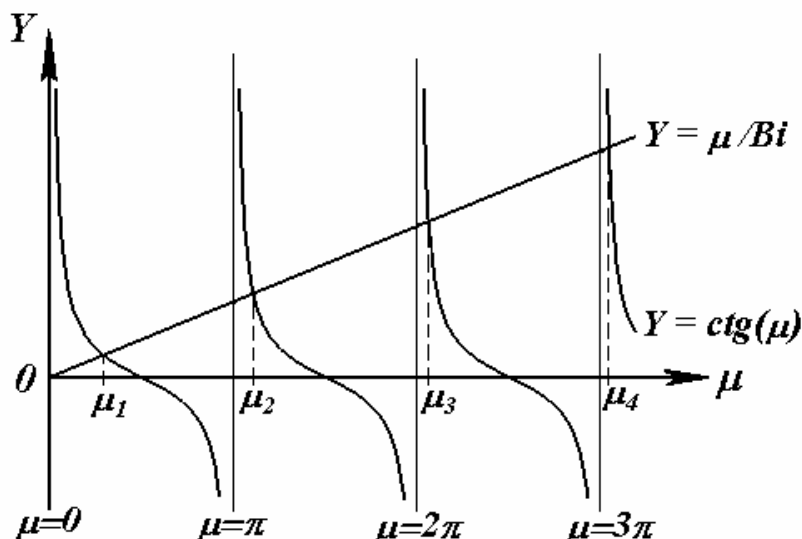


Рисунок 13.4 - Схема розташування коренів характеристичного рівняння

В цій ситуації множники A_i дорівнюють:

$$A_i = \frac{2 \sin(\mu_i)}{\mu_i + \sin(\mu_i) \cdot \cos(\mu_i)}. \quad (13.24)$$

Значення величин A_i з початковими номерами i також занесено до таблиць.

Не слід ніяковіти через нескінченну кількість доданків у сумі (13.22). Через наявність множників $\exp(-\mu_i^2 Fo)$, які швидко зменшуються із зростанням i , реально виявляються важливими лише декілька перших доданків. Саме ця обставина забезпечує ефективність використання таблиць.

Маючи аналітичний вираз, можна знайти значення функції в будь-якій точці. У випадку пластини найбільш часто досліджують центр ($X = 0$ при нагріві з обох сторін) та поверхню ($X = 1$). Відносні надлишкові температури в цих точках залежать вже тільки від двох параметрів – критеріїв Фур'є та Біо.

Номограми залежностей $\theta_u = f_u(Fo, Bi)$ та $\theta_n = f_n(Fo, Bi)$ наведено на рисунках 13.5 і 13.6, на яких під величинами θ_u та θ_n розуміють:

$$\theta_u \equiv \frac{t_u - t_0}{t_f - t_0} \quad \text{та} \quad \theta_n \equiv \frac{t_n - t_0}{t_f - t_0},$$

де t_u та t_n - температура в центрі та на поверхні пластини, відповідно.

Подивимось, як веде себе температурне поле в пластині за великих та малих значень критерію Біо.

А) Неважко побачити, що у випадку великих значень критерію ($Bi \gg 1$) корені характеристичного рівняння (13.23) набувають виду $\mu_i \rightarrow (2i - 1)\pi/2$.

(Це видно з рисунку 13.4. У цьому випадку пряма $Y = \mu / Bi$ співпадає з віссю абсцис.) За таких умов вираз (13.22) (з урахуванням (13.24)) спрощується до

$$\theta(X, Fo) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{2i-1} \cdot \cos\left[\frac{(2i-1)\pi}{2} X\right] \cdot \exp\left[-\frac{(2i-1)^2 \pi^2}{4} Fo\right]. \quad (13.25)$$

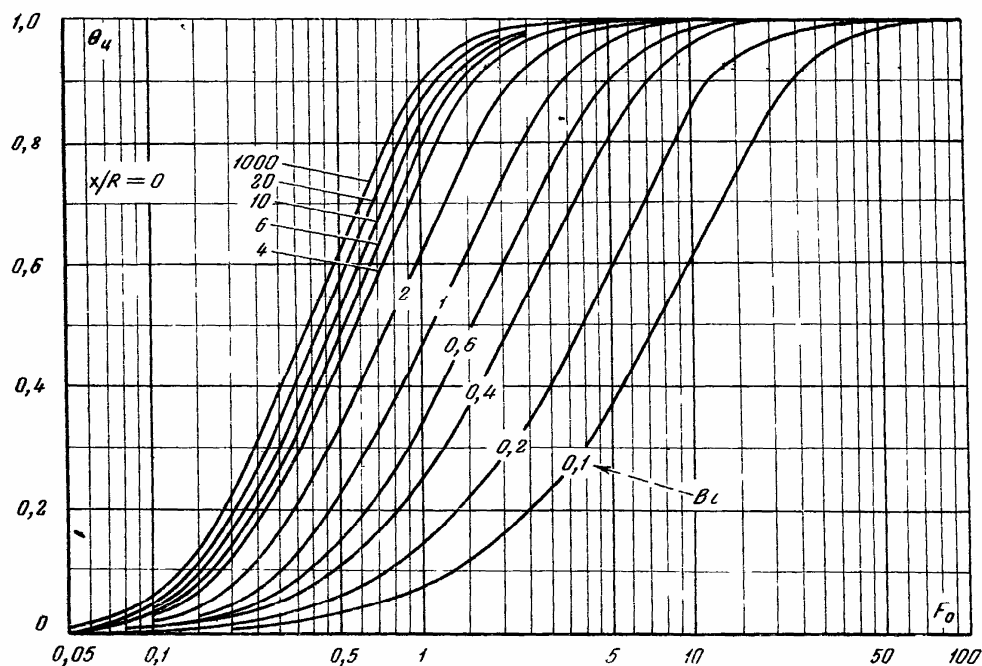


Рисунок 13.5 - Номограма для визначення відносної різниці температур в центрі пластини ($\theta_c \equiv (t_c - t_0)/(t_f - t_0)$)

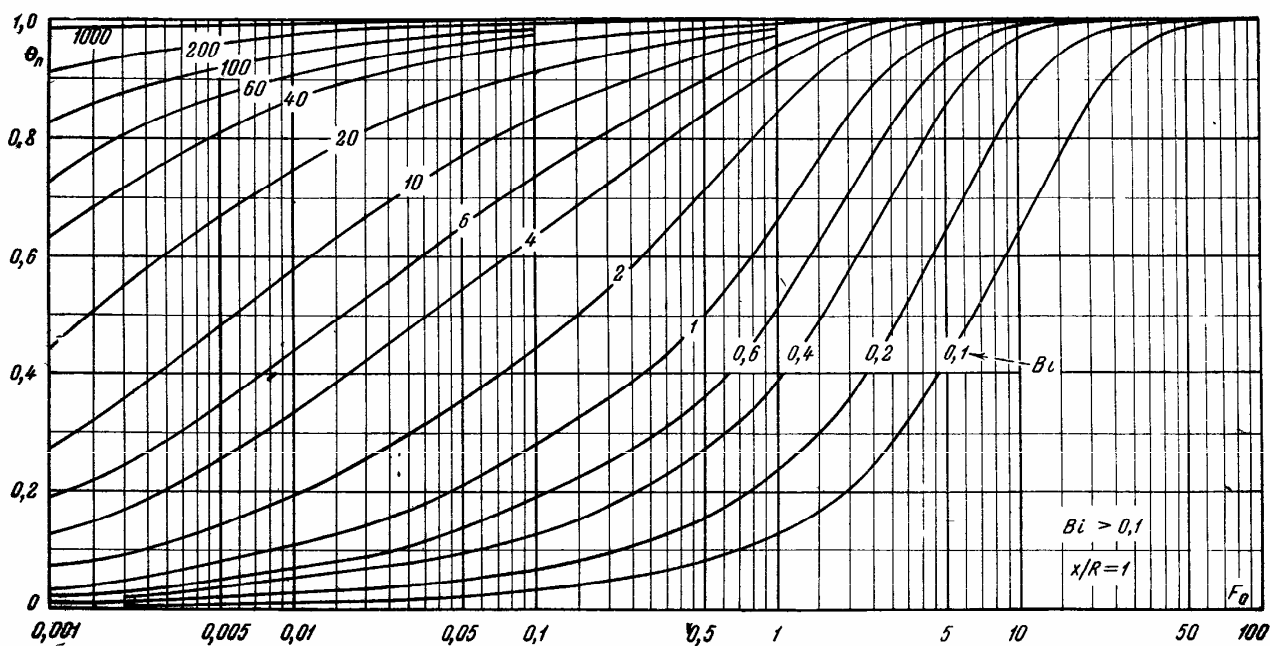


Рисунок 13.6 - Номограма для визначення відносної різниці температур на поверхні пластини ($\theta_n \equiv (t_n - t_0)/(t_f - t_0)$)

З останнього співвідношення видно, що при $X = 1$, тобто на границі тіла, відносна температура $\theta(1, Fo) = 0$. Це означає, що дійсна температура тіла на границі співпадає з температурою довкілля, що відповідає граничним умовам 1-го роду. Таким чином, формула (13.25) є також рішенням крайової задачі 1-го роду.

У разі великого часу розгляду (при $Fo \gg 1$) всіма членами ряду (13.25), у порівнянні з першим, можна знехтувати, і тоді вид залежності $\theta(X, Fo)$ спрощується до

$$\theta(X, Fo) = \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{2} X\right) \cdot \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} Fo\right).$$

Б) При $Bi \rightarrow 0$ корені μ_i характеристичного рівняння (13.23) наближуються до $(i-1)\pi$, а $\sin(\mu_i)$ у виразі (13.24) прямує до 0. Через це в сумі (13.22) залишається лише перший доданок, у якому $A_1 = 1$.

Далі, із характеристичного рівняння

$$\mu_1 \operatorname{tg}(\mu_1) = Bi$$

впливає, що $\mu_1 \approx \sqrt{Bi}$. Таким чином, знову виникає результат (13.16), який отримано раніше (у загальному випадку малих критеріїв Біо):

$$\theta(X, Fo) = \cos(\sqrt{Bi} \cdot X) \cdot \exp(-Bi \cdot Fo) \approx \exp(-Bi \cdot Fo),$$

або інакше

$$\frac{t_f - t}{t_f - t_0} = \exp\left(-\frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot R} \cdot \tau\right).$$

13.1.3.2 Нагрівання нескінченного круглого циліндра, що омивається середовищем з постійною температурою

Ця ситуація може описувати, наприклад, нагрівання будівельних конструкцій (колон), арматури, проводів та т.п. в умовах пожежі.

У випадку довгого однорідного циліндра з радіусом R рівняння нестационарної теплопровідності набуває виду:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r},$$

з граничними умовами:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=R} = -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot (t|_{r=R} - t_f), \quad \left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=0} = 0,$$

і початковою умовою:

$$t(r, \tau = 0) = t_0.$$

Тут r - радіальна змінна у циліндричній системі координат; λ та a - коефіцієнти теплопровідності та температуропровідності матеріалу циліндра; α - коефіцієнт тепловіддачі від поверхні циліндра в оточуюче середовище, t_f і t_0 - температура середовища і початкова температура циліндра, відповідно.

Аналогічно нескінченній пластині задача вирішується методом розділення змінних. Результат має вид:

$$\theta(r, Fo) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot I_1(\mu_i)}{\mu_i \cdot [I_0^2(\mu_i) + I_1^2(\mu_i)]} \cdot I_0\left(\mu_i \frac{r}{R}\right) \cdot \exp(-\mu_i^2 Fo). \quad (13.26)$$

де

$$\theta \equiv \frac{t_f - t}{t_f - t_0}$$

- відносна температура недогріву; $I_0(x)$ та $I_1(x)$ - функції Бесселя першого рангу нульового та першого порядку, відповідно. У даній геометрії критерії Фур'є та Біо дорівнюють $Fo \equiv a \tau / R^2$ та $Bi \equiv \alpha R / \lambda$. Величини μ_i є позитивними коренями характеристичного рівняння

$$\frac{I_0(\mu)}{I_1(\mu)} = \frac{\mu}{Bi},$$

які пронумеровані у порядку зростання, починаючи з першого.

Корені рівняння та значення функцій Бесселя, як правило, визначають за таблицями.

В практиці часто цікавляться залежністю від часу температури в конкретних точках, наприклад, в центрі та на поверхні циліндра. В таких випадках зручно використовувати номограми $\theta_y = f_y(Fo, Bi)$ та $\theta_n = f_n(Fo, Bi)$, що наведено на рисунках 13.7 і 13.8, на яких під величинами θ_y та θ_n розуміють відносні надлишкові температури:

$$\theta_y \equiv \frac{t_y - t_0}{t_f - t_0} \quad \text{та} \quad \theta_n \equiv \frac{t_n - t_0}{t_f - t_0},$$

де t_u та t_n - температура в центрі та на поверхні циліндра, відповідно.

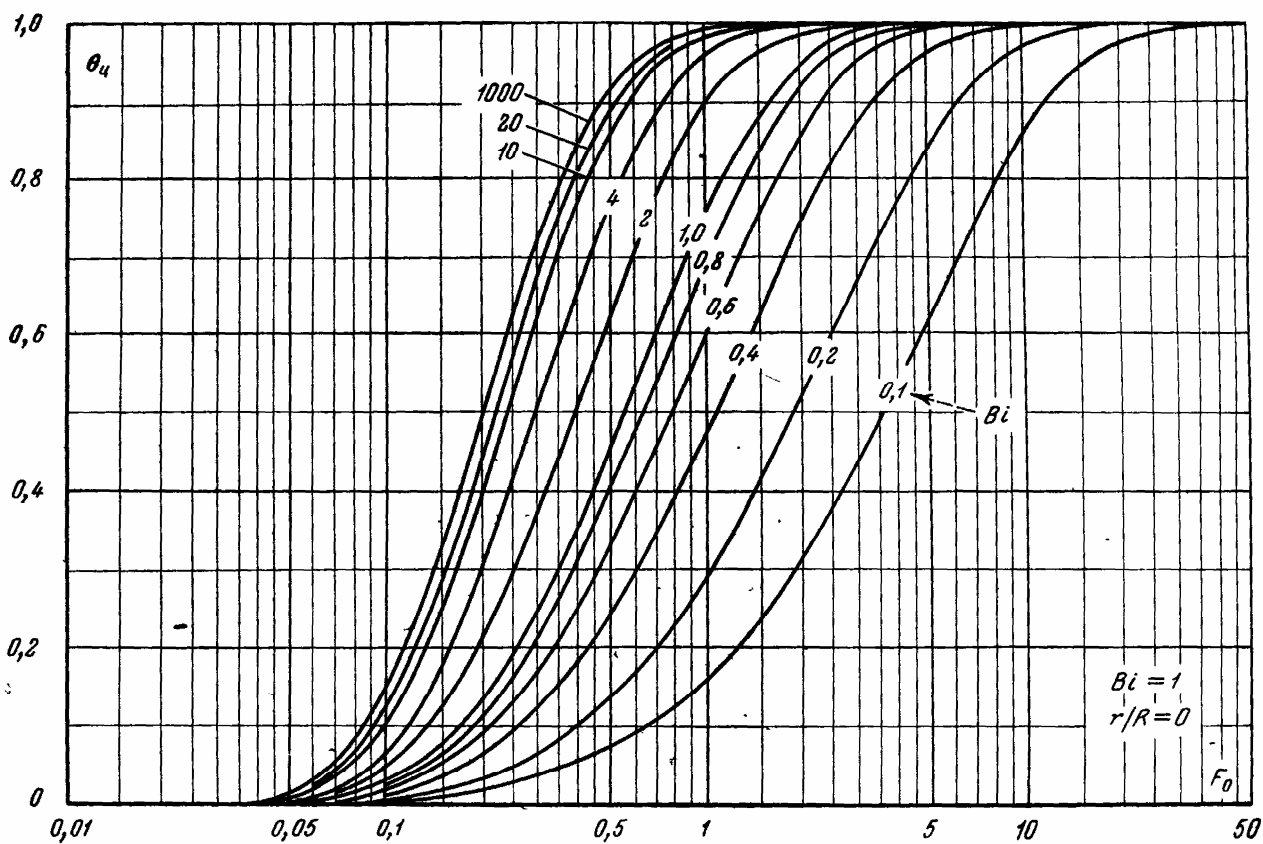


Рисунок 13.7 – Номограма для визначення відносної різниці температур в центрі циліндра ($\theta_u \equiv (t_u - t_0)/(t_f - t_0)$)

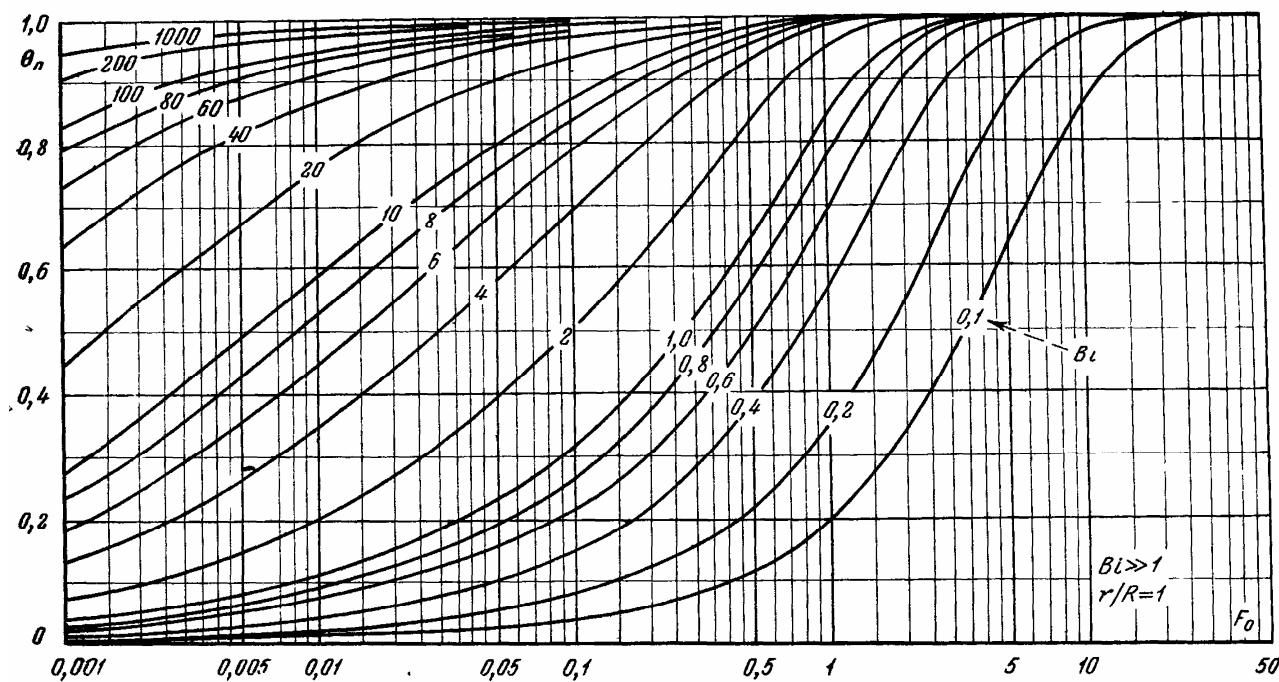


Рисунок 13.8 - Номограма для визначення відносної різниці температур на поверхні циліндра ($\theta_n \equiv (t_n - t_0)/(t_f - t_0)$)

Спираючись на аналіз формули (13.26), можна показати, як веде себе температурне поле циліндра за великих та малих значень критерію Біо.

А) Якщо критерій Біо прямує до нескінченності, вираз (13.26) дає рішення задачі 1-го роду:

$$\theta(r, Fo) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_i \cdot I_1(\mu_i)} \cdot I_0\left(\mu_i \frac{r}{R}\right) \cdot \exp(-\mu_i^2 Fo).$$

Б) Якщо критерій Біо наближається до нуля, формула (13.26) спрощується до результату, що співпадає з загальним передбаченням (13.16) у випадку малих значень Bi :

$$\theta \approx \exp(-2 \cdot Bi \cdot Fo),$$

або інакше

$$\frac{t_f - t}{t_f - t_0} = \exp\left(-\frac{2 \cdot \alpha}{\rho \cdot c_p \cdot R} \cdot \tau\right).$$

13.1.3.3 Нагрівання паралелепіпеда у середовищі з постійною температурою

Ця ситуація описує, наприклад, нагрівання будівельних конструкцій (балок перекриття) в умовах тривалої пожежі.

У випадку паралелепіпеда (дивись рисунок 13.9) рівняння нестационарної теплопровідності має вид (13.1) з граничними умовами:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=\pm R_x} &= -\frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \cdot \left(t|_{x=\pm R_x} - t_f \right), \\ \left. \frac{\partial t}{\partial y} \right|_{y=\pm R_y} &= -\frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \cdot \left(t|_{y=\pm R_y} - t_f \right), \\ \left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_{z=\pm R_z} &= -\frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \cdot \left(t|_{z=\pm R_z} - t_f \right), \end{aligned}$$

і початковою умовою:

$$t(x, y, z, 0) = t_0.$$

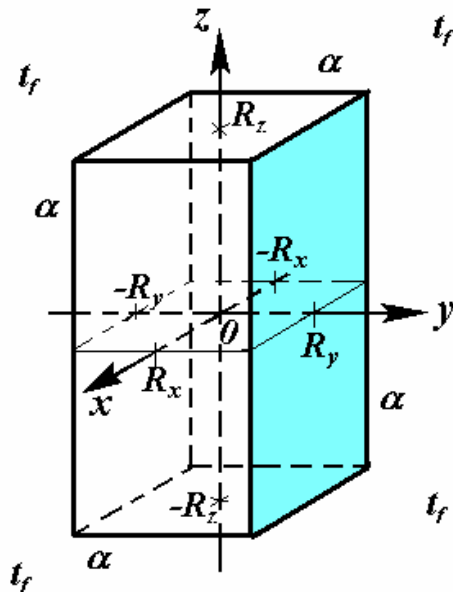


Рисунок 13.9 - Нагрів паралелепіпеда

Виявляється, що відносна надлишкова температура в цьому випадку знаходиться як добуток надлишкових температур нескінченних пластин, у результаті перетину яких можна сформувати даний паралелепіпед. Тобто

$$\theta(x, y, z, \tau) \equiv \frac{t_f - t(x, y, z, \tau)}{t_f - t_0} = \theta_x \left(\frac{x}{R_x}, \frac{a \cdot \tau}{R_x^2} \right) \cdot \theta_y \left(\frac{y}{R_y}, \frac{a \cdot \tau}{R_y^2} \right) \cdot \theta_z \left(\frac{z}{R_z}, \frac{a \cdot \tau}{R_z^2} \right),$$

де $\theta_x(X, Fo)$, $\theta_y(Y, Fo)$, $\theta_z(Z, Fo)$ є рішеннями (13.22) одновимірного рівняння (13.19), які обчислено, відповідно:

$$\theta_x(X, Fo) \text{ при } Bi = \alpha R_x / \lambda \text{ та } Fo = a \tau / R_x^2,$$

$$\theta_y(Y, Fo) \text{ при } Bi = \alpha R_y / \lambda \text{ та } Fo = a \tau / R_y^2,$$

$$\theta_z(Z, Fo) \text{ при } Bi = \alpha R_z / \lambda \text{ та } Fo = a \tau / R_z^2.$$

В цілому ж існує загальне правило, яке стверджує, що рішення для випадку кінцевих тіл можна одержати, помноживши відповідні одновимірні рішення. Так, у випадку кінцевого циліндра для отримання відносної надлишкової температури необхідно помножити відносні надлишкові температури відповідних нескінченних циліндра та пластини.

13.1.4 Регулярні теплові режими

Дане питання присвячене загальним закономірностям зміни температури у довільних тілах при тривалому нагріванні. Через універсальність ситуації, відповідні результати важливі для широкого кола практичних задач.

Як показує теорія, у загальному випадку рішення рівняння нестационарної теплопровідності має вид нескінченного ряду:

$$\theta(x, y, z, Fo) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot P_i(x, y, z) \cdot \exp(-\mu_i^2 Fo), \quad (13.27)$$

де A_i - сталі коефіцієнти, що визначаються початковими умовами, а $P_i(x, y, z)$ - власні рішення просторової задачі:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \mu_i^2 P = 0,$$

в якій μ_i - корені характеристичного рівняння цієї задачі; залежність від часу виражена критерієм Фур'є:

$$Fo \equiv \frac{a \cdot \tau}{R_{хар}^2},$$

де $R_{хар}$ - відповідний характерний розмір задачі.

Через те, що із зростанням номера кореня значення самих коренів (μ_i) характеристичного рівняння зростають, то із зростанням узагальненого часу (Fo) всі доданки в сумі (13.27) стають нехтовно малими, у порівнянні з першим доданком. Починаючи з цього моменту

$$\theta(x, y, z, Fo) = A_1 \cdot P_1(x, y, z) \cdot \exp(-m_1 \cdot \tau), \quad (13.28)$$

де величина

$$m_1 \equiv \mu_1^2 \frac{a}{R_{хар}^2}$$

визначає темп нагрівання (охолодження) тіла. Останній параметр характеризує теплову інерційність тіла (яка обернено пропорційна до часу зміни надлишкової температури у $e \approx 2.7$ рази).

Режим, за якого можна залишити у сумі лише один доданок, називається **регулярним режимом**. При ньому (згідно зі співвідношенням (13.28)) всі точки тіла у часі ведуть себе подібно - швидкість зміни логарифма надлишкової температури для всіх точок тіла однакова і дорівнює:

$$m_1 = -\frac{\partial \ln(\theta)}{\partial \tau}.$$

Так, для пластини

$$m_1 \equiv \mu_1^2 \frac{a}{R^2} = \frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot R} .$$

Існують аналогічні формули і для тіл іншої форми. Ці співвідношення дозволяють, наприклад, змірявши величину m_1 , обчислити коефіцієнт теплопровідності, який важко виміряти в інший спосіб.

13.1.5 Нестационарна теплопровідність у напівобмеженому тілі

13.1.5.1 Загальні положення

У даному параграфі ми зупинимося на розгляді задач нестационарної теплопровідності для напівобмеженого тіла.

Напівобмежене тіло - тіло, яке обмежене з однієї сторони площиною, а в інших напрямках має нескінченні розміри.

Зрозуміло, що напівобмежене тіло - це абстрактний об'єкт. Реальне тіло можна розглядати як напівобмежене, коли наявність інших границь тіла не впливає на протікання процесів поблизу даної, розглянутої як площина, границі. Так, при пожежі часто напівобмеженим тілом можна вважати стіни приміщення або стрижні з теплоізолюваною боковою поверхнею. Такий розгляд можна вважати правомірним, доки друга поверхня тіла не починає нагріватися. У практиці, однак, застосовується менш жорсткий критерій. Так, стіну вважають нескінченно товстою, якщо виконується співвідношення:

$$\frac{\delta}{2\sqrt{a\tau}} > 0.6 , \quad (13.29)$$

де δ - товщина стінки, a - коефіцієнт теплопровідності матеріалу стінки, τ - час розгляду процесу теплопровідності.

13.1.5.2 Граничні умови 3-го роду

Як вже відмічалось на початку цієї глави, до задачі з граничними умовами третього роду ми приходимо, коли теплообмін розглянутого тіла з навколишнім середовищем підкоряється закону Ньютона-Рихмана з заданими коефіцієнтом тепловіддачі і температурою середовища.

Розглянемо теплопровідність у тілі, що простирається необмежено в напрямку осі $+0x$ та осей $\pm 0y$ і $\pm 0z$ (у прямокутній системі координат). Це тіло обмежене площиною, яка перпендикулярна до осі $0x$ при $x = 0$ (дивись рисунок 13.10).

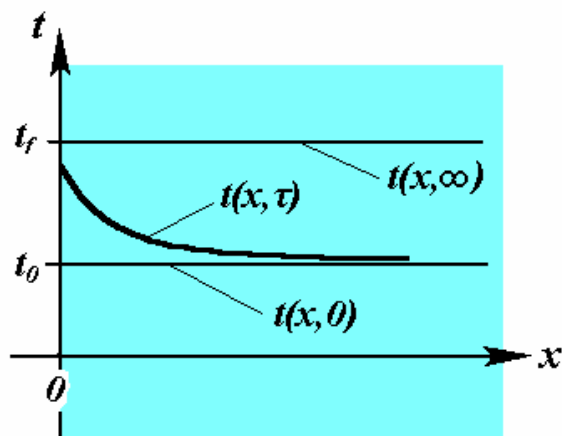


Рисунок 13.10 - Графік просторового розподілу температури у напівобмеженому тілі у фіксований момент часу

Будемо вважати, що спочатку у всіх точках тіло мало однакову температуру t_0 . Починаючи з початкового моменту часу, тіло знаходиться у термічній взаємодії із зовнішнім середовищем, температура якого t_f не змінюється протягом усього процесу. Незмінним також залишається коефіцієнт тепловіддачі α . Якщо коефіцієнт температуропровідності тіла має стале значення a , то розподіл температури $t(x, \tau)$ за напрямком в глибину тіла задовольняє рівнянню:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2},$$

із граничними умовами на границі із середовищем:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot (t_f - t|_{x=0}),$$

і у глибині тіла:

$$t|_{x=\infty} < M = const \quad (\text{тобто температура обмежена}), \quad (13.32)$$

та початковою умовою:

$$t(x, \tau = 0) = t_0 = const,$$

у яких λ – це коефіцієнт теплопровідності матеріалу тіла.

За постійних коефіцієнтів таку задачу можна вирішити методом перетворення Лапласа. Рішення має вид:

$$\frac{t(x, \tau) - t_0}{t_f - t_0} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) - \exp\left[\frac{\alpha \cdot x}{\lambda} + \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 a\tau\right] \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{\alpha}{\lambda}\sqrt{a\tau}\right), \quad (13.31)$$

де $\operatorname{erfc}(A)$ - додаткова функція помилок.

Додаткова функція помилок $\operatorname{erfc}(A)$ простим образом зв'язана з іншою спеціальною функцією $\operatorname{erf}(A)$:

$$\operatorname{erfc}(A) \equiv 1 - \operatorname{erf}(A). \quad (13.32)$$

Остання має назву **Гауссов інтеграл помилок (error function, функція Крампа)**. **Функція помилок**, за визначенням, дорівнює:

$$\operatorname{erf}(A) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^A \exp(-z^2) \cdot dz.$$

Таблиці значень функції Крампа наведені у багатьох посібниках з теплопередачі. Графік функції зображено на рисунку 13.11.

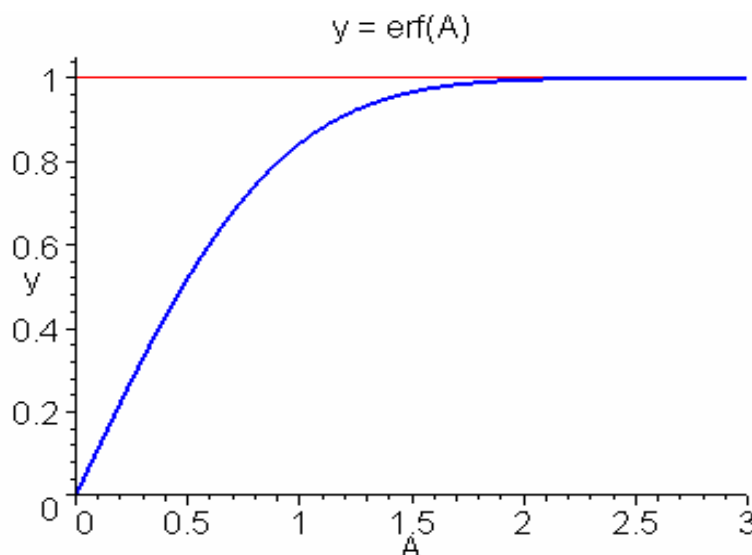


Рисунок 13.11 - Графік Гауссова інтеграла помилок (функції Крампа) $y = \operatorname{erf}(A)$

Як впливає з розрахунків, при $A > 2.7$ функція $\operatorname{erf}(A)$ дорівнює 1 з похибкою менш ніж 0.01% . При розрахунках функції Крампа у цій області значень аргумента A можна скористатися асимптотичною формулою:

$$\operatorname{erf}(A) = 1 - \frac{\exp(-A^2)}{\sqrt{\pi} \cdot A} \left[1 + O\left(\frac{1}{A^2}\right) \right],$$

де виразом $O(Z)$ позначається величина порядку Z .

Якщо ввести *критерії подібності Фур'є і Біо* для точки, що має координату x , відповідно:

$$Fo_x \equiv \frac{a \cdot \tau}{x^2}, \quad Bi_x \equiv \frac{\alpha \cdot x}{\lambda},$$

і відносну надлишкову температуру:

$$\theta \equiv \frac{t(x, \tau) - t_0}{t_f - t_0},$$

то залежність (13.31) можна представити у безрозмірному (критеріальному) виді:

$$\theta = \operatorname{erfc}\left(\frac{l}{2\sqrt{Fo_x}}\right) - \exp(Bi_x + Bi_x^2 \cdot Fo_x) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{l}{2\sqrt{Fo_x}} + Bi_x \sqrt{Fo_x}\right), \quad (13.34)$$

Номограму даної функції у змінних:

$$\frac{l}{2\sqrt{Fo_x}} = \frac{x}{2\sqrt{a \cdot \tau}}, \quad Bi_x \sqrt{Fo_x} = \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{a \cdot \tau}$$

представлено на рисунку 13.12.

Для розрахунку потоку тепла (в разі відомого просторового розподілу температури) використовується загальне співвідношення (рівняння Фур'є):

$$q(x, \tau) = -\lambda \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x}. \quad (13.35)$$

Так, на поверхні розділу, тобто при $x = 0$, формула (13.31) дає залежність:

$$q(0, \tau) = \alpha \cdot (t_f - t_0) \cdot \exp\left[\left(\frac{\alpha}{\lambda}\right)^2 a \tau\right] \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{a \tau}\right). \quad (13.36)$$

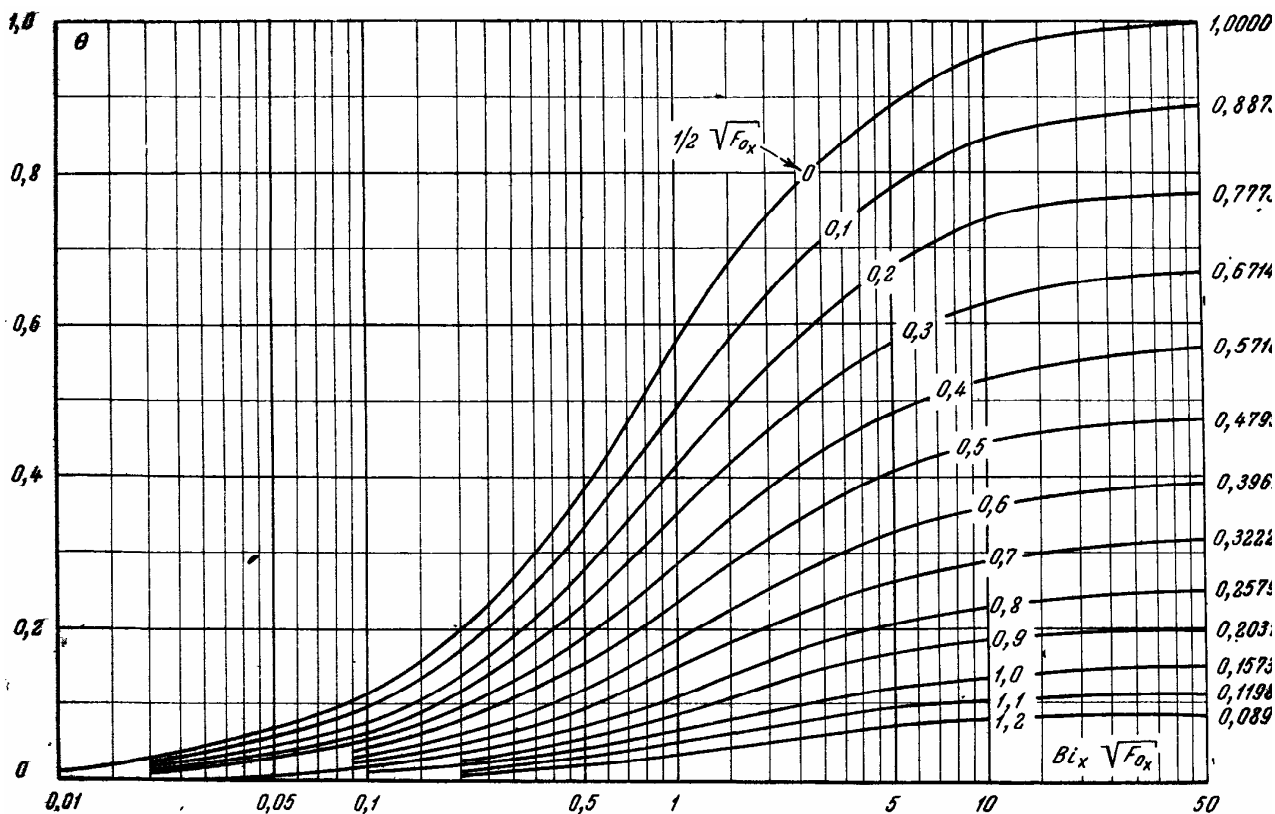


Рисунок 13.12 - Залежність відносної надлишкової температури $\theta \equiv \frac{t(x, \tau) - t_0}{t_f - t_0}$ по-

лу обмеженого тіла від змінних $\frac{l}{2\sqrt{Fo_x}}$ та $Bi_x \sqrt{Fo_x}$

Нагадаємо, що в дійсності коефіцієнти теплопровідності і температуропровідності залежать від температури. Але при розрахунках їх вважають сталими, визначеними за температури:

$$t_{сер} = \frac{t_f + t_0}{2}.$$

Від температури також залежить коефіцієнт тепловіддачі. Так, якщо середовищем, що гріє, є продукти згоряння в умовах пожежі, то коефіцієнт тепловіддачі обчислюють за приблизним емпіричним співвідношенням:

$$\alpha = 11.63 \exp(0.0023 t_f), \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}), \quad (13.37)$$

в яке температура t_f підставляється у градусах Цельсія.

13.1.5.3 Граничні умови 1-го роду

Нагадаємо, що у випадку задач із граничними умовами 1-го роду, задається температура t_w на поверхні тіла. Як вже відмічалось раніше, рішення задачі 1-го роду можна отримати з рішення задачі 3-го роду, якщо спрямувати температуру тіла на границі t_w до температури середовища t_0 . Ця умова автоматично виконується у випадку дуже інтенсивного теплообміну, коли $(\alpha/\lambda) \rightarrow \infty$. Скористаємося цією обставиною для вирішення задачі 1-го роду.

Так, взявши $(\alpha/\lambda) \rightarrow \infty$, використовуючи співвідношення (13.32) - (13.33), із формули (13.31) одержимо температурний розподіл:

$$\frac{t(x, \tau) - t_0}{t_w - t_0} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right), \quad (13.38)$$

а з формули (13.36) – питомий тепловий потік на границі:

$$q(0, \tau) = \sqrt{\frac{\lambda \cdot c_p \cdot \rho}{\pi \cdot \tau}} \cdot (t_w - t_0). \quad (13.39)$$

Формули, які ми отримали, виходять з незалежності коефіцієнтів a та λ від температури. Якщо це не так, то при розрахунках ці коефіцієнти використовують за середньої температури. Нагадаємо, що для задач 1-го роду останню визначають за співвідношенням:

$$t_{\text{сеп}} = \frac{t_w + \frac{t_{x,\tau} + t_0}{2}}{2},$$

де $t_{x,\tau} \equiv t(x, \tau)$ - температура в точці з координатою x через розрахунковий час τ .

У такому разі ми опиняємося в ситуації, коли при пошуку температури повинні використовувати її поки ще невідомі значення. Рішення полягає у застосуванні методу послідовних наближень. Згідно з ним, спочатку у нульовому наближенні ми в якості $t_{x,\tau}$ беремо довільне її значення і, користуючись ним, розраховуємо коефіцієнти a та λ теж у нульовому наближенні. Далі, спираючись на отримані значення коефіцієнтів, розраховуємо величину температури у першому наближенні. Після цього отримані температури приймають в якості вихідних при повторному обчисленні фізичних параметрів a та λ в першому наближенні. Якщо останні відрізняються від взятих у першому наближенні більш ніж на 10%, то розрахунок повторюють.

13.1.5.4 Граничні умови 2-го роду

Нагадаємо, що до граничних задач другого роду відносяться задачі, у яких потік тепла на границі тіла є заданою функцією. Типовим випадком такої ситуації є нагрівання поверхні тіла променистим потоком тепла. Густина останнього (q), як відомо (дивись главу 11), пропорційна різниці четвертих степенів абсолютної температури полум'я (T_ϕ) і абсолютної температури поверхні тіла (T_w), що опромінюється:

$$q \propto (T_\phi^4 - T_w^4).$$

Але через те, що, звичайно, $T_\phi \gg T_w$, то результуючий променистий потік можна розглядати як постійний.

Рівняння нестационарної теплопровідності у випадку задачі 2-го роду відрізняються від вже розглянутих тільки граничними умовами на поверхні теплообміну (у нас при $x = 0$):

$$-\lambda \left. \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = q_w.$$

де q_w - задана густина потоку тепла на границі.

Таким чином, задача 2-го роду у випадку напівобмеженого тіла складається з рівняння (13.30), граничних умов:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{q_w}{\lambda} \quad \text{та} \quad \left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=\infty} = 0$$

і початкової умови:

$$t(x, \tau = 0) = t_0 = \text{const}.$$

Дану задачу легко звести до задачі 1-го роду, вибравши в якості шуканої невідомої величини питомий тепловий потік. Останній, як відомо, пов'язаний із температурою співвідношенням (13.35).

Взявши часткову похідну за просторовою змінною x від рівнянь нестационарної теплопровідності відносно температури, для густини потоку можна одержати наступну задачу:

рівняння

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}; \quad (13.40)$$

граничні умови:

$$q|_{x=0} = q_w \quad \text{та} \quad q|_{x=\infty} = 0;$$

початкова умова:

$$q(x, 0) = 0.$$

Це задача 1-го роду. Її рішення, аналогічно (13.38), має вид:

$$q(x, \tau) = q_w \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right). \quad (13.41)$$

Температурне поле, що відповідає даному розподілу питомого потоку, можна одержати, проінтегрувавши загальне співвідношення (13.35) за координатою x . У випадку, коли температура в глибині тіла (при $x = \infty$) дорівнює t_0 , результат має вид:

$$t(x, \tau) = \frac{I}{\lambda} \int_x^{\infty} q(x', \tau) dx' + t_0.$$

Таке інтегрування функції (13.41) дає температурне поле у випадку задачі 2-го роду:

$$t(x, \tau) = t_0 + 2 \cdot \frac{q_w}{\lambda} \sqrt{a\tau} \cdot \left\{ \frac{I}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)^2\right] - \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right\}. \quad (13.42)$$

Зовнішній вид виразу (13.42) можна дещо спростити, вводячи змінну A :

$$A = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}, \quad (13.43)$$

$$t(x, \tau) = t_0 + 2 \cdot \frac{q_w}{\lambda} \sqrt{a\tau} \cdot \left[\frac{I}{\sqrt{\pi}} \exp(-A^2) - A \cdot \operatorname{erfc}(A) \right].$$

Дане рішення на поверхні теплообміну ($x = 0$) дає формулу:

$$t(0, \tau) = t_0 + 2 \cdot \frac{q_w}{\lambda} \sqrt{\frac{a\tau}{\pi}}.$$

яку легко використовувати для визначення часу розігріву поверхні тіла до критичної температури, наприклад, температури samozapalювання t_{c3} :

$$\tau_{c3} = \frac{\pi \cdot \lambda^2 \cdot (t_{c3} - t_0)^2}{4 \cdot a \cdot q_w^2}.$$

Слід відмітити, що даний метод рішення задач 2-го роду (зведенням її до задачі 1-го роду) можна застосувати і для інших тіл (дивись [11]). Так, у випадку обігріву необмеженої стінки (товщиною $2R$) з двох боків (дивись рисунок 13.3.a) рівняння нестационарної теплопровідності (13.40) доповнюється граничними умовами:

$$q|_{x=\pm R} = \mp q_w$$

і початковими умовами:

$$q(x, 0) = 0.$$

Це задача 1-го роду. Рішення цієї задачі – залежність $q(x, \tau)$ має структуру, подібну до (13.25) (дивись [11]). Для визначення температурного поля необхідно, згідно з (13.35), проінтегрувати цю функцію за x . Результат (у випадку незмінної початкової температури t_0) має вид:

$$t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_w}{\lambda} R \cdot \left[Fo - \frac{R^2 - 3x^2}{6R^2} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{i^2} \cdot \cos\left(i\pi \frac{x}{R}\right) \cdot \exp(-i^2 \pi^2 Fo) \right],$$

де символом Fo позначено критерій Фур'є даної задачі: $Fo \equiv a\tau/R^2$.

13.2 Нестационарна теплопровідність у задачах пожежної безпеки

13.2.1 Застосування аналітичних рішень рівняння теплопровідності у випадку стандартного температурного режиму

Досі ми розглядали тільки ситуації, у яких температура навколишнього середовища з часом не змінювалася. В умовах пожежі, особливо на початковій її стадії, таке наближення далеке від реальності. Тому необхідно розглядати процес за нестационарної температури середовища. Така задача надзвичайно складна. Її рішення удалося одержати А.І.Яковлеву для випадку обігрівання бетонних конструкцій середовищем з температурою, що міняється за стандартним температурним режимом (дивись рисунок 13.13).

Стандартний температурний режим задовільно описує температуру пожежі на початковій стадії її розвитку. Це узгоджений (стандартизований) режим випробування будівельних конструкцій. Для розрахунків же важливо, що при ньому температура газового середовища виражається формулою:

$$t_f = 345 \lg(8\tau + 1), ^\circ\text{C},$$

де час від початку пожежі (τ) треба брати в хвиликах.

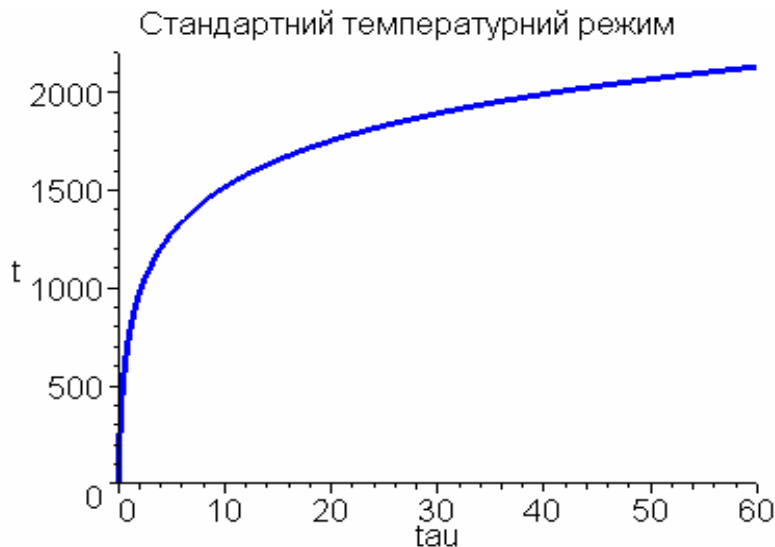


Рисунок 13.13 - Графік стандартного температурного режиму (t – температура, °C; τ – час, хвилин)

13.2.1.1 Напівобмежене тіло

За стандартного температурного режиму однобічного обігріву залізобетонних стін температура конструкції на глибині x в момент часу τ від початку обігріву виражається співвідношенням:

$$t(x, \tau) = 1250 - (1250 - t_0) \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x + k\sqrt{a}}{2\sqrt{a\tau}}\right), \text{ } ^\circ\text{C}, \quad (13.44)$$

в якому поправочний коефіцієнт k , що залежить від густини бетону ρ (кг/м³), розраховується за формулою:

$$k = 0.5 (1 + \rho \cdot 10^{-4}), \text{ год}^{1/2}. \quad (13.45)$$

При цьому якщо густина бетону не відома, то беруть $k = 0.62 \text{ год}^{1/2}$.

Як і при попередніх розглядах, припущення, що стіна веде себе як напівобмежене тіло, накладає додаткову умову на товщину стіни δ і час розгляду процесу τ . Так само, як і у випадку постійної зовнішньої температури (дивись (13.29)), умова формальна зводиться до обмеження на аргумент функції помилок:

$$A = \frac{\delta + k\sqrt{a}}{2\sqrt{a\tau}} > 0.6. \quad (13.46)$$

При використанні формули (13.44), якщо коефіцієнти теплопровідності або температуропровідності матеріалу залежать від температури, при їх розрахунок рекомендується в якості визначаючої брати середню температуру $t_{сер} = 450^{\circ}\text{C}$.

13.2.1.2 Необмежена плита при двосторонньому нагріванні

За стандартного температурного режиму розрахунок температур в плиті (товщиною $2R$), що обігрівается з двох сторін (дивись рисунок 13.3.а), проводиться за формулою (13.25) аналогічної задачі 1-го роду з двома змінами:

1) в якості температури зовнішнього середовища (яка у формулі (13.25) співпадає з температурою поверхні) береться 1250°C ;

2) замість характерної відстані R береться величина $R + k\sqrt{a}$.

У результаті розрахунку формула має вид:

$$t(x, \tau) = 1250 - (1250 - t_0) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \cdot (-1)^{i+1}}{\mu_i} \cos\left(\mu_i \frac{x}{R + k\sqrt{a}}\right) \exp(-\mu_i^2 \cdot Fo), ^{\circ}\text{C}, \quad (13.47)$$

де

$$\mu_i \equiv (2i - 1) \cdot \frac{\pi}{2}, \quad Fo \equiv \frac{a \cdot \tau}{(R + k\sqrt{a})^2} .$$

Дана формула добре (із точністю кілька процентів) узгоджується з практикою при $Fo < 0.32$.

13.2.1.3 Ребро, що обігрівается з трьох сторін

В якості таких ребер можна розглядати, наприклад, ребра залізобетонних балок. Як правило, фахівців цікавить температура арматури. Остання розташована в нижній частині, тому задача зводиться до з'ясування закономірностей прогрівання напівобмеженої пластини (дивись рисунок 13.14).

Підхід до даної задачі цілком аналогічний підходу до розглянутої раніше задачі про нагрівання паралелепіпеда у середовищі з постійною температурою. Задачу про прогрівання напівобмеженої пластини можна розділити на задачу прогріву (в напрямку x) необмеженої пластини і задачу прогріву (в напрямку y) напівпростору. У відповідності до цього температура $t(x, y, \tau)$ в довільній точці поперечного перетину напівобмеженої пластини задовольняє співвідношенню:

$$\frac{1250 - t(x, y, \tau)}{1250 - t_0} = \frac{1250 - t_{nl}(x, \tau)}{1250 - t_0} \cdot \frac{1250 - t_{\infty}(y, \tau)}{1250 - t_0}, \quad (13.48)$$

де $t_{nl}(x, \tau)$ - температура, що мала б місце при двосторонньому нагріванні нескінченної плити товщиною $2R$ (розраховується за формулою (13.47)); $t_{\infty}(y, \tau)$ - температура, котра мала б місце при підведенні тепла з торця плити, що має повну теплоізоляцію бічних напівплощин (розраховується за формулою (13.44) з заміною x на y); t_0 - початкова температура.

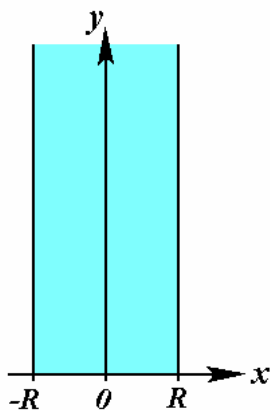


Рисунок 13.14 - Схема поперечного перетину напівобмеженої пластини

13.2.1.4 Колона із суцільним прямокутним перетином

Принцип побудови рішення в цьому випадку (дивись рисунок 13.15) такий само, як в попередній задачі чи в задачі про прогрів паралелепіпеда у середовищі з постійною температурою.

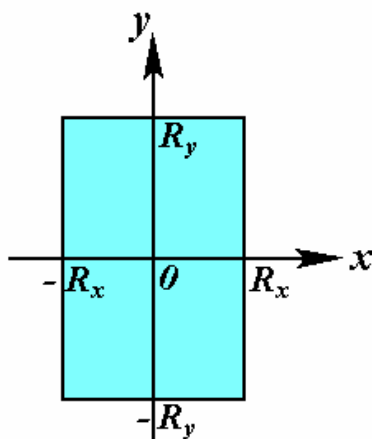


Рисунок 13.15 - Схема поперечного перетину суцільної прямокутної колони

Задачу про прогрівання суцільної колони прямокутного перетину можна звести до задач незалежного прогріву двох необмежених пластин: одної - в напрямку x , другої - в напрямку y . У відповідності до цього температура $t(x, y, \tau)$ в довільній точці поперечного перетину напівобмеженої пластини задовольняє співвідношенню:

$$\frac{1250 - t(x, y, \tau)}{1250 - t_0} = \frac{1250 - t_{nl}(x, \tau)}{1250 - t_0} \cdot \frac{1250 - t_{nl}(y, \tau)}{1250 - t_0}, \quad (13.49)$$

де $t_{nl}(x, \tau)$ - температура, що мала б місце при двосторонньому нагріванні нескінченної плити товщиною $2R_x$ (розраховується за формулою (13.47) із $R = R_x$); $t_{nl}(y, \tau)$ - температура, що мала б місце при двосторонньому нагріванні нескінченної плити товщиною $2R_y$ (розраховується за формулою (13.47) із $R = R_y$ та заміною x на y); t_0 – початкова температура.

13.2.2 Методика рішення задач про нагрівання напівобмеженого тіла стосовно до задач пожежної безпеки

Отримані рішення використовуються для розгляду трьох типів задач пожежної безпеки:

1) визначення температури $t(x, \tau)$ в будівельних конструкціях на глибині x через час τ , з метою порівняння її з припустимими значеннями $t_{кр}$;

2) визначення мінімально необхідної товщини шару x конструкції для забезпечення припустимої температури протягом часу τ , тобто для виконання умови $t(x, \tau) \leq t_{кр}$;

3) визначення межі вогнестійкості конструкції, тобто часу τ , за який конструкція на фіксованій глибині x досягне критичної температури (наприклад, температури втрати міцності арматури).

Будуть розглядатися випадки розігріву за стаціонарних граничних умов (тобто за фіксованої температури поверхні в задачах 1-го або фіксованої температури зовнішнього середовища в задачах 3-го роду) та розігрів в умовах стандартного температурного режиму.

13.2.2.1 Методика визначення температур

У випадку, коли тіло можна розглядати як напівобмежене, порядок рішення задачі про температуру наступний:

1) визначається середня характерна температура $t_{сер}$ (при цьому в задачах 1-го роду доводиться припускати шукане значення $t(x, \tau)$);

2) за середньої температури визначаються необхідні значення фізичних параметрів: теплоємності c_p , густини матеріалу ρ , коефіцієнтів теплопровідності λ і температуропровідності a ; якщо потрібно, обчислюється коефіцієнт тепловіддачі α ;

3) перевіряється виконання умови напівобмеженості тіла, що нагрівається, тобто перевіряють умову (13.29) за сталих граничних температур або умову (13.46) за стандартного температурного режиму; обчислення продовжуються, якщо умова виконується;

4) обчислюється аргумент функції помилок $A = x/(2\sqrt{a\tau})$ за сталих граничних температур або $A = (x + k\sqrt{a})/(2\sqrt{a\tau})$ за стандартного температурного режиму (у задачах 3-го роду аргумент представляють у виді $A = 1/(2\sqrt{Fo_x})$) і додатково розраховують величину $Bi_x\sqrt{Fo_x} = \sqrt{a\tau} \cdot \alpha/\lambda$;

5) за формулами (13.38) (1-ий рід) чи (13.34) (3-ій рід) або за номограмою з рисунку 13.12 (3-ій рід, дивись рисунок 13.16) обчислюється шукана температура за стаціонарних граничних умов; за стандартного температурного режиму температура в плиті розраховується за формулою (13.44);

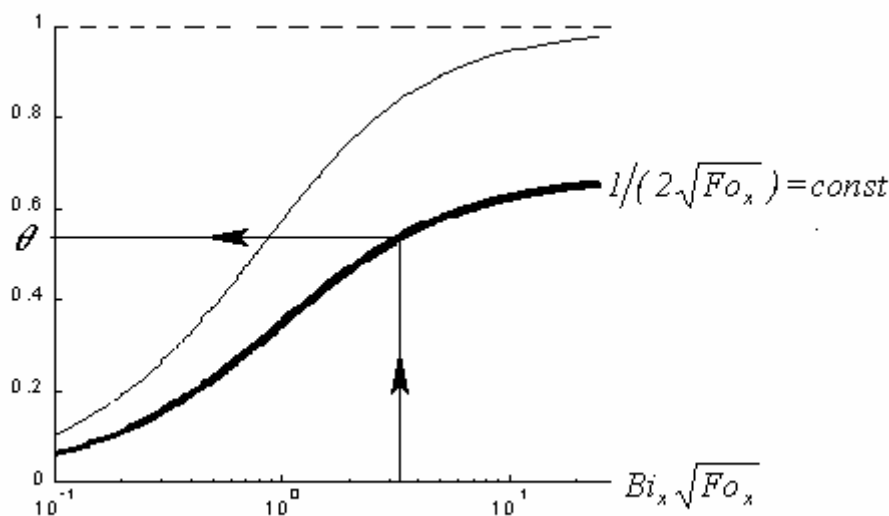


Рисунок 13.16 - Схема застосування діаграми з рисунку 13.12 при визначення поля температур у процесі нагрівання напівобмеженого тіла в задачах 3-го роду

б) якщо середня температура залежить від отриманої (у задачах 1-го роду), обчислюється нове значення середньої температури; далі при цьому новому значенні визначаються нові значення фізичних параметрів; якщо нові і старі значення фізичних параметрів відрізняються менше чим на 10 %, то обчислення припиняються, у противному випадку вони продовжуються з 3-го пункту.

13.2.2.2 Методика визначення відстаней

При рішенні задачі про відстань x (товщині шару плити) порядок розрахунку наступний:

- 1) визначається середня характерна температура $t_{сep}$;
- 2) за середньої температури визначаються необхідні значення фізичних параметрів: теплоємності c_p , густини матеріалу ρ , коефіцієнтів теплопровідності λ і температуропровідності a ; якщо потрібно, обчислюється коефіцієнт тепловіддачі α ;

3) перевіряється виконання умови напівобмеженості тіла, що нагрівається, тобто перевіряють умову (13.29) за сталих граничних температур або умову (13.46) за стандартного температурного режиму; обчислення продовжуються, якщо умова виконується;

4) за відомою температурою і видом розрахункового рівняння для визначення температури (тобто за формулою (13.38) (1-й рід, стаціонарні умови) чи (13.44) (стандартний температурний режим) або за номограмою на рисунку 13.12 із попереднім розрахунком величини $Bi_x \sqrt{Fo_x} = \sqrt{a\tau} \cdot \alpha/\lambda$ (3-й рід, стаціонарні умови, дивись схему на рисунку 13.17) знаходиться величина аргументу функції помилок A (у задачах 3-го роду $A = 1/(2\sqrt{Fo_x})$);

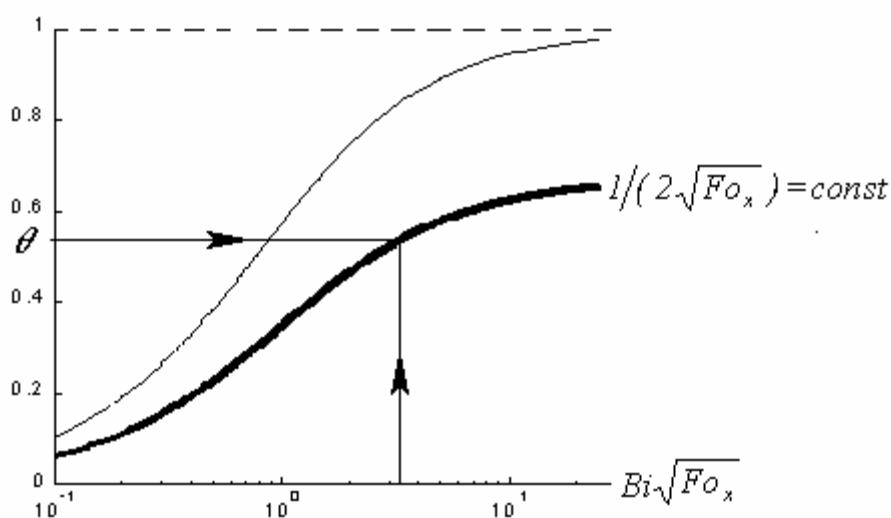


Рисунок 13.17 - Схема застосування діаграми з рисунку 13.12 при визначенні глибини прогріву у процесі нагрівання напівобмеженого тіла в задачах 3-го роду

5) знаючи аргумент функції помилок і час, обчислюють шукану відстань:
- за стаціонарного нагрівання:

$$x = 2A\sqrt{a\tau}; \quad (13.50)$$

- за стандартного температурного режиму:

$$x = 2A\sqrt{a\tau} - k\sqrt{a}, \quad (13.51)$$

де множник k розраховується за формулою (13.45).

13.2.2.3 Методика розрахунку межі вогнестійкості

При рішенні задачі про межу вогнестійкості (тобто час нагрівання до критичної температури) порядок розрахунку наступний:

- 1) визначається середня характерна температура $t_{сер}$;
- 2) за середньої температури визначаються необхідні значення фізичних параметрів: теплоємності c_p , густини матеріалу ρ , коефіцієнтів теплопровідності λ і температуропровідності a ; якщо потрібно, обчислюється коефіцієнт тепловіддачі α ;

Далі методика розрахунків розбивається на два варіанти:

- перший – для випадку фіксованої температури поверхні плити (1-ий рід) або для стандартного температурного режиму;
- другий – для випадку фіксованої температури середовища (3-ій рід).

Спочатку розглянемо перший варіант.

- 3) за відомим критичним значенням температури $t_{кр}$, виходячи з виду розрахункового рівняння для визначення температури (тобто з формули (13.38) (1-й рід, стаціонарні умови) чи (13.44) (стандартний температурний режим), знаходиться величина аргументу функції помилок A ;

- 4) знаючи аргумент функції помилок і відстань x , обчислюють шуканий час:

- за стаціонарного обігріву:

$$\tau = \frac{x^2}{4A^2 a}; \quad (13.52)$$

- за стандартного температурного режиму:

$$\tau = \frac{(x + k\sqrt{a})^2}{4A^2 a}. \quad (13.53)$$

У другому випадку (тобто у разі задачі 3-го роду і фіксованої температури середовища) при розрахунках доводиться використовувати методи наближень. Подальшу методику викладено на прикладі методу лінійної інтерполяції. Перші два пункти залишаються тими самими, а далі:

- 3) задаються два значення часу – τ_1 і τ_2 , спираючись на які розраховуються чотири величини - $1/(2\sqrt{Fo_{x1}}) = x/(2\sqrt{a\tau_1})$, $Bi_{x1}\sqrt{Fo_{x1}} = \sqrt{a\tau_1} \cdot \alpha/\lambda$, $1/(2\sqrt{Fo_{x2}}) = x/(2\sqrt{a\tau_2})$, $Bi_{x2}\sqrt{Fo_{x2}} = \sqrt{a\tau_2} \cdot \alpha/\lambda$;

- 4) за розрахунковим рівнянням (13.34) або номограмою на рисунку 13.12 (дивись схему на рисунку 13.18) визначаються відносні надлишкові температури θ_1 і θ_2 , відповідно;

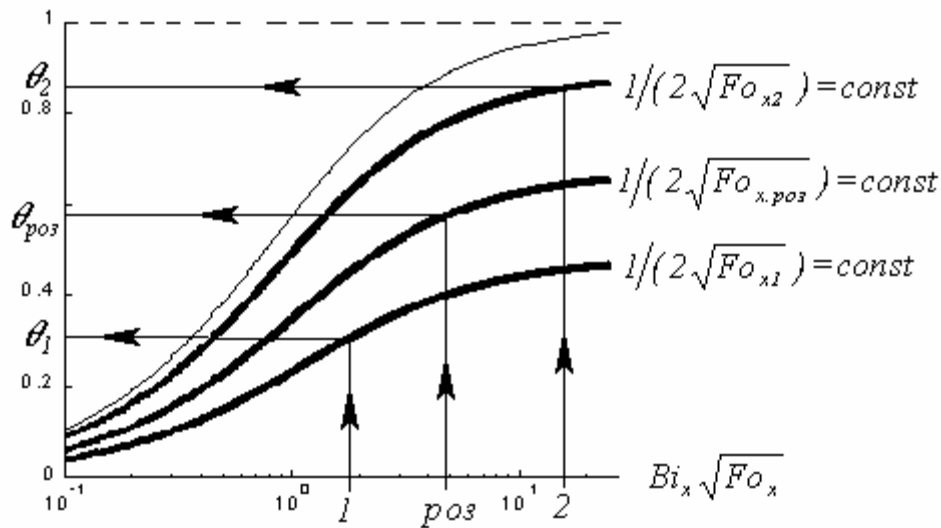


Рисунок 13.18 - Схема застосування діаграми з рисунку 13.12 при визначенні часу прогрівання напівобмеженого тіла в задачах 3-го роду

5) розраховується критичне значення відносної надлишкової температури:

$$\theta_{кр} \equiv \frac{t_{кр} - t_0}{t_f - t_0};$$

б) далі за формулою лінійної інтерполяції знаходиться розрахунковий час:

$$\tau_{роз} = \tau_1 + (\theta_{кр} - \theta_1) \cdot \frac{\tau_2 - \tau_1}{\theta_2 - \theta_1}.$$

7) спираючись на отримане значення $\tau = \tau_{роз}$, розраховують два параметри ($1/(2\sqrt{Fo_{x.роз}}) = x/(2\sqrt{a\tau_{роз}})$ та $Bi_{x.роз}\sqrt{Fo_{x.роз}} = \sqrt{a\tau_{роз}} \cdot \alpha/\lambda$) і на їх основі за допомогою рівняння (13.34) або за номограмою на рисунку 13.12 (дивись схему на рисунку 13.18) визначають розрахункову надлишкову температуру $\theta_{роз}$; порівнюють $\theta_{кр}$ і $\theta_{роз}$, і якщо відносна різниця їх менша ніж 10%, припиняють розрахунки; у протилежному випадку, помінявши на $\tau_{роз}$ значення найбільш віддаленого (від $\tau_{роз}$) з часів τ_1 , τ_2 , повторюють розрахунки, починаючи з пункту 3.

Обидві методики повинні завершуватися перевіркою виконання умови напівобмеженості тіла, що нагрівається, тобто перевіркою співвідношення (13.29) за сталих граничних умов або формули (13.46) за стандартного темпе-

ратурного режиму. Обчислення часу за цими формулами має сенс, якщо умова виконується.

13.2.3 Особливості розрахунків прогріву конструкцій в умовах пожежі

Для з'ясування динаміки прогріву конструкцій в умовах пожежі необхідно (при зведенні питання до задачі 3-го роду), крім температурного режиму середовища, знати ще поведінку коефіцієнта тепловіддачі α між середовищем і поверхнею конструкцій. У таких випадках часто використовують емпіричні залежності.

Так, при нагріванні стін гарячими газами коефіцієнт тепловіддачі α можна визначити за формулою (13.37). Якщо, навпаки, гарячу стінку охолоджує повітря, то, в залежності від величини різниці між температурою поверхні стіни t_w та температурою повітря t_n , змінюється вид зв'язку коефіцієнта α із температурою. Приблизні формули мають вид:

$$(t_w - t_n) < 60^{\circ}\text{C} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 4.07 \cdot (t_w - t_n)^{0.33}, \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}),$$

$$(t_w - t_n) > 60^{\circ}\text{C} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 11.63 \exp(0.0023 t_w), \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}).$$

Інколи зручніше працювати з граничними умовами 1-го роду. Перехід до граничної умови 1-го роду означає, що для кожного моменту часу необхідно знати температуру t_w на поверхні стіни.

Температура на поверхні будівельних конструкцій в умовах пожежі може бути пов'язана із температурою t_f формулою:

$$\frac{t_f - t_w}{t_f - t_0} = \left[1 + 0.1 \cdot (Bi \cdot \sqrt{Fo})^3 \right] \cdot \exp(-Bi \cdot \sqrt{Fo}),$$

де t_0 – початкова температура конструкцій, Bi та Fo – відповідно, критерії Біо та Фур'є ($Bi \cdot \sqrt{Fo} = \sqrt{a\tau} \cdot \alpha/\lambda$).

Якщо теплофізичні властивості матеріалу будівельних конструкцій близькі до теплофізичних властивостей цегли, то температуру на їхній поверхні можна визначати, користуючись формулою:

$$t_w = t_0 + 0.2 (t_f - t_0) + 0.00065 (t_f - t_0)^2.$$

13.3 Приблизні методи рішення задач нестационарної теплопровідності

У попередньому матеріалі розглядалася нестационарна теплопровідність у прикладанні до задач пожежної безпеки. В основному ми цікавилися розігрівом будівельних конструкцій або обладнання в умовах пожежі. Безумовно, ці задачі мають пряме відношення до пожежної профілактики в будівництві та в технологічних процесах.

В ході пошуку рішень, як правило, припускалися: 1) проста форма конструкцій, що розігріваються; 2) стаціонарні граничні умови. Остання вимога означає сталість на границі тіла (в залежності від виду граничних умов) або температури, або потоку тепла, або температури середовища, яке контактує із тілом. Такі припущення інколи дозволяють отримати аналітичне рішення.

В реальності через те, що пожежа являє собою динамічну систему (тобто об'єкт, що змінюється у часі), стаціонарність граничних умов не виконується. Тому виникає необхідність розв'язання задач за нестационарних граничних умов. Але за нестационарних граничних умов або в тілах складної форми математичні труднощі аналітичного рішення стають непереборними. В таких випадках необхідно застосовувати приблизні методи рішення. Зараз, у зв'язку з розвитком ЕОМ, широке розповсюдження в практиці інженерних розрахунків набули числові методи розв'язання таких задач. Основні складові цих методів будуть показані далі.

13.3.1 Числові методи рішення задач нестационарної теплопровідності

Для числового рішення задач теплопровідності широко застосовується метод кінцевих різниць (метод сіток). Його основна ідея полягає в тому, що можна рішення неперервної задачі, яке зв'язує поміж собою температуру тіла в нескінченній множині точок у будь-який момент часу, замінити на відшукування температури у кінцевому числі точок простору у кінцеве число моментів часу.

Розглянемо реалізацію методу сіток на прикладі одновимірної задачі про нагрівання плоскої стінки товщиною δ протягом часу Γ за граничних умов 3-го та 1-го роду. Вихідна задача полягає у відшуванні функції $t(x, \tau)$, що задовольняє в області визначення $0 < x < \delta$ та $0 < \tau < \Gamma$ рівнянню (13.30):

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \quad (13.54)$$

з початковою умовою:

$$t(x, 0) = t_0(x) \quad (13.55)$$

(де $t_0(x)$ – заданий початковий розподіл температури), і з граничними умовами 3-го роду (при $x = 0$) і 1-го роду (при $x = \delta$):

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{\alpha}{\lambda} (t_f - t|_{x=0}), \quad t(\delta, \tau) = t_w(\tau), \quad (13.56)$$

Тут $t_f(\tau)$, α та λ – задані температура середовища, коефіцієнти тепловіддачі та теплопровідності з боку поверхні з $x = 0$, $t_w(\tau)$ – задана температура на поверхні з $x = \delta$.

Розіб'ємо стінку на цілу кількість шарів шириною Δx , а час на цілу кількість інтервалів тривалістю $\Delta \tau$. Пронумеруємо точки ділення осі x цілим параметром $i = 0, 1, 2, \dots, n-1, n$. Координати цих точок визначаються за формулою $x_i \equiv i \Delta x$. Аналогічно пронумеруємо точки ділення часового інтервалу цілим параметром $k = 0, 1, 2, \dots, m-1, m$. Моменти часу, що відповідають цим точкам, обчислюються за формулою $\tau_k \equiv k \Delta \tau$. Відмітимо, що ширини інтервалів та кількість ділянок розбиття пов'язані співвідношеннями:

$$\Delta x = \frac{\delta}{n}; \quad \Delta \tau = \frac{T}{m}. \quad (13.57)$$

Таким чином, ми замінили неперервний прямокутник області визначення поля температур сіткою точок (дивись рисунок 13.19).

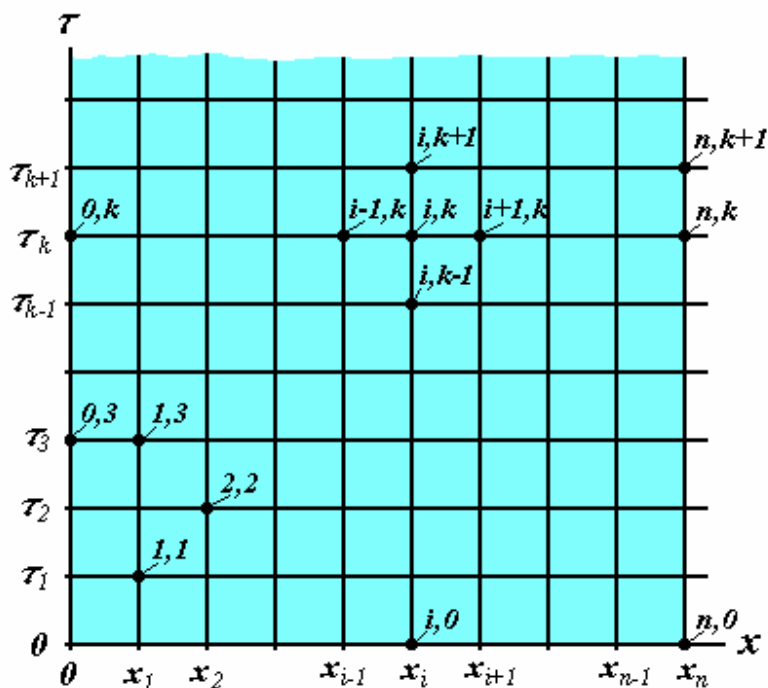


Рисунок 13.19 - Просторово-часова сітка з кроками Δx в напрямку осі x та $\Delta \tau$ в напрямку часової осі ($x_i \equiv i \Delta x$, де $i = 0, 1, 2, \dots, n-1, n$, $\tau_k \equiv k \Delta \tau$, де $k = 0, 1, 2, \dots$)

Будемо перш за все цікавитися не всім полем температур $t(x, \tau)$, а кінцевою множиною значень температури у вузлах сітки. Приклад такої сітки зображено на рисунку 13.20.

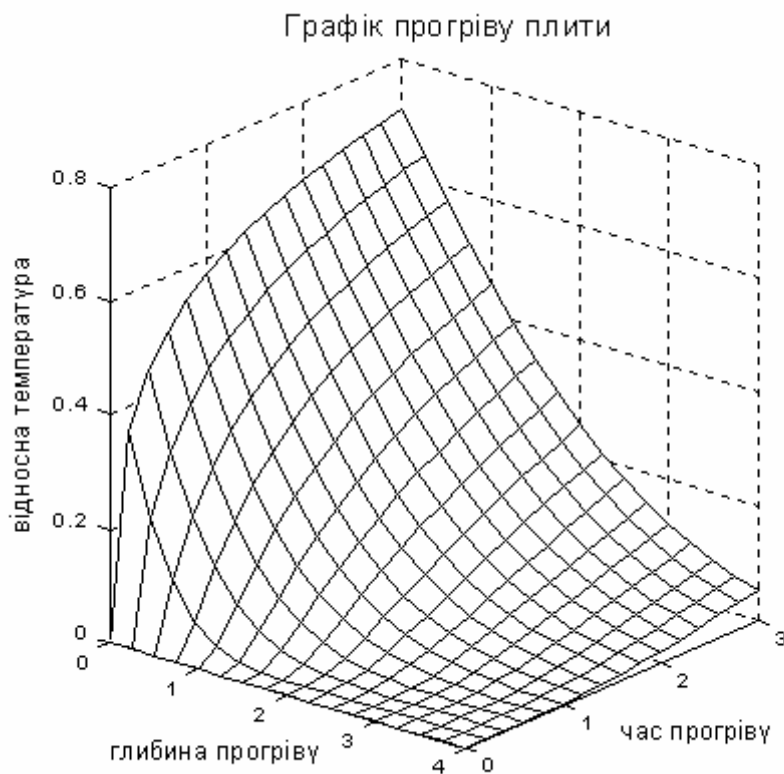


Рисунок 13.20 - Графік прогріву плити (товщиною $\delta = 4$ одиниці відстані) протягом часу ($\Gamma = 3$ одиниці часу)

Область визначення покрита сіткою (що за товщиною плити має $n = 17$ ліній, які йдуть з інтервалом $\Delta x = 0.25$; по часу розгляду – $m = 16$ ліній, які йдуть з інтервалом $\Delta \tau = 0.20$).

Для скорочень записів введемо окремі позначки значень температур у точках сітки:

$$t_{i,k} \equiv t(x_i, \tau_k) \quad (13.58)$$

- температура в точці x_i в момент часу τ_k .

Для визначення множини сіткових значень температури треба з'ясувати, якому рівнянню вони задовольняють. Зрозуміло, що це повинен бути якийсь дискретний аналог нестационарного рівняння теплопровідності (13.54). Отримаємо його.

Першу часткову похідну від температури за часом можна представити у вигляді кінцевих різниць:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial \tau} \right|_{i,k} \approx \frac{t_{i,k+1} - t_{i,k}}{\Delta \tau}, \quad (13.59)$$

де пара індексів i, k означає, що відповідна величина береться при $x = x_i$ і $\tau = \tau_k$.

Перша часткова похідна від температури за просторовою координатою виражається аналогічно:

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{i,k} \approx \frac{t_{i,k} - t_{i-1,k}}{\Delta x}, \quad \left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{i+1,k} \approx \frac{t_{i+1,k} - t_{i,k}}{\Delta x}. \quad (13.60)$$

Друга похідна за визначенням є першою похідною від першої похідної. Через це її запис у кінцевих різницях має вид:

$$\left. \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right|_{i,k} \approx \frac{1}{\Delta x} \cdot \left(\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{i+1,k} - \left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{i,k} \right) \approx \frac{t_{i+1,k} - 2 \cdot t_{i,k} + t_{i-1,k}}{(\Delta x)^2}. \quad (13.61)$$

Підставляючи одержані формули (13.59), (13.61) у рівняння нестационарної теплопровідності (13.54), отримаємо алгебраїчне рівняння:

$$t_{i,k+1} = Fo_{\Delta} \cdot \left[t_{i+1,k} + t_{i-1,k} + \left(\frac{1}{Fo_{\Delta}} - 2 \right) \cdot t_{i,k} \right], \quad (13.62)$$

в якому в якості параметра виступає критерій Фур'є:

$$Fo_{\Delta} \equiv \frac{a \cdot \Delta \tau}{(\Delta x)^2}. \quad (13.63)$$

Співвідношення (13.62) називається **сітковим рівнянням** або **різницевою схемою**. Це так звана явна різницева схема. За її допомогою можна відносно просто обчислити значення температури $t_{i,k+1}$ в усіх точках x_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n-1$) у момент часу $\tau_{k+1} = (k+1) \Delta \tau$, якщо відомі значення температур $t_{i,k}$ в усіх точках x_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$) у момент часу $\tau_k = k \Delta \tau$, що передує даному. Таким чином, задавши значення температури $t_{i,0}$ у всіх точках x_i у початковий момент $\tau_0 = 0$, можна, послідовно використовуючи формулу (13.62), розраховувати температури $t_{i,k}$ у всі наступні моменти часу: спочатку $t_{i,1}$, далі $t_{i,2}$, далі $t_{i,3}$ і так далі.

Дослідження показують, що розглянута обчислювальна схема стійка, тобто точність розрахунків поля температури підвищується із зменшенням величин Δx та $\Delta \tau$, якщо виконується умова:

$$Fo_{\Delta} \leq \frac{1}{2}.$$

Рівняння (13.62) значно спрощується, якщо використовувати кроки Δx та $\Delta \tau$, для яких виконується співвідношення:

$$Fo_{\Delta} = \frac{1}{2}. \quad (13.64)$$

В цьому випадку сіткове рівняння приймає вид:

$$t_{i,k+1} = \frac{t_{i+1,k} + t_{i-1,k}}{2}. \quad (13.65)$$

На останній формулі базується графічний метод розв'язання задач теплопровідності, який досить часто використовується в інженерній практиці. До розгляду основних положень цього методу ми і приступимо.

13.3.2 Основні елементи графічного методу рішення задачі про нестационарну теплопровідність плоскої стінки

13.3.2.1 Графічне визначення температур у внутрішніх областях

З останньої формули випливає, що при виконанні умови (13.64) температура $t_{i,k+1}$ (тобто температура в точці x_i в момент часу τ_{k+1}) дорівнює середньому арифметичному від значення температур в сусідніх точках x_{i-1} та x_{i+1} у попередній момент часу τ_k . Отже точка, що відповідає температурі $t_{i,k+1}$ на графіку залежності температури від координати, знаходиться на перетині відрізка, який з'єднує точки $t_{i-1,k}$ та $t_{i+1,k}$, з вертикаллю $x = x_i$ (дивися рисунок 13.21, на якому зображено два приклади побудови таких точок при: 1) $i=1$ і $k=1$; 2) $i=2$ і $k=3$).

Таким чином, якщо на графіку залежності температури від просторової координати будуть відомі точки температур $t_{i,k}$ при усіх значеннях x_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$) в якійсь моменту часу $\tau_k = k \Delta \tau$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$), то ми зможемо побудувати точки температури $t_{i,k+1}$ в усіх внутрішніх точках плити x_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n-1$) для наступного моменту часу $\tau_{k+1} = (k+1) \Delta \tau$. Для цього треба, перебираючи всі відрізки з кінцями $t_{i-1,k}$ та $t_{i+1,k}$, відмічати перетини таких відрізків із вертикалями $x = x_i$. Отримані точки, згідно із співвідношенням (13.65), відповідають температурам $t_{i,k+1}$.

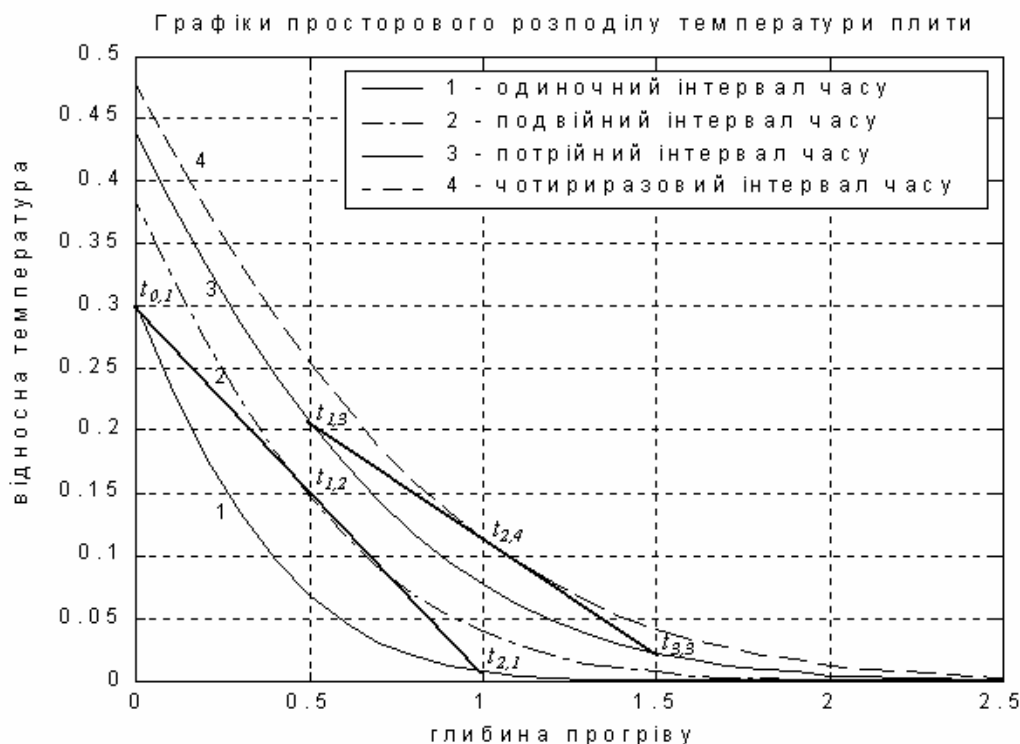


Рисунок 13.21 - Графік просторового розподілу температури плити

Плита поділена на смуги шириною $\Delta x = 0.5$. Увігнуті лінії відповідають дійсному розподілу температур у моменти часу $\tau_k = k \Delta \tau$, де $k = 1, 2, 3, 4$. Часовий інтервал $\Delta \tau$ вибрано так, щоб виконувалося співвідношення (13.64). Позначки температур $t_{i,k}$ зроблено за правилом (13.58). Незавжди помітити, що з досить високою точністю, як показують проведені відрізки, виконується співвідношення (13.65).

Базуючись на останній процедурі, можна, задавши значення температури $t_{i,0}$ у всіх точках x_i у початковий момент часу $\tau_0 = 0$, послідовно побудувати температури $t_{i,k}$ у всі наступні моменти: спочатку - всі $t_{i,1}$, далі (базуючись на $t_{i,1}$) - всі $t_{i,2}$, далі (базуючись на $t_{i,1}$) - всі $t_{i,3}$ і таке інше (дивись рисунок 13.22).

13.3.2.2 Визначення температур на границях

Формулу (13.65) неможливо навіть формально використати при пошуках значень температур на границях плити (при $i = 0$ та $i = n$). В цих перетинах температуру знаходять, спираючись на граничні умови. Відповідні побудови залежать від того, в яких точках просторового розділу плити (на границях шарів, тобто при $x = x_i$, або в їх серединях, тобто при $x = x_i \pm \Delta x/2$) визначаються температури. Ми і далі будемо дотримуватися дещо менш точного варіанту, який в якості базових бере значення температур при $x = x_i$.

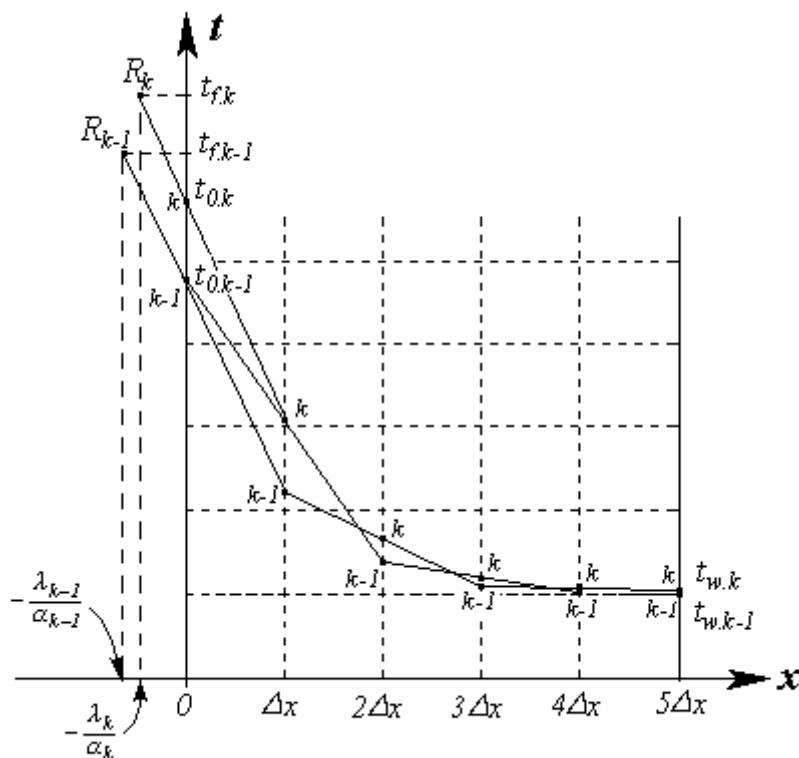


Рисунок 13.22 - Схема побудови сіткових значень температур $t_{i,k}$ (в момент часу $\tau_k = k \Delta\tau$, $k = 1, 2, \dots$), базуючись на значеннях температур $t_{i,k-1}$ (в момент часу $\tau_{k-1} = (k-1) \Delta\tau$). З лівого боку плити припускаються граничні умови 3-го роду (температура середовища змінюється за законом $t_f(\tau)$, використовуються позначки $t_{f,k} \equiv t_f(\tau_k)$; індекс k (або $k-1$) вказує на те, що коефіцієнт теплопровідності λ_k (λ_{k-1}) визначається при температурі $t_{0,k}$ ($t_{0,k-1}$), а коефіцієнт тепловіддачі α_k (α_{k-1}) – при температурі $t_{f,k}$ ($t_{f,k-1}$). З правого боку плити припускаються граничні умови 1-го роду (температура правої поверхні змінюється за законом $t_w(\tau)$, використовуються позначки $t_{w,k} \equiv t_w(\tau_k)$). Плита розділена на 5 прошарків товщиною Δx . Просторовий інтервал Δx зв'язаний із часовим інтервалом $\Delta\tau$ співвідношенням (13.64).

Визначення температур за граничних умов 1-го роду

За таких умов найбільш просто визначати сіткові температури на границі за граничних умов 1-го роду. Це просто значення відомої функції у сіткові моменти часу τ_k . Так, якщо значення температури на граничній поверхні задається функцією $t_w(\tau)$ (дивись праву поверхню плити ($n = 5$) на рисунку (13.21)), сіткові її величини дорівнюють:

$$t_{n,k} = t_{w,k} \equiv t_w(\tau_k).$$

Визначення температур за граничних умов 3-го роду

Визначення температури на поверхні плоскої стінки за граничних умов 3-го роду ми проілюструємо за допомогою графічного методу.

Нехай температура середовища з одного боку стінки змінюється за відомим законом $t_f = t_f(\tau)$, а коефіцієнт тепловіддачі α є відомою величиною. Розглянемо графік залежності температури тіла від просторової координати $t(x)$, вісь Ox якої спрямовано перпендикулярно до поверхні тіла (дивись рисунок 13.23).

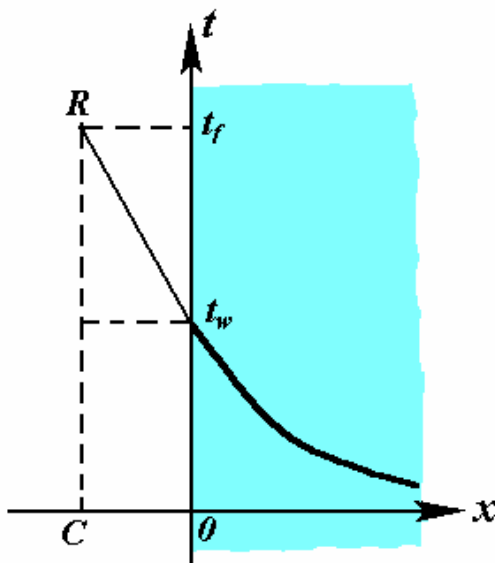


Рисунок 13.23 - Графік залежності температури від просторової координати
Область тіла зафарбована.

Проведемо дотичну в точці $(0, t_w)$ до графіка залежності $t(x)$. Позначимо символом R точку перетинання цієї дотичної з горизонтальною прямою $t = t_f$. Ортогональною проекцією точки R на вісь Ox є точка C . З'ясуємо, чому дорівнює відстань CO .

Згадаємо, що похідна від функції чисельно співпадає з тангенсом кута нахилу дотичної до графіка функції. Таким чином,

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{t_f - t_w}{OC}.$$

З іншого боку, згідно з граничною умовою (13.56):

$$\left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{\alpha}{\lambda}(t_f - t_w). \quad (13.66)$$

У результаті отримуємо, що

$$OC = \frac{\lambda}{\alpha}.$$

Таким чином, x -координата точки R (точніше кажучи, відстань OC від точки R до поверхні теплообміну) залежить лише від відношення коефіцієнта теплопровідності до коефіцієнта тепловіддачі і не залежить від інших факторів.

Якщо величина OC стала, то за сталої температури середовища t_f положення точки R залишається незмінним. Ілюстрацію цього твердження можна побачити на рисунку (13.3.б), де продовження просторових розподілів температури у різні фіксовані моменти часу сходяться в одній точці.

Можливість розрахунку координат точки R дозволяє графічно знаходити температуру поверхні тіла. Для цього на графіку залежності температури від просторової змінної спочатку будується точка R , а потім лінія, що з'єднує R з точкою температури у передостанньому шарі. Точка перетину останньої лінії із вертикаллю поверхні плити задає температуру цієї поверхні.

Приклад таких побудов зображено на рисунку 13.22, на якому в момент часу τ_k (або τ_{k-1}) знайдено температуру лівої поверхні плити $t_{0,k}$ ($t_{0,k-1}$). При цьому спочатку була побудована точка R_k (R_{k-1}) за межами плити (ця точка відповідає температурі $t_{f,k}$ ($t_{f,k-1}$) і знаходиться на відстані λ_k/α_k ($\lambda_{k-1}/\alpha_{k-1}$) від поверхні плити). Для відшукання температури поверхні $t_{0,k}$ ($t_{0,k-1}$) точка R_k (R_{k-1}) з'єднувалася з точкою $t_{1,k}$ ($t_{1,k-1}$) передповерхневого шару.

Для розрахунку сіткового значення граничної температури використовують граничні умови (13.66). Наближаючи просторову похідну кінцевою різницею (13.60), цим умовам можна надати виду:

$$\frac{t_{1,k} - t_{0,k}}{\Delta x} = \frac{\alpha_k}{\lambda_k} (t_{0,k} - t_{f,k}),$$

де $\lambda_k \equiv \lambda(t_{0,k})$ та $\alpha_k \equiv \alpha(t_{f,k})$ – відповідно коефіцієнт теплопровідності стінки за температури $t_{0,k}$ та коефіцієнт тепловіддачі середовища за температури $t_{f,k}$, тобто у момент часу τ_k .

Останнє рівняння дозволяє розрахувати температуру поверхні:

$$t_{0,k} = \frac{\Delta x \cdot t_{f,k} + \frac{\lambda_k}{\alpha_k} \cdot t_{1,k}}{\Delta x + \frac{\lambda_k}{\alpha_k}}, \quad (13.67)$$

що дає змогу зводити задачі 3-го до задач 1-го роду.

Глава 14. ТЕПЛООБМІННІ АПАРАТИ

Теплообмінним апаратом (або *теплообмінником*) називається прилад для передачі тепла від одного теплоносія до іншого.

Середовище з більш високою температурою на вході до апарата називається *первинним* або *гарячим теплоносієм*, відповідно, середовище з більш низькою температурою на вході до апарата має назву *вторинного* або *холодного теплоносія*.

До теплообмінних апаратів відносяться парові котли, паропідігрівники, конденсатори теплових електростанцій (ТЕС), сушилки різних типів, випарні установки, апарати хімічної промисловості і так далі. Ці установки широко використовують в різноманітних технологічних процесах.

При порушенні номінальних режимів роботи в багатьох теплообмінних апаратах можуть утворюватися умови, які сприяють виникненню пожежо- та вибухонебезпечної ситуації. Наприклад, при роботі паропідігрівника на сучасних ТЕС значення температури пари досягають 530°C і можуть піднятися до небезпечних у пожежному відношенні значень, що може привести до займання матеріалів та речовин, які знаходяться біля апарату; або в хімічній промисловості в якості теплоносіїв використовують органічні рідини, що здатні самоспалахувати при контакті з повітрям, який трапляється при розгерметизації.

14.1 Класифікація теплообмінників

За принципом дії всі теплообмінні апарати поділяються на поверхневі та змішувальні. Окреме місце займають теплообмінники з внутрішніми джерелами тепла.

До *поверхневих теплообмінників* відносяться рекуператори та регенератори, в яких тепло від первинного до вторинного теплоносія передається із використанням поверхні теплообміну.

В *рекуператорах* (*рекуперативних теплообмінних апаратах*) тепло передається від гарячого до холодного теплоносія крізь тверду стінку (поверхню теплообміну). До них відносяться, наприклад, пароперегрівачі, парогенератори, конденсатори, дистилятори, батареї центрального опалення та інші.

В рекуперативних теплообмінниках у робочих режимах відбувається стаціонарний теплообмін.

В *регенераторах* (*регенеративних теплообмінних апаратах*) одна й та ж сама поверхня через певні інтервали часу омивається то гарячим, то холодним теплоносієм. Такими є, наприклад, регенератори мартенівських та доменних печей.

В регенераторі мають місце нестационарні процеси теплопереносу – при нагріванні тепло акумулюється спеціальною насадкою, а потім віддається холодному теплоносію.

У *змішувальних теплообмінних апаратах* теплообмін відбувається при безпосередньому змішуванні гарячих та холодних рідин. Це, наприклад, скрубери, градирні ТЕС, де вода охолоджується повітрям, бойлери, в яких підігрів води здійснюється паром, та інші.

В *теплообмінниках з внутрішніми джерелами тепла* підігрів теплоносія здійснюють спеціальні нагрівачі, наприклад, ядерні реактори, електронагрівачі.

14.2 Рекуперативні теплообмінні апарати

Найбільш широке розповсюдження у техніці отримали рекуперативні теплообмінні апарати. Існують рекуператори з різноманітними схемами руху теплоносіїв.

14.2.1 Схеми руху теплоносіїв

Найпростішими схемами руху теплоносіїв є *прямоплив*, коли теплоносії рухаються паралельно в одному напрямку, і *протиплив*, у якому теплоносії рухаються в протилежному напрямку (дивись рисунок 14.1).

На практиці найчастіше зустрічаються більш складні схеми руху рідини, які включають до себе одразу декілька простих схем (рисунок 14.1), таких як перехресний, паралельно-протилежний, багаторазово-перехресний рух теплоносіїв.

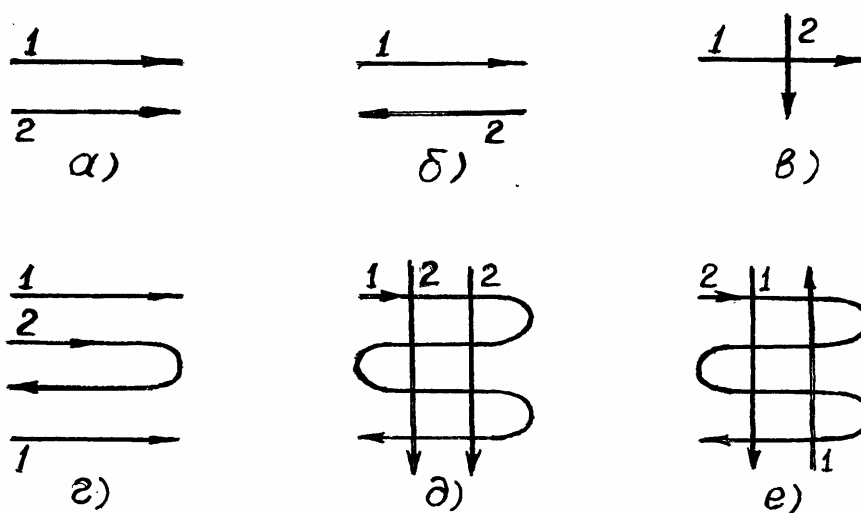


Рисунок 14.1 - Схеми руху теплоносіїв:

а) прямоплив; б) протиплив; в) перехресний рух теплоносіїв; г) паралельно-протилежний рух теплоносіїв; д), е) – багаторазовий перехресний рух теплоносіїв; 1 – гарячий теплоносій; 2 – холодний теплоносій.

Розглянемо прості схеми руху теплоносіїв – прямоплив та протиплив.

14.2.2 Основні поняття та визначення

Розглянемо найпростішу схему рекуператора типу “труба в трубі” для прямопливу та протипливу (дивись рисунок 14.2).

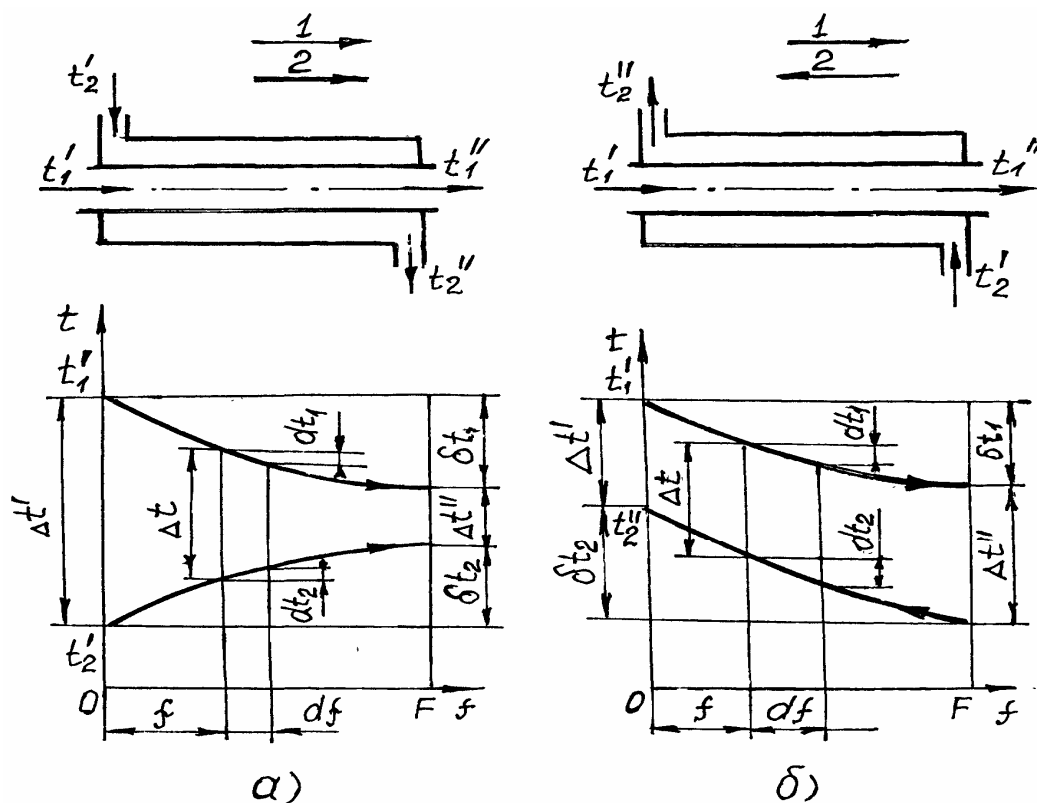


Рисунок 14.2 - Схема рекуператора типу “труба в трубі” та розподіл температур по тракту теплообмінного апарата для прямопливу (а) та протипливу (б)

На рисунку 14.2 (а, б) наведені зміни температур по тракту теплообмінника для первинного (гарячого) теплоносія t_1 , та вторинного (холодного) теплоносія t_2 для прямопливної та протипливної схеми. При цьому прийняті такі позначки:

- індекси 1 та 2 позначають гарячий та холодний теплоносії, відповідно;
- одним штрихом (') позначені температури на вході до теплообмінника, двома (") – температури на виході для відповідного теплоносія;
- f – поточна площа поверхні теплообміну;
- F – площа поверхні теплообміну всього теплообмінного апарата.

Вхід та вихід теплообмінного апарата визначається за рухом гарячого теплоносія.

При розрахунках теплообмінників використовуються такі поняття, як температурний напір та температурний перепад.

Температурний напір – це різниця температур теплоносіїв в довільному перерізі апарата:

$$\Delta t \equiv t_1 - t_2. \quad (14.1)$$

В загальному випадку Δt змінюється вздовж поверхні теплообміну (дивись рисунок 14.2). Розрізняють $\Delta t'$ – температурний напір на вході до теплообмінника, $\Delta t''$ – на виході. Ці величини дорівнюють

- для прямопливу:

$$\Delta t' = t'_1 - t'_2, \quad \Delta t'' = t''_1 - t''_2; \quad (14.2)$$

- для протипливу:

$$\Delta t' = t'_1 - t''_2, \quad \Delta t'' = t''_1 - t'_2. \quad (14.3)$$

Температурним перепадом називається різниця між найбільшою та найменшою температурами теплоносія:

$$\delta t_1 \equiv t'_1 - t''_1, \quad (14.4)$$

$$\delta t_2 \equiv t''_2 - t'_2. \quad (14.5)$$

14.2.3 Основні рівняння теплового розрахунку теплообмінних апаратів

В основі теплових розрахунків теплообмінних апаратів лежать два рівняння – теплового балансу та теплопередачі.

14.2.3.1 Рівняння теплового балансу

Зміна ентальпії теплоносія на елементарній поверхні df , внаслідок теплообміну, визначається співвідношенням:

$$dQ = G \cdot di, \quad (14.4)$$

де G – масовий видаток (витрата) теплоносія, кг/с; i – питома ентальпія теплоносія, Дж/кг; Q – тепловий потік, Вт.

Для кінцевих змін ентальпії на поверхні теплообміну F при сталому масовому видатку:

$$Q = G \cdot \int_{i'}^{i''} di = G \cdot (i'' - i'), \quad (14.5)$$

де i' та i'' – початкова та кінцева питома ентальпія теплоносія.

Якщо вважати, що вся теплота від гарячого теплоносія переходить до холодного, тобто збитками тепла в навколишнє середовище можна знехтувати, то рівняння теплового балансу для теплообмінника набуває виду:

$$|dQ_1| = |dQ_2| = |dQ|, \quad (14.6)$$

де dQ_1 – тепло, що віддає гарячий теплоносіє; dQ_2 – тепло, що отримує холодний теплоносіє.

Приймаючи витрати G_1 та G_2 позитивними, можна надати співвідношенню (14.6) більш конкретного вигляду:

$$dQ = -G_1 \cdot di_1 = G_2 \cdot di_2, \quad (14.7)$$

Рівняння (14.7) чинне як за наявності фазових перетворень, так і без них.

У випадку течії газів та рідин без фазових переходів рівняння (14.7) можна записати у вигляді:

$$dQ = -G_1 \cdot c_{p1} \cdot dt_1 = G_2 \cdot c_{p2} \cdot dt_2. \quad (14.8)$$

Якщо припустити, що питомі теплоємності теплоносіїв c_{p1} та c_{p2} стали, попередні рівняння для всієї поверхні теплообміну можна записати у вигляді:

$$Q = -G_1 \cdot (i_1'' - i_1') = G_2 \cdot (i_2'' - i_2'), \quad (14.9)$$

$$Q = G_1 \cdot c_{p1} \cdot (t_1' - t_1'') = G_2 \cdot c_{p2} \cdot (t_2'' - t_2'), \quad (14.10)$$

або

$$Q = W_1 \cdot \delta t_1 = W_2 \cdot \delta t_2, \quad (14.11)$$

де $W \equiv G \cdot c_p$ – повна теплоємність масового видатку відповідного теплоносія або його **водяний еквівалент** (в системі СІ він вимірюється в Вт/К).

Питома масова ізобарна теплоємність c_p залежить від температури, тому в практичних розрахунках до рівнянь (14.10) або (14.11) підставляються середні значення c_p в інтервалі температур від t' до t'' .

З рівняння (14.11) витікає, що

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\delta t_2}{\delta t_1}, \quad (14.12)$$

тобто відношення температурних перепадів теплоносіїв обернено пропорційні їх водяним еквівалентам.

Співвідношення (14.12) справедливе як для поверхонь теплообміну в цілому, так і для будь-якої елементарної ділянки поверхні теплообміну, тобто

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{dt_2}{dt_1}.$$

14.2.3.2 Рівняння теплопередачі

Як відомо, рівняння теплопередачі між двома розділеними стінкою теплоносіями має вид (дивись (12.1)):

$$Q = K \cdot (t_1 - t_2) \cdot F = K \cdot \Delta t \cdot F,$$

де K – коефіцієнт теплопередачі; t_1 та t_2 - температури гарячого та холодного теплоносіїв, відповідно; F – площа поверхні теплопередачі.

Останнє рівняння справедливе, якщо t_1 та t_2 сталі по поверхні теплообміну F . Однак ця умова виконується тільки в окремих випадках, наприклад, при кипінні або конденсації теплоносіїв. В загальному випадку t_1 та t_2 змінюються по поверхні, відповідно змінюється і температурний напір $\Delta t = t_1 - t_2$. Вздовж поверхні також змінюється і коефіцієнт теплопередачі K .

Величини Δt та K можна вважати сталими лише в межах елементарної площі теплообміну df . Тобто рівняння теплопередачі справедливе для теплообмінників тільки в диференціальній формі для елемента поверхні площею df :

$$dQ = K \cdot \Delta t \cdot df. \quad (14.13)$$

У відповідності до співвідношення (14.13), сумарний тепловий потік крізь поверхню теплообміну визначається за формулою:

$$Q = \int_0^F K \cdot \Delta t \cdot df. \quad (14.14)$$

Таким чином для знаходження Q необхідно знати закони зміни коефіцієнта теплопередачі K та різниці температур Δt вздовж усієї поверхні теплообміну.

14.2.4 Визначення середнього коефіцієнта тепловіддачі

Як правило, коефіцієнт теплопередачі звичайно мало змінюється по поверхні теплообміну і його вважають сталою величиною. Однак якщо на окре-

мих ділянках значення коефіцієнта тепловіддачі змінюється суттєво, його усереднюють по поверхні:

$$\bar{K} = \frac{F_1 K_1 + F_2 K_2 + \dots + F_n K_n}{\sum_{i=1}^n F_i}.$$

де K_i - значення коефіцієнта теплопередачі на відповідній ділянці з площею F_i .

Значення K визначається з теорії конвекційного, радіаційного теплообміну та теплопровідності. Наприклад, як відомо, для багатошарової плоскої стінки (дивись формулу (12.13)):

$$K = \frac{l}{\frac{l}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{l}{\alpha_2}}.$$

Рівняння (14.14) можна записати у виді:

$$Q = \bar{K} \cdot \int_0^F \Delta t \, df.$$

Якщо останнє співвідношення помножити та поділити на F , то отримаємо:

$$Q = \bar{K} \cdot \left(\frac{l}{F} \cdot \int_0^F \Delta t \, df \right) \cdot F,$$

або

$$Q = \bar{K} \cdot \bar{\Delta t} \cdot F, \quad (14.15)$$

де

$$\bar{\Delta t} \equiv \frac{l}{F} \int_0^F \Delta t \, df$$

- усереднений по поверхні температурний напір.

Рівняння (14.15) – це рівняння теплопередачі, що усереднене по поверхні теплообміну. Для його використання необхідно знати усереднений температурний напір.

14.2.5 Визначення середньої різниці температур (середнього температурного напору)

Розглянемо теплообмінний апарат, що працює за схемою паралельного руху потоків в одному напрямку (прямопливу), яку зображено на рисунку 14.2.а.

Для елемента поверхні рівняння теплопередачі має вид:

$$dQ = K \cdot (t_1 - t_2) \cdot df = K \cdot \Delta t \cdot df. \quad (14.16)$$

При теплообміні на даній ділянці температура гарячого теплоносія t_1 зменшується на dt_1 , а температура холодного теплоносія t_2 зростає на dt_2 :

$$dQ = -W_1 \cdot dt_1 = W_2 \cdot dt_2,$$

звідки

$$dt_1 = -\frac{dQ}{W_1}; \quad dt_2 = \frac{dQ}{W_2}. \quad (14.17)$$

$$(W_1 = \text{const}, \quad W_2 = \text{const})$$

Зміна температурного напору при цьому дорівнює

$$d(\Delta t) = d(t_1 - t_2) = dt_1 - dt_2 = -\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) \cdot dQ. \quad (14.18)$$

Позначимо

$$m = \left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) = \text{const}. \quad (14.19)$$

Для прямопливу ця величина позитивна $m > 0$. З її використанням формула (14.18) набуває виду:

$$d(\Delta t) = -m \cdot dQ. \quad (14.20)$$

З урахуванням рівняння (14.16) співвідношення (14.20) можна записати у формі:

$$d(\Delta t) = -m \cdot K \cdot \Delta t \cdot df. \quad (14.21)$$

Роз'єднаємо змінні в рівнянні (14.21) і для поточної поверхні f отримаємо:

$$\int_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = - \int_0^f m \cdot K \cdot df .$$

Будемо вважати K незмінним по поверхні теплообміну. Тоді після інтегрування матимемо зв'язок:

$$\ln \Delta t \Big|_{\Delta t'}^{\Delta t} = -m \cdot K \cdot f \Big|_0^f , \quad (14.22)$$

або

$$\Delta t = \Delta t' \cdot e^{-m \cdot K \cdot f} . \quad (14.23)$$

Для поверхні теплообміну в цілому формули (14.22), (14.23) дають вирази:

$$\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = -m \cdot K \cdot F , \quad (14.24)$$

$$\Delta t'' = \Delta t' \cdot e^{-m \cdot K \cdot F} . \quad (14.25)$$

Таким чином, згідно з (14.25), в теплообмінних апаратах, що діють за схемою прямопливу температурний напір вздовж поверхні зменшується за експоненціальною залежністю (дивись рисунок 14.3).

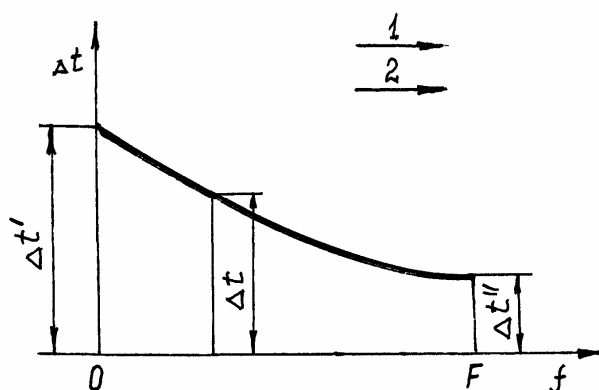


Рис. 14.3 - Розподіл температурного напіру вздовж поверхні теплообміну при прямопливі

Визначимо середній по поверхні теплообміну температурний напір $\overline{\Delta t}$. З урахуванням виразу (14.23) отримаємо:

$$\overline{\Delta t} \equiv \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t \, df = \frac{\Delta t'}{F} \int_0^F e^{-m \cdot K \cdot f} \, df = \frac{\Delta t'}{F} \frac{1}{(-mk)} e^{-m \cdot K \cdot f} \Big|_0^F = \frac{\Delta t'}{-m \cdot K} (1 - e^{-m \cdot K \cdot F})$$

Використавши далі формули (14.24) та (14.25), матимемо вираз:

$$\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}}. \quad (14.27)$$

Отримана таким чином величина називається **середньологарифмічним температурним напором**.

Аналогічно можна довести, що таж сама формула (14.27) має місце для середнього температурного напору при протипливі.

Таким чином, вираз (14.27) є розрахунковим для визначення середньологарифмічного температурного напору при обох схемах руху теплоносіїв – прямопливі і протипливі.

При прямопливі у формулу (14.27) підставляються значення:

$$\Delta t' = t'_1 - t'_2, \quad \Delta t'' = t''_1 - t''_2, \quad (14.28)$$

а при протипливі (дивись рисунок 14.2) -

$$\Delta t' = t'_1 - t''_2, \quad \Delta t'' = t''_1 - t'_2. \quad (14.29)$$

Ще одне зауваження: для протипливу параметр

$$m = \left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \right)$$

може мати довільний знак, тому температурний напір вздовж поверхні теплообміну може як зростати, так і зменшуватися (рисунок 14.4). Так, при $\delta t_1 > \delta t_2$, згідно з рівнянням (14.12), $W_1 < W_2$ і тому $m > 0$ (рисунок 14.4.а), а температурний напір зменшується; при $\delta t_1 < \delta t_2$, навпаки, виконується нерівність $W_1 > W_2$, через що $m < 0$, а температурний напір збільшується (рисунок 14.4.б). (Слід відмітити, що при прямопливі температурний напір вздовж поверхні теплообміну зменшується завжди).

Крім того, треба відзначити, що якщо температурні напори на вході та виході з теплообмінника відрізняються менш ніж в два рази, то з достатньою для технічних розрахунків точністю середній температурний напір можна розраховувати як середньоарифметичний:

$$\bar{\Delta t} = \frac{\Delta t' + \Delta t''}{2}. \quad (14.30)$$

Таке становище частіше спостерігається при протипливі.

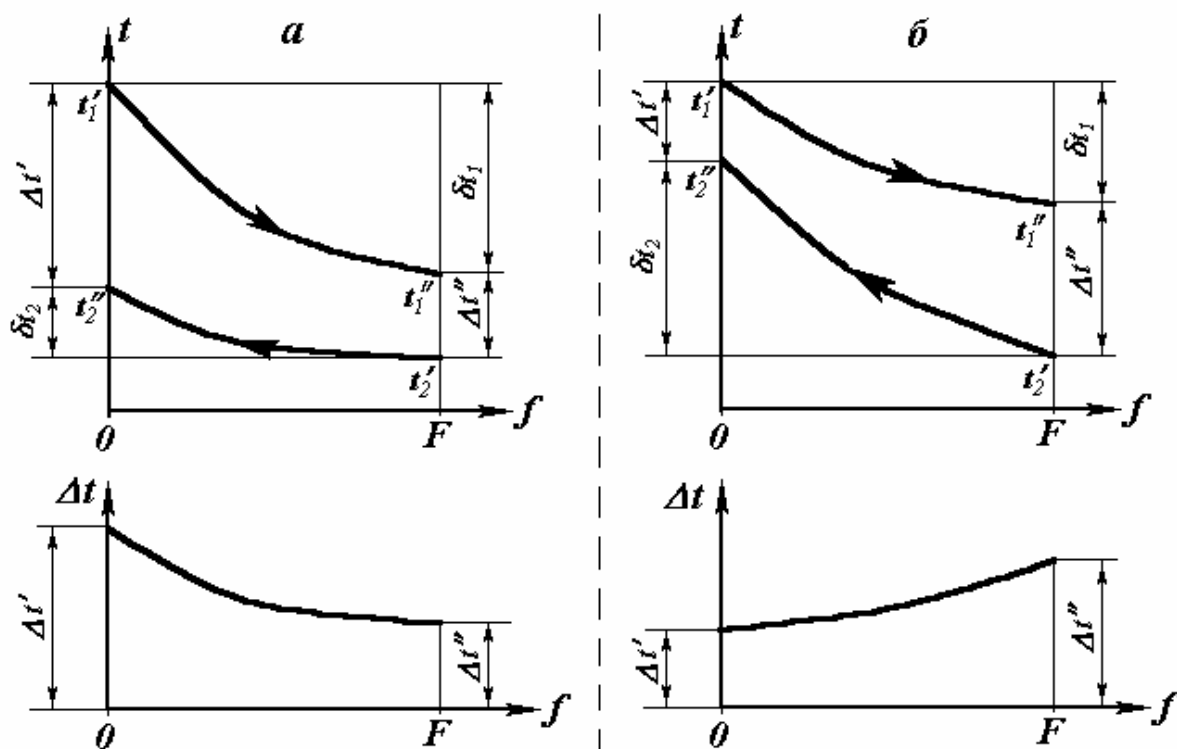


Рисунок 14.4 - Розподіл температурного напору вздовж поверхні теплообміну при протипливі: а) $m > 0$; б) $m < 0$

У випадку складної течії теплоносіїв в теплообмінному апараті спеціальні нормативні методика передбачають запровадження експериментальних коефіцієнтів, які уточнюють середній температурний напір у залежності від схеми течії теплоносіїв та характеру зміни їх температур вздовж по тракту апарата (дивись, наприклад, [10] або [15]).

14.3 Теплові розрахунки теплообмінних апаратів

В залежності від постановки задачі, тепловий розрахунок теплообмінних апаратів може бути конструктивним (проектним) або перевірочним.

Конструктивний тепловий розрахунок виконується при проектуванні нових теплообмінних апаратів, його метою є визначення площі поверхні теплообміну.

Перевірочний тепловий розрахунок виконується для існуючих теплообмінників, коли площа поверхні відома, з метою визначення кінцевих температур теплоносіїв або їх видатків. Такий розрахунок виконується, якщо змінюються теплоносії або режими роботи теплообмінника. Перевірочні розрахунки

теплообмінних апаратів у пожежній справі виконуються при виконанні пожежно-технічної експертизи при встановленні причин пожежі та при експертизі проектів будівель виробничого призначення.

14.3.1 Конструктивний розрахунок

Всього існує три рівняння для розрахунку теплообмінних апаратів: два – теплового балансу (14.10) та одне – теплопередачі (14.15). В ці рівняння входять одинадцять величин:

$$t'_1, t''_1, t'_2, t''_2, c_{p1}, c_{p2}, G_1, G_2, F, Q, \bar{K}. \quad (14.31)$$

При розрахунках необхідно задати вісім величин, а три знаходити з рівнянь (14.10) і (14.15).

При конструктивному розрахунку визначають площу поверхні теплообміну F , теплову потужність теплообмінника Q та невідому температуру або видаток теплоносія.

Порядок розрахунку

1. З рівняння теплового балансу теплоносія (i), для якого відомі температури та повна теплоємність масового видатку (водяний еквівалент), визначається потужність теплообмінника:

$$Q = (Gc_p)_i \delta t_i.$$

2. З рівняння теплового балансу для іншого теплоносія (j)

$$Q = (Gc_p)_j \delta t_j.$$

визначається невідома величина – видаток або температура теплоносія.

3. Для визначення середнього температурного напору розраховуються:

а) температурні напори на вході в апарат $\Delta t'$ та на виході $\Delta t''$ за формулами (14.27) для прямопливу або (14.30) для протипливу;

б) в залежності від співвідношення температурних напорів $\Delta t'$ та $\Delta t''$ знаходиться середнє значення напору $\bar{\Delta t}$ як середньоарифметичне (за формулою (14.30)), якщо $\Delta t'$ та $\Delta t''$ відрізняються не більше ніж в два рази, і як середньологарифмічне (за формулою (14.27)) в іншому випадку.

4. З рівняння теплопередачі (14.15) визначається поверхня тепловіддачі:

$$F = \frac{Q}{\bar{K} \cdot \Delta t}.$$

Величина усередненого по поверхні теплообміну коефіцієнта тепловіддачі \bar{K} попередньо обирається за емпіричними рекомендаціями, а далі уточнюється після визначення конструкції апарата (тобто визначення площі поверхні теплообміну F).

Після уточнення \bar{K} розрахунок пункту 4 повторюється, доки два послідовних розрахунки (наближення) дадуть значення \bar{K} , які відрізняються одне від одного на задану величину (5–10%).

14.3.2 Перевірочний розрахунок

Розглянемо найбільш складний і поширений випадок перевірного теплового розрахунку, коли задані площа поверхні теплообміну F , видатки теплоносіїв G_1 і G_2 та їх питомі масові ізобарні теплоємності c_{p1} та c_{p2} , а також початкові температури носіїв t'_1 та t'_2 . Необхідно визначити кінцеві температури теплоносіїв t''_1 та t''_2 і потужність теплообмінника Q .

Розглянемо перевірочний розрахунок для прямопливу (дивись рисунок 14.2, а).

Згідно з формулами (14.25), (14.19), (14.28) маємо:

$$\frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = e^{-m \cdot \bar{K} \cdot F}. \quad (14.32)$$

Виконаємо деякі математичні перетворення – перепишемо рівняння (14.32) у виді

$$\delta t_1 + \delta t_2 = (t'_1 - t'_2)(1 - e^{-m \cdot \bar{K} \cdot F}),$$

з умови теплового балансу (14.12) знайдемо температурний перепад холодного носія

$$\delta t_2 = \frac{W_1}{W_2} \delta t_1$$

і підставимо цей вираз в попередню формулу. Результат має форму:

$$\delta t_1 \cdot \left(1 + \frac{W_1}{W_2} \right) = (t'_1 - t'_2)(1 - e^{-m \cdot \bar{K} \cdot F}).$$

Звідси (з урахуванням формули (14.19)) отримаємо потрібне співвідношення:

$$\delta t_1 = (t'_1 - t'_2) \cdot \frac{1 - e^{-\frac{\bar{K} \cdot F}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 + \frac{W_1}{W_2}}. \quad (14.33)$$

Порядок розрахунку

При розрахунку (через те, що невідомі значення температур t''_1 та t''_2), попередньо треба задаватися значенням коефіцієнта теплопередачі \bar{K} та водяних еквівалентів W_1, W_2 . Розрахунок проводять за методом послідовних наближень. В першому наближенні значення \bar{K} і інших параметрів обирається по температурі теплоносіїв на вході.

1. Розраховується температурний перепад δt_1 для гарячого теплоносія за формулою (14.33), де $W_1 = c_{p1} G_1$, $W_2 = c_{p2} G_2$.

2. Визначається температура гарячого теплоносія на виході з теплообмінника:

$$t''_1 = t_1 - \delta t_1. \quad (14.34)$$

3. З рівняння теплового балансу (14.12) визначається температурний перепад для холодного носія δt_2 :

$$\delta t_2 = \delta t_1 \frac{W_1}{W_2}. \quad (14.35)$$

4. Розраховується температура холодного теплоносія на виході з апарата:

$$t''_2 = t'_2 + \delta t_2. \quad (14.36)$$

Після виконання першого наближення, відповідно до пунктів 1–4, розраховується наступне наближення значень \bar{K} та W_1, W_2 при розрахованих середньоарифметичних температурах теплоносіїв $(t'_1 + t''_1)/2$ та $(t'_2 + t''_2)/2$.

Розрахунок за формулами (14.33)–(14.36) (пункти 1–4) повторюється до досягнення заданої точності коефіцієнта теплопередачі (5–10%).

Наприкінці з рівняння теплового балансу визначається теплова потужність теплообмінника Q :

$$Q = W_1 \cdot \delta t_1, \text{ або } Q = W_2 \cdot \delta t_2 . \quad (14.37)$$

Для теплообмінних апаратів, теплоносії у яких рухаються за схемою протипливу, аналогічні математичні викладки дають подібну (до виразу (14.33)) розрахункову формулу для визначення температурного перепаду гарячого теплоносія:

$$\delta t_1 = (t'_1 - t'_2) \cdot \frac{1 - e^{-\frac{\bar{K} \cdot F}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 - \frac{W_1}{W_2} e^{-\frac{\bar{K} \cdot F}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}} . \quad (14.38)$$

В результаті перевірочний розрахунок теплообмінників, що діють за схемою протипливу, виконується за формулами (14.34)–(14.38) за аналогією до випадку течії теплоносіїв за схемою прямопливу.

Результатами даної глави є висвітлення методик конструктивного та перевірочного розрахунків теплообмінних апаратів.

Фахівці пожежної безпеки виконують в основному перевірочні розрахунки теплообмінників при:

- обґрунтуванні рекомендацій протипожежного захисту та експертизи проектів;
- встановленні причин пожежі в процесі пожежно-технічної експертизи;
- контролі роботи теплообмінних апаратів, які входять до складу обладнання та установок пожежогасіння.

Зміст

ПЕРЕДМОВА	3
Список позначень	5
РОЗДІЛ 1. ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ	7
ГЛАВА 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОДИНАМІКИ. ЗАКОНИ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ	7
1.1 Предмет термодинаміки. Основні поняття	7
1.1.1 Предмет та метод термодинаміки	7
1.1.2 Теплота, внутрішня енергія, механічна робота	7
1.1.3 Термодинамічна система	7
1.1.4 Термодинамічні параметри стану робочого тіла	10
1.1.4.1 Тиск.....	10
1.1.4.2 Температура	11
1.1.4.3 Питомий об'єм і густина	12
1.2 Рівняння стану термодинамічної системи	12
1.2.1 Рівняння стану ідеального газу	12
1.2.2 Основні закони ідеальних газів	12
1.2.2.1 Узагальнений газовий закон.....	17
1.2.2.2 Закон Бойля-Маріотта	18
1.2.2.3 Закон Гей-Люсака.....	19
1.2.2.4 Закон Шарля	20
1.3 Газові суміші	21
1.3.1 Поняття газової суміші. Закон Дальтона	21
1.3.2 Способи завдання складу суміші	21
1.3.2.1 Масові частки	23
1.3.2.2 Об'ємні частки	23
1.3.2.3 Мольні частки	25
1.3.3 Середні параметри суміші газів	21
1.3.3.1 Уявна молярна маса суміші.....	25
1.3.3.2 Зв'язок між масовими та об'ємними частками.....	26
1.3.3.3 Питома газова стала та рівняння стану суміші ідеальних газів.....	27
1.4 Теплоємність	27
1.4.1 Основні визначення	27
1.4.2 Масова, об'ємна та мольна теплоємність	27
1.4.3 Дійсна та середня теплоємність	27
1.4.4 Ізобарна та ізохорна теплоємності	27
1.4.5 Теплоємність суміші ідеальних газів	27
ГЛАВА 2. ЗАКОНИ ТЕРМОДИНАМІКИ	31

2.1 Перший закон термодинаміки	31
2.1.1 Внутрішня енергія та зовнішня робота.....	31
2.1.1.1 Робота розширення.....	32
2.1.1.2 Робота прошовування.....	35
2.1.2 Рівняння першого закону термодинаміки для закритої системи	36
2.1.3 Ентальпія	39
2.1.4 Властивості теплоємності, які витікають з першого закону термодинаміки.....	39
2.1.4.1 Зв'язок ізохорної та ізобарної теплоємності	39
2.1.4.2 Межі значень теплоємності.....	40
2.2 Рівняння першого закону термодинаміки для потоку газу	40
2.3 Другий закон термодинаміки	43
2.3.1 Основні положення другого закону термодинаміки.....	43
2.3.2 Основні формулювання другого закону термодинаміки.....	45
2.4 Оборотні та необоротні процеси. Поняття ентропії.....	45
2.4.1 Оборотні та необоротні процеси.....	45
2.4.2 Ентропія як параметр стану термодинамічної системи	47
2.4.3 T-s-діаграма. Властивості ентропії.....	47
2.5 Колові процеси або цикли.....	53
2.5.1 Поняття циклу. Прямий та зворотний цикли	53
2.5.2 Термічний ККД циклу	53
2.5.3 Прямий цикл Карно	53
2.5.4 Зворотний цикл Карно	53
ГЛАВА 3. ОСНОВНІ ТЕРМОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ	55
3.1 Основні рівняння та положення дослідження	55
3.2 Дослідження основних термодинамічних процесів	56
3.2.1 Ізохорний процес	56
3.2.2 Ізобарний процес	56
3.2.3 Ізотермічний процес	56
3.2.4 Адіабатний (ізоентропний) процес.....	56
3.2.5 Політропний процес	56
ГЛАВА 4. ТЕРМОДИНАМІКА РІДИН ТА ПАРИ	68
4.1 Фазові перетворення: основні поняття та визначення	68
4.1.1 Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса	68
4.1.2 Поняття фаз	68
4.1.3 Види пароутворення	68
4.1.4 Фазова P-T-діаграма	68
4.2 Пароутворення за постійного тиску.....	73
4.2.1 Послідовність процесів при пароутворенні. Види пари.....	73
4.2.2 Зміна термодинамічних параметрів при пароутворенні.....	74
4.3 Діаграми водяної пари.....	76
4.3.1 P-v-діаграма водяної пари	76

4.3.2 T-s-діаграма водяної пари	
4.3.3 Рівняння Клапейрона-Клаузіуса	
4.3.4 i-s-діаграма водяної пари	
4.4 Основні термодинамічні процеси водяної пари	83
ГЛАВА 5. ТЕРМОДИНАМІКА ПРОЦЕСІВ ВИТІКАННЯ ГАЗІВ ТА ПАРИ.....	82
5.1 Витікання газів.....	82
5.1.1 Основні рівняння витікання	82
5.1.1.1 Рівняння першого закону термодинаміки.....	83
5.1.1.2 Рівняння роботи (рівняння руху).....	83
5.1.1.3 Рівняння видатку (суцільності).....	84
5.1.1.4 Рівняння стану	84
5.1.2 Адіабатне витікання	85
5.1.2.1 Загальне співвідношення	85
5.1.2.2 Швидкість витікання газу.....	86
5.1.2.3 Видаток витікання газу	87
5.1.2.4 Режими витікання.....	88
5.1.2.5 Максимальна масова витрата та критична швидкість витікання	89
5.1.2.6 Витікання з сопла, що звужується.....	91
5.1.3 Витікання з сопла Лавалю	96
5.2 Дроселювання газу та пари	96
5.2.1 Рівняння процесу дроселювання	
5.2.2 Дроселювання пари.....	
ГЛАВА 6. ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ЦИКЛІВ ТЕПЛОВИХ МАШИН	97
6.1 Компресія або стиск газів.....	97
6.1.1 Стиск в одноступеневому компресорі.....	
6.1.2 Багатоступеневий компресор	
6.2 Цикли двигунів внутрішнього згорання (ДВЗ).....	105
6.2.1 Цикл двигуна з підводом тепла за постійного об'єму (цикл Отто).....	106
6.2.2 Цикл Дизеля	
6.2.3 Цикл Тринклера	
6.3 Цикли газотурбінних двигунів.....	113
6.4 Цикли холодильних установок	116
ГЛАВА 7. ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ПОЖЕЖІ У ПРИМІЩЕННІ	114
7.1 Вихідні положення.....	114
7.2 Інтегральна модель пожежі у приміщенні.....	116
7.2.1 Середньооб'ємні параметри стану середовища в приміщенні.....	116
7.2.1.1 Середньооб'ємна густина.....	117
7.2.1.2 Середньооб'ємні парціальна густина та концентрація компонента газового середовища	118
7.2.1.3 Середньооб'ємний тиск	119

7.2.1.4 Середньооб'ємна температура.....	119
7.2.2 Рівняння пожежі
7.2.2.1 Рівняння матеріального балансу.....	121
7.2.2.2 Рівняння балансу кисню	124
7.2.2.3 Рівняння балансу продуктів горіння	125
7.2.2.4 Рівняння балансу інертного газу.....	126
7.2.2.5 Рівняння енергії.....	127
7.2.2.6 Початкові умови	129
7.3 Зонна модель пожежі у приміщенні	131
РОЗДІЛ 2. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА У ПОЖЕЖНІЙ СПРАВІ.....	134
ГЛАВА 8. ВСТУП. СТАЦІОНАРНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ.....	134
8.1 Вступ до теплопередачі.....	134
8.1.1 Основні поняття.....
8.1.2 Види теплообміну.....
8.2 Теплопровідність	141
8.2.1 Основні поняття та визначення теплопровідності.....	141
8.2.2 Диференціальне рівняння теплопровідності та його рішення для однорідної плоскої стінки
8.2.3 Теплопровідність багат шарової плоскої стінки	148
8.2.4 Теплопровідність циліндричної стінки.....
8.2.4.1 Одношарова циліндрична стінка	151
8.2.4.2 Багат шарова циліндрична стінка	155
8.2.5 Теплопровідність кульової стінки
ГЛАВА 9. КОНВЕКЦІЙНИЙ ТЕПЛООБМІН.....	155
9.1 Основні поняття та визначення конвекційного теплообміну. Диференціальні рівняння теплообміну	155
9.1.1 Сутність конвекційного теплообміну
9.1.1.1 Конвекційний теплообмін у потоці рідини. Рівняння процесу	155
9.1.1.2 Конвекційна тепловіддача. Рівняння Ньютона-Ріхмана	156
9.1.1.3 Аналіз факторів, що впливають на конвекційний теплообмін та тепловід- дачу	157
9.1.2 Математична постановка задач конвекційної тепловіддачі.....	163
9.1.2.1 Диференціальне рівняння конвекційної тепловіддачі	163
9.1.2.2 Диференціальні рівняння переносу енергії, руху та маси в потоці рідини.....	165
9.1.2.3 Математична модель задач конвекційної тепловіддачі.....	174
9.2 Теорія подібності фізичних явищ. Критерії подібності та критеріальні рів- няння	176
9.2.1 Основи теорії подібності фізичних явищ
9.2.1.1 Поняття подібності фізичних явищ	176
9.2.1.2 Необхідні умови подібності	178
9.2.2 Методи теорії подібності.....
9.2.2.1 Приведення задачі конвекційної тепловіддачі до безрозмірного виду... ..	180
9.2.2.2 Безрозмірні комплекси та їх фізичний сенс (критерії та числа подібності).....	186

9.2.2.3 Отримання критеріального рівняння тепловіддачі.....	188
9.2.2.4 Критеріальні рівняння тепловіддачі за вільної та вимушеної конвекції	191
9.2.3 Теореми подібності
9.2.3.1 Перша теорема подібності (теорема Ньютона)	194
9.2.3.2 Друга теорема подібності (теорема Бекінгема).....	197
9.2.3.3 Третя теорема подібності (теорема Кирпичова)	197
9.2.4 Узагальнення дослідних даних за допомогою теорії подібності.....	198
9.3 Конвекційна тепловіддача в однофазному середовищі.....	208
9.3.1 Тепловіддача за вільної конвекції в однофазному середовищі	208
9.3.1.1 Тепловіддача у великому об'ємі	209
9.3.1.2 Тепловіддача в обмеженому просторі.....	214
9.3.2 Тепловіддача за вимушеної конвекції в однофазному середовищі.....	217
9.3.2.1 Теплообмін при поздовжньому обтіканні рідиною плоскої пластини (тру-	
би)	217
9.3.2.2 Теплообмін за вимушеного руху нестисливої рідини у трубах.....	221
9.3.2.3 Тепловіддача за вимушеного поперечного обтікання поодиноких труб та	
їх пучків.....	228
ГЛАВА 10. ТЕПЛООБМІН ПРИ КИПІННІ ТА КОНДЕНСАЦІЇ.....	214
10.1 Теплообмін при кипінні рідини	214
10.1.1 Загальні уявлення про процес кипіння.....
10.1.2 Теплообмін за бульбашкового кипіння рідини	218
10.1.3 Критичні параметри бульбашкового режиму кипіння	221
10.2 Тепловіддача при конденсації пари	222
10.3 Питання пожежної безпеки при конденсації пари та кипінні рідини	227
10.3.1 Конденсація пари.....
10.3.2 Кипіння рідини.....
ГЛАВА 11. ПРОМЕНИСТИЙ ТЕПЛООБМІН	227
11.1 Загальні закони теплового випромінювання.....	227
11.1.1 Поняття та визначення
11.1.2 Основні закони теплового випромінювання	23
11.1.2.1 Закон Планка.....	233
11.1.2. 2 Закон Віна	234
11.1.2.3 Закон Стефана-Больцмана.....	235
11.1.2.4 Закон Кірхгофа	236
11.1.2.5 Закон Ламберта.....	237
11.2 Променистий теплообмін у прозорому середовищі	239
11.2.1 Променистий теплообмін між паралельними площинами.....	239
11.2.2 Теплообмін між тілами, одне з яких розташоване в середині другого ..	241
11.2.3 Променистий теплообмін між тілами довільної форми, що оточені прозо-	
рим середовищем
11.3 Теплові екрани	246
11.3.1 Одиночний екран.....

11.3.2 Багатошаровий екран.....
11.4 Особливості випромінювання та поглинання газоподібних продуктів згоряння	252
11.5 Випромінювання факела полум'я	257
11.5.1 Природа випромінювання факела полум'я	257
11.5.2 Випромінювання факела полум'я в топках.....	257
11.5.3 Випромінювання факела крізь топковий отвір	260
11.5.4 Випромінювання факела на пожежі
11.6 Визначення безпечних відстаней за теплообміну випромінюванням	268
11.6.1 Умова пожежної безпеки (по тепловому потоку)	268
11.6.2 Визначення протипожежних розривів між будинками і спорудами.....	269
11.6.3 Визначення безпечних параметрів роботи підрозділів, що беруть участь у гасінні пожежі
ГЛАВА 12. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА	266
12.1 Загальні положення. Поняття про теплопередачу.....	266
12.2 Теплопередача крізь плоску стінку.....	269
12.2.1 Розрахунок густини теплового потоку
12.2.2 Термоопір багатошарової плоскої стінки.....
12.3 Теплопередача крізь циліндричну стінку.....	273
12.3.1 Розрахунок лінійної густини теплового потоку.....	273
12.3.2 Лінійний термоопір багатошарової стінки.....
12.3.3 Критичний діаметр теплоізоляції.....
12.4 Теплопередача крізь сферичні і ребристі стінки.....	282
12.4.1 Теплопередача крізь сферичну стінку.....
12.4.2 Теплопередача крізь ребристу стінку
ГЛАВА 13. НЕСТАЦІОНАРНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ	284
13.1 Нестационарна теплопровідність за стаціонарних граничних умов.....	284
13.1.1 Рівняння нестационарної теплопровідності
13.1.1.1 Загальні положення	284
13.1.1.2 Диференційне рівняння нестационарної теплопровідності	284
13.1.1.3 Узагальнені змінні у рівнянні нестационарної теплопровідності	289
13.1.2 Нагрівання тіла кінцевих розмірів за малих критеріїв Біо.....	291
13.1.3 Нагрівання тіл з обмеженим розміром за довільних критеріїв Біо.....	294
13.1.3.1 Нагрівання необмеженої плоскої стінки, що омивається середовищем з постійною температурою	294
13.1.3.2 Нагрівання нескінченного круглого циліндра, що омивається середовищем з постійною температурою	300
13.1.3.3 Нагрівання паралелепіпеда у середовищі з постійною температурою	304
13.1.4 Регулярні теплові режими
13.1.5 Нестационарна теплопровідність у напівобмеженому тілі.....	307
13.1.5.1 Загальні положення	307
13.1.5.2 Граничні умови 3-го роду.....	308

13.1.5.3	Граничні умови 1-го роду.....	313
13.1.5.4	Граничні умови 2-го роду.....	314
13.2	Нестационарна теплопровідність у задачах пожежної безпеки.....	317
13.2.1	Застосування аналітичних рішень рівняння теплопровідності у випадку стандартного температурного режиму.....	
13.2.1.1	Напівобмежене тіло.....	318
13.2.1.2	Необмежена плита при двосторонньому нагріванні.....	319
13.2.1.3	Ребро, що обігривається з трьох сторін.....	320
13.2.1.4	Колона із суцільним прямокутним перетином.....	321
13.2.2	Методика рішення задач про нагрівання напівобмеженого тіла стосовно до задач пожежної безпеки.....	
13.2.2.1	Методика визначення температур.....	323
13.2.2.2	Методика визначення відстаней.....	324
13.2.2.3	Методика розрахунку межі вогнестійкості.....	326
13.2.3	Особливості розрахунків прогріву конструкцій в умовах пожежі.....	329
13.3	Приблизні методи рішення задач нестационарної теплопровідності.....	330
13.3.1	Числові методи рішення задач нестационарної теплопровідності.....	331
13.3.2	Основні елементи графічного методу рішення задачі про нестационарну теплопровідність плоскої стінки.....	
13.3.2.1	Графічне визначення температур у внутрішніх областях.....	335
13.3.2.2	Визначення температур на границях.....	337
ГЛАВА 14.	ТЕПЛООБМІННІ АПАРАТИ.....	329
14.1	Класифікація теплообмінників.....	329
14.2	Рекуперативні теплообмінні апарати.....	330
14.2.1	Схеми руху теплоносіїв.....	
14.2.2	Основні поняття та визначення.....	
14.2.3	Основні рівняння теплового розрахунку теплообмінних апаратів.....	333
14.2.3.1	Рівняння теплового балансу.....	333
14.2.3.2	Рівняння теплопередачі.....	335
14.2.4	Визначення середнього коефіцієнта тепловіддачі.....	336
14.2.5	Визначення середньої різниці температур (середнього температурного напору).....	
14.3	Теплові розрахунки теплообмінних апаратів.....	341
14.3.1	Конструктивний розрахунок.....	
14.3.2	Перевірочний розрахунок.....	
ЛІТЕРАТУРА.....		344
Показчик визначень і законів.....		345
ЗМІСТ.....		350

Література

1. Кошмаров Ю.А., Башкирцев М.П. Термодинамика и теплопередача в пожарном деле. -М.: ВИПТШ МВД СССР, 1987.
2. Башкирцев М.П., Бубирь Н.Ф., Минаев Н.А., Ончуков Д.Н. Основы пожарной теплофизики. -М.: Стройиздат, 1984.
3. Романенко П.П., Бубирь П.Ф., Башкирцев М.П. Теплопередача в пожарном деле. – М.: НИИ и РИО, 1969. – 425 с.
4. Лариков Н.Н. Теплотехника. -М.: Стройиздат, 1985.- 432 с.
5. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача. -М.: Высшая школа, 1985.
6. Новиков И.И., Воскресенский К.Д. Прикладная термодинамика и теплопередача. -М.: Атомиздат, 1987.
7. Теплотехника. Учеб. для вузов / Под ред. А.П.Баскакова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 226 с.
8. Михеев М.А., Михеева И.М. Краткий курс теплопередачи. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1981.
9. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. – М.: Энергия, 1973. – 319 с.
10. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергоиздат, 1981.
11. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967.
12. Сперроу Э.М., Сесс Р.Д. Теплообмен излучением. Л.: Энергия, 1971.
13. Алексашенко А.А., Кошмаров Ю.А., Молчадский И.С. Тепломассо-перенос при пожаре. – М.: Стройиздат, 1982.
14. Драйздейл Д. Введение в динамику пожаров . М.: Стройиздат, 1990.- 424 с.
15. Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче. -М.: Энергия, 1980.
16. Зернов С.И. Расчетные оценки при решении задач пожарнотехнической экспертизы: учебное пособие. – М.: ЭКЦ МВД России, 1992. –88 с.
17. Задачник по термодинамике и теплопередаче в пожарном деле. Под ред. М.П.Башкирцева. -М.: ВИПТШ МВД СССР, 1979.
18. Методичні вказівки та контрольне завдання з дисципліни "Термодинаміка та теплопередача"./ Упорядн. А.Я.Шаршанов -Харків: ХІПБ, 1997, -30 с..
19. Лабораторные работы по курсу “Термодинамика и теплопередача в пожарном деле”. Под ред. Ю.А.Кошмарова.- М.: ВИПТШ МВД СССР, 1983.
20. Лабораторний практикум по курсу “Термодинаміка та теплопередача”./Упорядники: І.Б.Рябова, А.Я.Шаршанов.- Харків: ХІПБ, 1998. –55 с.
21. Кошмаров Ю.А. Прогнозирование опасных факторов пожара в помещении: учебное пособие. – М.: Академия ГПС МВД России, 2000. -118 с.

Показчик визначень і законів

Даний показчик адресує читача до тих сторінок посібника, де можна знайти відомості по суті теми рубрики (числа – номери сторінок). Питання, що відсутні у показчику, можуть бути відображені у Змісті.

A

аналогічні явища - 172
 апарат теплообмінний (теплообмінник) - 329
 — — з внутрішнім джерелом тепла - 330
 — змішувальний - 330
 — — поверхневий - 329
 — — регенеративний (регенератор) - 329
 — — рекуперативний (рекуператор) – 329

B

величини однорідні (відповідні) - 173
 випромінювальна здатність - 230
 випромінювання власне - 230
 — ефективне - 231
 — інтегральне - 228
 — інтенсивність спектральна - 228
 — коефіцієнт - 234
 — монохроматичне - 228
 — результуюче - 231
 — сіре - 233
 — теплове – 139, 227
 — тіл взаємна поверхня - 241
 ВНП (волога насичена пара) - 73
 водяний еквівалент – 333

G

газ ідеальний - 13
 — реальний - 13
 газова стала питома - 14
 — — універсальна - 13
 градієнт температурний - 140
 гранична задача 1-го роду - 285
 — — 2-го роду - 286
 — — 3-го роду - 286
 густина - 11

— потоку випромінювання – 228
 — середньооб'ємна - 116

D

десублімація - 69
 дифузор - 82
 діаграма теплова (T-s-діаграма) - 48
 — фазова - 70
 діаметр ізоляції критичний - 279
 довжина шляху променя - 248
 дросель-ефект інтегральний - 96
 дроселювання - 93
 — умовне зображення процесу – 95

E

еквівалент водяний - 333
 екран відбиваючий - 242
 — поглинаючий - 242
 — тепловий - 242
 енергія - 8
 — внутрішня - 8
 ентальпія (тепловміст) - 36
 — питома - 36
 ентропія - 45
 — питома - 45
 ефект Джоуля-Томсона - 96

З

закон Авогадро - 15
 — Бойля-Маріотта - 16
 — Вина - 233
 — Гей-Люсака - 17
 — Дальтона - 19
 — Кірхгофа - 234
 — Ламберта - 235
 — Майера - 29, 38

— Ньютона-Ріхмана - 156
 — Планка - 232
 — Стефана-Больцмана - 234
 — теплопровідності основний (Фур'є) - 141
 — термодинаміки другий - 42, 47
 — — перший - 35
 — — — для потоку - 41
 — узагальнений газовий - 16
 — Шарля - 18
 зведений (парціальний) об'єм компонента суміші - 20
 змінна визначаюча - 180

К

кипіння бульбашкового точка кризи - 216
 — перехідного область - 216
 — режим бульбашковий - 216
 — розвинене бульбашкове - 216
 — усталеного плівкового область - 217
 клас подібних явищ - 191
 коефіцієнт (константа) подібності геометричної - 171
 — (показник) адиабати - 56
 — випромінювання - 234
 — випромінювання повний або коефіцієнт діафрагмування топкового отвору - 255
 — відбиття - 229
 — втрат енергії - 93
 — динамічної в'язкості - 160
 — кінематичної в'язкості - 160
 — корисної дії термічний - 51
 — — — сопла - 93
 — об'ємного розширення - 17, 183
 — опромінювання тіл або кутовий коефіцієнт - 241
 — оребрення стінки - 283
 — поглинання - 229
 — політропи - 65
 — пропускання - 229
 — температуропровідності - 166, 285
 — тепловіддачі - 156
 — теплопередачі - 267
 — — зведений до гладкої поверхні - 282
 — — лінійний - 273
 — — ребристої стінки - 282

— — сферичної стінки - 280
 — теплопровідності - 141
 — холодильний - 54
 — швидкості сопла - 93
 компресія - 97
 компресор лопатковий - 97
 — об'ємний - 97
 — осьовий - 97
 — поршневий - 97
 — ротаційний - 97
 конвекція вимушена - 201
 — маси - 155
 — тепла (конвекційний теплоперенос) - 155
 конденсація - 69, 220
 — крапельна та плівкова - 221
 константа подібності величини - 173
 — — часу - 173
 контрольна поверхня - 9
 крива кипіння (конденсації) - 71
 — плавлення (твердіння) - 71
 — погранична верхня - 75
 — — нижня - 75
 — сублімації (десублімації) - 71
 кристалізація - 69
 критерій Біо - 288
 — — для точки - 305
 — Галілея - 223
 — Грасгофа - 182
 — Пекле - 179
 — подібності - 178
 — — гідродинамічний - 178
 — — тепловий - 178
 — Прандтля - 183
 — Рейнольдса - 179
 — фазового перетворення - 223
 — Фруда - 179
 — Фур'є - 288
 — — для точки - 305
 критична витрата - 89
 — температура (витікання) - 89
 — швидкість - 89
 критичне відношення тисків - 88
 критичний діаметр ізоляції - 279
 — перетин - 88
 — питомий об'єм - 89
 критичні параметри витікання - 88
 — — кипіння - 216

Л

лінія насичення - 71

М

маса мольна середня (уявна) - 22

масообмін - 139

машина теплова - 97

метод статистичний - 7

— термодинамічний - 7

модель пожежі диференціальна - 114

— — зонна - 115

— — інтегральна - 115

— — трьохзонна - 127

Н

напір температурний - 267, 331

нерівність термодинаміки основна - 47

О

об'єм зведений (парціальний) - 20

— питомий - 11

оператор Лапласа - 166

П

пара - 69

— волога насичена - 73

— насичена - 70

— перегріта - 74

— суха насичена - 73

параметри стану термічні - 9

— — термодинамічні - 9

пароутворення - 69

— центр - 214

парціальний тиск - 19

перепад температурний - 332

перехід фазовий - 69

питомий об'єм - 11

підшар ламінарний - 202

плавлення - 69

поверхня випромінювання взаємна - 241

— ізотермічна - 140

— контрольна - 9

подібність геометрична - 171

— динамічна - 172

— кінетична - 172

— теплова - 172

подібності критерій - 178

— число - 178

показник (коефіцієнт) адіабати - 56

— (—) політропи - 65

поле температурне - 140

— — нестационарне - 140

— — стаціонарне - 140

потік випромінювання - 228

— тепловий - 134

— — питомий - 135

похідна субстанціональна (повна) - 166

ПП (перегрита пара) - 74

протилив - 330

процес адіабатний - 61

— замкнений (коловий) або цикл - 49

— ізобарний - 58

— ізентропний - 61

— ізотермічний - 59

— ізохорний - 56

— нерівноважний - 12

— оборотний - 43

— оборотний внутрішньо - 44

— оборотний цілком - 43

— політропний - 64

— рівноважний (квазістаціонарний) - 12

— термодинамічний - 15

прямолив - 330

Р

регенератор - 329

режим докритичний - 91

— кипіння бульбашковий - 216

— критичний - 91

— пожежі квазістаціонарний - 121

— регулярний - 301

— стандартний температурний - 311

рекуператор - 329

рівняння адіабатного процесу (Пуассона) - 62

— балансу інертного газу - 124

— — кисню - 122

— — продукту горіння - 123

— Ван-дер-Ваальса - 68
 — енергії диференційне - 166
 — — пожежі - 126
 — Клапейрона-Клаузіуса - 78
 — критеріальне конвекційного теплооб-
 міну - 181
 — — конвекційної тепловіддачі - 181
 — матеріального балансу - 120
 — Нав'є-Стокса - 168
 — нерозривності - 166
 — переносу енергії нестисливої рідини
 (Фур'є-Кірхгофа) - 167
 — політропного процесу - 65
 — — — диференціальне - 64
 — сіткове - 323
 — стану - 12
 — — ідеального газу для довільної кіль-
 кості молей - 13
 — — — — для довільної маси - 14
 — — — — Менделєєва-Клапейрона - 14
 — — — — одиниці маси - 14
 — — — — одного кіломоля - 14
 — теплопередачі крізь ребристу стінку -
 282
 — — основне - 267
 — теплопровідності диференціальне - 168
 — термодинаміки об'єднане - 47
 — характеристичне - 293
 рідина (у гідродинаміці) - 163
 робота - 8, 31
 — можлива - 83
 — питома - 34
 — проштовхування - 34
 — розширення - 33
 — циклу - 50
 робоче тіло - 9
 розрив протипожежний - 262
 розрахунок конструктивний тепловий -
 339
 — перевірочний тепловий - 339

С

середньооб'ємна густина - 116
 — — компоненти - 117
 — концентрація компоненти - 118
 — температура - 118
 середньооб'ємне значення величини - 116

середньооб'ємний тиск - 117
 середня (уявна) мольна маса - 22
 середовище навколишнє - 9
 симплекс - 180
 система відкрита - 9
 — замкнена - 9
 — ізольована (замкнена) - 9
 — макроскопічна - 7
 — теплоізолювана (адіабатна) - 9
 — термодинамічна - 8
 СНП (суха насичена пара) - 73
 сопло - 82
 стан нерівноважний - 11
 — рівноважний - 11
 — термодинамічний - 9
 стаціонарність - 137
 ступінь вологості - 73
 — підвищення тиску - 105
 — — — за адіабатного стиску - 112
 — попереднього розширення - 107, 109,
 112
 — стиску - 105
 — сухості пари - 73
 — чорноти системи зведених - 237
 — — тіла - 234
 сублимація - 69
 суміш ідеальних газів - 19
 схема різницева - 323
 схожі інтервали часу - 173
 — точки - 173

Т

температура (охолодження) - 290
 температура - 10
 — критична (витікання) - 89
 — — (фаз. перетворень) - 71
 — перегріву (недогріву) відносна - 289
 — середньооб'ємна - 118
 температурний напір - 267, 331
 — — середньоологарифмічний - 338
 — перепад - 332
 теорія подібності - 171
 тепла машина - 97
 теплове випромінювання (або тепла ра-
 діація) - 139, 227
 — навантаження - 135
 тепловий потік - 134

— — лінійний (лінійна густина теплового потоку) - 136
 — — питомий (поверхнева густина теплового потоку) - 135
 — конструктивний розрахунок - 339
 — перевірочний розрахунок - 339
 тепловіддача - 139
 — в обмеженому просторі - 200
 — конвекційна - 156
 — у великому об'ємі - 195
 тепловміст (ентальпія) - 36
 теплоємність дійсна - 25
 — питома масова - 24
 — — молярна - 25
 — — об'ємна - 25
 — середня на інтервалі температур - 27
 — суміші ідеальних газів - 29
 — тіла - 24
 тепломасообмін - 139
 теплоносій - 266
 — вторинний або холодний - 329
 — первинний або гарячий - 329
 теплообмін конвекційний - 139
 — променистий - 227
 — складний - 139, 155
 теплообмінник поверхневий - 329
 теплопередача - 139, 266
 теплоперенос конвекційний - 139, 155
 теплопровідність - 138
 — нестационарна - 284
 теплота - 8, 31
 — пароутворення питома - 72
 — питома - 26
 — плавлення - 72
 — фазового переходу - 71
 — циклу - 50
 термічний опір лінійний теплопровідності багат шарової циліндричної стінки - 153
 — — — циліндричного шару - 150, 153
 — — — тепловіддачі - 270
 — — — лінійний - 275
 — — — теплопередачі - 267
 — — — лінійний - 273
 — — — сферичної стінки - 281
 — — — теплопровідності багат шарової плоскої стінки - 147
 — — — плоскої одношарової стінки - 144
 термодинамічна тотожність - 47

термодинамічний стан - 9
 тиск абсолютний - 10
 — атмосферний (барометричний) - 10
 — вакуометричний - 10
 — критичний (фаз. перетворень) - 71
 — надлишковий (манометричний) - 10
 — нормальний атмосферний - 10
 — парціальний - 19
 — середньооб'ємний - 117
 тіло напівобмежене - 302
 точка кризи бульбашкового кипіння - 216
 — критична - 71
 — потрійна - 71
 — роси - 225

У

умова пожежної безпеки - 261
 умови однозначності - 169
 — — геометричні - 169
 — — граничні - 170
 — — фізичні - 170
 — — часові (початкові) - 170

Ф

фаза - 69
 форма передачі енергії - 8
 функція помилок (Гауссов інтеграл помилок, функція Крампа) - 304
 — — додаткова - 304

Х

характеристичне рівняння - 293

Ц

цикл - 49
 — зворотний - 50
 — прямий - 50
 центр пароутворення - 214

Ч

частка масова - 20
 — мольна - 21

— об'ємна - 20
число Ейлера - 179
— Маха - 88
— Нуссельта - 179
— подібності - 178
— — гідродинамічне - 178
— — теплове - 178

III

шар граничний гідродинамічний - 202
— — тепловий - 202

